数据结构

9 查找

董洪伟 陈聪 周世兵

联系电话: 13812529213

E-mail: worldguard@163.com

主要内容

- 查找的概念
- 静态查找表
 - -线性查找
 - 折半查找
- 动态查找表
 - 二叉排序树、平衡二叉树
 - 哈希查找

查找的概念

• 查找:

- 在数据集合中寻找满足某种条件的数据元素

• 关键字

- 相当于排序中的排序码
- 数据元素中某个数据项的值
- 可以标识一个数据元素
- 关键字可以相同,即不一定唯一标识这个元素

查找的概念

• 静态查找表

-数据集合"只读",即只能对该数据集 合进行查询操作

• 动态查找表

-数据集合"可写",即可以对集合元素 进行插入、删除等操作

注:

- 查找算法和数据存储的结构有关

查找的概念

• 平均查找长度

- Average Search Length
- 查找就是不断将数据元素的关键字与待查找 关键字进行比较,查找算法在查找成功时平 均比较的次数称作平均查找长度

$$m{ASL} = \sum_{i=1}^n \, m{P}_i m{C}_i$$

- Pi: 查找第i个数据元素的概率

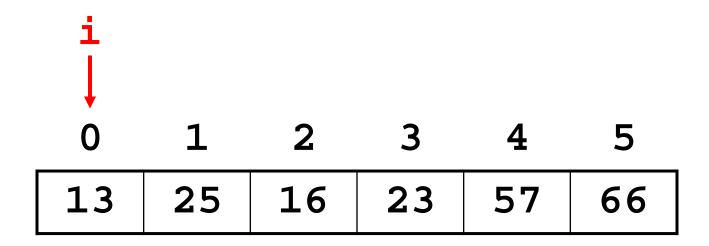
- Ci: 查找该元素的过程中比较的次数

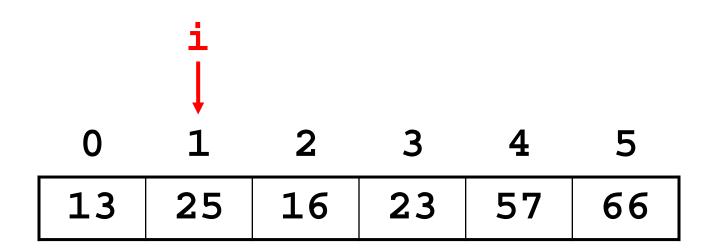
• 线性查找

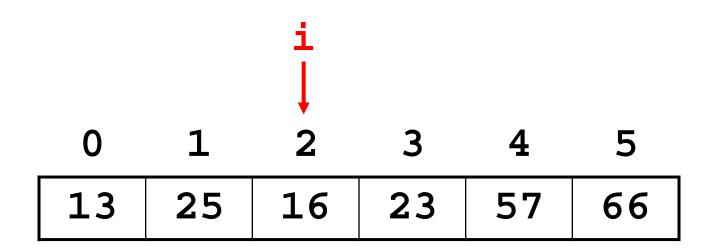
- 又称为顺序查找
- 主要用于在线性的数据结构中进行查找

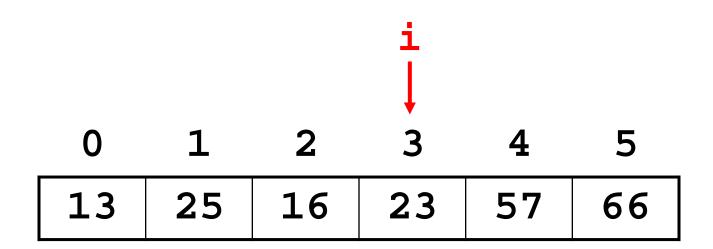
• 基本思想

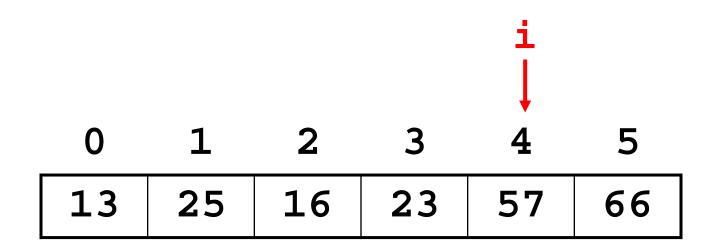
- 设若表中有N个对象,则从表的一端开始,顺序用各数据的关键字与给定值X进行比较,直到找到与其值相等的元素,则搜索成功,给出该对象在表中的位置
- 若整个表都已检测完仍未找到关键字与x相等的元素,则搜索失败,给出失败信息



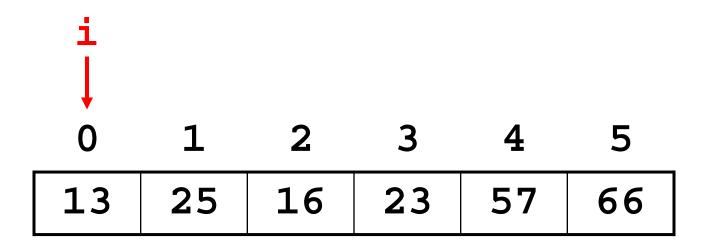


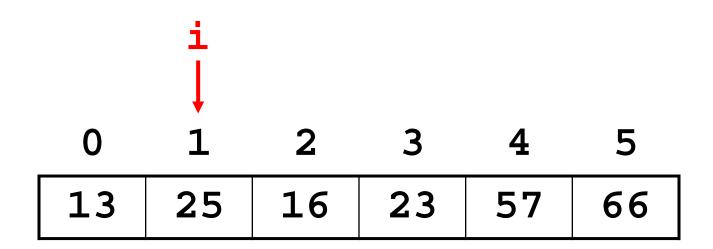


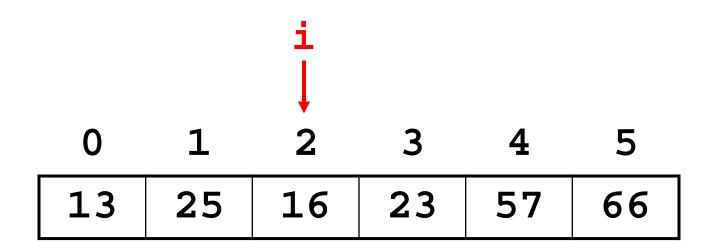


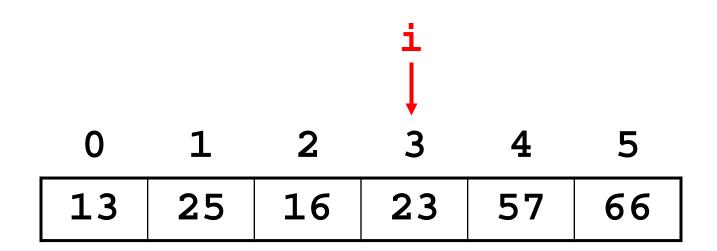


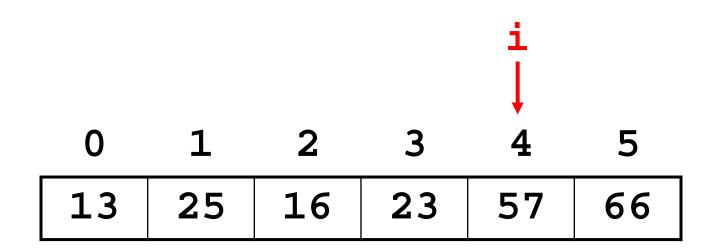
- 欲查找57
- 找到, 位置在第4个单元

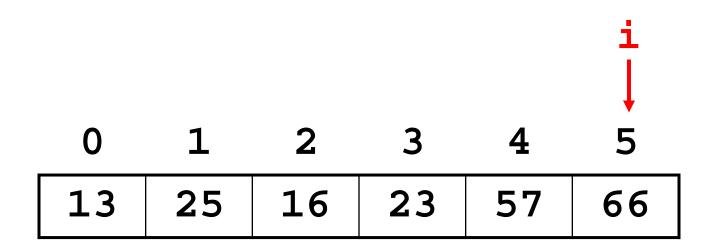


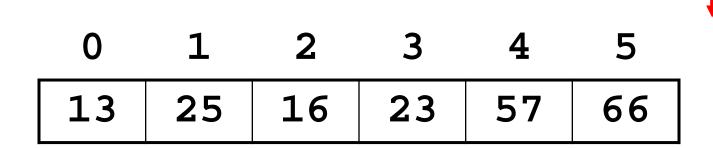










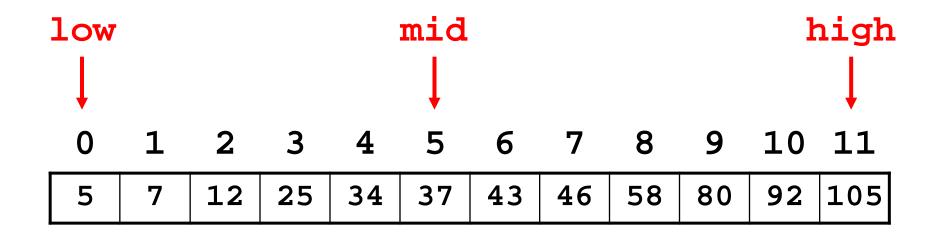


- 欲查找27
- 找不到

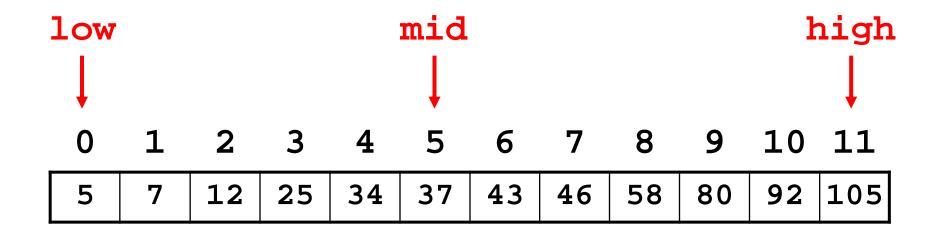
- 时间复杂度
 - 最好情况: o(1)
 - 第一个就是欲查找值
 - 最差情况: O(n)
 - 欲查找值在最后一个单元
 - 或搜索了所有的数据才得知找不到
 - 平均情况: O(n)

•等概率时:
$$ASL = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n+1}{2}$$

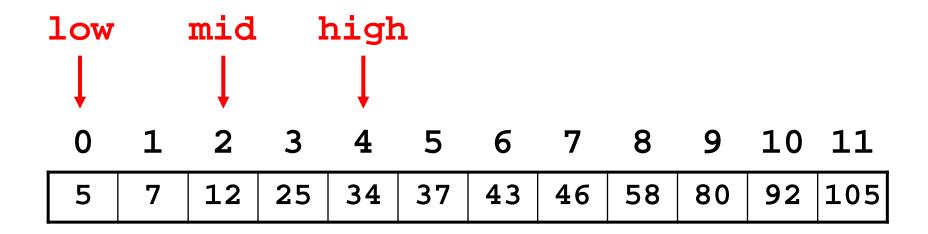
- 折半查找
 - 基于有序的顺序表
- 基本思想
 - -middle = n/2
 - 比较key 和 Data[middle]
 - 若key < Data[middle]: 欲查找值在前半段
 - 若key > Data[middle]: 欲查找值在后半段
 - 若key = Data[middle]: 查找成功
 - 若搜索区间已缩小到一个数据仍未找到: 找不到



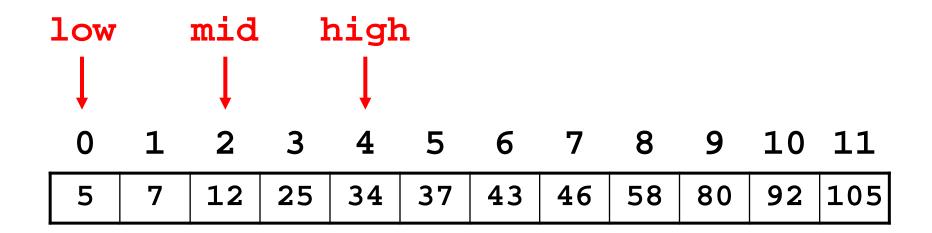
- key = 25
- low = 0
- high = 11
- mid = (low + high)/2 = 5



- key = 25
- key < Data[mid]
- 搜索范围应缩小为low ~ mid-1
- 即high = mid 1



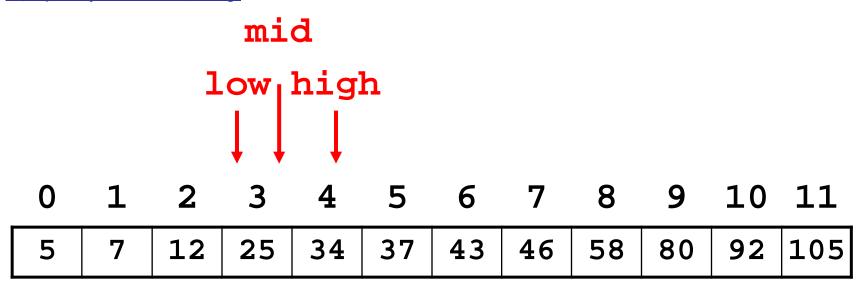
- key = 25
- low = 0
- high = 4
- mid = (low + high)/2 = 2



- key = 25
- key > Data[mid]
- 搜索范围应缩小为mid+1 ~ high
- 即low = mid + 1

mid low high 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 5 7 12 25 34 37 43 46 58 80 92 105

- key = 25
- low = 3
- high = 4
- mid = (low + high)/2 = 3



- key = 25
- key = Data[middle]
- 找到
- 位置在第3个单元

• 性能分析

- 比较次数 = 折半的次数

-n个元素, 最多 [log₂n] +1 次折半

判定树:
 3
 9
 4
 7
 10
 2
 8
 11

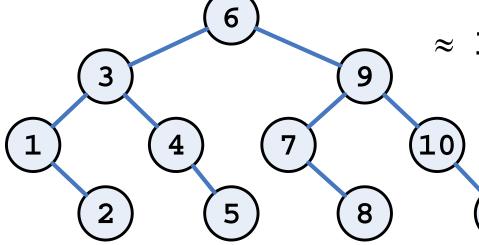
• 平均查找长度

- 第h层的元素有2h-1个,找到它需要比较h次

$$-$$
等概率条件下 $ASL = \sum_{j=1}^{h} \frac{1}{n} j \times 2^{j-1}$

$$= \frac{n+1}{n} \log_2(n+1) - 1$$

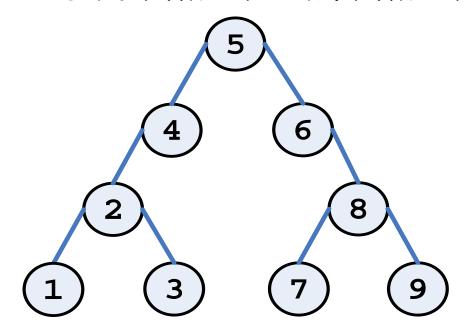
$$\approx \log_2(n + 1) - 1$$



- 总结
 - 顺序查找和折半查找都针对静态查找表
 - 折半查找效率较高
 - -但是
 - 折半查找要求数据有序
 - 并且存储结构必须是顺序存储(链表 怎么折半?)

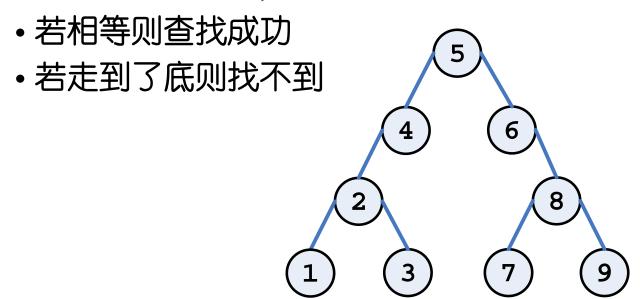
二叉排序树

- 二叉排序树
 - 又称二叉查找树
 - 是一棵二叉树,不过
 - 左子树节点的值<根节点的值<右子树节点的值



二叉排序树

- 二叉排序树的查找
 - 从根节点开始查找
 - 比较欲查找值和当前节点的值
 - 若欲查找值更小,则向左子树继续查找
 - 若欲查找值更大,则向右子树继续查找

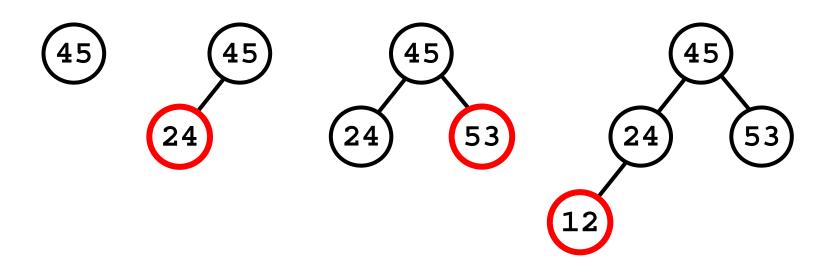


二叉排序树

```
//二叉排序树的查找算法
BiTree SearchBST(BiTree T, KeyType key) {
  //空树,或者找到,返回树根
  if((!T) || EQ(key, T->data.key))
     return T;
  else
     if(LT(key, T->data.key)) //左子树
        return SearchBST(T->lchild, key);
                             //右子树
     else
        return SearchBST(T->rchild, key);
```

二叉排序树结点的插入

- 如果是空树
 - -新节点作为树根
- 否则
 - 为这个新节点找到一个父节点

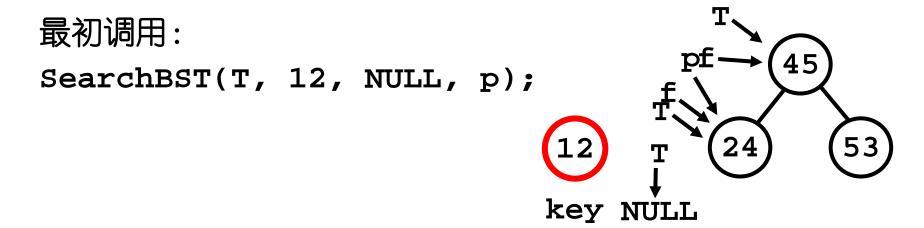


二叉排序树结点的插入

• 首先改写查找算法: 找不到时, p返回父结点

```
Status SearchBST(BiTree T, KeyType key,
                 BiTree f, BiTree &p){
if(!T) { p = f; return FALSE; } //f指向T的父亲
else if (EQ(key, T->data.key))
     { p = T; return TRUE; }
else if (LT(key, T->data.key)
   return SearchBST(T->lchild, key, T, p);
else
   return SearchBST(T->rchild, key, T, p);
```

```
Status SearchBST(BiTree T, KeyType key,
                 BiTree f, BiTree &p){
if(!T) { p = f; return FALSE; } //f指向T的父亲
else if (EQ(key, T->data.key))
     { p = T; return TRUE; }
else if (LT(key, T->data.key)
   return SearchBST(T->lchild, key, T, p);
else
   return SearchBST(T->rchild, key, T, p);
```

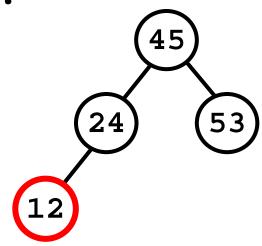


• 插入算法

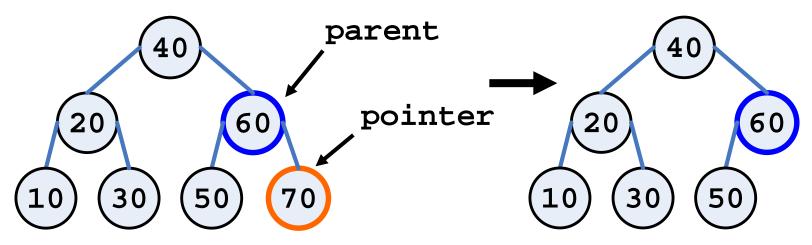
```
Status InsertBST(BiTree &T, ElemType e){
 if (!SearchBST(T, e.key, NULL, p){
     //牛成新结点
     s = (BiTree) malloc (sizeof(BiTNode));
     s->data = e;
     s->lchild = s->rchild = NULL;
     if (!p) T = s; //原先是空树
     else if (LT(e.key, p->data.key))
         p->lchild = s; //作为左孩子插入
     else p->rchild = s; //作为右孩子插入
     return TRUE;
                         //已存在
 else return FALSE;
```

• 基本思想

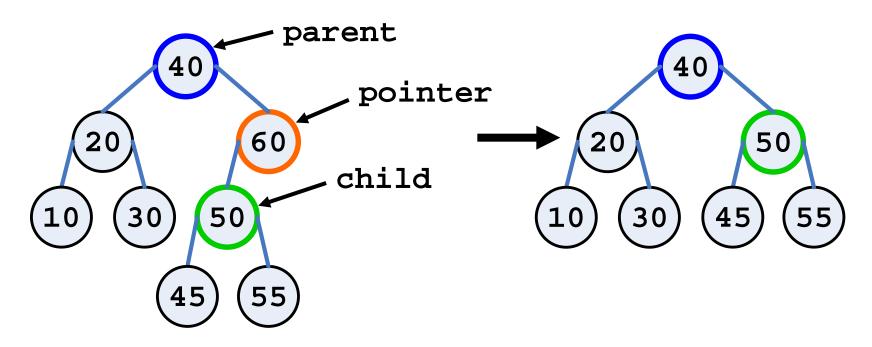
- 首先肯定要找到待删除节点
- 然后要找到待删除节点的父节点
- 剩下来最关键的问题是把该节点删除后, 谁来继承该节点的地位?



- 待删除的节点是叶节点
 - 没有"继承人"
 - 若pointer是parent的左孩子
 - •parent->lchild = NULL
 - 否则: parent->rchild = NULL
 - 最后释放pointer的空间

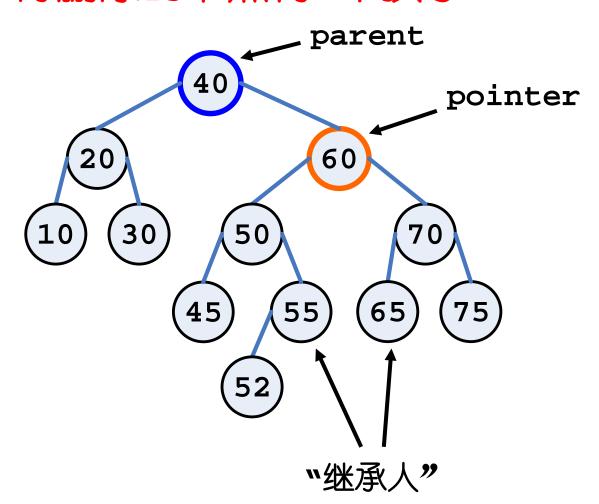


• 待删除的节点只有1个孩子



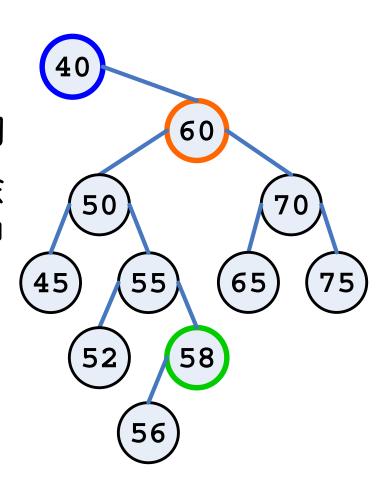
- 唯一的"继承人"
- pointer的孩子child顶替pointer的位置

• 待删除的节点有2个孩子



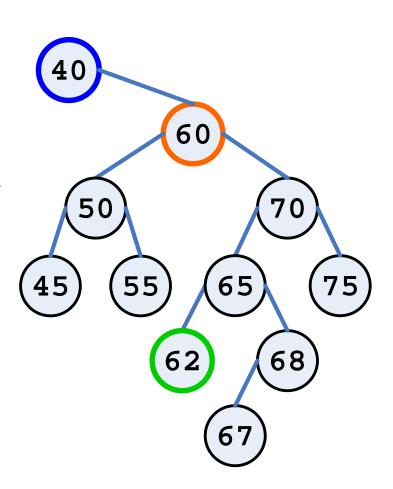
• "继承人"

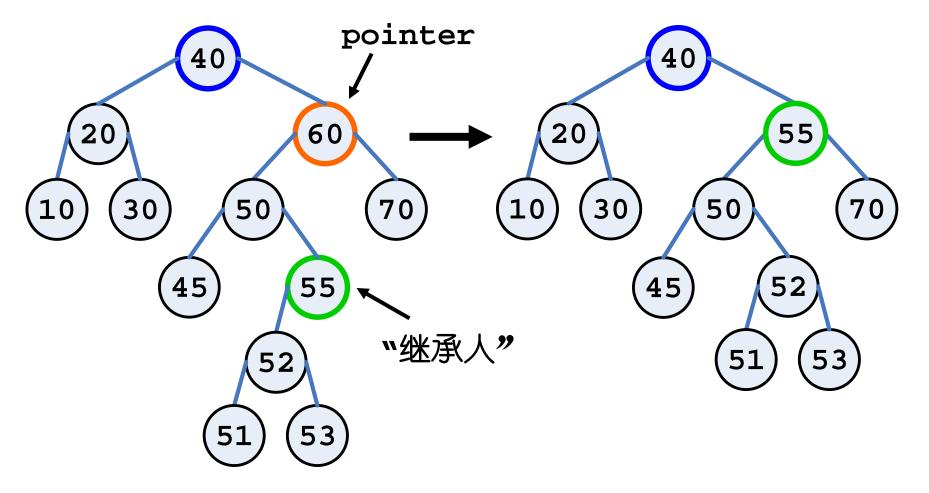
- 左子树中的最右的节点
 - 因为它是左子树中最大的
 - 能够保证比左子树中其余 的节点都大;比右子树中 的所有节点都小



• "继承人"

- -右子树中的最左的节点
 - 因为它是右子树中最小的
 - 能够保证比左子树中的所有节点都大;比右子树中的其它节点都小





- "继承人"顶替被删除节点
- -问题是:谁又来顶替"继承人"的位置呢?
 - "继承人"最多只有一个孩子,否则它就不会是最 左/最右的了

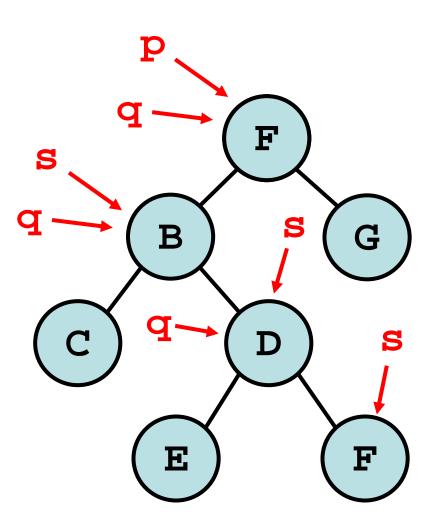
• 算法:

```
//找到待删除的结点
Status DeleteBST(BiTree &T, KeyType key) {
   if (!T) return FALSE;
  else {
      if (EQ(key, T->data.key)
         return Delete(T);
     else if (LT(key, T->data.key)
        return DeleteBST(T->lchild, key);
     else
        return DeleteBST(T->rchild, key);
```

```
Status Delete(BiTree &p) {
   if (!p->rchild) {
      q = p; p = p->lchild; free(q);}
   else if (!p->lchild) {
      q = p; p = p->rchild; free(q);}
   else {
      q = p; s = p->lchild;
      while (s->rchild) {q = s; s = s->rchild}
      p->data = s->data;
      if (q != p) q->rchild = s->lchild;
      else q->lchild = s->lchild;
      delete s;
   return TRUE;
```

```
if (!p->rchild)
    q = p;
    p = p->lchild;
    free(q);
```

```
q = p;
s = p->lchild;
while (s->rchild)
        s;
    s = s->rchild
p->data = s->data;
```



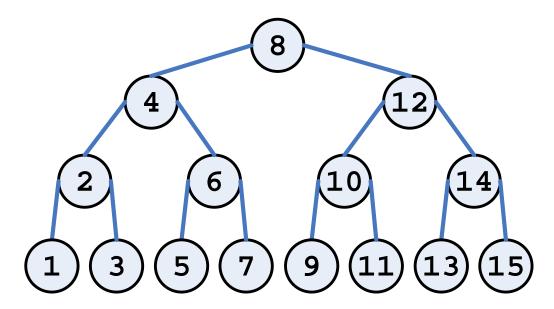
```
q = p;
s = p->lchild;
while (s->rchild)
    q = s;
    s = s->rchild
p->data = s->data;
```

```
if (q != p)
   q->rchild = s->lchild;
else
   q->lchild = s->lchild;
                             B
delete s;
```

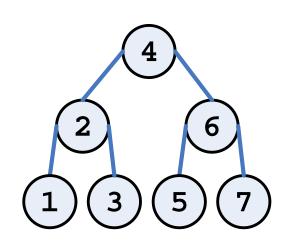
```
if (q != p)
   q->rchild = s->lchild;
else
   q->lchild = s->lchild;
delete s;
```

二叉查找

- 查找算法的效率
 - 查找的次数 = 树的高度

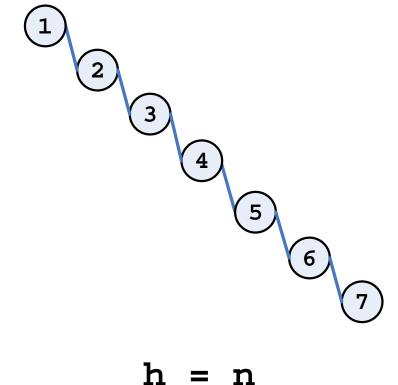


-因此复杂度=O(h),问题是h=?



$$h = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$$

$$ASL = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$$

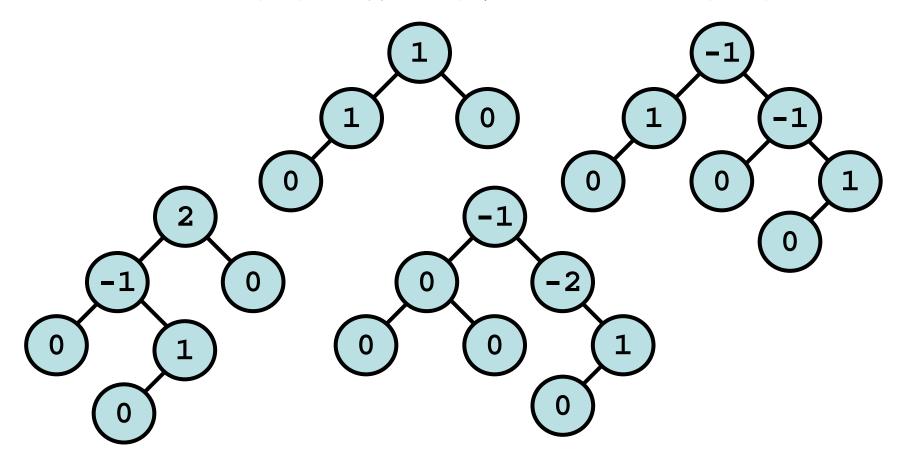


$$ASL = \frac{n+1}{2}$$

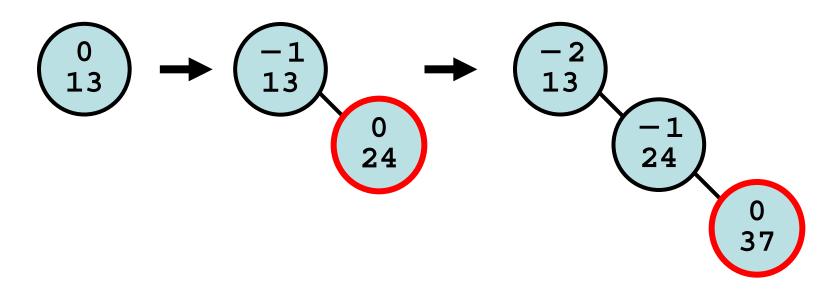
所以二叉排序树需要平衡 使得查找复杂度可以达到 $O(log_2n)$

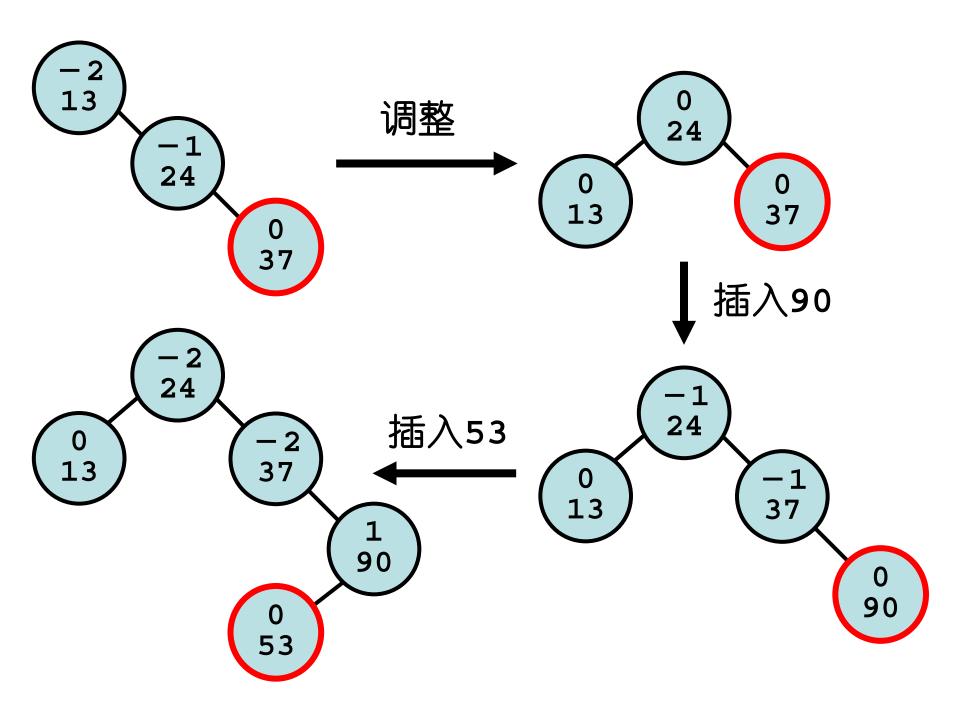
- 平衡二叉树
 - -也叫AVL树
 - Adelson-Velskii 和 Landis 发明
 - -或者是空树
 - -或者:
 - •左右子树都是AVL树
 - •且左右子树的深度之差的绝对值不超过1

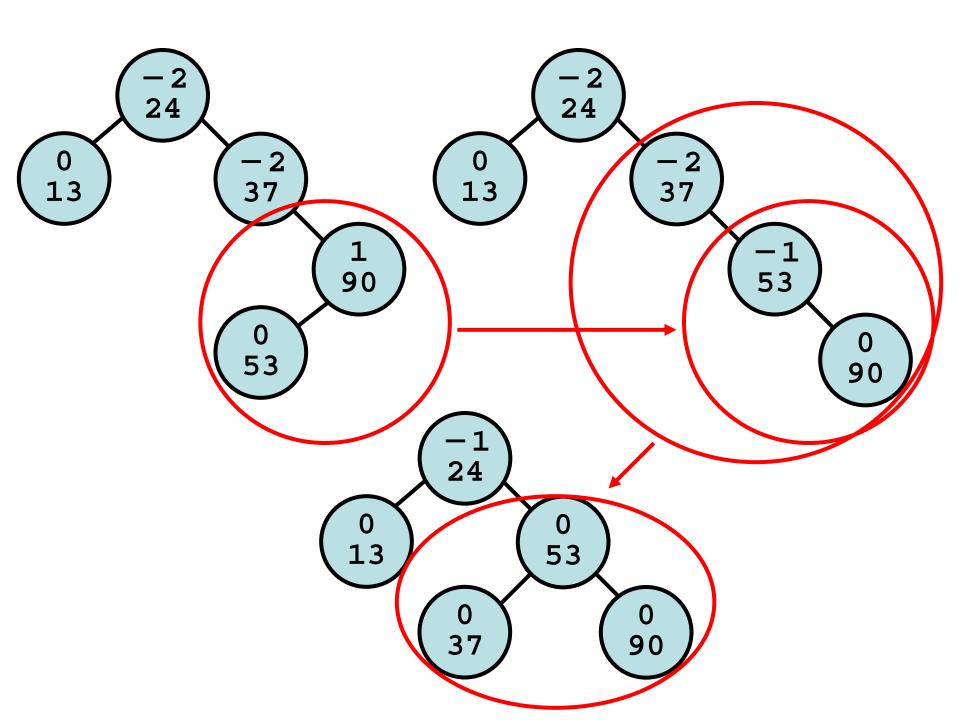
- 平衡因子 = 左子树的深度 右子树的深度
 - AVL树上任何结点的平衡因子的绝对值都<=1



- 平衡二叉树的构造
 - -初始为空树
 - -不断插入结点
 - 如果导致了不平衡,调整之

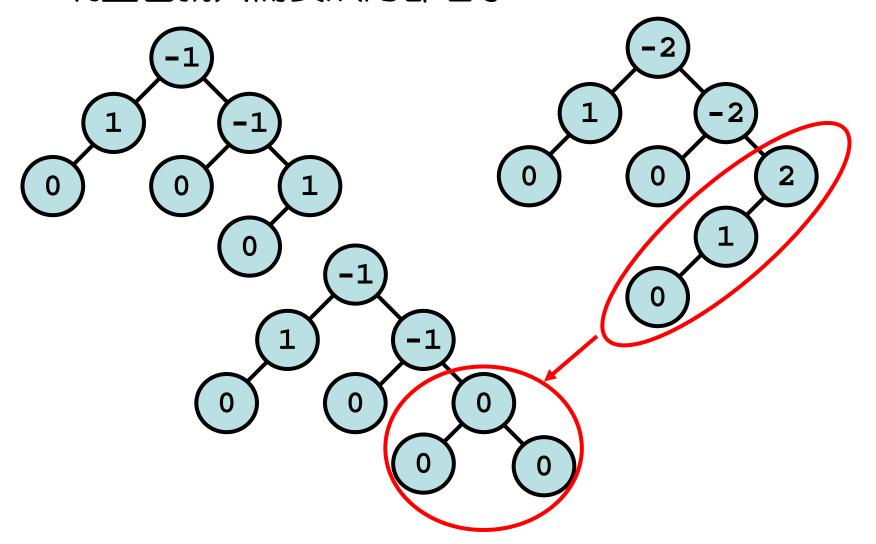






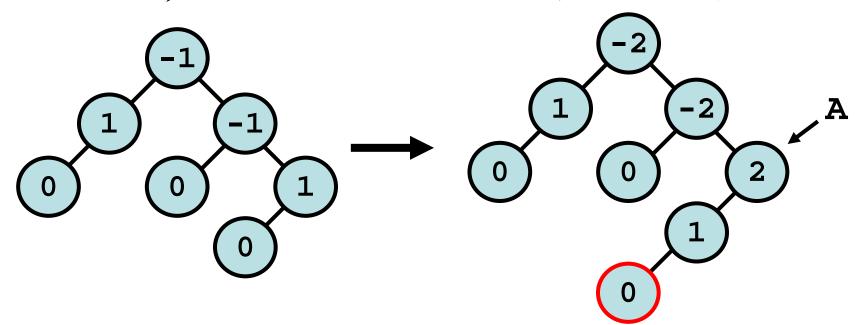
• 局部影响全局

- 不平衡是从局部开始的
- 调整也就只需要从局部着手

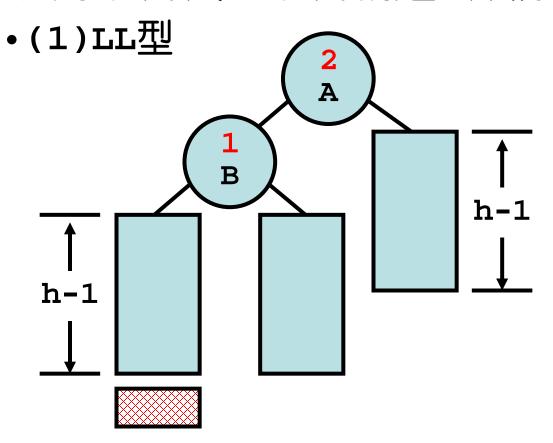


• 分析

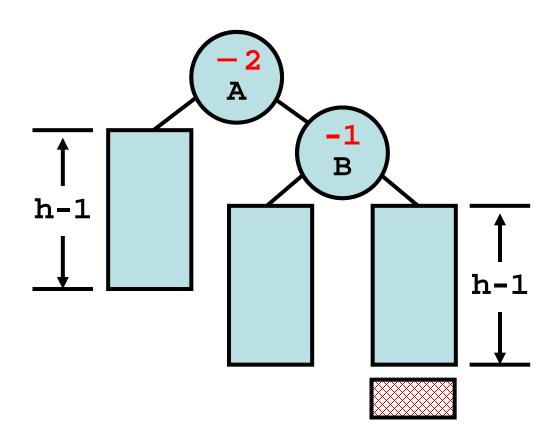
- 插入一个结点,树根的平衡因子最多±1,所以只需要消除这一层的不平衡即可
- 设失去平衡的最低的子树根为A, "从局部着手", 只需要对以A为子树根的子树进行调整

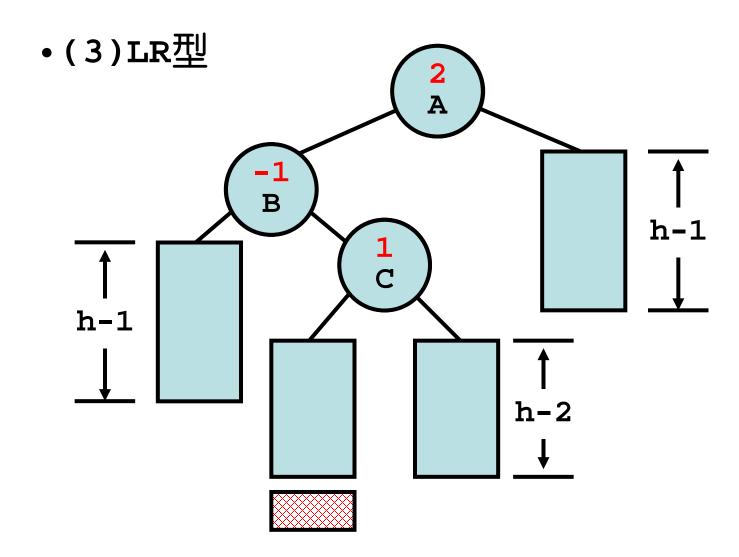


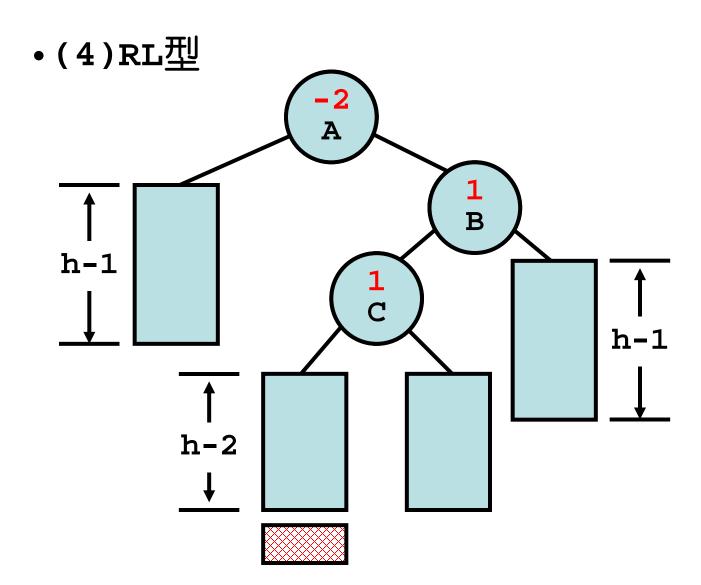
- 分情况讨论
 - -以A为子树根的子树就这4种情况:



• (2)RR型

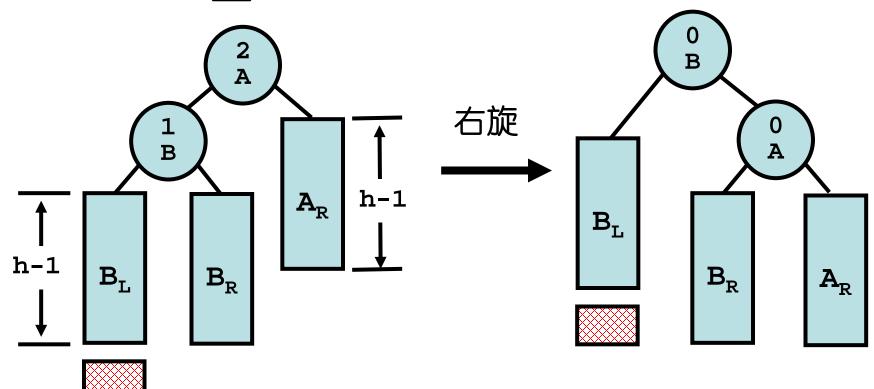




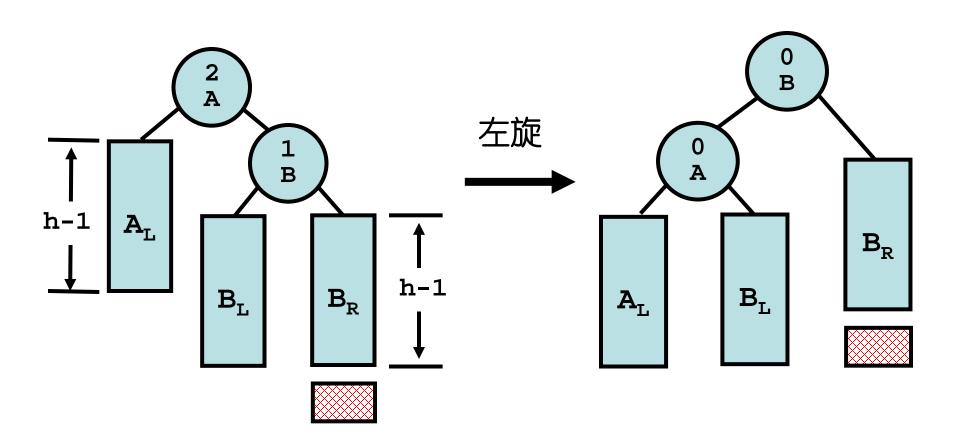


• 各个击破

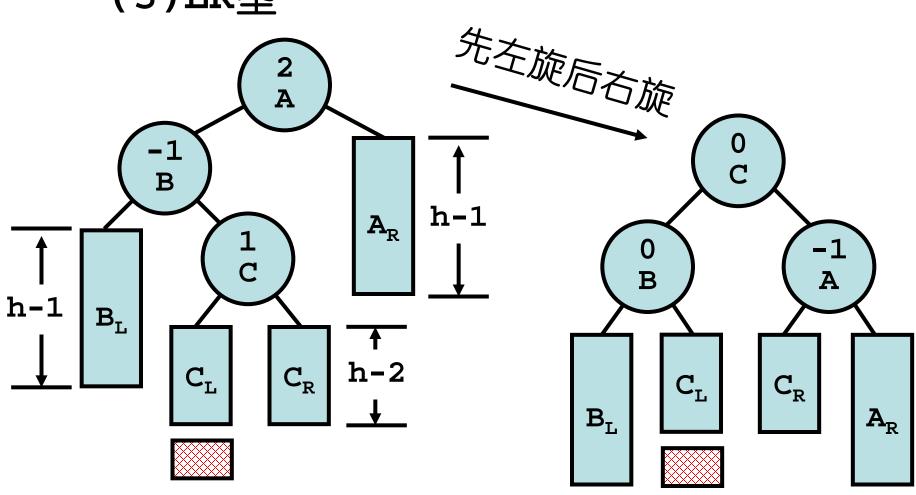
-(1)LL型



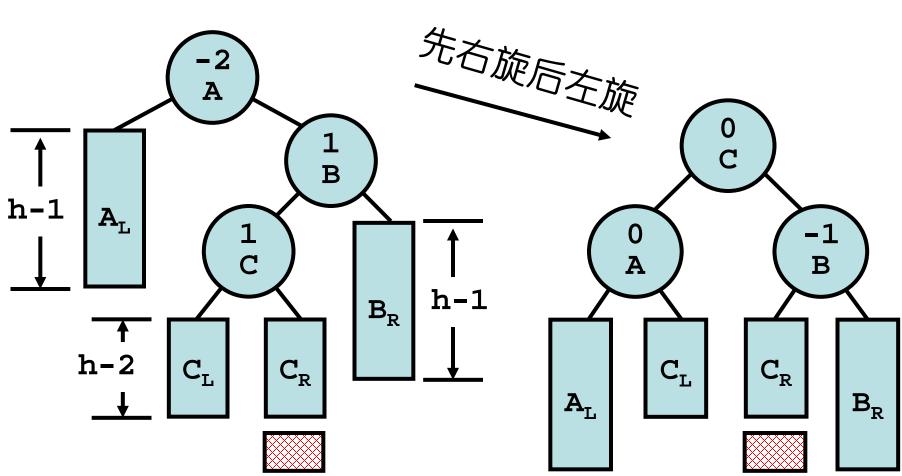
-(2)RR型



-(3)LR型



-(4)RL型



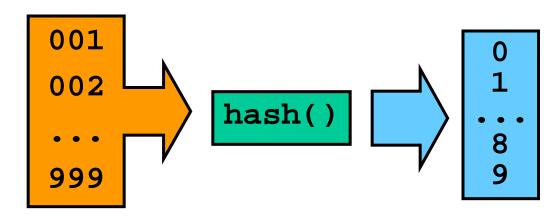
<u>哈希查找</u>

- 查找算法的效率
 - -主要取决于比较的次数
 - 因此我们希望尽量减少比较的次数
- 哈希查找(Hash)
 - 一种可以最少只比较一次就找到目标的 查找方法
 - 又称为散列查找、杂凑查找

哈希查找

例

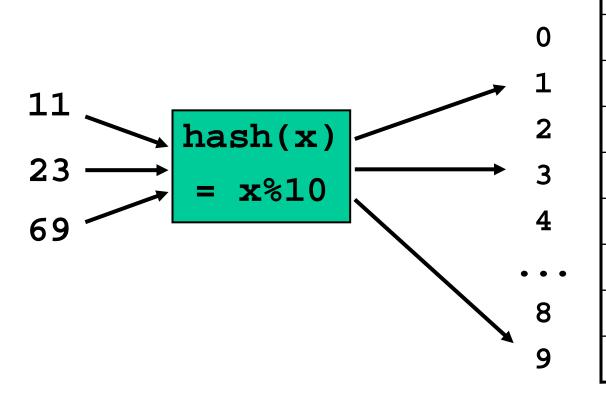
- 某单位员工编号的取值范围是001~999
- 但是在职人员只有10人
- -设定一个hash函数, hash(x) = x % 10
- 这样hash函数值的范围是0~9
- 并且每个关键字映射为唯一的一个函数值



哈希查找

关键字 Hash函数

Hash表



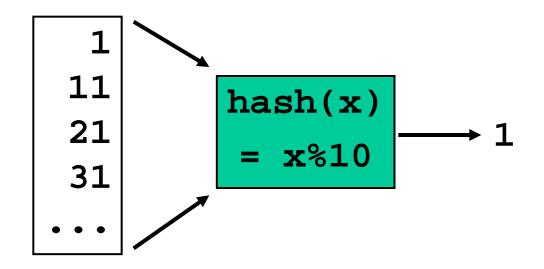
编号	姓名
11	张三
23	李四
69	王五

<u>哈希查找</u>

- Hash 函数
 - 把关键字映射为存储位置的函数
- Hash表
 - 按照此方法构造出来的表或结构
- Hash查找
 - -使用Hash方法进行查找不必进行多次关键字的比较,搜索速度比较快,可以直接到达或接近具有此关键字的表项的实际存放地址

<u> 哈希查找</u>

- 冲突(Collision)
 - 散列函数是一个压缩映象函数。关键字集合比Hash表地址集合大得多。因此有可能经过Hash函数的计算,把不同的关键字映射到同一个Hash地址上,这些关键字互为同义词



<u>哈希查找</u>

- Hash查找的主要问题
 - -设计Hash函数
 - •对于给定的一个关键字集合选择一个计算简单且地址分布比较均匀的Hash函数,避免或尽量减少冲突
 - 研究解决冲突的方案

- Hash 函数的设计要求
 - 简单,能很快计算出函数值
 - -定义域 >= 全部关键字集合
 - -值域 <= 所有的表地址集合
 - •比如员工编号的范围是001~999
 - Hash表项的编号是0~9
 - •所以Hash函数的定义域应该为[001,999], 值域为[0,9]

- Hash函数计算出来的地址应能均匀分布 在整个地址空间中
 - ·若 key 是从关键字集合中随机抽取的一个 关键字,Hash函数应能以同等概率取到值 域中的每一个值
 - 反之,如果关键字总是更容易映射到某个或某些地址上,称作堆积

哈希查找——常用的Hash函数

• 直接定址法

- Hash函数取关键字的某个线性函数

```
Hash(key) = a * key + b
```

- 一一映射,不会产生冲突
- -但是,它要求Hash地址空间的大小与关键字集合的大小相同

• 余数法

-设Hash表中允许地址数为m

```
hash( key ) = key % p
```

- -对p的要求
 - •p <= m, 尽量接近m
 - •最好取质数
 - 最好不要接近2的幂

比如:

- -有一关键字 key = 962148
- -Hash表大小 m = 25
- -取质数 p = 23
- -Hash函数: hash(key) = key % p
- -则Hash地址为:

```
Hash(962148) = 962148 \% 23 = 12
```

- 数值抽取法(数字分析法)
 - 将关键字的某几位数字取出作为地址
 - 比如
 - •关键字为6位数,Hash表地址为3位数
 - •可以取出关键字的第1、2、5位,组成Hash地址
 - 136781->138
 - 数值抽取法仅适用于事先明确知道表中关键字每一位数值的分布情况,它完全依赖于关键字集合。如果换一个关键字集合,选择哪几位要重新决定

• 平方取中法

- 将关键字的前几位取出,做平方
- 再取出平方结果的中间几位作为地址
- 比如:
 - $\bullet 325483 \Rightarrow 325^2 = 105625 \Rightarrow 056$
- 此方法在词典处理中使用十分广泛

• 折叠法

- 将关键字拆成位数相等的多段,将这几段叠加起来,相加结果作为Hash地址
- 移位折叠法: 各段最后一位对齐相加
 - •比如关键字: 123 456 789 12
 - Hash地址要求3位数

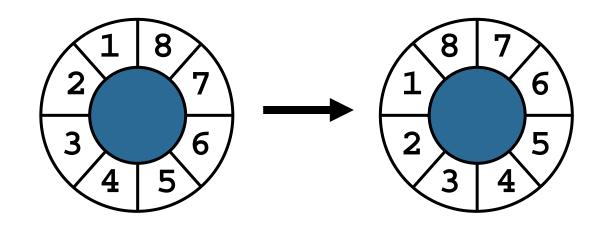
```
123
456
789
+ 12
1380 => 380
```

- -边界折叠法:各部分沿各部分的分界来回折叠,然后对齐相加,将相加的结果当做Hash地址
 - •比如:关键字 = 123 456 789 12

```
123
```

• 旋转法

- 将关键字中的数字旋转位置
- 比如: 关键字 = 12345678
- 把个位数移到最左: 81234567
- 此法通常和其它方法结合使用



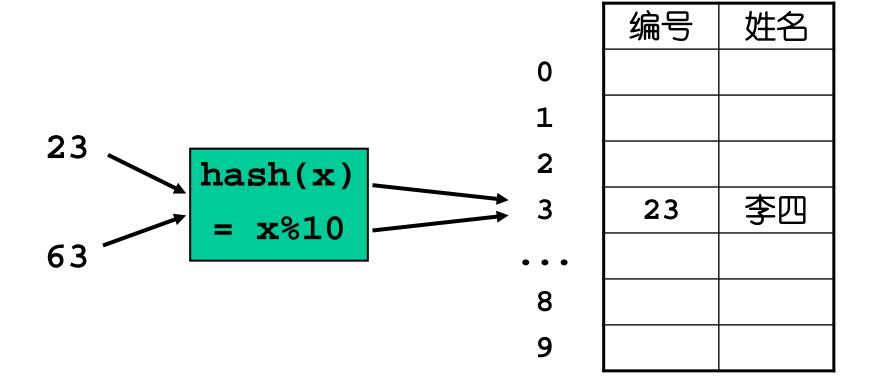
- 伪随机数法
 - 利用伪随机数算法生成Hash地址

```
Hash(key) = random(key)
```

• 总结

- 应根据实际情况选择:效率要求、关键字 长度、Hash表长度、关键字分布情况等
- 有人曾用统计分析方法对它们进行了模拟 分析,结论是中间平方法最"随机"
- -有时候可以多种方法结合使用,比如
 - Hash(key) = random(key)%13

- 冲突
 - 多个关键字映射到同一个Hash表地址



• 线性开放地址法

- 开放地址: 如果这个地址冲突,尝试其它地址, 即不"封闭"在一个地址上
- "其它"地址到底是哪个?
 - 线性探测再散列
 - •二次探测再散列
 - 伪随机探测再散列

$$H_i = (H(key) + d_i)\% m$$

- 线性开放地址法 之 线性探测再散列
 - -原地址 H。发生了冲突
 - $-则下一个地址 <math>H_{i} = (H_{i-1} + 1)$ %m
 - 例如:
 - •Hash函数为: H(key) = key % 11
 - •插入关键字key = 60
 - •Hash(key) = 60 % 11 = 5, 无冲突
 - 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

		60			

- -插入key = 17
- -Hash(key) = 17 % 11 = 6

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
					60					

- -插入key = 29
- -Hash(key) = 29 % 11 = 7

 0
 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10

 60
 17
 60
 17
 60
 17
 60
 17
 60
 10

- -插入key = 38
- -Hash(key) = 38 % 11 = 5
- 冲突!
- -看看第6个单元是否空着?冲突
- -看看第7个单元是否空着?冲突
- -看看第8个单元是否空着?空闲
- 0
 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10

 60
 17
 29
 10

- -插入key = 51
- -Hash(key) = 51 % 11 = 7
- -冲突!"鸠占雀巢"
- -看看第8个单元是否空着?冲突
- -看看第9个单元是否空着?空闲

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
					60	17	29	38		

- -插入key = 21
- -Hash(key) = 21 % 11 = 10

 0
 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10

 60
 17
 29
 38
 51

- -插入key = 16
- -Hash(key) = 16 % 11 = 5
- 冲突!
- -尝试6、7、8、9、10、0

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
					60	17	29	38	51	21

- 线性探索法容易产生"堆积":
 - 冲突的关键字只好向后寻找可用的空单元
 - 结果又占据了其它关键字的位置
 - 使得冲突更加严重
 - 查找次数增加

- 线性开放地址法 之 二次探测再散列
 - -线性探索法容易产生"堆积":
 - •因为如果当前地址产生了冲突,尝试下一个地址,这样容易造成"连续的一大串"地址冲突,使得查找次数增加
 - -改进方法:
 - •如果当前地址冲突,"下一个"的地址不是紧挨着,而是离远一些,而且冲突次数越多, 离得越远

•设关键字key原本映射为地址H。

$$H_0 = Hash(key)$$

- •但是H。发生了冲突
- •则下一次尝试的地址为:

```
H_i = (H_{i-1} \pm i^2) % m i为冲突的次数 m为Hash表大小 m = 4k+3, k=0,1,2...
```

-例:

- •插入key = 38
- \bullet H0 = 38 % 11 = 5
- 冲突!
- •H1 = (H0 + 1^2)%11 = 6. 仍然冲突
- $H2 = (H1 + 2^2) % 11 = 10$ 此处有问题

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

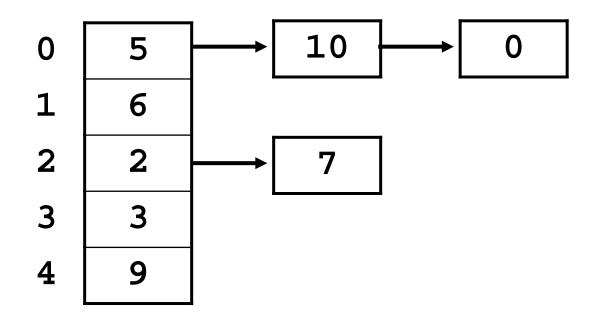
		60	17	29		
					1	

• 再哈希法

- -若原地址 H_0 = $Hash_0(key)$ 冲突
- -则下一个地址H_i = Hash_i(key)
- 即换一个哈希函数试试

• 链表法

- 映射到同一地址的数据存放在链表中
- \mathfrak{M} Hash(key) = key % 5



哈希查找 — 查表

• 查表

- -给定关键字key
- -运算Hash函数,得到Hash地址
- 若该地址存放的不是该关键字,说明原来出现了冲突,按照冲突解决方法查找下一个可能的地址

哈希查找 — 查表

例

- Hash函数 H(key) = key % 13
- 冲突解决方法: 线性探测
- 查找84
- -84 % 13 = 6, 但是第6个单元不是84
- 看看第7个单元
- 看看第8个单元
- 0
 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15

 14
 01
 68
 27
 55
 19
 20
 84
 79
 23
 11
 10

本章儿结

- 查找的概念
- 静态查找表
 - 线性查找
 - 折半查找
- 动态查找表
 - 二叉排序树、平衡二叉树
 - 哈希查找

作业和思考

- 思考题
 - 习题集P57:
 - •9.19
 - •9.31
 - •9.33