



班级 软01 姓名 赵晨阳 编号 2020012363 科目 离散数学第三周·I 第 1 页

5. (13) 合: $P \wedge Q \vee P \vee Q \rightarrow$ 注意到合取范式 $P \vee Q$
析: $(P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \vee Q) \wedge T = P \vee Q$
主析: $P \wedge Q: \wedge_3 \quad P \vee Q$
主析: $(P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q): \vee_{1,2,3}$
成真: $(0,1), (1,0), (0,1), (P,Q)$
- (14) 合: $(P \vee R) \wedge Q$
析: $(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R)$
主析: $\wedge_{2,3,5,6,7}$
主析: $\vee_{3,6,7} = (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \vee \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R)$
 $\rightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R)$
 $\wedge (P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee Q \vee R)$
成真: (P, Q, R) 为 $(1,1,1), (1,1,0), (0,1,1)$
- (18) $(P \rightarrow Q) \vee ((Q \wedge P) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow \neg P))$
 $= (P \rightarrow Q) \vee ((Q \wedge P) \rightarrow (Q \leftrightarrow \neg P)) \wedge ((Q \leftrightarrow \neg P) \rightarrow (Q \wedge P))$
 $\rightarrow (Q \wedge P))$
 $= (\neg P \vee Q) \vee ((Q \wedge P) \wedge (\neg Q \vee \neg P) \wedge (Q \vee P))$
 $\vee (\neg (Q \wedge P) \wedge \neg ((Q \wedge \neg P) \vee (\neg Q \wedge P)))$
 $= \neg P \vee Q \vee (Q \wedge P \wedge (\neg Q \vee \neg P)) \vee ((\neg Q \vee \neg P) \wedge (\neg Q \vee P) \wedge (Q \vee \neg P))$ —— 吸收律
 $= \neg P \vee Q \vee ((\neg Q \vee \neg P) \wedge (\neg Q \vee P) \wedge (Q \vee \neg P))$
 $= \neg P \vee Q \vee (\neg P \wedge \neg Q) \quad \text{—— 拆项用吸收律}$
 $= \neg P \vee Q \quad \text{—— 范式转换}$
合: $\neg P \vee Q$ 析: $\neg P \vee Q \rightarrow$ 合取范式与析
主析: $\wedge_1 = \neg P \vee Q$ 主析: $\vee_{0,1,3}$ 取范式显然可相同
 $= (\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge Q)$
 (P, Q) 为 $(1,1), (0,1), (0,0)$ 下取真
- (12) $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))$
 $= ((P \wedge Q) \rightarrow R) \rightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow R)$
已知 $A \rightarrow A$ 永真, 作代入 $\frac{A}{(P \wedge Q) \rightarrow R}$ 故
原式永真
- $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \wedge \neg ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))$
 $= ((P \wedge Q) \rightarrow R) \wedge \neg ((P \wedge Q) \rightarrow R)$
已知 $A \wedge \neg A$ 永假, 作代入 $\frac{A}{(P \wedge Q) \rightarrow R}$ 故
原式永假
- 因为 $(P \rightarrow (Q \rightarrow R))$ 为 T. 1° 令 $P=F$, 则 $(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R) = T$. 故原推理成立
2° 令 $P=T$; 2.1° $P=T, Q=F$, 则 $(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R) = T$. 成立; 2.2° $P=T, Q=T$, 则 $R=T$. $(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R) = T$. 成立;
- (4) 永真法:
 $((P \wedge Q) \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow R))$
 $= ((P \wedge Q) \rightarrow R) \rightarrow \neg ((P \wedge Q) \rightarrow R)$. $A \rightarrow A$ 永真, 作代入
 $\frac{A}{(P \wedge Q) \rightarrow R}$ 故原式永真
- 永假法:
 $((P \wedge Q) \rightarrow R) \wedge \neg (P \rightarrow (Q \rightarrow R)) = ((P \wedge Q) \rightarrow R) \wedge \neg ((P \wedge Q) \rightarrow R)$. 已知 $A \wedge \neg A$ 永假, 作代入
 $\frac{A}{(P \wedge Q) \rightarrow R}$ 故原式永假
- 解释法:
 $(P \wedge Q) \rightarrow R = T$. 1° $(P \wedge Q) = F$. $\therefore P=Q=F$. 此时
 $P \rightarrow (Q \rightarrow R) = T$. 原式成立
2° $(P \wedge Q) = T$ 时, $R=T$. $P \rightarrow (Q \rightarrow R) = (P \wedge Q) \rightarrow R = T$. 原式成立



7. (10) 不正确: 永假法:

$$\begin{aligned} & ((P \wedge Q) \rightarrow R) \wedge ((P \vee Q) \rightarrow \neg R) \wedge \neg(P \wedge Q \wedge R) \\ &= (\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge ((\neg P \wedge \neg Q) \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee \neg R) \\ &= (\neg P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee \neg R) \wedge (\neg Q \vee \neg R) \\ &= \wedge 0; 1; 2; 4 = \vee 0; 1; 2; 4. \text{ 不为永假} \end{aligned}$$

(12) 正确: 永真法:

$$\begin{aligned} & (P \vee Q \vee R) \rightarrow (\neg P \rightarrow ((Q \vee R) \wedge \neg P)) \\ &= (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee P \vee (\neg P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge R) \\ &= \vee 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 \text{ 永真} \\ & \text{或: 后件} = P \vee ((Q \vee R) \wedge \neg P) \\ &= (P \vee \neg P) \wedge (P \vee Q \vee R) \\ &= P \vee Q \vee R. \text{ 原式永真} \end{aligned}$$

(14) 正确: 永真法: $A \rightarrow B$ 永真不一定 $A=B$

$$\begin{aligned} & ((P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow P) \rightarrow (Q \rightarrow P)) \\ &= ((P \wedge \neg Q) \vee \neg Q \vee R) \rightarrow ((R \wedge \neg P) \vee \neg Q \vee P) \\ &= (\neg Q \vee R) \rightarrow (\neg Q \vee R \vee P) = T \\ & \text{正确: 永真法} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (15) & (P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow Q) \wedge (S \rightarrow Q) \rightarrow (P \wedge R \wedge S \rightarrow Q) \\ &= ((P \vee R \vee S) \rightarrow Q) \rightarrow (P \wedge R \wedge S \rightarrow Q) \\ &= ((P \vee R \vee S) \wedge \neg Q) \vee \neg P \vee \neg R \vee \neg S \vee Q \\ &= (P \vee R \vee S \vee Q) \vee \neg P \vee \neg R \vee \neg S \\ &= T \end{aligned}$$

8. (14)

- ① P
- ② $P \vee Q \rightarrow R \wedge S$
- ③ $R \wedge S$
- ④ S
- ⑤ $S \vee E \rightarrow U$
- ⑥ U
- ⑦ $P \rightarrow U$

附加前提引入

前提引入

①②分离

③分离

前提引入

④⑤分离

条件证明规则

(16) ① Q

② $\neg Q \vee S$

③ S

④ $(E \rightarrow \neg U) \rightarrow \neg S$

⑤ $S \rightarrow \neg(E \rightarrow \neg U)$

⑥ $E \wedge U$

⑦ $Q \rightarrow E$

附加前提引入

前提引入

①②分离

前提引入

④置换

③⑤分离

条件证明规则