13. $R(0)=\{b \mid 0Rb\}=\{b \mid 0<b\}$ $\therefore R(0)=\{1,2,3,4\}$

$R(1)=\{b \mid 1<b\}=\{2,3,4\}$

$S(0)=\{b \mid 0Sb\}=\{b \mid -1<b<2\}$
$=\{0,1\}$

$S(-1)=\{b \mid -1Sb\}=\{b \mid -2<b<1\}$
$=\{-1,0\}$

$T(0)=\{b \mid 0Tb\}=\{b \mid 0\le b\}$
$=\{0,1,2,3,4\}$

$T(-1)=\{b \mid 1\le b\}=\{1,2,3,4\}$

14. 对称定义: $(\forall x)(\forall y)((x\in A \wedge y\in A \wedge xRy)\rightarrow yRA)$

传递定义: $(\forall x)(\forall y)(\forall z)((x\in A \wedge y\in A \wedge z\in A \wedge xRy \wedge yRz)\rightarrow xRz)$

故 $x\ne y$ 时. 若 xRy, 则 yRx 且 xRx, yRy.

则 $(\forall x)((x\in dom(R))\rightarrow xRx)$ 但 $x\in A$ 且 $x\notin domR$ 则不一定有 xRx.

而自反定义: $(\forall x)(x\in A\rightarrow xRx)$. 故R不一定满足自反

如 $\{1,2,3\}$ 上关系: $\{\langle 1,1\rangle,\langle 1,2\rangle,\langle 2,1\rangle,\langle 2,2\rangle\}$

注: 考查定义中 $x\in A$ 的全局性

15. R_1: 无性质

R_2: 传递;反对称

R_3: 自反,传递,对称

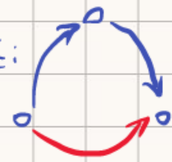
R_4: 自反,传递;

R_5: 无性质

R_6: 对称;非自反;

R_7: ~~传递~~;非自反;反对称

R_8: 对称;自反

注:  这才传递

注: 非自反 ≠ 反自反

书上定义为非自反

老师讲的为反自反

16. R: 对称;

S: 自反;传递;对称

17.(1) 证: 充分性:

设R自反,则: $\langle x,y\rangle\in I_A \Leftrightarrow x=y \Rightarrow \langle x,y\rangle\in R$. $\Rightarrow I_A\subseteq R$

必要性:

设 $I_A\subseteq R$, 则: $\forall x$. $x\in A \Rightarrow \langle x,x\rangle\in R$. 即自反定义

故R是自反的是 $I_A\subseteq R$ 的充要条件

18.(1) 真. $S\circ R=\{\langle x,y\rangle \mid (\exists z)\langle x,z\rangle\in R \wedge \langle z,y\rangle\in S\}$ 先右后左

而 R_1、R_2 均自反. 故 $(\forall x)(x\in A\rightarrow (xR_1x)\wedge(xR_2x)) \Rightarrow \langle x,x\rangle\in R_1\circ R_2$.

即 $(\forall x)(x\in A\rightarrow \langle x,x\rangle\in R_1\circ R_2)$ $\therefore R_1\circ R_2$ 自反

(3) 假. $R_1=\{\langle 1,2\rangle,\langle 2,1\rangle\}$ $R_2=\{\langle 2,3\rangle,\langle 3,2\rangle\}$

则 $R_1\circ R_2=\{\langle 1,2\rangle\}$ 并不对称 定义 $A=\{1,2,3\}$

19. ① $\{\langle 1,1\rangle\}$

② $\{\langle 1,1\rangle, \langle 2,2\rangle, \langle 1,2\rangle, \langle 2,1\rangle, \langle 3,1\rangle, \langle 3,2\rangle\}$

20. ① $\langle 4,3\rangle \in R \wedge \langle 3,1\rangle \in R \wedge \langle 4,1\rangle \notin R$. 故传递性不存在

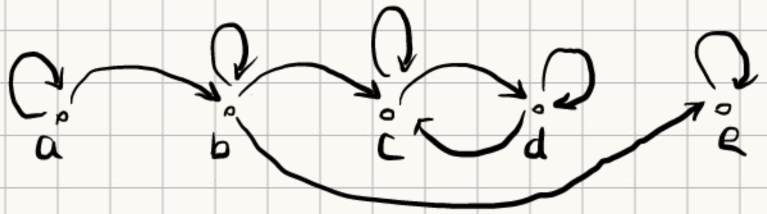
② $R_1 = \{\langle 1,2\rangle, \langle 2,1\rangle, \langle 1,1\rangle, \langle 4,3\rangle, \langle 3,1\rangle, \langle 4,1\rangle, \langle 2,2\rangle, \langle 4,2\rangle, \langle 3,2\rangle\}$

22. $R_1 \circ R_2 = \{\langle c,d\rangle\}$ $R_2 \circ R_1 = \{\langle a,d\rangle, \langle a,c\rangle\}$

$R_1^2 = \{\langle a,a\rangle, \langle a,d\rangle, \langle a,b\rangle\}$ $R_2^2 = \{\langle b,b\rangle, \langle c,c\rangle, \langle c,d\rangle\}$

24.

r(R)



s(R)

t(R)