1.

(1) 元素为 $\langle 0,0\rangle \langle 0,2\rangle \langle 2,0\rangle \langle 2,2\rangle$

(2) 元素为 $\langle 1,1\rangle \langle 4,2\rangle$

2.

$A\cup B=\{\langle 1,2\rangle,\langle 2,4\rangle,\langle 3,3\rangle,\langle 1,3\rangle,\langle 4,2\rangle\}$

$A\cap B=\{\langle 2,4\rangle\}$

$\mathrm{dom}A=\{1,2,3\}$

$\mathrm{dom}B=\{1,2,4\}$

$\mathrm{ran}A=\{2,3,4\}$

$\mathrm{ran}B=\{2,3,4\}$

$\mathrm{dom}(A\cup B)=\{1,2,3,4\}$

$\mathrm{ran}(A\cap B)=\{4\}$

3.

$\forall x.\ x\in \mathrm{dom}(R\cup S)\Leftrightarrow(\exists y)(\langle x,y\rangle\in R\cup S)\Leftrightarrow(\exists y)(\langle x,y\rangle\in R\vee\langle x,y\rangle\in S)$

$\Leftrightarrow(\exists y)(\langle x,y\rangle\in R)\vee(\exists y)(\langle x,y\rangle\in S)\Leftrightarrow x\in\mathrm{dom}(R)\vee x\in\mathrm{dom}(S)\Leftrightarrow x\in(\mathrm{dom}(R)\cup\mathrm{dom}(S))$

$\therefore \mathrm{dom}(R\cup S)=\mathrm{dom}(R)\cup\mathrm{dom}(S)$

2). $\forall x.\ x\in\mathrm{dom}(R\cap S)$

$\Leftrightarrow(\exists y)(\langle x,y\rangle\in R\cap S)$

$\Leftrightarrow(\exists y)(\langle x,y\rangle\in R\wedge\langle x,y\rangle\in S)$

此处为 $\Rightarrow$

$\Rightarrow(\exists y)(\langle x,y\rangle\in R)\wedge(\exists y)(\langle x,y\rangle\in S)\Leftrightarrow x\in\mathrm{dom}R\wedge x\in\mathrm{dom}S$

$x\in\mathrm{dom}(R)\cap\mathrm{dom}(S)$

$\therefore \mathrm{dom}(R\cap S)\subseteq\mathrm{dom}(R)\cap\mathrm{dom}(S)$

4.

(1) $A\times A$有3^2个有序对,而关系为$A\times A$的子集;有 $2^{3^2}=512$ 种

(2) $|P(A\times A)|=2^{|A\times A|}=2^{n^2}$ 种

5. $A\times B=\{\langle a,d\rangle,\langle b,d\rangle,\langle c,d\rangle\}$

$\therefore R_1=\varnothing \quad R_2=\{\langle a,d\rangle\}$

$R_3=\{\langle b,d\rangle\} \quad R_4=\{\langle c,d\rangle\}$

$R_5=\{\langle a,d\rangle,\langle b,d\rangle\} \quad R_6=\{\langle a,d\rangle,\langle c,d\rangle\}$

$R_7=\{\langle b,d\rangle,\langle c,d\rangle\}$

$R_8=\{\langle a,d\rangle,\langle b,d\rangle,\langle c,d\rangle\}$

6. $n=3$时，$\langle x_1,x_2,x_3\rangle=$

$\langle\langle x_1,x_2\rangle,x_3\rangle$

$n=4$时，$\langle x_1,x_2,x_3,x_4\rangle=\langle\langle x_1,x_2,x_3\rangle,x_4\rangle$

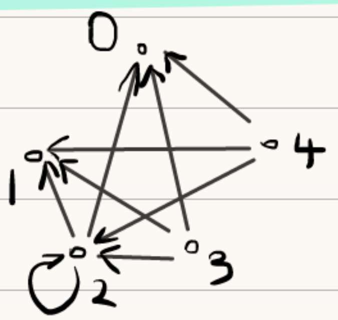
……

$n=n$时，$\langle x_1,x_2\cdots x_n\rangle=$

$\langle\langle x_1,x_2,\cdots,x_{n-1}\rangle,x_n\rangle$

7. (1)

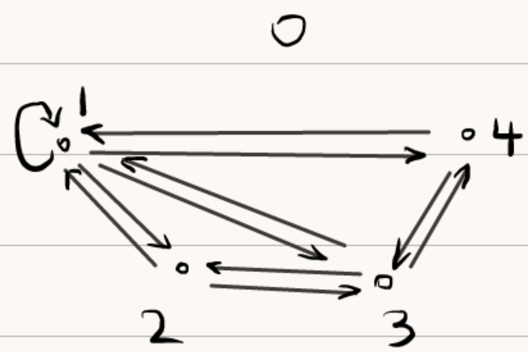
$$\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&1&0&0\\1&1&1&0&0\\1&1&1&0&0\end{bmatrix}$$



(3) $\langle 2,3\rangle\langle 3,2\rangle\langle 1,2\rangle\cdots\cdots\langle 1,4\rangle$

$\langle 4,1\rangle\cdots\cdots\langle 2,1\rangle\langle 1,1\rangle \quad \langle 4,3\rangle\langle 3,4\rangle$

$$\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&1&1&1\\0&1&0&1&0\\0&1&1&0&1\\0&1&0&1&0\end{bmatrix}$$



互质定义：两个整数仅有1这一个公因素，故1与4是互质的

但互质不对0有定义.

10.

$\forall\langle x,y\rangle,\ \langle x,y\rangle\in R\circ(S\cup T)$

$\Leftrightarrow(\exists z)(\langle x,z\rangle\in(S\cup T)\wedge\langle z,y\rangle\in R)\Leftrightarrow(\exists z)((\langle x,z\rangle\in S\vee\langle x,z\rangle\in T)\wedge(z,y)\in R)\Leftrightarrow(\exists z)((\langle x,z\rangle\in S\wedge\langle z,y\rangle\in R)\vee(\langle x,z\rangle\in T\wedge\langle z,y\rangle\in R))$

$\Leftrightarrow (\exists z)(\langle x,z\rangle \in S \wedge \langle z,y\rangle \in R)$

$\vee (\exists z)(\langle x,z\rangle \in T \wedge \langle z,y\rangle \in R)$

$\Leftrightarrow \langle x,y\rangle \in R\circ S \vee (x,y) \in R\circ T$

$\Leftrightarrow \langle x,y\rangle \in (R\circ S) \cup (R\circ T)$

$\therefore R\circ(S\cup T) = (R\circ S)\cup(R\circ T)$