（科目：微积分6 **数 学 作 业 纸**

编号：2020012363 班级：软01 姓名：赵晨阳 第 1 页

7.(1) $y=x+\ln x$ 在 $(0,+\infty)$ 内单增

$y'=1+\frac{1}{x}$．其反函数 $x=x(y)$ 可导且

$x'(y)=\frac{1}{y'(x)}=\frac{x}{x+1}$

7.(2) $y=x+e^x$ 在R内↑．$y'=1+e^x$ 其反函数

$x=x(y)$ 可导，且 $x'(y)=\frac{1}{y'(x)}=\frac{1}{1+e^x}$

10.(2) $\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}\cdot\frac{1}{\frac{dx}{dt}}=(2+2t)\cdot\frac{1}{e^t(t+1)}=\frac{2}{e^t}$

11. (1) $\frac{d(\ln^{-x})}{dx}=+\frac{1}{x}$ $\therefore d(\ln(-x))=+\frac{dx}{x}$ $\cancel{\frac{d(\ln^{-x})}{d(-x)}=-\frac{1}{x}}$

(2) $\frac{d\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^3}}\right)}{dx}=\frac{\sqrt{1-x^3}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-x^3}}(-3x^2)\cdot x}{1-x^3}$

$=\frac{1+\frac{x^3}{2}}{(1-x^3)\cdot\sqrt{1-x^3}}$ $\therefore d\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^3}}\right)=\frac{(1+\frac{x^3}{2})dx}{(1-x^3)\sqrt{1-x^3}}$ $\frac{(x^3+2)dx}{2(1-x^3)^{\frac{3}{2}}}$

(3) $\frac{d\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}}{dx}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}}\cdot\frac{-\cos x(1+\sin x)-\cos x(1-\sin x)}{(1+\sin x)^2}$

$=\frac{-\sqrt{1+\sin x}\cdot\cos x}{\sqrt{1-\sin x}\cdot(1+\sin x)^2}$ $\therefore d\left(\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}\right)$

② $=\frac{dx}{1+\sin x}\ (x\in(\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{3}{2}\pi+2k\pi))$

$=\frac{-\sqrt{1+\sin x}\cdot\cos x\cdot dx}{\sqrt{1-\sin x}\cdot(1+\sin x)^2}=\frac{-\cos x}{|\cos x|\cdot(1+\sin x)}dx$ $k\in Z$

① $=\frac{-dx}{1+\sin x}\ (x\in(-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi))$

$\frac{d\left(\arctan\frac{u(x)}{v(x)}\right)}{dx}=\frac{1}{1+\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)^2}\cdot\frac{u'(x)v(x)-v'(x)u(x)}{v^2(x)}$

$\therefore d\left(\arctan\frac{u(x)}{v(x)}\right)=\frac{dx}{1+\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)^2}\times\frac{u'(x)v(x)-v'(x)u(x)}{v^2(x)}$

$\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{u^2(x)+v^2(x)}dx$

12.(1) $\sqrt[3]{29}=\sqrt[3]{27+2}\approx 3+\frac{2}{3\cdot3^2}=\frac{83}{27}$

证明：$x\ll a^n$ 时，$(1+\frac{x}{na^n})^n\approx\frac{x}{a^n}+1$

$\therefore a^n\cdot(1+\frac{x}{na^n})^n\approx x+a^n$

$\therefore \sqrt[n]{a^n+x}\approx a+\frac{x}{na^{n-1}}$

3.3(1)

$y'=e^{x^2}\cdot 2x$ $y''=e^{x^2}\cdot2x\cdot2x+2\cdot e^{x^2}$

$=(4x^2+2)e^{x^2}$

3.(6)

$y'=-\frac{1}{(2-x-x^2)^2}\cdot(-1-2x)=\frac{2x}{(x^2+x-2)^2}$

$y''=2\frac{(x^2+x-2)^2-2(x^2+x-2)(2x+1)x}{(x^2+x-2)^4}$

设 $y=\frac{1}{(1-x)\cdot(2+x)}$．下证 $f^{(n)}_{(x)}=\frac{n!}{(1-x)^{n+1}}$

$n=1$ 时，$f'(x)=\frac{1}{(1-x)^2}$ 成立．

设 $n=k$ 成立．$f^{(k)}_{(x)}=\frac{k!}{(1-x)^{k+1}}$

$f^{(k+1)}_{(x)}=-(k+1)\cdot k!\cdot\frac{1}{(1-x)^{k+2}}\cdot(-1)=\frac{(k+1)!}{(1-x)^{k+2}}$

$k+1$ 也成立．得证

下证 $g^{(n)}_{(x)}=\frac{(-1)^n\cdot n!}{(2+x)^{n+1}}$

$g^{(1)}_{(x)}=-1\cdot\frac{1}{(2+x)^2}$ 成立．设 $g^{(k)}_{(x)}=\frac{(-1)^k\cdot k!}{(2+x)^{k+1}}$

$g^{(k+1)}_{(x)}=\frac{(-1)^k\cdot k!\cdot(-k-1)}{(2+x)^{k+2}}=\frac{(-1)^{k+1}\cdot(k+1)!}{(2+x)^{k+2}}$

$\therefore y=f(x)\cdot g(x)$

$y^{(20)}=(f\cdot g)^{(20)}_{(x)}=\sum_{k=0}^{20}C_{20}^{k}\cdot f^{(k)}_{(x)}\cdot g^{(20-k)}_{(x)}$

$=\sum_{k=0}^{20}\frac{20!}{k!(20-k)!}\cdot\frac{k!}{(1-x)^{k+1}}\cdot\frac{(-1)^{20-k}(20-k)!}{(2+x)^{21-k}}$

$=20!\cdot\sum_{k=0}^{20}\frac{(-1)^{20-k}}{(1-x)^{k+1}(2+x)^{21-k}}$

$=\frac{20!}{3}\left(\frac{1}{(x+2)^{21}}-\frac{1}{(x-1)^{21}}\right)$

(9) $y=x^3\cdot e^x$．$f(x)=x^3$．$f^{(1)}_{(x)}=3x^2$ $f^{(2)}_{(x)}=6x$

$f^{(3)}_{(x)}=6$ $f^{(4)}_{(x)}=0$ $f^{(n)}_{(x)}\ (n\geq4)=0$

$y^{(1)}=(x^3+3x^2)\cdot e^x$．$y^{(2)}=(x^3+6x^2+6x)\cdot e^x$

$n\geq3$ 时，$y^{(n)}=e^x(C_n^0f_{(x)}+C_n^1f^{(1)}_{(x)}+C_n^2f^{(2)}_{(x)}+C_n^3f_{(x)})$

$=e^x\cdot(x^3+3nx^2+3n(n-1)x+n(n-1)(n-2))$

综上：$y^{(n)}=(x^3+3nx^2+3n(n-1)x+n(n-1)(n-2))\cdot e^x$

$=x^3\cdot e^x+3nx^2\cdot e^x+3n(n-1)e^x+n(n-1)(n-2)\cdot e^x$

4.(1) $y'=\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}=\cancel{\frac{\sin t}{-\cos t}}=\frac{\sin t}{1-\cos t}$

$\cancel{y''=\frac{\cos t(1-\cos t)-\sin t\cdot\sin t}{(1-\cos t)^2}=\frac{\cos t-1}{(1-\cos t)^2}}$

$\cancel{=\frac{1}{\cos t-1}}$ $\frac{1}{\cos t-1}\cdot\frac{1}{a(\cos t-}$

$\cancel{y'''=\frac{-1}{(\cos t-1)^2}}$

$y''(x)=\frac{dy'}{dx}=\frac{dy'}{dt}\cdot\frac{1}{\frac{dx}{dt}}=\frac{\frac{1}{\cos t-1}}{a-a\cos t}=\frac{1}{-a(\cos t-1)^2}$

$y'''(x)=\frac{dy''}{dx}=\frac{+\frac{2}{a}\cdot\frac{-\sin t}{(\cos t-1)^3}}{a-a\cos t}=\frac{+2}{a^2}\cdot\frac{\sin t}{(\cos t-1)^4}$

3章复习题:

① $k>0$ 即可. $\forall\varepsilon>0$, $\exists\delta=\varepsilon^{\frac{1}{k}}$. $|x|<\delta$时, $|x|^k<\varepsilon$. $\therefore\lim\limits_{x\to0}x^k=0$

$0\le\lim\limits_{x\to0}|f(x)|\le\lim\limits_{x\to0}|x|^k=0$. 故 $\lim\limits_{x\to0}f(x)=0=f(0)$

故$f(x)$连续

② $k>1$.

$|f'(0)|=\lim\limits_{x\to0}\frac{|x|^k\cdot\sin\frac{1}{x}}{x}\le\lim\limits_{x\to0}|x|^{k-1}$. $\forall\varepsilon>0,\exists\delta=\varepsilon^{\frac{1}{k-1}}>0$. 当$|x|<\delta$时, $|x|^{k-1}<\varepsilon$. 故 $\lim\limits_{x\to0}|x|^{k-1}=0$ 由夹挤定理, $f'(0)=0$ $k\le1$时,不收敛

③ $x>0$时, $f'(x)=kx^{k-1}\cdot\sin\frac{1}{x}+\cos\frac{1}{x}\cdot\frac{-1}{x^2}\cdot x^k$

$=x^{k-2}(kx\sin x-\cos\frac{1}{x})$. 同上.

当且仅当 $k>2$时, $\lim\limits_{x\to0^+}f'(x)=0=f'(0)$

又$f(x)$为奇. $\therefore f'(-x)=f'(x)$

$\therefore$ 导函数连续

4. $f'(a)=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{f(a+\frac{1}{n})-f(a)}{\frac{1}{n}}$ $\therefore\lim\limits_{n\to\infty}\frac{f(a+\frac{1}{n})-f(a)}{f(a)}$

$=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{nf(a)}\lim\limits_{n\to\infty}\frac{f(a+\frac{1}{n})-f(a)}{\frac{1}{n}}=0\cdot f'(a)=0$

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{f(a+\frac{1}{n})-f(a)}{f(a)}\right)^n$. 记 $A=\cancel{\lim\limits_{n\to\infty}}\frac{f(a+\frac{1}{n})-f(a)}{f(a)}$

$\therefore A\to0$. 原式 $=(1+A)^n=(1+A)^{\frac{1}{A}\cdot An}$

$=e^{An}=e^{\frac{f(a+\frac{1}{n})-f(a)}{f(a)}\cdot n}$

$=e^{\frac{f'(a)}{f(a)}}$ 分情况①$A\to0$但$A\neq0$ ② $A=0$. 但均为 $e^{\frac{f'(a)}{f(a)}}$

5. $y_2'=\cos x$. $y_2'(0)=1$. y_2过$(0,0)$. 故 $y=f(x)$过$(0,0)$且$f'(0)=1$. $f'(0)=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{f(\frac{2}{n})-f(0)}{\frac{2}{n}}=1$

$\therefore\lim\limits_{n\to\infty}f(\frac{2}{n})=\frac{2}{n}$

$\therefore\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n\cdot f(\frac{2}{n})}=\sqrt{2}$

习题4.1

1. 由$f(a)=f(c)$. 故按罗尔定律. 存在$\xi_1\in(a,c)$ $f'(\xi_1)=0$. 同理. 存在$\xi_2\in(c,b)$ $f'(\xi_2)=0$

$\therefore f'(\xi_1)=f'(\xi_2)=0$. 又$f(x)$可二阶求导. 由罗尔定理

$\therefore\exists\xi\in(\xi_1,\xi_2)$ s.t. $f''(\xi)=0$

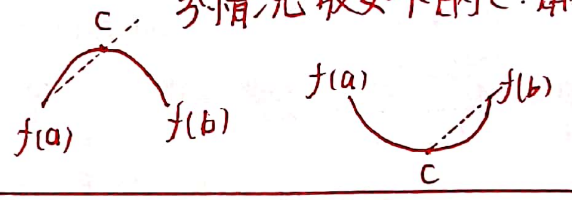
6. $f(x)\in C([a,b])$. $f(a)=f(b)$且$f(x)$不为常值函数

$\therefore$ 设 $x=c$为$f(x)$ max且 $c\in(a,b)$

由拉格朗日中值定理: $\exists\ \xi\in(a,c)$. s.t.

$f'(\xi)=\frac{f(c)-f(a)}{c-a}>0$ 得证

修补: 此处不应直接令max. 而是max与min必存在且并不都与$f(a),f(b)$重合. 分情况 取如下的c. 用拉格朗日



11.(2) 设 $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A$.

1° $f(x)$为常值函数. 结论显然成立

2° 由定理3.1.1. 可导函数连续. 设$f(x)$不为常值函数

不妨设 $b\in(a,+\infty)$且 $f(b)>A$. 取 $\varepsilon=f(b)-A$.

则$\exists\delta_1>0$, $0<x-a<\delta_1$时, $|f(x)-A|<\varepsilon$. 取 $x_1=a+\frac{\delta_1}{2}$

$\therefore f(x_1)<f(b)$. $\cancel{\forall\delta_2>0}$, $\exists M$, 当$x>M$时, $|f(x)-A|<\varepsilon$ 取 $x_2=M+\frac{\delta_1}{2}$; 则 $f(x_2)<f(b)$. 又$f(x)$在 $[a+\frac{\delta_1}{2},M+\frac{\delta_1}{2}]$上连续. 故 $x\in[a+\frac{\delta_1}{2},M+\frac{\delta_1}{2}]$上

存在最大值．即 $f(x)\in C([x_1,x_2])$ 且 $\exists \xi \in (x_1,x_2)$ 为 $f(x)\max$．$\therefore f'(\xi)=0$

14.(2). 取 $g(x)=\frac{f(x)}{e^x}$ $\therefore g'(x)=\frac{f'(x)-f(x)}{e^x}$ 且

$g''(x)=\frac{(f''(x)-f'(x))-(f'(x)-f(x))}{e^x}=\frac{f''(x)-2f'(x)+f(x)}{e^x}$

$g(a)=g(b)=0$．$g'_+(a)\cdot g'_-(b)>0$．不妨设 $g'_+(a)>0$ $g'_-(b)>0$．$g'_+(a)=\lim_{x\to a^+}\frac{g(x)-g(a)}{x-a}>0$．故 $\exists x_1\in(a,b)$ 使 $g(x_1)>0$．同理 $\exists x_2\in(a,b)$ 使 $g(x_2)<0$

由介质定理．$\exists x_3\in(x_1,x_2)$ 使 $g(x_3)=0$．故由罗尔定理．$\exists x_4\in(a,x_3)$．使 $g'(x_4)=0$．$\exists x_5\in(x_3,b)$ 使 $g'(x_5)=0$．又由罗尔定理 $\exists x_6\in(x_4,x_5)$ 使 $g''(x_6)=0$

$\therefore \theta=x_6$，即符合条件

15. (1) 由拉格朗日中值定理；$\exists \xi\in x$ 与 x_0 之间 $f'(\xi)=\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$．$f'(x_0)=\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

$=\lim_{x\to x_0}f'(\xi)=\lim_{\xi\to x_0}f'(\xi)=A$ —— $x_0<\xi<x$ 夹逼

故 $f'(x)$ 存在且 $f'(x_0)=A$．

(2) 反证之．若 $f'(x)$ 在 x_0 处存在一类间断点 $\lim_{x\to x_0^+}f'(x)\neq\lim_{x\to x_0^-}f'(x)$．由(1)有．$f'_+(x_0)=\lim_{x\to x_0^+}f'(x)$

$f'_-(x_0)=\lim_{x\to x_0^-}f'(x)$．$\therefore f'_+(x_0)\neq f'_-(x_0)$ 与 $f(x)$ 可导矛盾

课堂例子：不妨 $f'(x_0+0)\neq f'(x_0)$．令 $\varepsilon_0=\frac{|f'(x_0+0)-f'(x_0)|}{2}$

$\lim_{x\to x_0^+}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=f'(x_0)$ $\exists\delta_1>0$，$x\in(x_0,x_0+\delta_1)$ 时，

$\left|\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}-f'(x_0)\right|<\frac{\varepsilon_0}{2}$ $\lim_{x\to x_0^+}f'(x_0)=f'(x_0+0)$

$\exists\delta_2>0$，$x_0<x<x_0+\delta_2$ 时，$|f'(x)-f'(x_0+0)|<\frac{\varepsilon_0}{2}$

$x_0<x<x_0+\min\{\delta_1,\delta_2\}$ 时，$|f'(x_0+0)-f'(x_0)|$

$\leq\left|\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}-f'(x_0)\right|+\left|\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}-f'(x_0+0)\right|=\varepsilon$

与 $f'(x_0+0)\neq f'(x_0)$ 矛盾

四章总复习题

4. ① $f(x)=\frac{x}{1+x^2}$ 时．取 $g(x)=\frac{x}{1+x^2}-f(x)$

$\therefore g(x)\equiv 0$．$g'(x)=\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}-f'(x)=0$．即 $\forall\xi\in(0,+\infty)$ 均可

② $\exists x_0>0$，s.t $g(x_0)>0$

令 $g(x_0)=m$．$\frac{x}{1+x^2}\leq\frac{1}{2}$．$\therefore m\in(0,\frac{1}{2}]$

取 $x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{1-m^2}}{m}$ $\therefore g(x_1)=g(x_2)=\frac{m}{2}<g(x_0)$

可知 $x_1<x_3<x_2$．$g(x_3)>g(x_1)$．$f(x_3)>g(x_2)$

而 $g(x)\in C([x_1,x_2])$ $\therefore g(x)$ 极大值 $\boxed{\text{在}(x_1,x_2)\text{内}}$ 存在．令为 $g(x_4)$ $\therefore g'(x_4)=\frac{1-x_4^2}{(1+x_4^2)^2}-f'(x_4)=0$

$\therefore x_4=\xi$ 即为所求

5. 取 $h(x)=f(x)-\frac{f(+\infty)-f(-\infty)}{g(+\infty)-g(-\infty)}(g(x)-g(-\infty))$

$h(+\infty)=h(-\infty)=f(-\infty)$

设 $h(+\infty)=h(-\infty)=A$．① $h(x)\equiv A$ 时．$\forall\xi\in R$ 均有 $h'(\xi)=0$．② $\exists x_0$，$h(x_0)\neq A$．不妨 $h(x_0)>A$

取 $\varepsilon=h(x_0)-A$．$\exists M>0$，当 $|x|>M$ 时，$|h(x)-A|<\varepsilon$

$\therefore h(x)<h(x_0)$．故取 $x_1<0$，且 $|x_1|>M$；$x_2>x_0$ 且 $x_2>0$ 且 $|x_2|>M$．则 $[-M,M]$ 间 $h(x)$ 存在极大值．令为 $h(\xi)$ $\therefore h'(\xi)=0$

即证毕

7. 取 $g(x)=\frac{f(x)}{x}$ $h(x)=-\frac{1}{x}$．$h'(x)=\frac{1}{x^2}\neq 0$．且 $g(x)$ 与 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内可导

由Canchy定理：$\exists\xi\in(a,b)$ 有：

$\frac{g'(\xi)}{h'(\xi)}=\frac{g(b)-g(a)}{h(b)-h(a)}=\frac{\frac{f(b)}{b}-\frac{f(a)}{a}}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}=\frac{af(b)-bf(a)}{b-a}$

而 $\frac{g'(\xi)}{h'(\xi)}=f'(\xi)\cdot\xi-f(\xi)$

得证

8. 取 $g(x)=x^2$．$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\frac{f'(\eta)}{g'(\eta)}$ ($\exists\eta\in(a,b)$ 且

$\therefore\frac{f(b)-f(a)}{b^2-a^2}=\frac{f'(\eta)}{2\eta}$ $\therefore\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\frac{(b+a)f'(\eta)}{2\eta}$

由拉格朗日中值定理．

$\exists\xi\in(a,b)$ 有 $f'(\xi)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

$\therefore f'(\xi)=\frac{(a+b)f'(\eta)}{2\eta}$ 成立

（科目：微积分）6 **数学作业纸**

编号：2020012363　班级：软01　姓名：赵晨阳　第 4 页

习题4.4：5(6). 取 $g(x)=x-\sin x \ (x\geq 0)$

$g(0)=0$. $g'(x)=1-\cos x\geq 0$. 而 $g'(x)=0$ 之根在 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 内仅有 $x=0$. 其后 $g'(x)>0$

$\therefore g(x)_{min}\ (x\in[0,\frac{\pi}{2}])=g(0)=0$. $\therefore \forall x\in(0,\frac{\pi}{2}]$ $g(x)>0$. $x>\frac{\pi}{2}$后, $x>\frac{\pi}{2}>\sin x$. $\therefore g(x)>0$

$\therefore$ 综上: $g(x)>0\ (x>0) \Rightarrow \sin x<x\ (x>0)$

取 $T(x)=\frac{x^3}{6}-x+\sin x$. $T(0)=0$. $T'(x)=\cos x-1+\frac{1}{2}x^2$

$T'(0)=0$　$T''(x)=-\sin x+x$. $x>0$后, $T''(x)>0$.

$\therefore T'(x)>0$　$\therefore T(x)\uparrow$　$\therefore T(x)\ (x>0)>T(0)=0$

$\therefore x-\frac{x^3}{6}<\sin x\ \ (x>0)$

(7) 取 $g(x)=x-\ln(x+1)$　$\therefore g'(x)=1-\frac{1}{x+1}$ ($x>0$时为正)

而 $g(0)=0$. $\therefore g(x)>0\ (x>0)$　$\therefore x>\ln(x+1)$

取 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x+\ln(x+1)$　$\therefore f'(x)=x-1+\frac{1}{x+1}$

$=\frac{x^2}{x+1}>0$　$\therefore f(x)\ (x>0)>f(0)=0$

$\therefore \ln(1+x)>x-\frac{1}{2}x^2$

6.(1) $y'=5x^4-20x^3+15x^2=5x^2(x^2-4x+3)$

$=5x^2(x-1)(x-3)$. 故 y' 在 $[-1,1)$ 上为正, $(1,2]$ 上为负. 驻点: $x=1$. $f(1)=2$ 无不可导点

端点 $f(-1)=-10$　$f(2)=-7$

$\therefore f(x)_{max}=2$, $f(x)_{min}=-10$

(2) $y=|x-1||x-2|$

$$y=\begin{cases}x^2-3x+2 & (x\in[-10,1]\cup[2,+10])\\ -x^2+3x-2 & (x\in(1,2))\end{cases}$$

$$y'=\begin{cases}2x-3 & (x\in[-10,1]\cup[2,+10])\\ -2x+3 & (x\in(1,2))\end{cases}$$

端点: $f(-10)=132$　$f(10)=72$. 不可导点

$f(1)=0$. $f(2)=0$　驻点: $f(\frac{3}{2})=\frac{1}{4}$

$\therefore f(x)_{max}=132$; $f(x)_{min}=0$

11. 设高为 h. $V=\frac{1}{3}\cdot(R^2-h^2)\pi\cdot h$　$g(h)=(R^2-h^2)h$

$g'(h)=-3h^2+R^2$　$\therefore g'(h)=0$ 之根为 $h=\frac{\sqrt{3}}{3}R$.

$(0,\frac{\sqrt{3}}{3}R)$ 内, $V\uparrow$. $(\frac{\sqrt{3}}{3}R,+R)$ 内, $V\downarrow$

端点不可取, 无不可导点

$\therefore h=\frac{\sqrt{3}}{3}R$ 时, V 取 max.

此时, $C_{底}=\frac{2}{3}\sqrt{6}\pi R$; $\theta=\frac{2}{3}\sqrt{6}\pi$