离散数学（一）期末试卷（A）

2004.1

一.命题逻辑部分

1. 试判断下面结论是否成立：
$(p \wedge (\sim q)) \vee ((\sim q \wedge (\sim r)) \vee (r \wedge (\sim p)))$是重言式。(5分)

2.证明下列结论(必须直接由公理$Ax1, Ax2, Ax3$和推演规则MP证明)：(15分)
(i) $\{A \rightarrow B, \sim (B \rightarrow C) \rightarrow (\sim A)\} \vdash A \rightarrow C$,
(ii) $\vdash (\sim A \rightarrow A) \rightarrow A$.

3.设公式集合Σ是极大协调的。证明对任意的公式A和B, $A \vee B \in \Sigma$当且仅当$A \in \Sigma$或者$B \in \Sigma$。(10分)

4.假设$A \models B$。试证下列三种情况之一成立。(10分)
(i) A是矛盾式，
(ii) B是重言式，
(iii) 存在一个公式C使得$A \models C, C \models B$ 且C中的每一个命题符号既在A中出现也在B中出现。

二.一阶谓词逻辑部分.

5.设$A = (\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x,y)) \rightarrow ((\sim (\exists y)P(y)) \vee (\exists z)Q(y,z))$, 其中$P, Q$都是谓词符号.
(i) 找出A的一个前束范式A_1; (5分)
(ii) 找出A_1的一个Skolem 范式A_2; (5分)
(iii) $A \leftrightarrow A_2$ 是否逻辑等效(也即是否有$\models A \leftrightarrow A_2$)? 并给出证明。(7 分)

6. 叙述并证明演绎定理。(18分)

7.试将第四题推广到一阶谓词逻辑(只有给出严格的证明才能得满分)。(5分)