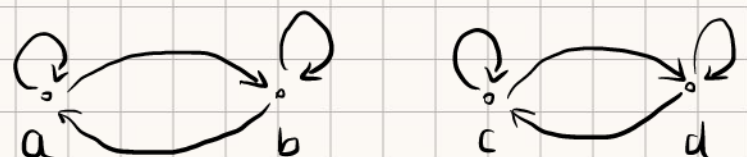


28. 最多等价类 \Rightarrow 恒等关系: $\forall x \in A$ 均有一个等价类, 共 $|A|$ 个等价类: I_A
 最少等价类 \Rightarrow 全关系: $\forall x \in A$ 均共用一个等价类, 共 1 个等价类: E_A

29. ① 自反性: $aTa \Leftrightarrow aRa \wedge aRa$. 故 T 自反
 ② 传递性: $aTb \wedge bTc \Leftrightarrow (aRb \wedge bRa) \wedge (bRc \wedge cRb) \xrightarrow{\text{拆项}} aRc \wedge cRa \Leftrightarrow aTc$. 故 T 传递
 ③ 对称性: $aTb \Leftrightarrow aRb \wedge bRa \Leftrightarrow bRa \wedge aRb \Leftrightarrow bTa$ 故 T 对称
 综上, T 为等价关系

30. 如下:



$[a]_R = \{a, b\}$ $[b]_R = \{a, b\}$ $[c]_R = \{c, d\}$ $[d]_R = \{c, d\}$

31. (1) 是; (2) 是
 判定: ① 非空子集 ② 互不相交 ③ 广并为 A

32. 并不.
 $P(A) - \{\emptyset\}$ 中的元素可能有交集. (A 为单元素集合时结论正确)
 注: $P(A) - \{\emptyset\} \neq P(A) - \emptyset$. $P(A) - \emptyset = P(A)$
 反例: $A = \{1, 2\}$ 则 $P(A) - \{\emptyset\} = \{\{1, 2\}, \{1\}, \{2\}\}$. $\{1, 2\} \cap \{1\} = \{1\} \neq \emptyset$
 注: $A \cap B$ 仍为一个集合. 故 $\{1, 2\} \cap \{1\} \neq 1$

33. 利用等价类反向构造等价关系
 1 个等价类 \Rightarrow 1 个等价关系
 2 个等价类 $\begin{cases} 1+3: C_4^3 = 4 \text{ 个} \\ 2+2: C_4^2 / 2 = 3 \text{ 个} \end{cases}$
 3 个等价类: $1+1+2: C_4^2 = 6 \text{ 个}$
 4 个等价类: $C_4^4 = 1 \text{ 个}$
 综上: 共 15 个不同等价关系

34. $\forall a, b \in A$.
 自反性: $aSa \Leftrightarrow aRa \wedge aRa$
 传递性: $aSb \wedge bSc \Leftrightarrow (aRx \wedge xRb) \wedge (bRy \wedge yRc) \ (x, y \in A) \Leftrightarrow aRx \wedge xRy \wedge yRc \Leftrightarrow aRc$ (拆项合并)
 对称性: $aSb \Leftrightarrow aRc \wedge cRb \ (c \in A) \Leftrightarrow cRa \wedge bRc \Leftrightarrow bRc \wedge cRa \Leftrightarrow bSa$
 综上: R 为等价关系则 S 也为等价关系

35. 自反性: $xy = yx \Rightarrow \langle \langle x, y \rangle, \langle x, y \rangle \rangle \Rightarrow \langle x, y \rangle R \langle x, y \rangle$

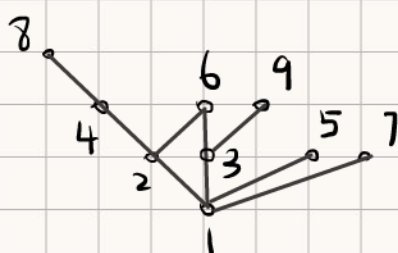
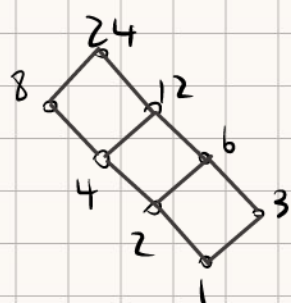
传递性: $(\langle x, y \rangle R \langle u, v \rangle) \wedge (\langle u, v \rangle R \langle m, n \rangle) \Leftrightarrow xv = yu \wedge un = vm$
 $\Rightarrow xn = ym \Rightarrow \langle x, y \rangle R \langle m, n \rangle$

对称性: $\langle x, y \rangle R \langle u, v \rangle \Leftrightarrow xv = yu \Leftrightarrow yu = xv \Leftrightarrow \langle u, v \rangle R \langle x, y \rangle$

综上: R 为 $\mathbb{Z}_+ \times \mathbb{Z}_+$ 上等价关系

39. (1) $\text{co} \vee A = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 3, 6 \rangle, \langle 4, 8 \rangle, \langle 4, 12 \rangle, \langle 6, 12 \rangle, \langle 8, 24 \rangle, \langle 12, 24 \rangle \}$

$\text{co} \vee B = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 5 \rangle, \langle 1, 7 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 3, 6 \rangle, \langle 3, 9 \rangle, \langle 4, 8 \rangle \}$

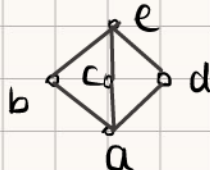


40. $A = \{ a, b, c, d, e, f, g \}$ $R_A = I_A \cup \{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle a, e \rangle, \langle a, f \rangle, \langle a, g \rangle, \langle b, d \rangle, \langle b, e \rangle, \langle c, f \rangle, \langle c, g \rangle \}$

$B = \{ a, b, c, d, e, f \}$ $R_B = I_B \cup \{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle a, e \rangle, \langle a, f \rangle, \langle d, f \rangle, \langle e, f \rangle \}$

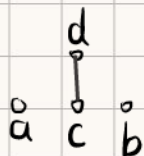
注: 由连续性构造的线不画, 但这一关系必存在应写出.

41. (1)



极大元: e 最大元: e
极小元: a 最小元: a

(2)



极大元: d, a, b 极小元: a, c, b
无最大元; 无最小元;

42. 下界: 1 , 下确界: 1

上界: $1, 2, 3, \dots, 10$ 的最小公倍数为 2520 . 故上界为 $2520n, (n \in \mathbb{Z})$

上确界: 2520

43. ①自反性: $\forall x, x \in B \Rightarrow \langle x, x \rangle \in R \wedge \langle x, x \rangle \in (B \times B)$
 $\Rightarrow \langle x, x \rangle \in R \cap B \times B$

②传递性: $\forall x, y, z \in B$
 $\langle x, y \rangle, \langle y, z \rangle \in R \cap B \times B$
 $\Rightarrow \langle x, y \rangle, \langle y, z \rangle \in R \wedge \langle x, y \rangle, \langle y, z \rangle \in B \times B$
 $\Rightarrow \langle x, z \rangle \in R \text{ 且 } \langle x, z \rangle \in B \times B$ ($B \times B$ 必然传递)
 $\Rightarrow \langle x, z \rangle \in R \cap B \times B$

③反对称性: $\forall x, y \in B$
 $\langle x, y \rangle \in R \cap B \times B$
 $\Rightarrow \langle x, y \rangle \in R \wedge \langle x, y \rangle \in B \times B$
 $\Rightarrow \langle x, y \rangle \in R$
 $\Rightarrow ((x \neq y) \wedge \langle y, x \rangle \notin R) \vee (x = y)$
 $\Rightarrow ((x \neq y) \wedge \langle y, x \rangle \notin R \cap B \times B) \vee (x = y)$
 故 $R \cap B \times B$ 反对称
 故 $R \cap B \times B$ 为 B 上的偏序关系

