

3. 设 G 的边数为 m , \bar{G} 的边数为 \bar{m} . 若 G 和 \bar{G} 都是平面图, 则

$$\begin{cases} m + \bar{m} = C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2} \\ m \leq 3n-6 \\ \bar{m} \leq 3n-6 \end{cases}$$

$$\frac{n(n-1)}{2} \leq 3n-6 + 3n-6, \quad n^2 - n \leq 12n - 24.$$

$$n^2 - 13n + 24 \leq 0, \quad \frac{13 - \sqrt{25}}{2} \leq n \leq \frac{13 + \sqrt{25}}{2}.$$

$\therefore \frac{13 + \sqrt{25}}{2} < \frac{13 + \sqrt{81}}{2} = 11$ $\therefore n \geq 11$ 时, 上式不可能满足.
故 G 和 \bar{G} 至少有一个是非平面图.

7. 假设存在, 且任意两个域之间恰有一条公共边界.
作该图的对偶图, 得一张 5 个顶点的完全图 $(K_5 - e)$.

而 $K_5 - e$ 不是平面图.

若加上重复的公共边界, 则上述图是加边后图的子图.

故加边后的图也不是平面图.

由于题设图(假设为平面图)的对偶图不是平面图,

故题设的图不是平面图.