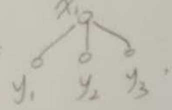
3. 树上任取一个结点作为根，定义结点 x 到根的路径长度为 x 的深度

深度为偶数的点属于 X 部，深度为奇数的点属于 Y 部

若按照原题，可举出反例：  有3种完全匹配

若改为完美匹配，则每个结点都必须恰好和一条边关联。

考虑所有叶子结点，若它和另一个叶子结点的父结点相同，

则它和该叶子结点至少有一个不能被匹配，完美匹配不存在。

若完美匹配存在，则每个叶子结点必和其父结点匹配。

删去叶子结点、父结点及它们关联的所有边。

重复上述过程直到树中没有结点，即得所有完美匹配。

又上述过程无分支，最多只能得到一个完美匹配。

故 $2n$ 个结点的树中最多只存在一个完美匹配。

7. 将行抽象为 X 部结点 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，列抽象为 Y 部结点 $y_1, y_2, \cdots, y_n$。

对 k 归纳，$k=1$ 时 $P_1 = A$ 即可成立。

设 $k=n$ 成立，下证 $k=n+1$ 成立。

X 部结点度数均等于 $n+1$ 也大于等于 $n+1$

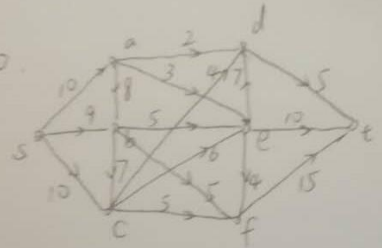
Y 部结点度数均小于等于 $n+1$

故完全匹配存在 $(P_{n+1})_{ij} = \begin{cases} 1 & (x_i, y_j)\text{在匹配上} \\ 0 & (x_i, y_j)\text{不在匹配上} \end{cases}$

设 $A' = A - P_{n+1}$，A' 满足题设条件，由归纳假设 $A' = P_1 + P_2 + \cdots + P_n$。

$\therefore A = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots + P_{n+1}$。结论成立。

10.



增广路依次如下　(流量如下)

s, c, f, t　+5

s, b, f, t　+5

s, b, e, f, t　+4

s, a, b, c, e, t　+6

s, a, b, e, t　+1

s, a, b, c, d, t　+1

s, c, d, t　+3

s, c, b, a, e, t　+2

s, a, e, t　+1

s, a, d, t　+1

最大流为29 故最小割也为29. 割边集合为{(s,a), (s,b), (s,c)}时达到割的最小值.