图论第二版答案

【篇一：图论与代数结构第一二三章习题解答】
厂为一结点；若两个工厂之间有业务联系，则此两点之间用边相联；这样就得到一个无向图。若每点的度数为3，则总度数为27，与图的总度数总是偶数的性质矛盾。若仅有四个点的度数为偶数，则其余五个点度数均为奇数，从而总度数为奇数，仍与图的总度数总是
偶数的性质矛盾。（或者利用度数为奇数的点的个数必须为偶数个） 2.若存在孤立点，则m不超过kn-1的边数,故 m = (n-1)(n-2)/2,与题设矛盾。 ?一
3.记ai为结点vi的正度数，ai为结点vi的负度数，则
nnnn? 2? 22一 ai?[(n?1)?ai]?n(n?1)?2(n?1)ai＋ai一 2， i?1i?1i?1i?1 nnn一2? 2因为ai?cn?n(n?1)/2， 所以 ai?ai一2。 i?1i?1i?1
4.用向量(a1,a2,a3)表示三个量杯中水的量,其中ai为第i杯中水的量, i = 1,2,3.
以满足a1+a2+a3 = 8 (a1,a2,a3为非负整数)的所有向量作为各结点,如果(a1,a2,a3)中某杯的水倒满另一杯得到 (a’1, a’2, a’3) ,则由结点到结点画一条有向边。这样可得一个有向图。
本题即为在此图中找一条由(8, 0, 0)到(4, 4, 0)的一条有向路，以下即是这样的一条：(8, 0, 0) (5, 0, 3) (5, 3, 0) (2, 3, 3) (2, 5,1)
(7, 0, 1) (7, 1, 0) (4, 1, 3) (4, 4, 0) 5.可以。 ???????
6若9个人中没有4个人相互认识，构造图g，每个点代表一个点，两个人相互认识则对应的两个点之间有边。
1） 若可以找到点v，d(v)5，则与v相连的6个点中，要么有3个相互认识，要么有3个
相互不认识（作k6并给边涂色:红=认识，蓝=不认识，只要证图中必有同色三角形。v1有5条边，由抽屉原则必有三边同色(设为红)，这三边的另一顶点设为v2, v3, v4。若 △v2v3v4有一边为红，则与v1构成红色△，若△v2v3v4的三边无红色，则构成蓝色△）。若有
3个人相互认识，则这3个人与v相互认识，这与假设没有4个人相互认识矛盾，所以这6个人中一定有3个人相互不认识
2） 若可以找到点v，d(v)5，不与v相连的点至少有4个，由于没有4个人相互认识，所以这4个人中至少有2个人相互不认识，这两个人与v共3个人相互不认识
3） 若每个点的度数都为5，则有奇数个度数为奇数的点，不可能。 7.同构。同构的双射如下：
8.记e1= (v1,v2), e2= (v1,v4), e3= (v3,v1), e4= (v2,v5), e5=(v6,v3), e6= (v6,v4), e7= (v5,v3), e8= (v3,v4), e9 = (v6,v1),则 ?
?010100??11?100000?000010?
邻接矩阵为：?1 1 0????10010000 0 0 0 ? ? 0010?10?11
??000000? ,关联矩阵为： ???0?1000?10?1
?001000??000?1001 ???0 ??101100????00001100边列表为：a= (1,1,3,2,6,6,5,3,6), b= (2,4,1,5,3,4,3,4,1).
正向表为：a= (1,3,4,6,6,7,10), b= (2,4,5,1,4,3,3,4,1). ?1?0?0??0??0?1??? 习题二
1.用数学归纳法。k=1时，由定理知结论成立。设对于k命题成立。 对于k+1情形，设前k个连通支的结点总个数为n1,则由归纳假设，前k个连通支的总边数m1= (n1一k+1)(n1一k)/2。最后一个连通支的结点个数为n一n1,其边数 m2= (n一n1)(n一n1一1)/2， 所以，g的总边数
m= m1+ m2= (n1一k+1)(n1一k)/2 + (n一n1)(n一n1一1)/2

n1=n－1时，m= （ (n-1)－k+1)（ (n-1)－k)/2 +0= （ (n－k)（ (n－k－1)/2,命题成立。n1<=n－2时，由于n1=k,故

m= （ (n－2)－k+1)（ n1－k)/2 + （ n－n1)（ n－k－1)/2＝（ n－k)（ n－k－1)/2 ,命题成立。

2．若g连通，则命题已成立；否则，g至少有两个连通支。

任取结点v1, v2，若g的补图中边(v1, v2)不存在，则(v1, v2)是g中边，v1, v2在g的同一个连通支（假设为g1）中。设g2是g的另一连通支，取v3?g2,则v1? v3 ?v2是补图中v1到v2的一条道路，即结点v1, v2在补图中有路相通。　由v1, v2的任意性，知补图连通。

这样，l3＋l’＋l4就是g的一条新的道路，且其长度大于p,这与g的最长路(l1)的长度是p的假设矛盾。 4.对结点数n作归纳法。

（1）n= 4时m≥5.若有结点的度≤1,则剩下的三结点的度数之和≥4，不可能。于是每个结点的度≥2，从而存在一个回路。

若此回路为一个三角形，则还有此回路外的一结点，它与此回路中的结点至少有二条边，从而构成一个新的含全部四个结点的回路，原来三角形中的一边（不在新回路中）即是新回路的一条弦。

若此回路为含全部四个结点的初等回路，则至少还有一边不在回路上，此边就是该回路的一条弦。

（2）设n-1情形命题已成立。 对于n情形：

若有结点的度≤1,则去掉此结点及关联边后，依归纳假设命题成立。　若有结点v的度=2,设v关联的两结点为s,t，则去掉结点v及关联边、将s,t合并为一个结点后，依归纳假设命题成立。

若每个结点的度≥3，由书上例2.1.3的结果知命题成立。

5 a)对于任意边(u,v),由于不存在三角形，所以d(u)+d(v)=n，对所有m条边求和，不等式左边每个d(v)被计算了d(v)次

b)对n归纳，设小于n时不等式成立，当|v|=n时，删去边(u,v)及点u，v以及相关的边

得到g，由归纳假设，g最多(n-2)/4条边，由于(u,v)与g不构成三角形，因此由g变

22回g时最多增加(n-2)+1条边，所以g的边最多(n-2)/4+(n-2)+1=n/4

注：此题与三角形的存在性无关

设最大度数为k，且d(v)=k，令e0={与v相连的边}，e1={不与v相连的边}，则|e0|=k，|e1|=(n-k-1)*k，其中n-k-1表示去除了v及其邻点，这些点的度数都小于等于k 22m=|e0|+|e1|=nk-k= n/4

6. 问题可化为求下列红线表示的图是否存在一条欧拉道路的问题：存在欧拉道路！

7设c是h道路，当s中顶点在c上不相邻时，c-s最多被分成

|s|+1段，而当s中顶点有相邻时段数将更少，而c是g的生成子图，所以t=|s|+1

8. 由推论2.4.1,只需验证g的任意一对结点的度数之和大于或等于n即可。

若存在结点v1, v2满足deg(v1)+deg(v2)n,则 g－{v1, v2}的边数= kn-2的边数= (n-2)(n-3)/2 . 另一方面，由题设知

g－{ v1, v2}的边数＝m－（deg(v1)+deg(v2)）＞[(n-1)(n-2)/2+2]－n= (n-2)(n-3)/2 ,与上式矛盾。

9对n进行数学归纳法，设n小于等于k时命题成立，则当n=k+1时

对任意顶点v，g-v得到的g仍是有向完全图，由归纳假设存在h道路v1v2…vk若g中存在边(v,v1)或(vk,v)则命题成立

否则g中存在边(v1,v)和(v,vk)，这也意味着可以找到i，1=ik，有边(vi,v)和(v,vi+1)此时v1v2…vivvi+1….vk为h道路

10对于任意的点u,v，若u与v认识，则d(u)+d(v)=(n-2)+2=n　若u不认识v，则从v-{u,v}中让取一点w，w认识u和v

否则若w不认识u，则v和w都不认识u，v和w合起来只能最多认识n-3个人，矛盾。 由w的任意性，d(u)+d(v)=2(n-2)，当n=4时，2(n-2)=n 2
所以对任意两个点度数和大于等于n
11对于这q条边，每条边的两个端点压缩合并为一个点，并去掉重边得到g
g各点度数均大于等于n/2，所以存在h回路，该回路中q个新点恢复成原2q个点，则所代表的q条边仍在此h回路中 注：q不能超过n/2
12构造图g，每个小立方体对应一个点，两个立方体之间有公共面则对应顶点间有边 设最左上角点为黑色，依据相邻点不同色的原则给所有点着色，则黑色点有14个，白色点有13个，若所要求路径存在，则意味着从黑色点开始遍历这27个点到达白色点，这不可能 13. 1）将边按权值由小到大排序：
边：a23 a35 a15 a13 a34 a45a24 a12 a25a14 权：26 27 2933 34 353842 4952
2)分支定界：
s1: a23 a35 a15 a13 a34 ,非h回路,d (s1)=149;
将a34置换为其后的a45, a24，a12，a25，a14，也全都是非h回路；
s2: a23 a35 a15 a34 a45,非h回路,d(s2)=151;
将a45置换为其后的a24，a12，a25，a14，也全都是非h回路； s3: a23 a35 a15 a45 a24 ,非h回路,d (s8)=155;
将a24置换为其后的a12，a25，a14，也全都是非h回路； s4: a23 a35 a15 a24 a12 ,非h回路,d (s4)=162; s5: a23 a35 a15 a24 a25 ,非h回路,d (s5)=169; s6: a23 a35 a15 a24 a14 , h回路,d0:=172;
s7: a23 a35 a15 a12 a25 ,非h回路,d (s7)=173; s8: a23 a35 a13 a34 a45 ,非h回路,d (s8)=155; 将a34 , a45置换为其后的数，也全都是非h回路； s9: a23 a35 a34 a45 a24 ,非h回路,d (s9)=160; 将a45 , a24置换为其后的数，也全都是非h回路； s10: a23 a35 a45a24 a12 ,非h回路,d (s10)=168; 将a12置换为其后的a25 , a14，也全都是非h回路； s11: a23 a35 a45a12 a25 ,非h回路,d (s11)=179;
将a12 ,a25置换为其后的数，其路长差于d0，故不必考虑； s12: a23 a35 a24 a12 a25,非h回路,d (s12)=182;
将a24，a12，a25,置换为其后的数，其总长差于d0，故不必考虑； 继续下去所得组长度会比s6差，故可终止计算。 所以，h回路为s6,路长为172。
14.这是一个旅行商问题(具体计算略)：
【篇二：图论与组合数学期末复习题含答案】

排列与组合 例1：
1)、求小于10000的含1的正整数的个数； 2、)求小于10000的含0的正整数的个数；
2)、“含0”和“含1”不可直接套用。0019含1但不含0的规定，要特别留神。不含0的1位数有9个，2位数有9个，3位数有9个，4位数有9个 不含0小于10000的正整数有
9?9?9?912341234?9??1?7380个含0小于10000的9?15? 正整数9999－7380=2619个。 例2：
从[1,300]中取3个不同的数，使这3个数的和能被3整除，有多少种方案？
解：将[1,300]分成3类：
a={i|i≡1(mod 3)}={1,4,7,…,298}, b={i|i≡2(mod 3)}={2,5,8,…,299}, c={i|i≡0(mod 3)}={3,6,9,…,300}. 要满足条件，有四种解法： 1)、3个数同属于a; 2)、3个数同属于b； 3)、3个数同属于c;

4)、a,b,c各取一数；故共有

3c(100,3)+1003=485100+1000000=1485100。

例3：（cayley定理：过n个有标志顶点的数的数目等于nn?2） 1）、写出右图所对应的序列；2）、写出序列22314所对应的序列； 解：

1）、按照叶子节点从小到大的顺序依次去掉节点（包含与此叶子 节点相连接的线），而与这个去掉的叶子节点相邻的另外一个内点值则记入序列。如上图所示，先去掉最小的叶子节点②，与其相邻的内点为⑤，然后去掉叶子节点③，与其相邻的内点为①，直到只剩下两个节点相邻为止，则最终序列为51155.。

2）、首先依据给定序列写出（序列长度+2）个递增序列，即

1234567，再将给出序列按从小到大顺序依次排列并插入递增序列得到：112223344567。我们再将给出序列22314写在第一行，插入后的递增序列写在第二行。如下图第一行所示：

22314??⑤??②??112223344567????????

?314??11233447?2314???1122334467??⑥??②?????? ??②??③?14

?③??①???????113447?????? ??? ?4?①??④??1447?????? ??

???我们每次去掉第一行第一个数，并在第二行寻找第一个无重复的元素5并将它取出，?47??。 ??

将⑤与②连接起来，并在第二行去掉第一行的第一个元素②，剩下的序列为1122334467，依次执行下去。最终剩下的两个元素（47）连在一起。则形成了以下的树。

例4：（圆排列问题：从n个字符中取r个不同的字符构成圆排列的个数为p?n,r?）?0?r?n?。r

5对夫妇出席一宴会，围一圆桌坐下有多少种方案？要求每对夫妇相邻而坐，方案有多少种？

解：1）、此问便是考查圆排列的公式定义，由q?n,r??

方式有q?10,10??p?10,10?10!??9!种。1010p?n,r??0?r?n?可得，排列r

2）、同样，先将5个丈夫进行圆排列则有5!?24种，再将5个妻子插到丈夫的空隙之5

5中，每个妻子只有两种选择，要么在丈夫的左边，要么在右边。因此由2种插入的方法，

所以一共有4!?2种。有错误！ 例5：（允许重复的排列）

已知重集s??6a,5b,4c,3d?，做重集s的全排列，问有多少中排列方案？

解： 设可重复s??n1?a1,n2?a2,?,nk?ak?，其中，a1,a2,?,ak为s中k个不同元素，则s的个数为n?n1?n2???nk，s的全排列为： 5

则据题意可得：方案数为18!。6!?5!?4!?3! 列6：（允许重复的组合） 试问?x?y?z?有多少项? 4

解：由于?x?y?z???x?y?z??x?y?z??x?y?z??x?y?z?，相当于从右边每4

个括号里取一个元素相乘，而元素可以对应相同（如4个括号我都取x）或者不同。这就相当于将4个无区别的球放进3个有区别的盒子，由于在n个不同元素中取r个进行组合，允许重复，则组合数为c?n?r?1,r?。（或者说r个无区别的球放进n个有区别的盒子里，每个盒子球数不限，则共有c?n?r?1,r?种）。问题等价于从3个元素中取4个做允许重复的?4?3?1??6?6!30组合

，??4?????4???4!2!?2?15项。 ????

例6：（线性方程的整数解个数问题）

已知线性方程x1?x2???xn?b，n和b都是整数，n?1，求此方程非负整数解的个数？

?1,?2,?,?n?对应一个将b个无区别的球放进n个有区别的盒解：方程的非负整数解?

子?x1,x2,?,xn?的情况，允许一盒多球，故原式可以等价转化为将将1到n的正整数取b个作为允许重复的组合，其组合数为??

例7：（不相邻的组合）

从a??1,2,3,4,5,6,7?中取三个元素做不相邻的组合，有多少种方式？?n?b?1???个。b??

1,2,?,n?中，取r个作不相邻的组合，其组合数为c?n?r?1,r?，因解：由于从a??
?7?3?1??5?5!120此在此题中n?7,r?3，组合数种类有??3?????3???3!2!?12?10种。 ????
例8：（全排列的三种生成算法）
（1）、已知m?4000，6!?4000?7!，求m对应的序列。 （2）、利用字典序法求求839746521的下一个排列。
解：（1）、由于0到n!?1中的任何整数m都可以唯一表示为
m?an?1?n?1?!?an?2?n?2?!???a2?2!?a1?1!其中0?ai?i，
1?i?n?1，可以证明从0到n!?1的n!个整数与?an?1,an?2,?,a2,a1?一一对应，我们要得到这些值就得每次除以与其相对应的数值，就可以得到与ai相对应的余数值ri。因为6!?4000?7!，所以：
n1?4000?a6?6!?a5?5!?a4?4!?a3?3!?a2?2!?a1,
6!5!4!3!?n??4000?n2??1????2000?a??a??a??a??a2,a1?0?r1,6543?2222?2???2?
6!5!4!?n??2000?n3??2????666?a??a??a??a3,a2?2?r2,654?3!3!3!?3??3?
6!5!?n??666?n4??3????166?a??a??a4,a3?2?r3,65?444!4!????
6!?n??166?n5??4????33?a??a5,a4?1?r4, 6?5!?5??5? ?n??33?n6??5?????5?a6,a5?3?r5, ?6??6?
?n??5?n7??6?????0,a6?5?r6,所以：
4000?5?6!?3?5!?1?4!?2?3!?2?2!。?6??6?
把n-1个元素的序列?an?1,an?2,?,a2,a1?和n个元素的排列建立一一对应关系，从而得到一种生成排列的算法——序数法。
将?an?1,an?2,?,a2,a1?与给出序列相对应，例如给出4213，那么对应?a3,a2,a1?，由大到小的计算当前数值位置右边比此位置数值大的数值的个数，例如最大的数为4，4这个数右边有3个数比它小，所以a3?3，同理，第二个大的数为3，在3这个数右边有0个比它小的数，所以a2?0，同理对应2这个数右边有一个数比他小，所以a1?1。综上所述，对应序列为?301?。
同时，由?301?也可以推出最大数4的右边有3个比它小的数，为：
第二个大的数3右边比他小的数的个数为0，因此，为： 第三个大的数2右边比他小的数有1个，而1的位置也 可以确定了因此为
（2）、字典序法首先从序列?p1,p2,?,pn?后向前找出第一组
pi?1?pi，记下此式pi?1的值，然后有从后向前找第一个比pi?1的值大的数pk，并将pi?1和pk调换位置，然后再将原来pi?1（现在pk）位置以后的全部序列倒序即可以了。如题中所示的序列839746521中，首先找出从右向左第一组pi?1?pi的pi?1，此处为4，然后找到pk为5，将它们两调换得到839756421，然后将5后面的数逆序得到839751246。 例9：（格路模型）
一场电影的票价是50元，排队买票的顾客中有n位是持有50元的钞票，m位是持有
100元的钞票。售票处没有准备50元的零钱。试问有多少种排队的方法方法使得购票能顺利进行，不出现超不出零钱的状况。假设每位顾客只限买一张票，而且n?m。
解：在格路模型中，从?0,0???m,n?的路径选择有m?n??m?n?!?????c?m?n,m?种。m!n!?m???
因为这个问题可以看成是由m个向右和n个向上组成，就是一个可重复的全排列问题。当然，将这一模型推广以后就可以应用于此题了，我们将问题简化就可以得到卖票者从没有钱到把所有票都卖完，在这个期间他必须实现每次卖票成功（即有足够的零钱找给顾客）。在格路模型中，我们把x轴看成是m个100元，y轴看成是n 个50元，最重要实现将这m个100元和n个50元收入囊中， 而且要满足不出现找不出50元钞票的情况。问题等价于从 ?0,0?到?m,n?的路径中，找出yx且不穿越（但可以接触）
y=x线上点的路径。然而不允许接触的情况是从?0,1?点出发到 ?m,n?的所有路径减去从?0,1?点出发经过y=x的路径，如右

图所示，由对称性以及n?m可以知道，从?0,1?出发经过y=x的路径等于由?1,0?出发到达?m,n?的路径，因为由?1,0?出发到达?m,n?必须经过y=x。所以，原问题可以转化为：路径数=c?m?n?1,m??c?m?n?1,m?1? ==?m?n?1?!??m?n?1?!
m?1!n!m!n?1!?m?n?1?!?1?1???m?1!n?1!?mn?= ?m?n?1?!?1?1?。然而，此处是可以接触y=x的，因??m?1!n?1!?mn?
此我们可以将纵坐标向下移动一个单位如右图所示：即可以接触y=x但是不可以穿过y=x-1。此时相当于从(0,0)到?m,n?点减去从(0,0)经过y=x-1到?m,n?点的路径，而这一路径与从?1,?1?到?m,n?的路径数相等，所以路径数=c?m?n,m??c?m?n,m?1?=?m?n?! 例10：（若干等式及其组合意义） 分别解释下列组式子的组合意义。
1）、c?n,r??c?n,n?r?即???????n?m?1。m!m?n!?n??n??； ??r??n?r?

【篇三：离散数学及其应用图论部分课后习题答案】

p165:习题九

1、 给定下面4个图（前两个为无向图，后两个为有向图）的集合表示，画出它们的图形表 示。

（1）g1??v1,e1?，v1?{v1,v2,v3,v4,v5}，
e1?{(v1,v2),(v2,v3),(v3,v4),(v3,v3),(v4,v5)}（2）g2??v2,e2?，v2?v1，e1?{(v1,v2),(v2,v3),(v3,v4),(v4,v5),(v5,v1)}（3）
d1??v3,e3?,v3?v1,e3?{?v1,v2?,?v2,v3?,?v3,v2?,?v4,v5?,?v5,v1?}（4）
d2??v4,e4?,v4?v1,e3?{?v1,v2?,?v2,v5?,?v5,v2?,?v3,v4?,?v4,v3?}解答： （1） （2）

10、是否存在具有下列顶点度数的5阶图？若有，则画出一个这样的图。

（1）5，5，3，2，2；（2）3，3，3，3，2；（3）1，2，3，4，5；（4）4，4，4，4，4解答：（1）（3）不存在，因为有奇数个奇度顶点 。

14、设g是n(n?2)阶无向简单图，g是它的补图，已知?(g)?k1,?(g)?k2，求?(g)， ?(g)。

解答：?(g)?n?1?k2；?(g)?n?1?k1。

15、图9.19中各对图是否同构？若同构，则给出它们顶点之间的双射函数。 解答：

（c）不是同构，从点度既可以看出，一个点度序列为4，3，3，3，3而另外一个为4，4，3，3，1（d）同构，同构函数为 ?1?2??f(x)??3 ?4???5 解答：

（1）三条边一共提供6度；所以点度序列可能是 x?ax?b
x?c x?dx?e

16、画出所有3条边的5阶简单无向图和3条边的3阶简单无向图。

①3，3，0，0，0，0；②3，2，1，0，0，0；③3，1，1，1，0，0；④2，2，2，0，0，0；⑤2，2，1，1，0，0；⑥2，1，1，1，1，0；⑦1，1，1，1，1，1； 由于是简单图，①②两种情形不可能图形如下：

（2）三条边一共提供6度，所以点度序列可能为 ①3，3，0；②3，2，1；③2，2，2由于是简单图，①②两种情形不可能

21、在图9.20中，下述顶点序列是否构成通路？哪些是简单通路？哪些是初级通路？哪些是回路？哪些是简单回路？哪些是初级回路？

（1）a,b,c,d,b,e；（2）a,b,e,d,b,a；（3）a,d,c,e,b；（4）d,b,a,c,e；
（5）a,b,c,d,e,b,d,c；（6）a,d,b,e,c,b,d；（7）c,d,a,b,c；（8）a,b,c,e,b解答：（1）构成通路，且为初级通路，因为点不重复

（2）构成了回路，但是不为简单回路和初级回路，因为有重复的边(a,b)（3）构成了初级通路，因为点不重复；（4）不构成通路，因为边(a,c)不存在；

（5）构成通路，但是不为简单通路和初级通路，因为有重复的边(d,c)（6）构成了回路，但是不为简单回路和初级回路，因为有重复的边(d,b)（7）构成了初级通路；

（8）简单通路，但是不为初级通路，有重复边。

23、用dijkstra标号法求图9.22中各图从顶点v1到其余各点的最短路径和距离。

v1到v2最短路为v1?v2，路长为6；v1到v3最短路为v1?v3，路长为3；v1到v4最短路为v1?v3?v4，路长为5；

v1到v5最短路为v1?v3?v4?v5，路长为6；v1到v6最短路为v1?v2?v6，路长为12；

v1到v7最短路为v1?v3?v4?v5?v7，路长为7；v1到v8最短路为v1?v3?v4?v5?v7?v8，路长为10；

（2）略。

25、图9.23中各图有几个连通分支？给出它们所有的连通分支。　解答：

（a）有两个连通分支：aec和bdf；　（b）有三个连通分支：abd、c和ef；　（c）连通图，只有一个连通分支；　（d）两个连通分支：afbgd和ech。38、写出图9.27的关联矩阵。

??11000000??10?111000???

00?1000?1?解答：?0??0000?11?11????0?1100?110??