

(科目:

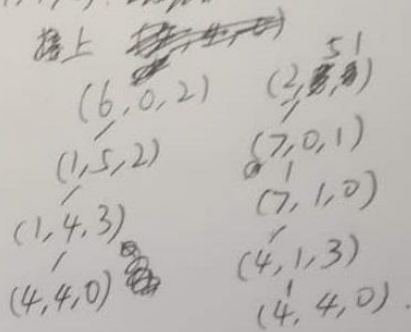
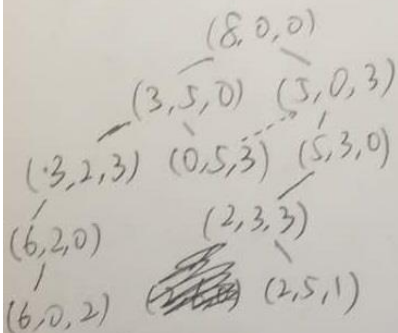
编号: 2018013382

姓名: 陈衍德

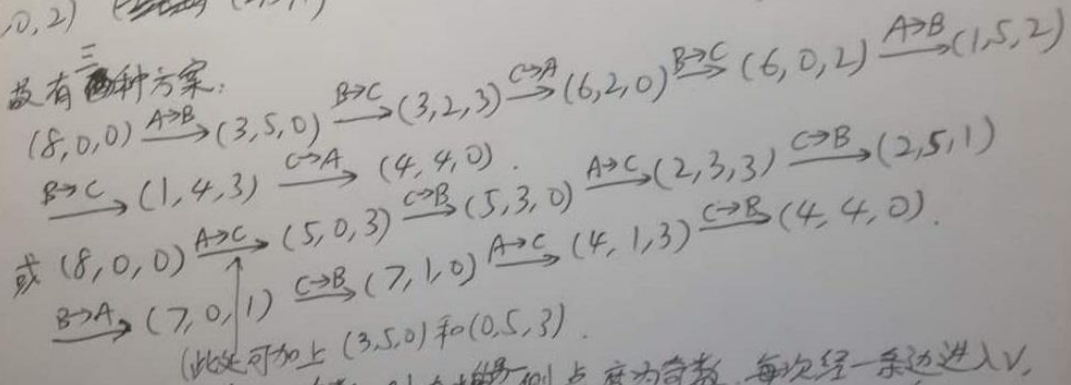
第 页

4. 用(A, B, C)表示结点, 其中A, B, C分别为3升量杯的水量.  
8升, 5升, 3升

起始状态为  $(8, 0, 0)$ ，目标状态为  $(4, 4, 0)$



故有<sup>三</sup>种方案:



欧拉图：若  $m$  或  $n$  为奇数，则奇数度点度为奇数。每次经一条边进入  $V$ ，必经另一条边离开  $V$ ，回路中每个点每进入一次必离开一次。矛盾。

必经另一条边。若  
上图中结点的度均为偶数，矛盾。

若  $m, n$  均为偶数, 则所有顶点度均为偶数, 存在欧拉回路。

若  $K_{m,n}$  为欧拉图, 则  $m, n$  均为偶数.

(科目: ) 数 学 作 业 纸

编号:

班级:

姓名:

第 2 页

4. 取一条最长简单路径, 设路径上结点依次为  $v_1, v_2, \dots, v_t$ .

由最长可得与  $v_1$  或  $v_t$  有边连接的结点一定在路径上.

若  $d(v_1) \geq 3$ , 则设  $v_1$  与  $v_i, v_j, v_k$  均有边 ( $i < j < k$ ).

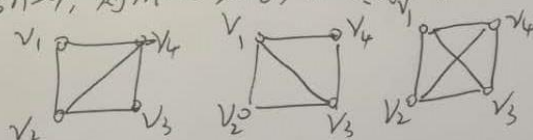
则存在回路  $v_1, v_i, \dots, v_j, \dots, v_k, v_1$ , 其中有弦  $(v_1, v_j)$ .

~~回路  $v_1, v_i, \dots, v_j, \dots, v_k, v_1$  带弦回路~~

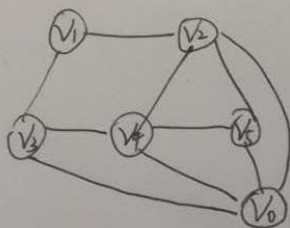
若  $d(v_1) \leq 2$ , 则删除  $v_1$  及其所连接的边, 问题转化为  $n-1$  个结点,  $m-d(v_1)$  条边的问题.

若  $n > 4$ , 则仍满足  $n \geq 4, m \geq 2n-3$ .

若  $n=4$ , 则  $m=5$  或  $6$ ,  $m=5$  或  $6$  时均存在带弦回路  $v_1, v_2, v_3, v_4, v_1$  (如图).



6. 将五个房间和外界各抽象为结点  $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_0$ . 有门的两个结点连边. 按俯视图连边如下:



$v_3, v_5$  的度为奇数, 其余度为偶数. 故存在路过各门一次的道路.

$v_3 \rightarrow v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_4 \rightarrow v_5 \rightarrow v_0 \rightarrow v_4 \rightarrow v_5 \rightarrow v_0 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3$ .