**微积分A2 期中练习 2020年4月18日**

**系名**  **班级**  **姓名**  **学号**

1. **（20分）设****，****，问：**

**，和****是否存在，若存在，求值，若不存在，证明你的结论。**

**解：****， ……5分**

。 **……5分**

**不存在。 ……5分**

**因为**不存在。 **……5分**

1. **（20分）设****二阶连续可微，证明：**

**。**

**证明：由泰勒公式，**

****

**所以**

****

**……8分**

****

**……8分**

。 **……4分**

**注：用洛必达法则也可以证明，会用到链式法则。**

1. **（20分）设****，且在全平面二阶连续可微，请给出****可以表示成关于****的一元函数与成关于****的一元函数的乘积的充分必要条件，并证明你的结论。**

**解：若可以表示成关于的一元函数与成关于的一元函数的乘积，则，其充分必要条件为**

**，**

**即 。 ……20分**

**注：答案形式不唯一。类似的答案都给分。**

1. **（20分）设函数****二阶连续可微，且二元函数****满足：**



**求证：****满足常微分方程。**

**解：记**

**，**

**； ……8分**

**同理，，**

**。 ……8分**

**代入方程，。 ……4分**

1. **（20分）设，。**
2. **求 （可以用广义积分表示）；**
3. **求满足的常微分方程。**

**解：（I）因为关于一致收敛，其中，所以当时，**

**。 ……10分**

**注：不写“一致收敛”，扣2分。**

**（II）令，则当时，**

**。 ……10分**