

Câu 1. (2,0 điểm)

Trên \mathbb{R}^6 cho tập hợp $W = \left\{ (x_1; x_2; x_3; x_4; x_5; x_6) \left| \begin{array}{l} 2x_3 - 3x_6 + x_5 - x_2 + x_1 = 0 \\ x_4 + 2x_6 - 3x_3 - x_1 + 2x_2 = 0 \\ 2x_4 - 2x_6 + x_1 + x_5 = 0 \end{array} \right. \right\}$

Hãy tìm hệ sinh, cơ sở và xác định số chiều cho W .

Câu 2. (3,0 điểm)

Trên \mathbb{R}^3 cho tập hợp $a = \{u_1 = (1; -1; -2), u_2 = (-1; 2; 3), u_3 = (1; 1; 1)\}$ và tập hợp $b = \{v_1 = (3; 0; -2), v_2 = (4; 1; -3), v_3 = (-6; -1; 4)\}$.

a/ Chứng tỏ rằng a và b là cơ sở của \mathbb{R}^3 .

b/ Cho vector $w = (-1; 1; 0) \in \mathbb{R}^3$. Hãy tìm tọa độ của w theo cơ sở b .

c/ Gọi $\beta_0 = \{e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)\}$ là cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 .

Hãy tìm các ma trận chuyển cơ sở:

$$P = P_{\beta_0 \rightarrow a}; Q = P_{\beta_0 \rightarrow b}; \text{ và } T = P_{b \rightarrow a}.$$

Câu 3. (2,5 điểm)

Cho ma trận thực $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$.

Hãy chéo hóa A , rồi sau đó tìm A^m , với mọi m nguyên; $m \geq 0$.

Câu 4. (1,0 điểm)

Trên không gian Euclide $Eu = (V = \mathbb{R}^3, \langle \cdot | \cdot \rangle)$,

$$\text{với } \langle \alpha | \beta \rangle = \left\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \left| \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} \right\rangle = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3$$

là một tích vô hướng tiêu chuẩn trên \mathbb{R}^3 .

Hãy trực chuẩn hóa tập hợp $S = \{u_1 = (4; -4; -2), u_2 = (-2; -4; 4), u_3 = (4; 2; 4)\}$.

Câu 5. (1,5 điểm)

Cho dạng toàn phương $f: \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$,

và $\beta_0 = \{e_1 = (1; 0; 0), e_2 = (0; 1; 0), e_3 = (0; 0; 1)\}$ là cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 sao cho:

$$\forall X \in \mathbb{R}^3, \text{ ta có } [X]_{\beta_0} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \text{ và } f(X) \equiv f(X, X) = 3x_1^2 - 12x_1x_2 + 10x_2^2 + 4x_2x_3 + 2x_3^2.$$

a/ Hãy chính tắc hóa dạng toàn phương f .

b/ Chỉ ra một cơ sở β ứng với dạng chính tắc ở câu a/.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Cán bộ ra đề thi

Trưởng BM Toán - Lý