

## Fontes principais

1. Cormen T. H.; Leiserson C. E.; Rivest R.; Stein C.. *Introduction to Algorithms*, 3<sup>a</sup> edição, MIT Press, 2009
2. Análise de algoritmo - IME/USP (prof. Paulo Feofiloff)  
[http://www.ime.usp.br/~pf/analise\\_de\\_algoritmos](http://www.ime.usp.br/~pf/analise_de_algoritmos)

## Problema de ordenação

## Problema de ordenação

Algoritmo	pior caso	melhor caso	caso médio	complexidade de espaço
Insertion-sort	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n)$
Merge-sort	$\Theta(n \log n)$	$\Theta(n \log n)$	$\Theta(n \log n)$	$\Theta(n)$
Selection-sort	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n)$
Heap-sort	?	?	?	$\Theta(n)$
Quick-sort	?	?	?	$\Theta(n)$
Counting-sort	?	?	?	?
Radix-sort	?	?	?	?
Bucket-sort	?	?	?	?

## Insertion-sort recursivo

## Insertion-sort recursivo

Insertion-Sort( $A, n$ )

```
1  se  $n \geq 2$ 
2      então Insertion-Sort( $A, n - 1$ )
3           $chave = A[i]$ 
4           $j = n - 1$ 
5          enquanto  $(j > 0)$  e  $(A[j] > chave)$ 
6              faça  $A[j + 1] = A[j]$ 
7                   $j = j - 1$ 
8           $A[j + 1] = chave$ 
```

## Análise do Insertion-sort recursivo

Quantas comparações e quantas trocas o algoritmo executa no pior caso?

## Análise do Insertion-sort recursivo

Tanto o número de comparações quanto o de trocas é dado pela recorrência:

$$T(n) = \begin{cases} 0 & , \text{ se } n = 1 \\ T(n-1) + n & , \text{ se } n > 1 \end{cases}$$

$\Theta(n^2)$  comparações e trocas são executadas no pior caso.

## Algoritmo Selection-Sort Iterativo



## Algoritmo Selection-Sort

Selection-Sort( $A, n$ )

custo

```
1  para  $i = 1$  até  $n - 1$  faça  
2       $min = i$   
3      para  $j = i + 1$  até  $n$  faça  
4          se  $A[j] < A[min]$  então  
5               $min = j$   
6           $A[i] \leftrightarrow A[min]$ 
```

## Algoritmo Selection-Sort

Selection-Sort( $A, n$ )		custo
1	<b>para</b> $i = 1$ <b>até</b> $n - 1$ <b>faça</b>	$\Theta(n)$
2	$min = i$	$\Theta(n)$
3	<b>para</b> $j = i + 1$ <b>até</b> $n$ <b>faça</b>	$\Theta(n^2)$
4	<b>se</b> $A[j] < A[min]$ <b>então</b>	$\Theta(n^2)$
5	$min = j$	$\Theta(n^2)$
6	$A[i] \leftrightarrow A[min]$	$\Theta(n^2)$
		Total: $\Theta(n^2)$

Portanto, a complexidade do algoritmo é  $\Theta(n^2)$

## Análise do algoritmo Selection-Sort (iterativo)

- ▷ Complexidade de pior caso (elementos em ordem decrescente):  $\Theta(n^2)$ , com  $\Theta(n^2)$  comparações e  $\Theta(n)$  trocas.
- ▷ Complexidade de melhor caso (elementos em ordem crescente):  $\Theta(n^2)$
- ▷ Complexidade de caso médio (vetor aleatório):  $\Theta(n^2)$

## Análise do algoritmo Selection-Sort (iterativo)

▷ Complexidade de espaço:  $\Theta(n)$ , pois comparações e trocas são efetuadas diretamente no vetor.

Note que o Selection-Sort realiza mais comparações que o Insertion-Sort, mas menos trocas.

## Análise do algoritmo Selection-Sort (iterativo)

### Invariante:

O vetor  $A[1 \dots i - 1]$  está ordenado e  $A[1 \dots i - 1] < A[i \dots n]$

A partir desta informação valiosa demonstre a corretude do algoritmo Selection-Sort

## Análise do algoritmo Selection-Sort (recursivo)

## Análise do algoritmo Selection-Sort (recursivo)

Selection-Sort( $A, i, n$ )

```
1  se  $i < n$  então  
2       $min = i$   
3      para  $j = i + 1$  até  $n$  faça  
4          se  $A[j] < A[min]$  então  $min = j$   
5       $t = A[min]$   
6       $A[min] = A[i]$   
7       $A[i] = t$   
8      Selection-Sort( $A, i + 1, n$ )
```

## Análise do algoritmo Selection-Sort (recursivo)

Quantas comparações e quantas trocas o algoritmo executa no pior caso?

O número de comparações é dado pela recorrência:

$$T(n) = \begin{cases} 0 & , \text{ se } n = 1 \\ T(n-1) + \Theta(n) & , \text{ se } n > 1 \end{cases}$$

$\Theta(n^2)$  comparações são executadas no pior caso.



## Análise do algoritmo Selection-Sort (recursivo)

O número de trocas é dado pela recorrência:

$$T(n) = \begin{cases} 0 & , \text{ se } n = 1 \\ T(n-1) + \Theta(1) & , \text{ se } n > 1 \end{cases}$$

$\Theta(n)$  trocas são executadas no pior caso.

**Insertion-Sort** e **Selection-Sort** têm a mesma complexidade assintótica, porém em situações em que a operação de troca é muito custosa, é preferível utilizar **Selection-Sort**.

## Ordenação por intercalação

## Ordenação por intercalação

Merge-Sort( $A, p, r$ )

```
1  se  $p < r$ 
2      então  $q \leftarrow \lfloor \frac{p+r}{2} \rfloor$ 
3          Merge-Sort( $A, p, q$ )
4          Merge-Sort( $A, q + 1, r$ )
5          Merge( $A, p, q, r$ )
```

Já analisamos a complexidade deste algoritmo, lembra?

## Algoritmo Tim-Sort

## Algoritmo Tim-Sort

Desenvolvido por Tim Peters em 2002 para a linguagem Python

É um algoritmo de ordenação híbrido de Merge Sort e Insertion-Sort

- ▷ Complexidade de pior caso:  $\Theta(n \log n)$
- ▷ Complexidade de melhor caso:  $\Theta(n)$
- ▷ Complexidade de caso médio:  $\Theta(n \log n)$

## Algoritmo Bogo-Sort

## Algoritmo Bogo-Sort

É um algoritmo de ordenação perversamente ineficiente

É um algoritmo probabilístico por natureza

Para ordenar os  $n$  elementos distintos a complexidade esperada é  $O(n \cdot n!)$

Não é utilizada na prática, mas útil em disciplinas de análise de algoritmos

Obrigado