Referências

- 1. Pacheco, P., An Introduction to Parallel Programming, Morgan Kaufmann Publishers, 2011.
- 2. Diverio, T., Toscani, L., Veloso P., Análise e Complexidade de Algoritmos Paralelos, anais da Escola Regional de Alto Desempenho, 2002. São Leopoldo RS.

```
vizinho = (id + 1) \% 2;
cont = 0:
while (cont < LIMITE) {</pre>
   if (id == cont % 2) {
      cont++;
      MPI_Send(&cont, 1, MPI_INT, vizinho,
                          tag, MPI_COMM_WORLD);
      printf("%d enviou valor %d para %d\n", id, cont, vizinho);
   } else {
      MPI_Recv(&contador, 1, MPI_INT, vizinho,
                             tag, MPI_COMM_WORLD, MPI_STATUS_IGNORE);
      printf("%d recebeu valor %d de %d\n", id, cont, vizinho);
```

Para compilar:

\$ mpicc -o ping_pong ping_pong.c

Para executar:

\$ mpirun -np 2 ./ping_pong

```
0 enviou valor 1 para 1
0 recebeu valor 2 de 1
0 enviou valor 3 para 1
O recebeu valor 4 de 1
0 enviou valor 5 para 1
O recebeu valor 6 de 1
0 enviou valor 7 para 1
O recebeu valor 8 de 1
1 recebeu valor 1 de 0
1 enviou valor 2 para 0
1 recebeu valor 3 de 0
1 enviou valor 4 para 0
1 recebeu valor 5 de 0
1 enviou valor 6 para 0
```

Anel

Anel

```
int token, tag = 0;
if (id != MESTRE) {
  MPI_Recv(&token, 1, MPI_INT, id - 1, tag, MPI_COMM_WORLD,
                                             MPI_STATUS_IGNORE);
  printf("%d recebeu token %d de %d\n", id, token, id - 1);
} else {
   token = 123:
MPI_Send(&token, 1, MPI_INT, (id + 1) % p, tag, MPI_COMM_WORLD);
if (id == 0){
  MPI_Recv(&token, 1, MPI_INT, p - 1, tag, MPI_COMM_WORLD,
                                            MPI STATUS IGNORE);
  printf("%d recebeu token %d de %d\n", id, token, p - 1);
}
```

Anel

```
$mpicc -o anel anel.c
$mpirun -np 4 ./anel
```

- 1 recebeu token 123 de 0
- 2 recebeu token 123 de 1
- 3 recebeu token 123 de 2
- 0 recebeu token 123 de 3

Situação de Deadlock

Situação de Deadlock

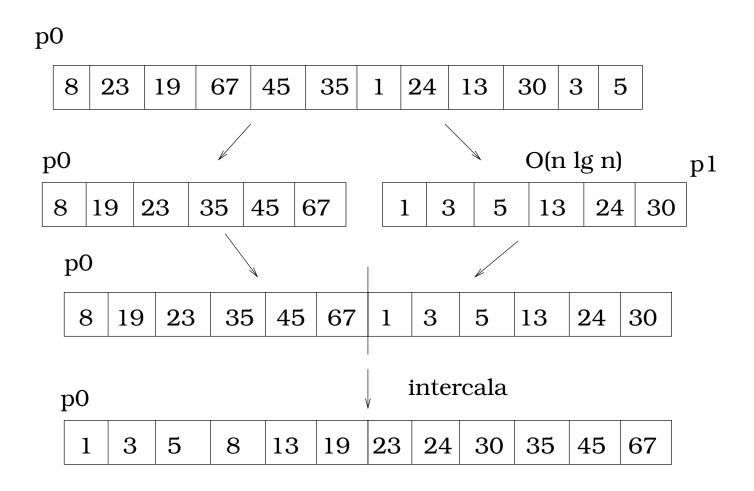
```
if (id == MESTRE) { a = 0; b = 1; }
             else { a = 1; b = 0; }
if (id == MESTRE) {
  MPI_Send(&a, 1, MPI_INT, 1, tag, MPI_COMM_WORLD);
   MPI_Recv(&b, 1, MPI_INT, 1, tag, MPI_COMM_WORLD,
                                    MPI STATUS IGNORE);
} else {
  MPI_Recv(&a, 1, MPI_INT, 0, tag, MPI_COMM_WORLD,
                                    MPI_STATUS_IGNORE);
  MPI_Send(&b, 1, MPI_INT, 0, tag, MPI_COMM_WORLD);
}
printf("id = %d, a = %d, b = %d\n", id, a, b);
```

Situação de Deadlock

Quando há troca de mensagens entre dois processos, pode ocorrer a situação de deadlock, pois as operações de send e receive são bloqueantes.

Solução mais adequada

```
if (id == MESTRE) { a = 0; b = 1; }
              else { a = 1; b = 0; }
 if (id == MESTRE) {
   MPI_Sendrecv(&a, 1, MPI_INT, 1, tag,
                 &b, 1, MPI_INT, 1, tag, MPI_COMM_WORLD,
                                         MPI_STATUS_IGNORE);
 } else {
   MPI_Sendrecv(&b, 1, MPI_INT, 0, tag,
                 &a, 1, MPI_INT, 0, tag, MPI_COMM_WORLD,
                                         MPI_STATUS_IGNORE);
printf("id = %d, a = %d, b = %d\n", id, a, b);
```



```
// inicialização
if (id == MESTRE){
  gerar_vetor(v, N);
  MPI_Send(&v[N/2], N/2, MPI_INT, 1, tag, MPI_COMM_WORLD);
   qsort(v, N/2, sizeof(int), &compare);
  MPI_Recv(&v[N/2], N/2, MPI_INT, 1, tag, MPI_COMM_WORLD, MPI_STA
  merge(v, N);
  mostrar_vetor(v, N);
} else {
  MPI_Recv(v, N/2, MPI_INT, O, tag, MPI_COMM_WORLD, MPI_STATUS_IO
  qsort(v, N/2, sizeof(int), &compare);
  MPI_Send(v, N/2, MPI_INT, 0, tag, MPI_COMM_WORLD);
}
```

```
void merge(int v[], int n){
   int i = 0, j = N/2, m = N/2;
   int w[N], k = 0;
   while (i < m \&\& j < n){
      if (v[i] < v[j]) w[k++] = v[i++];
      else if (v[i] >= v[j]) w[k++] = v[j++];
   while(i < m) w[k++] = v[i++];
   while(j < n) w[k++] = v[j++];
   for (int i = 0; i < n; i++) v[i] = w[i];
}
```

Ordenação bolha

Ordenação bolha

```
void ordenacao_bolha(int a[],int n) {
   int tamanho, i, temp;
   for (tamanho = n; tamanho >= 2; tamanho--) {
      for (i = 0; i < tamanho - 1; i++) {
        if (a[i] > a[i+1]) {
           troca (a, i, i+1);
        }
    }
}
```

Complexidade: $O(n^2)$

Ordenação bolha

Difícil de paralelizar, pois há um ordem de comparação inerentemente sequencial.

Variação do algoritmo bolha que possui oportunidades consideráveis de paralelismos.

ideia: desacoplar as comparações e trocas.

O algoritmo consiste de uma sequência comparações e trocas alternando entre as fases par e ímpar.

Durante a **fase par**, executar comparações e trocas entre os pares $(a[0], a[1]), (a[2], a[3]), (a[4], a[5]), \cdots$

Durante a **fase ímpar**, executar comparações e trocas entre os pares $(a[1], a[2]), (a[3], a[4]), (a[5], a[6]), \cdots$

fases	vetor
par	compare e troque os pares $(5,9), (4,3), (2,7), (8,6)$
	obtendo [5, 9, 3, 4, 2, 7, 6, 8]

fases	vetor
par	compare e troque os pares $(5,9), (4,3), (2,7), (8,6)$
	obtendo [5, 9, 3, 4, 2, 7, 6, 8]
	compare e troque os pares $(9,3), (4,2), (7,6)$
	obtendo [5, 3, 9, 2, 4, 6, 7, 8]

fases	vetor
par	compare e troque os pares $(5,9), (4,3), (2,7), (8,6)$
	obtendo [5, 9, 3, 4, 2, 7, 6, 8]
ímpar	compare e troque os pares $(9,3), (4,2), (7,6)$
	obtendo [5, 3, 9, 2, 4, 6, 7, 8]
par	compare e troque os pares $(5,3), (9,2), (4,6), (7,8)$
	obtendo [3, 5, 2, 9, 4, 6, 7, 8]

fases	vetor
par	compare e troque os pares $(5,9), (4,3), (2,7), (8,6)$
	obtendo [5, 9, 3, 4, 2, 7, 6, 8]
ímpar	compare e troque os pares $(9,3), (4,2), (7,6)$
	obtendo [5, 3, 9, 2, 4, 6, 7, 8]
par	compare e troque os pares $(5,3),(9,2),(4,6),(7,8)$
	obtendo [3, 5, 2, 9, 4, 6, 7, 8]
ímpar	compare e troque os pares $(5,2), (9,4), (6,7)$
	obtendo [3, 2, 5, 4, 9, 6, 7, 8]

fases	vetor
par	compare e troque os pares $(5,9), (4,3), (2,7), (8,6)$
	obtendo [5, 9, 3, 4, 2, 7, 6, 8]
ímpar	compare e troque os pares $(9,3), (4,2), (7,6)$
	obtendo [5, 3, 9, 2, 4, 6, 7, 8]
par	compare e troque os pares $(5,3),(9,2),(4,6),(7,8)$
	obtendo [3, 5, 2, 9, 4, 6, 7, 8]
ímpar	compare e troque os pares $(5,2), (9,4), (6,7)$
	obtendo [3, 2, 5, 4, 9, 6, 7, 8]
par	compare e troque os pares $(3,2),(5,4),(9,6),(7,8)$
	obtendo [2, 3, 4, 5, 6, 9, 7, 8]

fases	vetor
par	compare e troque os pares $(5,9), (4,3), (2,7), (8,6)$
	obtendo [5, 9, 3, 4, 2, 7, 6, 8]
ímpar	compare e troque os pares $(9,3), (4,2), (7,6)$
	obtendo [5, 3, 9, 2, 4, 6, 7, 8]
par	compare e troque os pares $(5,3),(9,2),(4,6),(7,8)$
	obtendo [3, 5, 2, 9, 4, 6, 7, 8]
ímpar	compare e troque os pares $(5,2),(9,4),(6,7)$
	obtendo [3, 2, 5, 4, 9, 6, 7, 8]
par	compare e troque os pares $(3,2), (5,4), (9,6), (7,8)$
	obtendo [2, 3, 4, 5, 6, 9, 7, 8]
ímpar	compare e troque os pares $(3,4),(5,6),(9,7)$
	obtendo [2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 8]

fases	vetor
par	compare e troque os pares $(5,9), (4,3), (2,7), (8,6)$
	obtendo [5, 9, 3, 4, 2, 7, 6, 8]
ímpar	compare e troque os pares $(9,3), (4,2), (7,6)$
	obtendo [5, 3, 9, 2, 4, 6, 7, 8]
par	compare e troque os pares $(5,3),(9,2),(4,6),(7,8)$
	obtendo [3, 5, 2, 9, 4, 6, 7, 8]
ímpar	compare e troque os pares $(5,2),(9,4),(6,7)$
	obtendo [3, 2, 5, 4, 9, 6, 7, 8]
par	compare e troque os pares $(3,2), (5,4), (9,6), (7,8)$
	obtendo [2, 3, 4, 5, 6, 9, 7, 8]
ímpar	compare e troque os pares $(3,4),(5,6),(9,7)$
	obtendo [2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 8]
par	compare e troque os pares $(2,3), (4,5), (6,7), (9,8)$
	obtendo [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]

```
void ordenacao_par_impar(int a[], int n) {
   for (int fase = 0; fase < n; fase++)</pre>
      if (fase % 2 == 0) { /* fase par */
         for (int i = 1; i < n; i += 2)
            if (a[i - 1] > a[i]) {
               troca(a, i - 1, i);
      } else { /* fase impar */
         for (int i = 1; i < n - 1; i += 2)
            if (a[i] > a[i + 1]) {
               troca(a, i, i + 1);
```

Ordenacao par-ímpar paralelo:

- 1. Cada processo contém um sub-vetor com r = n/p elementos.
- 2. Cada processo ordena o seu sub-vetor local.
- 3. Repita p fases
 - Fase par, processos com id impares trocam dados com processos de id pares: $(p_0, p_1), (p_2, p_3), (p_4, p_5), \cdots$
 - Fase impar, processos com id pares trocam dados com processos de id impares: $(p_1, p_2), (p_3, p_4), (p_5, p_6), \cdots$

tempo	processo			
tempo	0	1	2	3
início	15, 11, 9, 16	3, 14, 8, 7	4, 6, 12, 10	5, 2, 13, 1
ordenação	9, 11, 15, 16	3, 7, 8, 14	4, 6, 10, 12	1, 2, 5, 13
fase 0	3, 7, 8, 9	11, 14, 15, 16	1, 2, 4, 5	6, 10, 12, 13
fase 1	3, 7, 8, 9	1, 2, 4, 5	11, 14, 15, 16	6, 10, 12, 13
fase 2	1, 2, 3, 4	5, 7, 8, 9	6, 10, 11, 12	13, 14, 15, 16
fase 3	1, 2, 3, 4	5, 6, 7, 8	9, 10, 11, 12	13, 14, 15, 16

- o Ordenação local : $O(n \lg n)$
- Pelo menos p fases
 - \triangleright processos vizinhos troca n/p elementos.
 - \triangleright executam o merge e split em dois sub-vetores de tamanho n/p

```
T_{par} = (\text{ordenação local})
+ (p rodadas de comunicação)
+ (p merges/splits).
```

- o Ordenação local : $O(n \lg n)$
- Pelo menos p fases
 - \triangleright processos vizinhos troca n/p elementos.
 - ightharpoonup executam o merge e split em dois sub-vetores de tamanho n/p

$$T_{par} = (O((n/p) \lg(n/p)))$$

$$+(p * O(n/p))$$

$$+(p * O(n/p)).$$

- o Ordenação local : $O(n \lg n)$
- Pelo menos p fases
 - \triangleright processos vizinhos troca n/p elementos.
 - ightharpoonup executam o merge e split em dois sub-vetores de tamanho n/p

$$T_{par} = (O((n/p) \lg(n/p)))$$

$$+O(n)$$

$$+O(n).$$

- o Ordenação local : $O(n \lg n)$
- Pelo menos p fases
 - \triangleright processos vizinhos troca n/p elementos.
 - ightharpoonup executam o merge e split em dois sub-vetores de tamanho n/p

$$T_{par} = \left(O((n/p)\lg(n/p))\right) + O(2n)$$

```
ordenacao_par_impar(a\_local, n\_local)
(1) ordene(a\_local, n\_local)
(2) para fase = 0 até p faça
(3)
          vizinho = compute_o_vizinho(fase, id)
(4)
          se vizinho é valido então
(5)
                envia(a\_local, n\_local, vizinho)
(6)
                recebe(b\_local, n\_local, vizinho)
                se (id < vizinho) então
(7)
(8)
                      intercala e mantém os menores
(9)
                senão
(10)
                      intercala e mantém os majores
```

computar o vizinho

```
if (fase % 2 == 0) /* fase par */
   if (id % 2 != 0) /* id impar */
          vizinho = id - 1;
                    /* id par */
   else
           vizinho = id + 1;
                   /* fase impar */
else
   if (id % 2 != 0) /* id impar */
           vizinho = id + 1:
                   /* id par */
   else
           vizinho = id - 1;
if (vizinho == -1 || vizinho == p)
        vizinho = MPI PROC NULL;
```

Enviar e receber do vizinho

Enviando o vetor a de tamanho n para o vizinho e recebendo o vetor b de tamanho n do vizinho.

Útil para evitar deadlock.

* como implementar isto?

```
ordenacao_par_impar(a\_local, n\_local)
(1) ordene(a\_local, n\_local)
(2) para fase = 0 até p faça
(3)
          vizinho = compute_o_vizinho(fase, id)
(4)
          se vizinho é valido então
(5)
                \mathsf{envia}(a\_local, n\_local, vizinho)
(6)
                recebe(b\_local, n\_local, vizinho)
(7)
                se (id < vizinho) então
                       intercala e mantém os menores*
(8)
(9)
                senão
(10)
                       intercala e mantém os maiores*
```

```
void intercala_e_mantem_menores_valores(int a[],
                                         int b[],
                                         int c[], int n){
   int i, j, k;
   i = j = k = 0;
   while (k < n) {
      if (a[i] <= b[j])
           c[k++] = a[i++];
      else c[k++] = b[j++];
   }
   for (i = 0; i < n; i++)
     a[i] = c[i];
```

```
void intercala_e_mantem_maiores_valores(int a[],
                                         int b[],
                                         int c[], int n){
   int i, j, k;
   i = j = k = n - 1;
   while (k \ge 0) {
      if (a[i] >= b[j])
           c[k--] = a[i--];
      else c[k--] = b[j--];
   }
   for (i = 0; i < n; i++)
     a[i] = c[i];
```

```
void ordenacao_par_impar(int a[], int n, int id, int p) {
   int vizinho, b[N], c[N], tag = 0;
   qsort(a, n, sizeof(int), compare);
   for (int fase = 0; fase < p+1; fase++){
      vizinho = computar_vizinho(id, p, fase);
      if (vizinho >= 0) { // não está ocioso
         MPI_Sendrecv(a, n, MPI_INT, vizinho, tag,
                      b, n, MPI_INT, vizinho, tag,
                      MPI_COMM_WORLD, MPI_STATUS_IGNORE);
         if (id < vizinho)</pre>
              intercala_e_mantem_menores_valores(a, b, c, n);
         else
              intercala_e_mantem_maiores_valores(a, b, c, n);
```

```
int main(int argc, char *argv[]){
   int id, p, n = N, v[N], v_local[N], n_local;
  MPI_Init(&argc, &argv);
  MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &id);
  MPI_Comm_size(MPI_COMM_WORLD, &p);
  n_{local} = n / p;
   if (id == MESTRE){
      gerar_vetor(v, n);
```

```
MPI_Scatter(v, n_local, MPI_INT,
            v_local, n_local, MPI_INT,
           MESTRE, MPI COMM WORLD);
MPI_Barrier(MPI_COMM_WORLD);
ordenacao_par_impar(v_local, n_local, id, p);
MPI_Gather(v_local, n_local, MPI_INT,
          v, n_local, MPI_INT,
          MESTRE, MPI COMM WORLD):
if (id == MESTRE) {
  mostrar_vetor(v, n);
MPI_Finalize();
```

Medindo o tempo de execução

Use MPI_Wtime() que devolve o tempo decorrido desde algum ponto no passado.

```
double inicio, fim;
inicio = MPI_Wtime();
// codigo a ser medido
...
fim = MPI_Wtime();
printf("tempo decorrido = %e segundos \n", fim - inicio);
```

Rank sort

Rank sort

Ideia: Comparar cada elemento da lista a ser ordenada com todos os outros, fazendo a contagem de todos os elementos que são menores que o elemento que está sendo calculado.

algoritmo Rank sort

Entrada: O tamanho n do vetor v e seus elementos

Saída: O vetor em ordem crescente.

algoritmo Rank sort

```
1 para i = 0 até n faça

2 contador = 0

3 para j = 1 até n faça

4 se v[i] < v[j] então

5 contador = contador + 1

6 vetor\_ordenado[contador] = v[i]
```

Complexidade algoritmo sequencial: $O(n^2)$

O algoritmo envolve três tarefas principais:

- ▶ reorganização dos dados: cada elemento é colocado na sua posição final determinado pelo seu rank.

Exemplo: n = 4, $v = \{4, 2, 3, 1\}$

i = 1				
	j = 1	$v[1] = 4 \ge v[1] = 4$	contador = 1	
	j = 2	$v[1] = 4 \ge v[2] = 2$	contador = 2	
	j = 3	$v[1] = 4 \ge v[1] = 3$	contador = 3	
	j = 4	$v[1] = 4 \ge v[1] = 1$	contador = 4	
$vetor_ordenado[contador] = v[1]$				

 $vetor_ordenado = [0, 0, 0, 4]$

Exemplo: n = 4, $v = \{4, 2, 3, 1\}$

i = 2				
	j = 1	$v[2] = 2 \ge v[1] = 4$	contador = 0	
	j = 2	$v[2] = 2 \ge v[2] = 2$	contador = 1	
	j = 3	$v[2] = 2 \ge v[1] = 3$	contador = 1	
	j = 4	$v[2] = 2 \ge v[1] = 1$	contador = 2	
$vetor_ordenado[contador] = v[2]$				

 $vetor_ordenado = [0, 2, 0, 4]$

Exemplo: n = 4, $v = \{4, 2, 3, 1\}$

i = 3				
	j = 1	$v[3] = 3 \ge v[1] = 4$	contador = 0	
	j = 2	$v[3] = 3 \ge v[2] = 2$	contador = 1	
	j = 3	$v[3] = 3 \ge v[1] = 3$	contador = 2	
	j = 4	$v[3] = 3 \ge v[1] = 1$	contador = 3	
$vetor_ordenado[contador] = v[3]$				

 $vetor_ordenado = [0, 2, 3, 4]$

Exemplo: n = 4, $v = \{4, 2, 3, 1\}$

i = 4				
	j = 1	$v[4] = 1 \ge v[1] = 4$	contador = 0	
	j = 2	$v[4] = 1 \ge v[2] = 2$	contador = 0	
	j = 3	$v[4] = 1 \ge v[1] = 3$	contador = 0	
	j = 4	$v[4] = 1 \ge v[1] = 1$	contador = 1	
$vetor_ordenado[contador] = v[4]$				

 $vetor_ordenado = [1, 2, 3, 4]$

Algoritmo baseado em troca de mensagens

A abordagem do algoritmo rank sort, para uma arquitetura de memória distribuída, utilizando-se de troca de mensagens, é a mestre escravo.

ideia: o processador mestre faz um *broadcast* do vetor a ser ordenado, cada processador escravo faz a computação do seu vetor local, e devolve o resultado para o mestre.

Algoritmo baseado em troca de mensagens

algoritmo Rank sort por troca de mensagens Entrada: O tamanho n do vetor v e seus elementos, número p de processos, identificador do processo $0 \le id \le p$ Saída: O vetor em ordem crescente.

Algoritmo baseado em troca de mensagens

```
algoritmo Rank sort por troca de mensagens
    contador = 0
 1
    se id = MESTRE então
 3
       broadcast(v, MESTRE)
 4
    para j=1 até n-1 faça
       se v\_local[i] < v\_local[j] então
 5
 6
             contador = contador + 1
    se id = MESTRE então
 8
       para i = 1 até p - 1 faça
 9
             recebe(contador, ANY_SOURCE)
             vetor\_ordenado[contador] = v[i]
10
11
    senão
       envia(contador, MESTRE)
12
```

Rank sort por troca de mensagens (1)

```
/* Iniciando o programa */
MPI_Init(&argc, &argv);
MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &id);
MPI_Comm_size(MPI_COMM_WORLD, &p);
```

Rank sort por troca de mensagens (2)

```
if (id == MESTRE){
        gerar_vetor_sem_repeticao(v, n);
}

MPI_Bcast(&v, n, MPI_INT, 0, MPI_COMM_WORLD);
n_local = n/(p-1);  // o mestre não faz o processamento
```

Rank sort por troca de mensagens (3)

```
if (id == MESTRE){
        gerar_vetor_sem_repeticao(v, n);
}

MPI_Bcast(&v, n, MPI_INT, 0, MPI_COMM_WORLD);
n_local = n/(p-1);  // o mestre não faz o processamento
```

Rank sort por troca de mensagens (4)

```
if (id != MESTRE){
   int inicio = (id - 1)* n_local;
   int fim = inicio + n_local;
   for (int k = inicio; k < fim; k++) {</pre>
      valor = v[k]:
      contador = 0;
      for (int i = 0; i < n; i++){
          if (v[i] < valor) contador++;</pre>
      posicao = 0;
      envia(contador, valor, MESTRE);
```

Rank sort por troca de mensagens (5)

Rank sort por troca de mensagens (6)

```
if (id == MESTRE){
  for (int k = 0; k < n; k++) {
     MPI_Recv(buffer, 100, MPI_PACKED, MPI_ANY_SOURCE, tag,
                             MPI_COMM_WORLD, MPI_STATUS_IGNORE);
      posicao = 0;
      MPI_Unpack(buffer, 100, &posicao,
                       &contador, 1, MPI_INT, MPI_COMM_WORLD);
      MPI_Unpack(buffer, 100, &posicao,
                       &valor, 1, MPI_INT, MPI_COMM_WORLD);
      vetor_ordenado[contador] = valor;
  mostrar_vetor(vetor_ordenado, n);
}
```

Rank sort por troca de mensagens (7)

```
/* Finalizando o programa */
MPI_Finalize();
```

Fim