Ciência da Computação
Arquitetura Paralela e Distribuída
Exercícios

Professor: Leonardo Takuno
{leonardo.takuno@gmail.com}

24 de março de 2016

1. Dado um vetor a de n elementos inteiros. Escreva uma algoritmo paralelo para calcular o vetor B de n posições, tal que:

$$B[i] = A[i]^n, 0 \leq i \leq n-1.$$

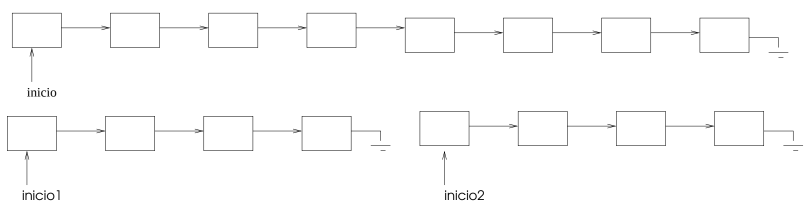
   Seu algoritmo deve utilizar apenas operações de multiplicação (não deve utilizar operações de exponenciação). Suponha que n é uma potência de 2. Apresente as complexidades do algoritmo e o modelo PRAM utilizado.

2. Dado uma lista L encadeada de n elementos, em que cada elemento possui um ponteiro $prox$ que aponta para o próximo elemento da lista, sendo que o último elemento aponta para nil. É dado um ponteiro $inicio$ que aponta para o primeiro elemento da lista.

   Escreva um algoritmo paralelo para dividir a lista L em duas sublistas L_1 e L_2, onde L_1 corresponde à primeira metade de L, e L_2 corresponde à segunda metade de L. Seu algoritmo deve determinar dois ponteiros, $inicio_1$ e $inicio_2$, que apontam para o primeiro elemento de L_1 e L_2, respectivamente. O último elemento de cada sublista deve apontar para nil.

   Suponha que n é uma potência de 2. Apresente as complexidades do algoritmo e o modelo PRAM utilizado.

   Exemplo:



3. Dada uma árvore T enraizada, temos:

   - n : número de vértices de T.
   - $Pai[i]$: vértice pai do vértice i em T, $0 \leq i \leq n-1$. Se i é a raiz, $Pai[i] = -1$.

   Os vértices de T podem ser coloridos com apenas 2 cores, de maneira que vértices adjacentes recebam cores diferentes.

a) Escreva um algoritmo paralelo que atribua as cores 0 e 1 aos vértices de T, de maneira a satisfazer o requerimento acima. Seu algoritmo deve obter o vetor:

$$Cor[i] : \text{cor do vértice } i, 0 \leq i \leq n-1$$

Apresente as complexidades do algoritmo e o submodelo PRAM utilizado.

b) Seu algoritmo para o item (a) funciona também para uma floresta de árvores enraizadas direcionadas das folhas para a raiz? Seu algoritmo precisa de alguma modificação para isso?

4. Dada uma árvore T enraizada, temos:

- n : número de vértices de T
- $Prim\_Filho[i]$: vértice que é o primeiro filho do vértice i, da esquerda para a direita em T, $0 \leq i \leq n-1$. Se o vértice i não possui filhos (isto é, é uma folha), então $Prim\_Filho[i] = -1$.
- $Prox\_Irmao[i]$: vértice que é o próximo irmão do vértice i, da esquerda para a direita em T, $0 \leq i \leq n-1$. Se o vértice i não possui mais irmãos, $Prox\_Irmao[i] = -1$.

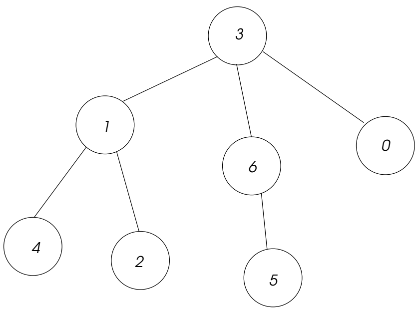
Escreva um algoritmo paralelo para determinar o vértice pai de cada vértice de uma árvore enraizada T qualquer. Isto é, seu algoritmo deve obter o vetor:

$Pai[i]$: vértice pai do vértice i em T, $0 \leq i \leq n-1$. Se o vértice i é a raiz, $Pai[i] = -1$.

Apresente as complexidades do algoritmo e o submodelo PRAM utilizado.

Exemplo:

	0	1	2	3	4	5	6
Prim_Filho =	-1	4	-1	1	-1	-1	5
Prox_Irmao =	-1	6	-1	-1	2	-1	0
Pai =	3	3	1	-1	1	6	3



5. Dada uma árvore T enraizada, direcionada das folhas para a raiz, temos:

- n: número de vértices de T.
- $Pai[i]$: vértice pai do vértice i em T, $0 \leq i \leq n-1$. Se i é a raiz, $Pai[i] = -1$.

Escreva um algoritmo para determinar o número N_Folhas de folhas de T. Apresente as complexidades do algoritmo e o submodelo PRAM utilizado. Se necessário, suponha que n é uma potência de 2.

6. Dada uma árvore T enraizada, temos a estrutura $Prox\_Circuito$ que representa uma lista encadeada com as arestas que formam um circuito de Euler de T. Suponha que este circuito já foi quebrado na Raiz, isto é, a última aresta do circuito aponta para nil. Assim, temos:

- n: número de vértices de T, $n > 1$.
- $Prox\_Circuito[(i,j)]$: aresta seguinte à aresta (i,j) no circuito de Euler de T.

Escreva um algoritmo para determinar o número N_Folhas de folhas de T. Apresente as complexidades do algoritmo e o submodelo PRAM utilizado. Se necessário, suponha que n é uma potência de 2.

7. Dada uma árvore enraizada, temos:

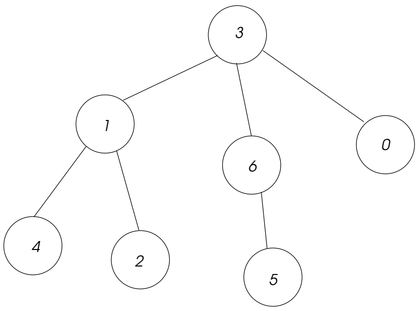
- n: número de vértices de T.
- $Prim\_Filho[i]$: vértice que é o primeiro filho do vértice i, da esquerda para a direita em T, $0 \leq i \leq n-1$.
  Se o vértice i não possui filhos (isto é, é uma folha), então $Prim\_Filho[i] = -1$.
- $Prox\_Irmao[i]$: vértice que é o primeiro irmão do vértice i, da esquerda para a direita em T, $0 \leq i \leq n-1$.
  Se o vértice i não possui mais irmãos, então $Prox\_Irmao[i] = -1$.

Escreva um algoritmo paralelo para obter um vetor Folha de n posições, onde os vértices folhas da árvore T estejam armazenados em posições consecutivas. As posições não utilizadas do vetor devem ficar com o valor -1. Se necessário suponha que n é uma potência de 2. Apresente as complexidades do algoritmo e o submodelo PRAM utilizado.

	0	1	2	3	4	5	6
Prim_Filho =	-1	4	-1	1	-1	-1	5

Prox_Irmao =	-1	6	-1	-1	2	-1	0

Pai =	0	2	4	5	-1	-1	-1



8. Dada uma árvore enraizada T, temos a estrutura $prox\_Circuito$ que representa uma lista encadeada com as arestas que formam um circuito de Euler de T. Suponha que este cirucito já foi quebrado na Raiz, isto é, a última aresta do circuito aponta para nil. Assim, temos:

- n: número de vértices de T.
- $raiz$: vértice raiz de T.
- $prox\_Circuito[(i,j)]$: aresta seguinte à aresta (i,j) no circuito de Euler de T.
- $p\_ini\_circuito$: ponteiro para o início da lista do circuito de Euler.

Escreva um algoritmo paralelo para obter um vetor Folha de n posições, onde os vértices folhas da árvore T estejam armazenados em posições consecutivas, seguindo a ordem em que as folhas aparecem no circuito de Euler. As posições não utilizadas do vetor devem ficar com o valor -1. Apresente as complexidades do algoritmo e o submodelo PRAM utilizado.

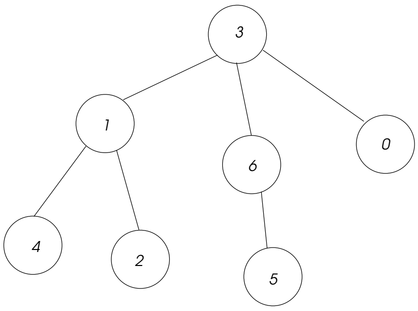
$raiz = 3$

$prox\_circuito$

$p\_ini\_circuito \rightarrow (3,1) \rightarrow (1,4) \rightarrow (4,1) \rightarrow (1,2) \rightarrow (2,1) \rightarrow (1,3) \rightarrow (3,6) \rightarrow (6,5) \rightarrow (5,6) \rightarrow (6,3) \rightarrow (3,0) \rightarrow (0,3) \neg$

Folha =

4	2	5	0	-1	-1	-1

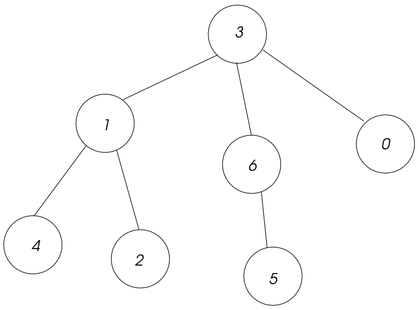


9. Dada uma árvore binária completa T enraizada, temos:

   - n: número de vértices de T.
   - $prim\_Filho[i]$: vértice que é o primeiro filho do vértice i, da esquerda para a direita de T, $0 \leq i \leq n-1$. Se o vértice i não possui filhos (isto é, é uma folha), então $prim\_Filho[i] = -1$.
   - $prox\_Irmao[i]$: vértice que é o próximo irmão do vértice i, da esquerda para a diretia em T, $0 \leq i \leq n-1$. Se o vértice i não possui mais irmãos, $prox\_Irmao[i] = -1$.

   Escreva um algoritmo paralelo para determinar o vértice pai, o vértice $filho\_Esquerdo$ e o vértice $filho\_Direito$ de cada vértice de T. Apresente as complexidades do algoritmo e o submodelo PRAM utilizado. Seu algoritmo deve determinar os seguintes valores de n posições:

   - $pai[i]$: vértice pai do vértice i em T, $0 \leq i \leq n-1$. Se o vértice i é a raiz, $pai[i] = -1$.
   - $filho\_Esquerdo[i]$: vertice filho esquerdo do vértice i em T, $0 \leq i \leq n-1$. Se o vértice i é uma folha, $filho\_Esquerdo[i] = -1$.
   - $filho\_Direito[i]$: vertice filho direito do vértice i em T, $0 \leq i \leq n-1$. Se o vértice i é uma folha, $filho\_Direito[i] = -1$.



10. Dada uma árvore binária T enraizada, temos:

   - n: número de vértices de T, $n > 1$.
   - $pai[i]$: vértice pai do vértice i em T, $0 \leq i \leq n-1$. Se o vértice i é a raiz, $pai[i] = -1$.

Prim_Filho =

0	1	2	3	4	5	6	7	8
6	4	-1	1	-1	2	-1	-1	-1

Prox_Irmao =

-1	0	7	-1	8	-1	5	-1	-1

Pai =

3	3	5	-1	1	0	0	5	1

filho_Esquerdo =

6	4	-1	1	-1	2	-1	-1	-1

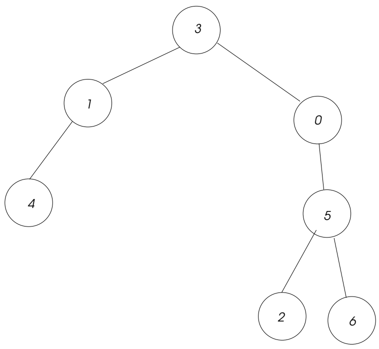
filho_Direito =

5	8	-1	0	-1	7	-1	-1	-1

- $filho\_Esquerdo[i]$: vertice filho esquerdo do vértice i em T, $0 \leq i \leq n-1$. Se o vértice i é uma folha, $filho\_Esquerdo[i] = -1$.
- $filho\_Direito[i]$: vertice filho direito do vértice i em T, $0 \leq i \leq n-1$. Se o vértice i é uma folha, $filho\_Direito[i] = -1$.

Escreva um algoritmo paralelo para obter a estrutura $prox\_Circuito$ que representa uma lista encadeada fechada com as arestas que formam um circuito de Euler de T. Apresente as complexidades do algoritmo e o submodelo PRAM utilizado. Seu algoritmo deve determinar a seguinte estrutura:

$prox\_Circuito[(i,j)]$: aresta seguinte à aresta (i,j) no circuito de Euler de T.



Pai =

3	3	5	-1	1	0	5

filho_Esquerdo =

-1	4	-1	1	-1	2	-1

filho_Direito =

5	-1	-1	0	-1	6	-1

(3,1) → (1,4) → (4,1) → (1,3) → (3,0) → (0,5) → (5,2) → (2,5) → (5,6) → (6,5) → (5,0) → (0,3)