

# 2차원 데이터 정리

# 두 데이터 사이의 관계를 나타내는 지표

## 데이터 준비

```
[ ] import numpy as np
    import pandas as pd

    %precision 3
    pd.set_option('precision', 3)
```

```
[ ] df = pd.read_csv('scores_em.csv',
                    index_col='student number')
```

# 두 데이터 사이의 관계를 나타내는 지표

## 데이터 준비

```
[ ] en_scores = np.array(df['english'])[:10]
    ma_scores = np.array(df['mathematics'])[:10]

    scores_df = pd.DataFrame({'english':en_scores,
                              'mathematics':ma_scores},
                              index=pd.Index(['A', 'B', 'C', 'D', 'E',
                                              'F', 'G', 'H', 'I', 'J'],
                                              name='student'))
```

scores\_df

student	english	mathematics
A	42	65
B	69	80
C	56	63
D	41	63
E	57	76
F	48	60
G	65	81
H	49	66
I	65	78
J	58	82

# 두 데이터 사이의 관계를 나타내는 지표

---

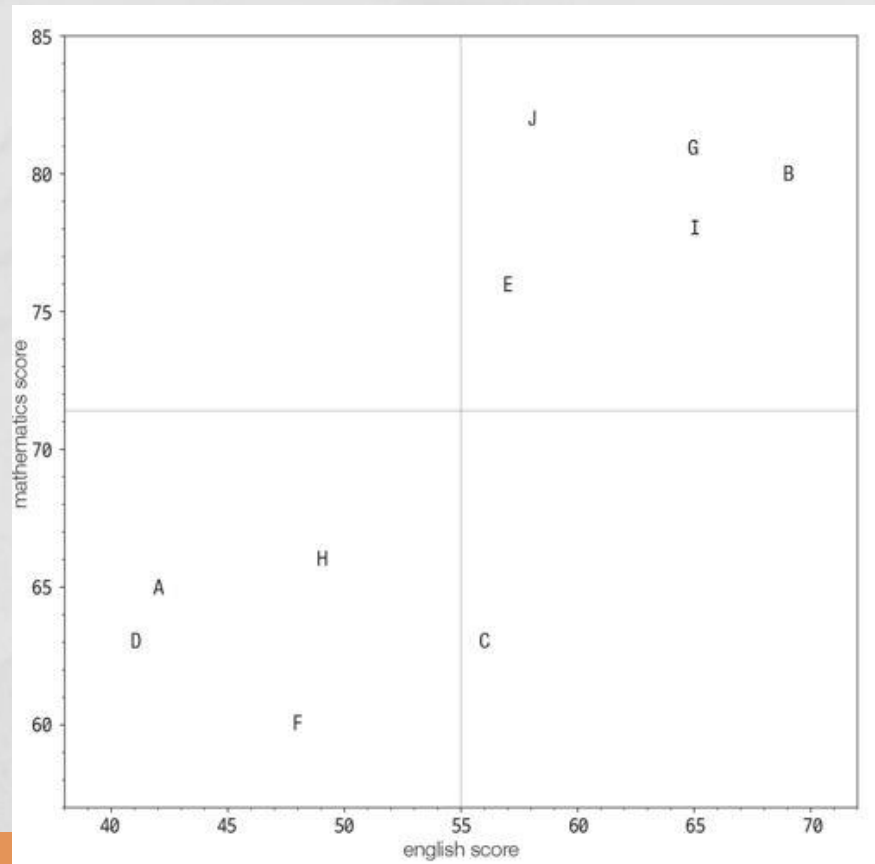
## 데이터 준비

- 영어 점수가 높은 학생일수록 수학 점수가 높은 경향이 있다면 영어 점수와 수학 점수는 양의 상관 관계
- 영어 점수가 높은 학생일수록 수학 점수가 낮은 경향이 있다면 영어 점수와 수학 점수는 음의 상관 관계
- 영어 점수가 수학 점수에 직접적으로 영향을 미치지 않을 때, 영어 점수와 수학 점수는 무상관

# 두 데이터 사이의 관계를 나타내는 지표

## 공분산

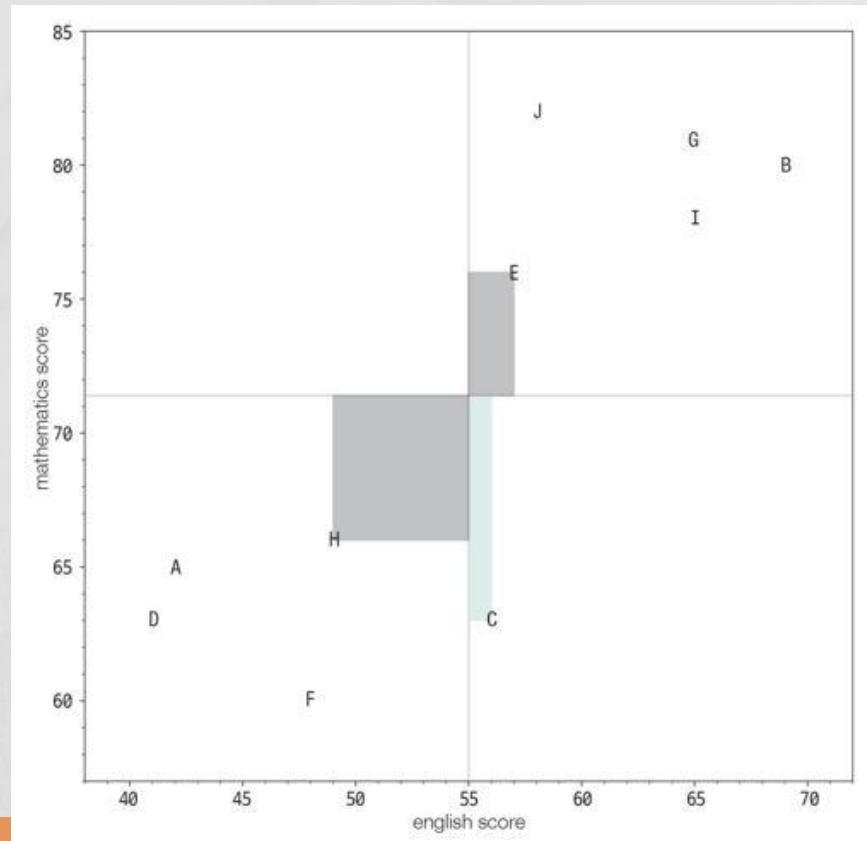
- 중간의 가로선과 세로선은 수학과 영어 평균 점수
- 영어 점수와 수학 점수는 양의 상관 관계



# 두 데이터 사이의 관계를 나타내는 지표

## 공분산

- 직사각형의 가로길이는 영어 점수의 편차, 세로는 수학 점수의 편차
- 공분산은 면적, 음의 면적도 가능(음의 상관)



# 두 데이터 사이의 관계를 나타내는 지표

## 공분산

$$\begin{aligned} S_{xy} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\ &= \frac{1}{n} \{ (x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + (x_2 - \bar{x})(y_2 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y}) \} \end{aligned}$$

```
[ ] summary_df = scores_df.copy()
    summary_df['english_deviation'] =#
        summary_df['english'] - summary_df['english'].mean()
    summary_df['mathematics_deviation'] =#
        summary_df['mathematics'] - summary_df['mathematics'].mean()
    summary_df['product of deviations'] =#
        summary_df['english_deviation'] * summary_df['mathematics_deviation']
    summary_df
```

```
[ ] summary_df['product of deviations'].mean()
```

62.800

# 두 데이터 사이의 관계를 나타내는 지표

## 공분산

	english	mathematics	english_deviation	mathematics_deviation	product of deviations
student					
A	42	65	-13.0	-6.4	83.2
B	69	80	14.0	8.6	120.4
C	56	63	1.0	-8.4	-8.4
D	41	63	-14.0	-8.4	117.6
E	57	76	2.0	4.6	9.2
F	48	60	-7.0	-11.4	79.8
G	65	81	10.0	9.6	96.0
H	49	66	-6.0	-5.4	32.4
I	65	78	10.0	6.6	66.0
J	58	82	3.0	10.6	31.8



# 두 데이터 사이의 관계를 나타내는 지표

## 공분산

- NumPy의 cov 함수 반환값은 공분산 행렬(분산공분산 행렬)

```
[ ] cov_mat = np.cov(en_scores, ma_scores, ddof=0)
    cov_mat

array([[86.  , 62.8 ],
       [62.8 , 68.44]])
```

- 1행 2열, 2행 1열 성분이 영어 수학의 공분산

```
[ ] cov_mat[0, 1], cov_mat[1, 0]

(62.800000000000004, 62.800000000000004)
```

# 두 데이터 사이의 관계를 나타내는 지표

## 상관계수

- 공분산의 단위는 직감적으로 이해하기 어려우므로, 단위에 의존하지 않는 상관을 나타내는 지표

- 시험 점수간의 공분산 (점수 X 점수), 키와 점수 (cm X 점수)

- 상관계수는 공분산을 각 데이터의 표준편차로 나누어 단위에 의존하지 않음

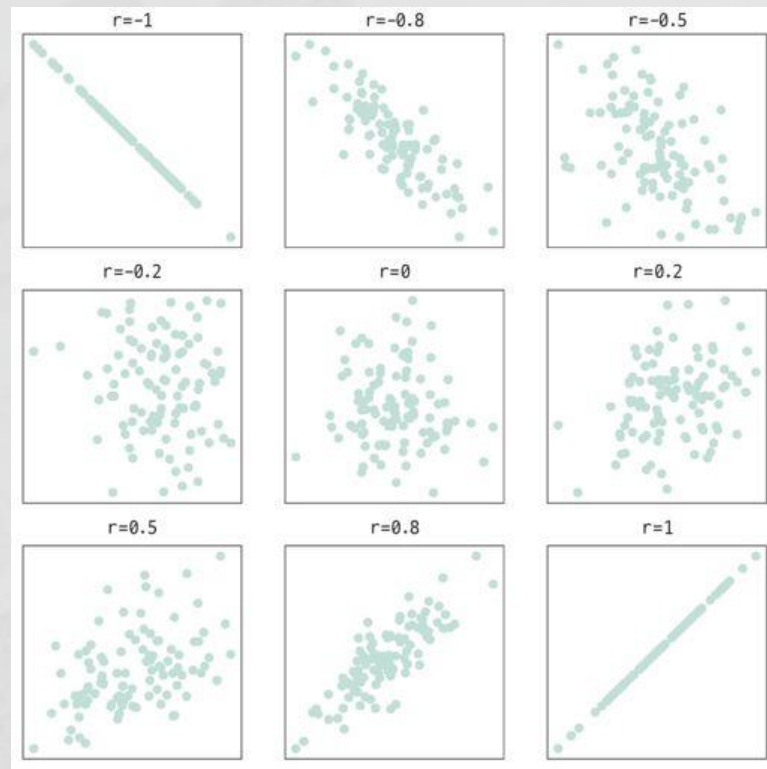
$$\begin{aligned} r_{xy} &= \frac{S_{xy}}{S_x S_y} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{S_x} \right) \left( \frac{y_i - \bar{y}}{S_y} \right) \end{aligned}$$

- 양의 상관은 1에 가까워지고, 음의 상관은 -1에 가까워지고, 무상관은 0

# 두 데이터 사이의 관계를 나타내는 지표

## 상관계수

- 양의 상관은 1에 가까워지고, 음의 상관은 -1에 가까워지고, 무상관은 0
- 상관계수가 -1일 때와 1일 때 데이터는 완전히 직선상에 놓임



# 두 데이터 사이의 관계를 나타내는 지표

## 상관계수

- 수식대로 계산하는 영어 점수와 수학 점수의 상관계수

```
[ ] np.cov(en_scores, ma_scores, ddof=0)[0, 1] /  
    (np.std(en_scores) * np.std(ma_scores))  
  
0.8185692341186713
```

- NumPy의 `corrcoef` 함수(상관행렬의 [0,1] [1,0] 성분)

```
[ ] np.corrcoef(en_scores, ma_scores)  
  
array([[1.    , 0.819],  
       [0.819, 1.    ]])
```

# 두 데이터 사이의 관계를 나타내는 지표

## 상관계수

- DataFrame의 corr 메서드

```
[ ] scores_df.corr()
```

	english	mathematics
english	1.000	0.819
mathematics	0.819	1.000

# 2차원 데이터의 시각화

## 산점도

### ○ 산점도

```
[ ] import matplotlib.pyplot as plt

    %matplotlib inline

[ ] english_scores = np.array(df['english'])
    math_scores = np.array(df['mathematics'])

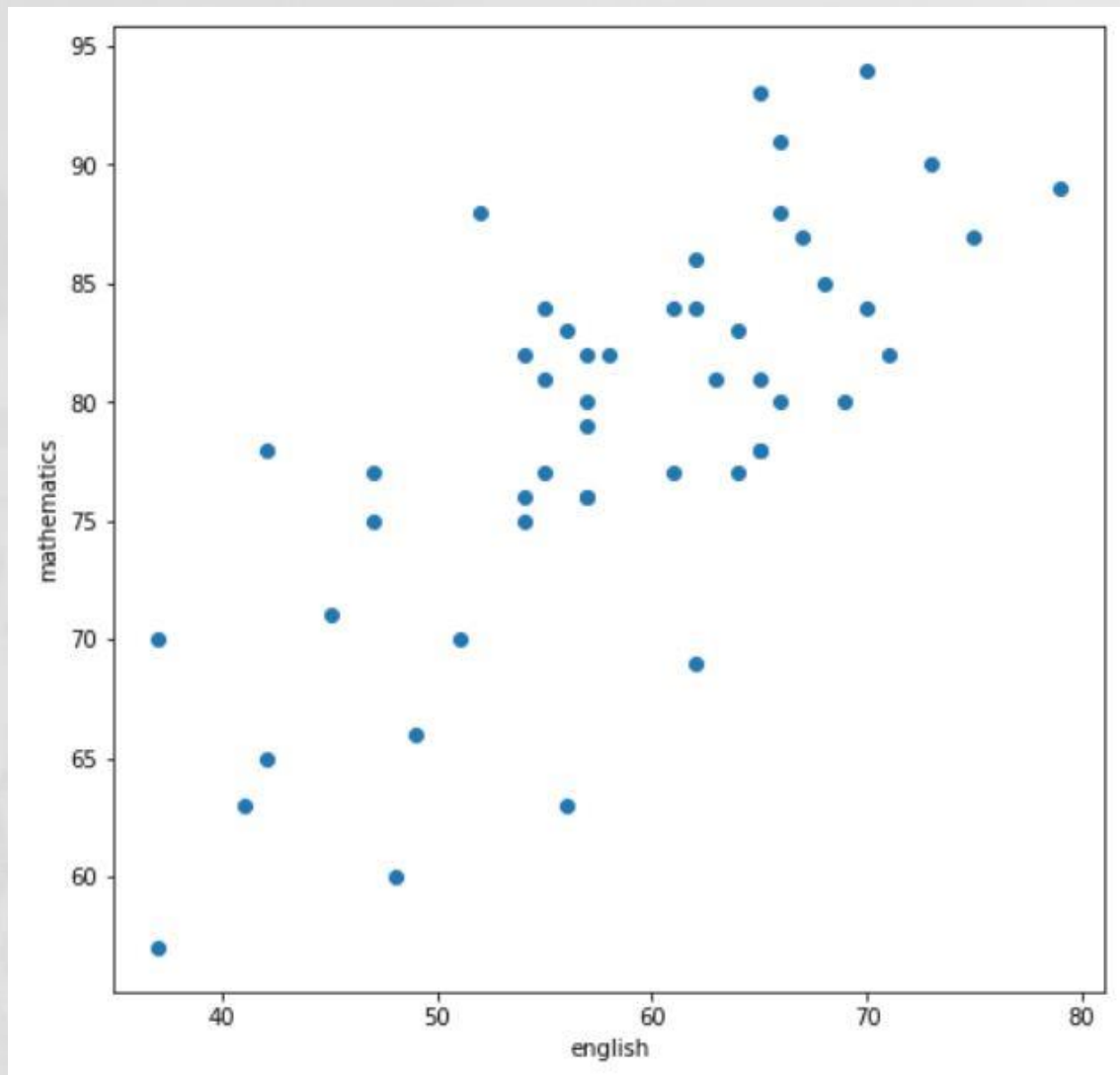
    fig = plt.figure(figsize=(8, 8))
    ax = fig.add_subplot(111)
    # 산점도
    ax.scatter(english_scores, math_scores)
    ax.set_xlabel('english')
    ax.set_ylabel('mathematics')

    plt.show()
```

# 2차원 데이터의 시각화

## 산점도

- 산점도



# 2차원 데이터의 시각화

## 회귀직선

- 회귀직선

$$y = \beta_0 + \beta_1 x$$

```
# 계수  $\beta_0$ 와  $\beta_1$ 를 구한다
poly_fit = np.polyfit(english_scores, math_scores, 1)
#  $\beta_0 + \beta_1 x$ 를 반환하는 함수를 작성
poly_1d = np.poly1d(poly_fit)
# 직선을 그리기 위해 x좌표를 생성
xs = np.linspace(english_scores.min(), english_scores.max())
# xs에 대응하는 y좌표를 구한다
ys = poly_1d(xs)

fig = plt.figure(figsize=(8, 8))
ax = fig.add_subplot(111)
ax.set_xlabel('english')
ax.set_ylabel('mathematics')
ax.scatter(english_scores, math_scores, label='score')
ax.plot(xs, ys, color='gray',
        label=f'{poly_fit[1]:.2f}+{poly_fit[0]:.2f}x')
# 범례의 표시
ax.legend(loc='upper left')

plt.show()
```

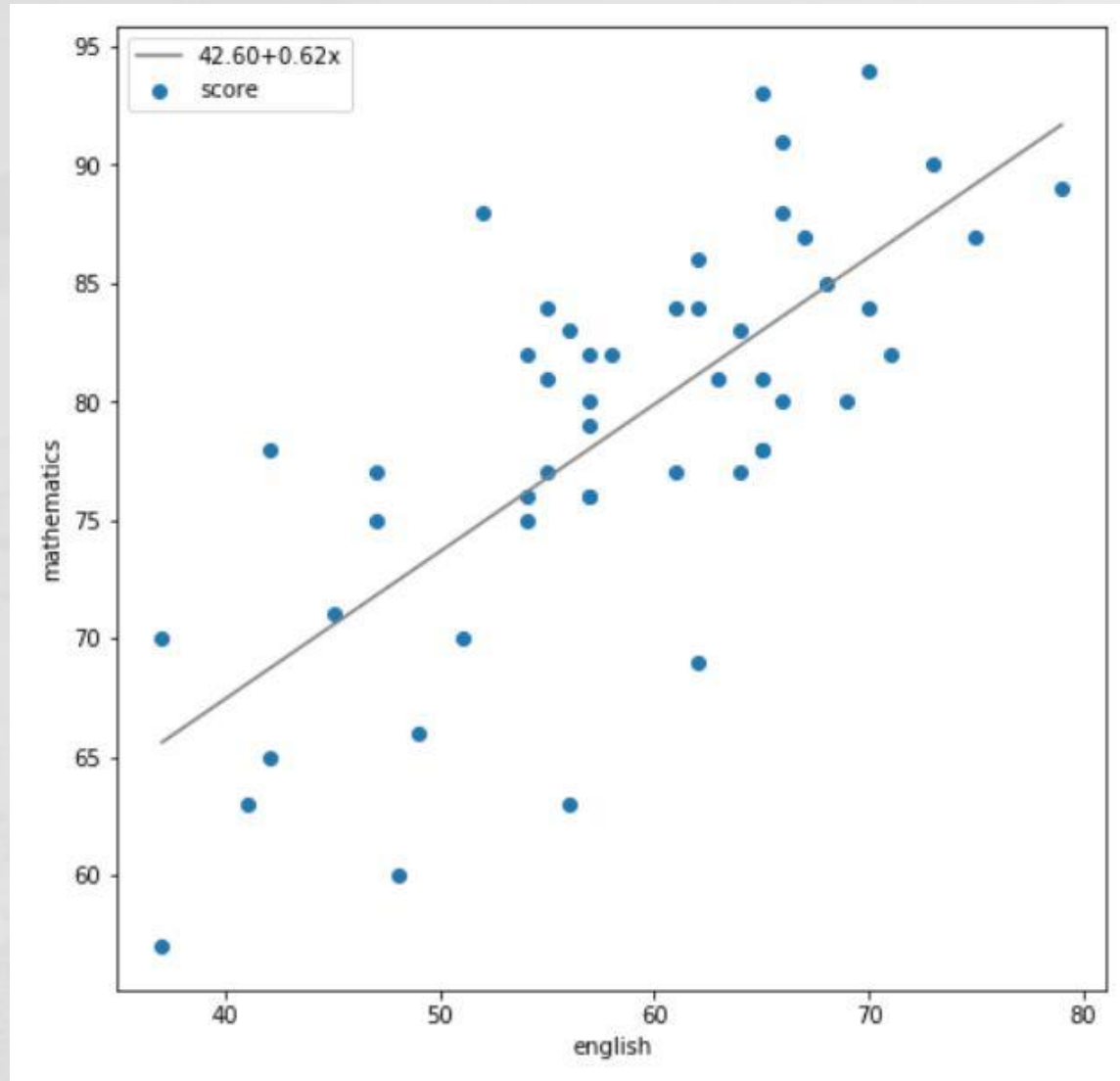


# 2차원 데이터의 시각화

## 회귀직선

- 회귀직선

$$y = \beta_0 + \beta_1 x$$



# 2차원 데이터의 시각화

## 히트맵

- 히스토그램의 2차원 버전으로 색을 이용해 표현하는 그래프
- 영어 점수 35점부터 80점, 수학 점수 55점부터 95점까지 5점 간격

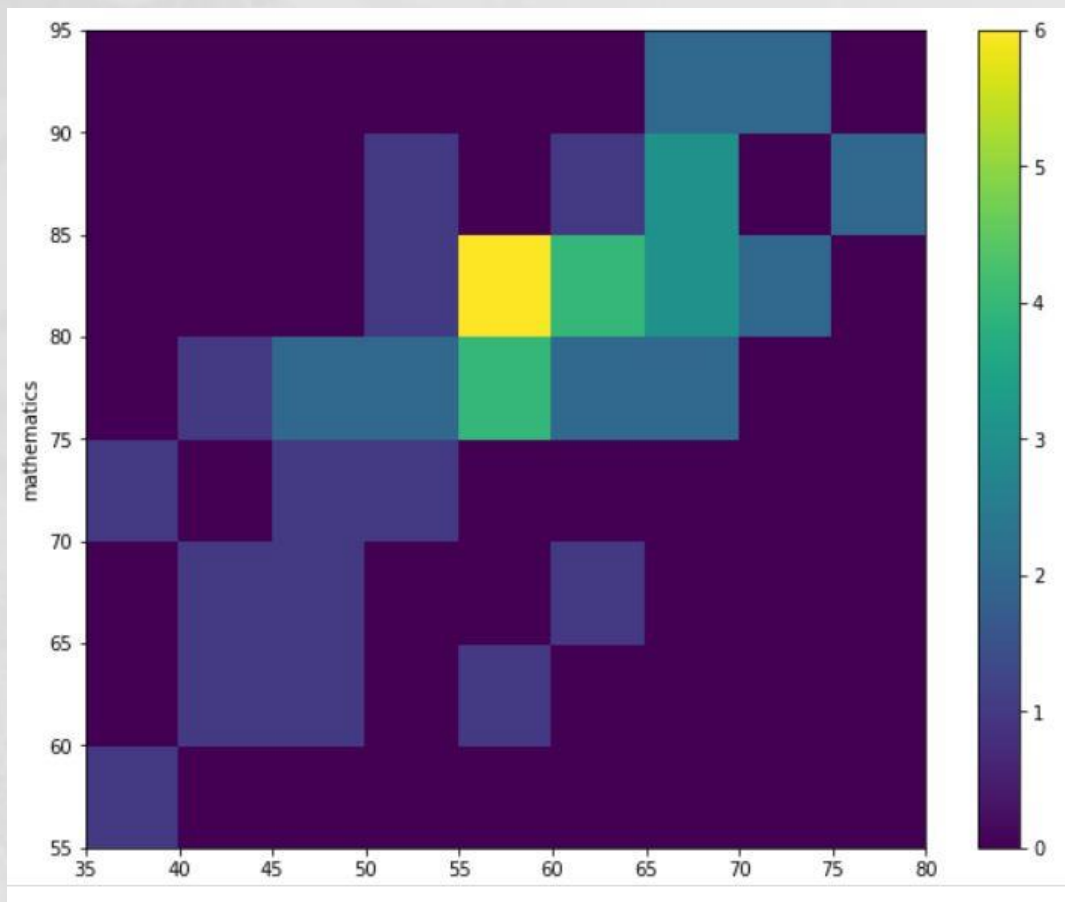
```
[ ] fig = plt.figure(figsize=(10, 8))
    ax = fig.add_subplot(111)

    c = ax.hist2d(english_scores, math_scores,
                  bins=[9, 8], range=[(35, 80), (55, 95)])
    ax.set_xlabel('english')
    ax.set_ylabel('mathematics')
    ax.set_xticks(c[1])
    ax.set_yticks(c[2])
    # 컬러 바의 표시
    fig.colorbar(c[3], ax=ax)
    plt.show()
```

# 2차원 데이터의 시각화

## 히트맵

- 색이 진한 영역일수록 많은 학생이 분포



# 앤스컴의 예

## 동일한 지표, 다른 데이터

- 동일한 지표를 가지고 있지만 그림으로 표현하면 전혀 다른 데이터

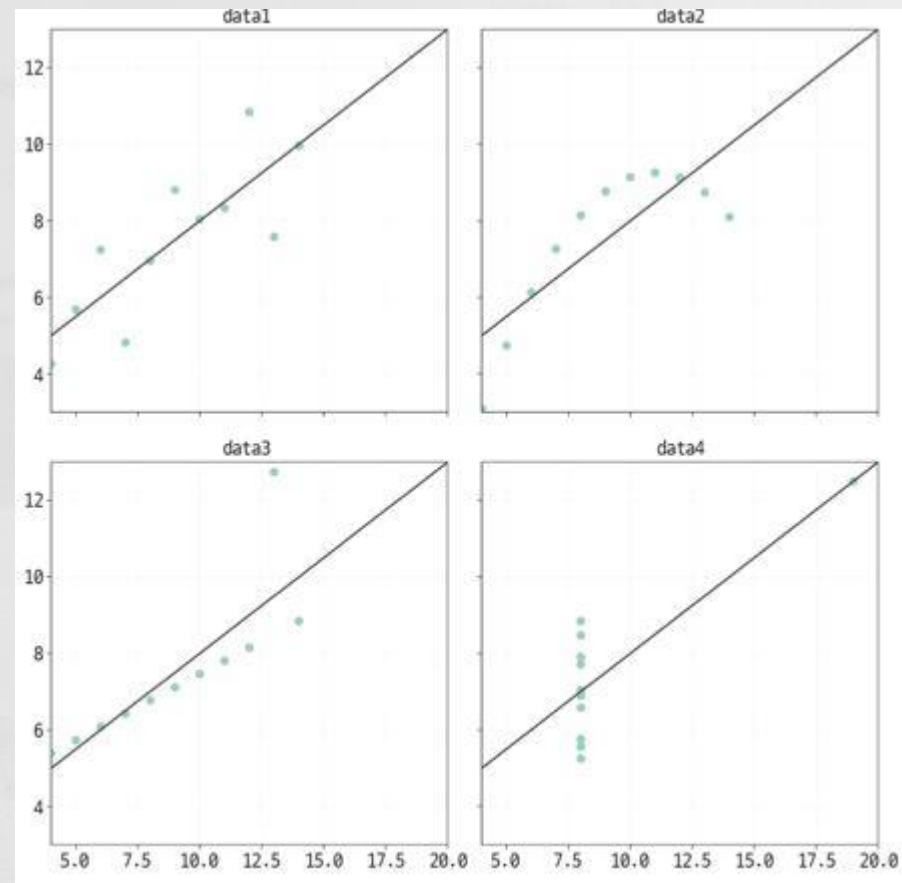
	data1	data2	data3	data4
X_mean	9.00	9.00	9.00	9.00
X_variance	10.00	10.00	10.00	10.00
Y_mean	7.50	7.50	7.50	7.50
Y_variance	3.75	3.75	3.75	3.75
X&Y_correlation	0.82	0.82	0.82	0.82
X&Y_regression line	$3.00+0.50x$	$3.00+0.50x$	$3.00+0.50x$	$3.00+0.50x$

# 엑스컴의 예

## 동일한 지표, 다른 데이터

- 동일한 지표를 가지고 있지만 그림으로 표현하면 전혀 다른 데이터

	data1	data2	data3	data4
X_mean	9.00	9.00	9.00	9.00
X_variance	10.00	10.00	10.00	10.00
Y_mean	7.50	7.50	7.50	7.50
Y_variance	3.75	3.75	3.75	3.75
X&Y_correlation	0.82	0.82	0.82	0.82
X&Y_regression line	$3.00+0.50x$	$3.00+0.50x$	$3.00+0.50x$	$3.00+0.50x$



# 앤스컴의 예

## 동일한 지표, 다른 데이터

```
[ ] # npy 형식으로 저장된 NumPy array를 읽음
anscombe_data = np.load('anscombe.npy')
print(anscombe_data.shape)
anscombe_data[0]
```

```
(4, 11, 2)
array([[10. ,  8.04],
       [ 8. ,  6.95],
       [13. ,  7.58],
       [ 9. ,  8.81],
       [11. ,  8.33],
       [14. ,  9.96],
       [ 6. ,  7.24],
       [ 4. ,  4.26],
       [12. , 10.84],
       [ 7. ,  4.82],
       [ 5. ,  5.68]])
```

# 앤스컴의 예

## 동일한 지표, 다른 데이터

```
[ ] stats_df = pd.DataFrame(index=['X_mean', 'X_variance', 'Y_mean',
                                   'Y_variance', 'X&Y_correlation',
                                   'X&Y_regression line'])

for i, data in enumerate(anscombe_data):
    dataX = data[:, 0]
    dataY = data[:, 1]
    poly_fit = np.polyfit(dataX, dataY, 1)
    stats_df[f'data{i+1}'] =#
        [f'{np.mean(dataX):.2f}',
         f'{np.var(dataX):.2f}',
         f'{np.mean(dataY):.2f}',
         f'{np.var(dataY):.2f}',
         f'{np.corrcoef(dataX, dataY)[0, 1]:.2f}',
         f'{poly_fit[1]:.2f}+{poly_fit[0]:.2f}x']
stats_df
```

	data1	data2	data3	data4
X_mean	9.00	9.00	9.00	9.00
X_variance	10.00	10.00	10.00	10.00
Y_mean	7.50	7.50	7.50	7.50
Y_variance	3.75	3.75	3.75	3.75
X&Y_correlation	0.82	0.82	0.82	0.82
X&Y_regression line	3.00+0.50x	3.00+0.50x	3.00+0.50x	3.00+0.50x

# 앤스컴의 예

## 동일한 지표, 다른 데이터

```
[ ] # 그래프를 그리기 위한 영역을 2x2개 생성
fig, axes = plt.subplots(nrows=2, ncols=2, figsize=(10, 10),
                          sharex=True, sharey=True)

xs = np.linspace(0, 30, 100)
for i, data in enumerate(anscombe_data):
    poly_fit = np.polyfit(data[:,0], data[:,1], 1)
    poly_1d = np.poly1d(poly_fit)
    ys = poly_1d(xs)
    # 그리는 영역을 선택
    ax = axes[i//2, i%2]
    ax.set_xlim([4, 20])
    ax.set_ylim([3, 13])
    # 타이틀을 부여
    ax.set_title(f'data{i+1} ')
    ax.scatter(data[:,0], data[:,1])
    ax.plot(xs, ys, color='gray')

# 그래프 사이의 간격을 좁힘
plt.tight_layout()
plt.show()
```



# 정리

---

## 정리

- 두 데이터 사이의 관계를 나타내는 지표
- 2차원 데이터의 시각화
- 앤스캠의 예