Ⅱ 식의 계산

스키 선수가 하강할 때, 그 높이를 다항식을 이용하여 나타낼 수 있다.

이 단원에서는 지수법칙을 이해한 후, 다항식의 덧셈과 뺄셈, 다항식과 단항식의 곱셈, 나눗셈의 원리를 이해하고 계산하는 방법을 학습한다.

속도, 가속도, 운동량, 힘, 관성 등의 운동은 수학적 방법을 통해 설명된다. 스키 선수가 하강할 때의 높이는 중력 가속도, 시간 등을 이용하여 다항식으로 나타낼 수 있는 것과 같이 어떤 현상을 나타내고 계산하는 데 다항식이 유용하게 사용되는 도구임을 인식할 수 있도록 지도한다.

1 단원의 개관

1 단원의 개요

문자는 수량 관계를 명확하고 간결하게 표현하는 수학적 언어이다. 문자와 수를 계산 기호, 관계 기호, 괄호와 결합하여 수학적인 관계를 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있다. 문자를 사용한 식은 기하와 해석을 포함한 모든 수학의 영역에서 수학적 사고의 기초가 되고, 여러 가지 모델을 모형화할 수 있는 유용한 수학적 도구이다. 또, 문자를 사용한 식은 수학을 이용하는 다른 분야의 학습에 기초가 될 뿐 아니라 여러 가지 문제를 해결하는 중요한 도구가 된다.

2 단원의 지도 목표

❶ 지수법칙을 이해한다.

❷ 다항식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

❸ '(단항식)×(다항식)', '(다항식)÷(단항식)'과 같은 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

3 단원의 교수 · 학습 방법 및 유의 사항

❶ 지수법칙은 지수가 자연수인 범위에서 단항식의 곱셈과 나눗셈을 하는 데 필요한 정도로 다룬다.

❷ 다항식의 덧셈과 뺄셈은 괄호를 풀고 동류항끼리 모아서 계산하게 한다.

❸ 다항식의 곱셈에서는 단항식과 단항식, 단항식과 다항식의 곱만 다루고, 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 지수법칙을 이용하여 계산하게 한다.

❹ 다항식의 나눗셈에서는 다항식을 단항식으로 나누어 그 몫이 다항식이 되는 경우만 다룬다.

❺ '이차식', '전개식' 용어는 교수 · 학습 상황에서 사용할 수 있다.

4 단원의 평가 방법 및 유의 사항

❶ 식의 계산과 관련하여 지나치게 복잡한 다항식의 계산은 다루지 않는다.

❷ 다항식과 다항식의 곱셈은 다루지 않는다.

5 단원의 지도 계통

배운 내용

중학교 1학년

- 거듭제곱
- 문자의 사용
- 일차식과 수의 곱셈, 나눗셈
- 일차식의 덧셈과 뺄셈

이 단원의 내용

1 지수법칙 (1), (2)
2 지수법칙 (3), (4)
3 다항식의 덧셈과 뺄셈
4 다항식의 곱셈과 나눗셈

배울 내용

중학교 3학년

- 다항식의 곱셈
- 인수분해

고등학교 1학년

- 다항식의 연산
- 나머지정리
- 인수분해

2 단원의 이론적 배경

1. 지수의 사용

3^5, a^n, $(x+y)^2$ 등과 같이 어떤 수나 문자의 거듭제곱은 지수를 써서 간단히 나타낸다. 지수의 표기 방법은 오랜 시간 동안 많은 변화를 거쳐 오늘날과 같은 형태로 자리 잡게 되었다.

9세기경 아라비아의 수학자 알콰리즈미(Al-Khwarizmi, 780?~850?)는 제곱을 'mal', 세제곱을 'kab'라는 단어를 사용하여 나타내었다. 스테빈(Stevin, S., 1548~1620)은 지수를 나타내기 위해 ○를 사용하였는데 x, x^2, x^3, x^4을 각각 ①, ②, ③, ④로 나타내었으며 지수의 범위를 분수까지 확장하여 $x^{\frac{1}{2}}$, $x^{\frac{1}{3}}$을 각각 $\textcircled{\scriptsize $\frac{1}{2}$}$, $\textcircled{\scriptsize $\frac{1}{3}$}$과 같이 나타내었다. 또, 스테빈은 지수 기호를 이용하여 다항식 $3x^3+5x^2-4x+6$을 3③+5②−4①+6과 같이 표현하기도 하였다.

데카르트(Descartes, R., 1596~1650)는 현대의 지수 표기법을 처음 사용한 것으로 알려져 있다. 하지만 종종 a^2과 aa를 섞어서 사용하기도 하였다. 월리스(Wallis, J., 1616~1703)는 음수 지수와 분수 지수를 드러내어 사용하지 않았지만 그의 저서에서 $\frac{1}{a^2}$의 지수는 -2이고 $\sqrt{2}$의 지수는 $\frac{1}{2}$이라고 썼다. 한편, 뉴턴(Newton, I., 1642~1727)은 1676년 런던 왕립 협회의 서기였던 올덴부르크(Oldenburg, H., 1619?~1677)에게 자신이 12년 전 발견한 '일반화된 이항정리'에 대해 설명하는 편지에 $\sqrt{a}$, $\sqrt{a^3}$ 대신에 $a^{\frac{1}{2}}$, $a^{\frac{3}{2}}$과 같이 쓰고, $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{aa}$ 대신에 a^{-1}, a^{-2}과 같이 써서 분수와 음의 정수도 지수로 사용하였다.

데카르트와 뉴턴을 거쳐 현재와 같이 지수를 사용하여 거듭제곱을 나타낼 수 있게 되었다.

(수학동아, 2014년 4월 호; 데이비드 버턴, "수학의 역사 입문(상)")

2. 지수법칙의 확장

n이 자연수이고 a가 실수일 때, a를 n번 곱한 것을 a^n으로 쓰고 a를 밑, n을 지수라고 한다. 여기서 지수 n을 정수, 유리수, 실수로 확장할 수 있다.

(1) 지수가 정수인 경우

$a\neq0$이고 m, n이 $m>n$인 양의 정수일 때, 지수법칙

$$a^m\div a^n=a^{m-n} \qquad \cdots\cdots ㉠$$

이 성립한다. ㉠이 $m=n$일 때에도 성립한다고 하면 $a^n\div a^n=a^{n-n}$이므로 $1=a^0$이다.

또, ㉠이 $m=0$일 때에도 성립한다고 하면 $a^0\div a^n=a^{0-n}$이므로 $\frac{1}{a^n}=a^{-n}$이다.

즉, 지수법칙으로부터 $a^0=1$, $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$을 얻는다.

(2) 지수가 유리수인 경우

$a>0$이고 m, n이 정수일 때, 지수법칙

$$(a^m)^n=a^{mn} \qquad \cdots\cdots ㉡$$

이 성립한다. ㉡이 지수가 유리수일 때에도 성립한다고 가정하면 정수 m과 양의 정수 $n(n\geq2)$에 대하여

$$\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^n=a^{\frac{m}{n}\times n}=a^m$$

이다. 이때 $a^{\frac{m}{n}}$은 a^m의 n제곱근이고, $a^{\frac{m}{n}}>0$이므로 $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$이다. 즉, 지수법칙으로부터 $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$을 얻는다.

(3) 지수가 실수인 경우

양수 a에 대하여 지수 x가 무리수일 때에도 a^x을 정의할 수 있다.

예를 들어 지수가 무리수인 $2^{\sqrt{2}}$에 대하여 생각한다면 $\sqrt{2}=1.414213\cdots$이므로 $\sqrt{2}$에 수렴하는 수열

$$1,\ 1.4,\ 1.41,\ 1.414,\ 1.4142,\ \cdots$$

에 대하여 수열

$$2^1,\ 2^{1.4},\ 2^{1.41},\ 2^{1.414},\ 2^{1.4142},\ \cdots$$

은 일정한 값으로 수렴한다. 그 값을 $2^{\sqrt{2}}$으로 정한다.

양수 a에 대하여 지수 x가 무리수일 때 a^x을 이처럼 정의하면 지수가 무리수일 때에도 지수법칙은 성립한다.

3. 다항식

다항식은 부정원을 이용하여 다음과 같이 정의한다.

R를 환이라 하고, x를 부정원이라고 할 때, 형식적인 무한 합

$$f(x)=a_0+a_1x+\cdots+a_nx^n+\cdots$$

$$(a_i\in R,\ \text{유한개를 제외한 모든 } i\text{에 대하여 } a_i=0)$$

를 R 위의 다항식이라고 한다.

환 R 위의 다항식 전체의 집합을 보통 $R[x]$로 나타낸다. 또, 하나의 항만을 갖는 다항식을 단항식이라고 한다.

$R[x]$의 두 다항식

$$f(x)=a_0+a_1x+\cdots+a_nx^n$$
$$g(x)=b_0+b_1x+\cdots+b_mx^m\ (m\le n)$$

에 대하여 집합 $R[x]$ 위의 상등 관계, 덧셈 및 곱셈을 다음과 같이 정의한다.

① 상등: $f(x)=g(x) \Rightarrow n=m,\ a_0=b_0,\ a_1=b_1,\ \cdots,\ a_n=b_m$
② 덧셈: $f(x)+g(x)=(a_0+b_0)+(a_1+b_1)x+\cdots$
$+(a_m+b_m)x^m+\cdots+a_nx^n$
③ 곱셈: $f(x)g(x)=a_0b_0+(a_0b_1+a_1b_0)x+\cdots$
$+(a_0b_m+a_1b_{m-1}+\cdots+a_mb_0)x^m+\cdots+a_nb_mx^{n+m}$

이때 $(R[x],\ +,\ \cdot)$에서 덧셈의 결합법칙이 성립하고 덧셈에 대한 항등원, 역원이 존재하며 교환법칙도 성립하므로 $(R[x],\ +)$는 아벨군이 된다. 또, 곱셈의 결합법칙, 덧셈과 곱셈의 분배법칙이 성립하므로 $(R[x],\ +,\ \cdot)$은 환이 된다.

(요셉 질리안, “현대대수학”)

4. 식의 계산의 지도

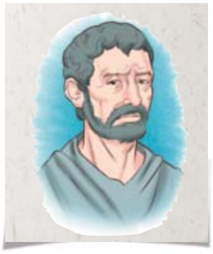
문자식은 수와 문자를 계산 기호, 관계 기호, 괄호와 결합시켜서 수학적인 관계를 나타내는 식으로 다항식, 분수식, 방정식, 부등식, 공식, 계산 법칙 등이 있다. 식의 계산은 문자를 사용한 식의 조작으로 기하와 해석을 포함한 모든 수학을 학습하기 위해 없어서는 안 되는 기초가 되고, 수학을 이용하는 다른 분야의 학습에 기초가 되는 중요한 내용이다. 그러므로 식의 계산 지도에서는 식의 가치를 이해하도록 하는 것이 중요하다.

중학교 수학에서는 여러 가지 수량 사이의 관계를 문자를 사용하여 간결하게 나타내고 문자식의 계산과 변형을 익혀야 한다. 또, 문자식이 갖는 일반적인 특성을 이해하고 형식적인 처리를 할 수 있으며 상황에 따라 문자가 미지수, 상수, 변수를 나타낸다는 것을 이해해야 한다. 그리고 수의 계산 법칙이 문자식의 계산에도 적용될 수 있음을 이해하고 수의 조작 가운데 문자식에 적용 가능한 것과 그렇지 않은 것을 구별할 수 있어야 한다. 이때 수와 문자 사이에 혼란을 일으키지 않도록 하고 혼란이 일어날 경우에 이를 잘 해소하도록 학습 지도가 이루어져야 할 것이다.

(우정호, “학교수학의 교육적 기초”)

단원의 수학자

- **디오판토스**(Diophantos, 200?~284?)



그리스의 수학자 디오판토스는 대수학 수론과 방정식 문제로 이루어진 “산학(Arithmetica)”을 저술하였다. 디오판토스의 수학에 대한 중요한 공헌은 대수학의 ‘축약’이다. 그는 미지수, 미지수의 여섯째까지의 거듭제곱, 뺄셈, 상등, 역수 등에 대한 축약을 사용하였다. 그중 미지수의 제곱은 ‘제곱’을 뜻하는 그리스 단어 ‘dunamis’의 처음 두 글자인 Δ^{γ}로 나타내었고, 미지수의 세제곱은 ‘세제곱’을 뜻하는 그리스 단어 ‘kubos’의 처음 두 글자인 K^{γ}로 나타내었다. 디오판토스에 의해 수사적 대수학이 축약된 대수학으로 바뀌었다.

(허민, “수학자의 뒷모습 Ⅰ”)

- **월리스**(Wallis, J., 1616~1703)

영국의 수학자인 월리스는 유능하고 독창적인 수학자의 한 사람으로 뉴턴 이전 세대의 수학자들에게 큰 영향을 끼쳤다. 그는 1655년 “무한산술(Arithmetica Infinitorum)”을 출판하였는데, 이 책은 뉴턴이 미분법에 관한 결과를 얻는 데 크게 공헌하였다. 이 책에서 무한대를 나타내는 기호 ∞가 처음으로 사용되었다. 또, 1658년 출판된 “대수학 개론: 역사와 실제(A Treatise of Algebra: Both Historical and Practical)”에서 음수 지수와 분수 지수를 도입하는 등 많은 공헌을 하였다.

(데이비드 버턴, “수학의 역사 입문(상)”)

3 단원의 지도 계획

단원	차시	교과서 쪽수	지도 내용	학습 요소
단원 도입 글 되짚어 보기 단원을 시작하며	❶	29~31	• 단원의 학습 안내 • 되짚어 보기 문제의 풀이 • 지구와 닮은 행성 ‘프록시마 b’	
1 지수법칙 (1), (2)	❷ ❸	32~35	• 지수법칙 (1) • 지수법칙 (2)	
수학, 세상 속으로	❹	36	• 달까지 닿는 신문지 접기	
2 지수법칙 (3), (4)	❺ ❻ ❼	37~41	• 지수법칙 (3) • 지수법칙 (4)	
3 다항식의 덧셈과 뺄셈	❽ ❾	42~45	• 문자가 2개인 일차식의 덧셈과 뺄셈 • 이차식의 덧셈과 뺄셈 • 괄호가 있는 다항식의 덧셈과 뺄셈	
4 다항식의 곱셈과 나눗셈	❿ ⓫ ⓬	46~51	• 단항식의 곱셈 • 단항식의 나눗셈 • 단항식과 다항식의 곱셈 • 다항식과 단항식의 나눗셈	전개
놀이 & 수학	⓭	52	• 사다리 타기 놀이로 하는 식의 계산	
스스로 마무리하기	⓮ ⓯	53~55	• 단원의 핵심 내용 정리 • 단원 문제와 학습 평가	
함께하는 프로젝트	⓰	56	• 지수법칙을 이용하여 식 만들기	

4

학습 지도안 예시

단원명	Ⅱ. 식의 계산	**교과서 쪽수**	32~33
소단원명	1 지수법칙 (1), (2)	**차시**	2/16
성취기준	지수법칙을 이해한다.		

단계	학습 과정	교수·학습 활동	지도상의 유의점
도입 (5분)	▶성취기준 인지 ▶선수 학습 확인	• 성취기준을 인지한다. • 같은 수를 여러 번 곱할 때 거듭제곱으로 나타낼 수 있는지 확인 · 점검한다.	
전개 (35분)		교과서 32~33쪽	
	▶소단원 도입 (대집단 학습)	■ **소단원 도입 글** • 컴퓨터의 저장 용량인 1 MiB, 1 GiB는 각각 2^{10} KiB, 2^{10} MiB와 같이 2의 거듭제곱을 사용하여 나타낼 수 있음을 알게 하여 이 단원의 학습에 흥미를 느낄 수 있도록 지도한다.	
		∷ **$a^m \times a^n$은 어떻게 간단히 하나요?**	
	▶탐구하기 (소집단 모둠 학습)	■ **탐구 학습** • 세포가 2번 분열한 후 그것이 다시 3번 분열하였을 때 세포의 개수를 구하여 보고 이를 2의 거듭제곱으로 나타내는 활동을 통해 $2^2 \times 2^3 = 2^5$이 됨을 알게 한다. 또, 밑이 같은 거듭제곱을 써서 나타낸 수끼리의 곱셈을 간단히 나타내는 방법을 추측해 보게 한다.	
	▶지수법칙 (1) (대집단 학습)	■ **개념 설명** • $2^2 \times 2^3$을 거듭제곱을 써서 간단히 나타내 보고, 밑이 같은 거듭제곱끼리의 곱은 지수끼리 더하여 2^5과 같이 나타냄을 이해하도록 지도한다. • 지수법칙 (1)은 밑이 수인 경우에서 밑이 문자인 경우로 일반화하여 설명한다. • 지수법칙 (1)은 곱하는 두 수의 밑이 같은 경우에만 성립함을 유의하도록 지도한다. • 예제 ❶을 통해 지수법칙 (1)을 이용하여 식을 간단히 하는 방법을 설명한다. • 예제 ❶과 같은 방법으로 지수법칙 (1)을 이용하여 따라 하기의 식을 간단히 하도록 한다. • 문제 1을 통해 지수법칙 (1)을 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있도록 연습시킨다. 이때 $5=5^1$, $x=x^1$으로 생각하여 문제를 해결하게 한다. • 문제 2를 통해 지수법칙 (1)을 이용하여 식을 간단히 하여 표를 완성하게 한다.	• 문자와 문자의 곱을 거듭제곱으로 나타낼 때 각 문자는 보통 알파벳 순으로 쓰도록 지도한다. • 지수법칙은 지수가 자연수인 범위에서만 생각하므로 $a^0=1$임을 지도하지 않는다.
정리 및 예고 (5분)	▶학습 내용 정리 ▶차시 예고	• 지수법칙 (1) • 지수법칙 (2), 스스로 확인하기	

되짚어 보기

1 주안점 같은 수가 여러 번 곱해진 식을 거듭제곱을 써서 나타낼 수 있는지 확인한다.

|풀이| (1) $2\times2\times2\times3\times3\times3=2^3\times3^3$

(2) $3\times3\times5\times7\times7\times7\times7=3^2\times5\times7^4$

2 주안점 곱셈 기호, 나눗셈 기호를 생략하여 문자를 사용한 식을 간단히 나타낼 수 있는지 확인한다.

|풀이| (1) $6\times b\times a=6\times a\times b=6ab$

(2) $x\times(-2)\times y\times x=(-2)\times x\times x\times y$

$=-2x^2y$

(3) $a\div3\div(-b)=a\times\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{b}\right)$

$=\frac{1}{3}\times a\times\left(-\frac{1}{b}\right)=-\frac{a}{3b}$

(4) $(x\times5)\div y=(x\times5)\times\frac{1}{y}=\frac{5x}{y}$

3 주안점 일차식과 수의 곱셈, 나눗셈을 할 수 있는지 확인한다.

|풀이| (1) $2a\times5=2\times a\times5$

$=2\times5\times a=10a$

(2) $12b\times\left(-\frac{1}{3}\right)=12\times b\times\left(-\frac{1}{3}\right)$

$=12\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times b=-4b$

(3) $32x\div(-8)=32\times x\times\left(-\frac{1}{8}\right)$

$=32\times\left(-\frac{1}{8}\right)\times x=-4x$

(4) $\left(-\frac{7}{4}y\right)\div7=\left(-\frac{7}{4}\right)\times y\times\frac{1}{7}$

$=\left(-\frac{7}{4}\right)\times\frac{1}{7}\times y=-\frac{1}{4}y$

4 주안점 일차식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있는지 확인한다.

|풀이| (1) $(2a+1)+(-3a+2)$

$=2a+1-3a+2$

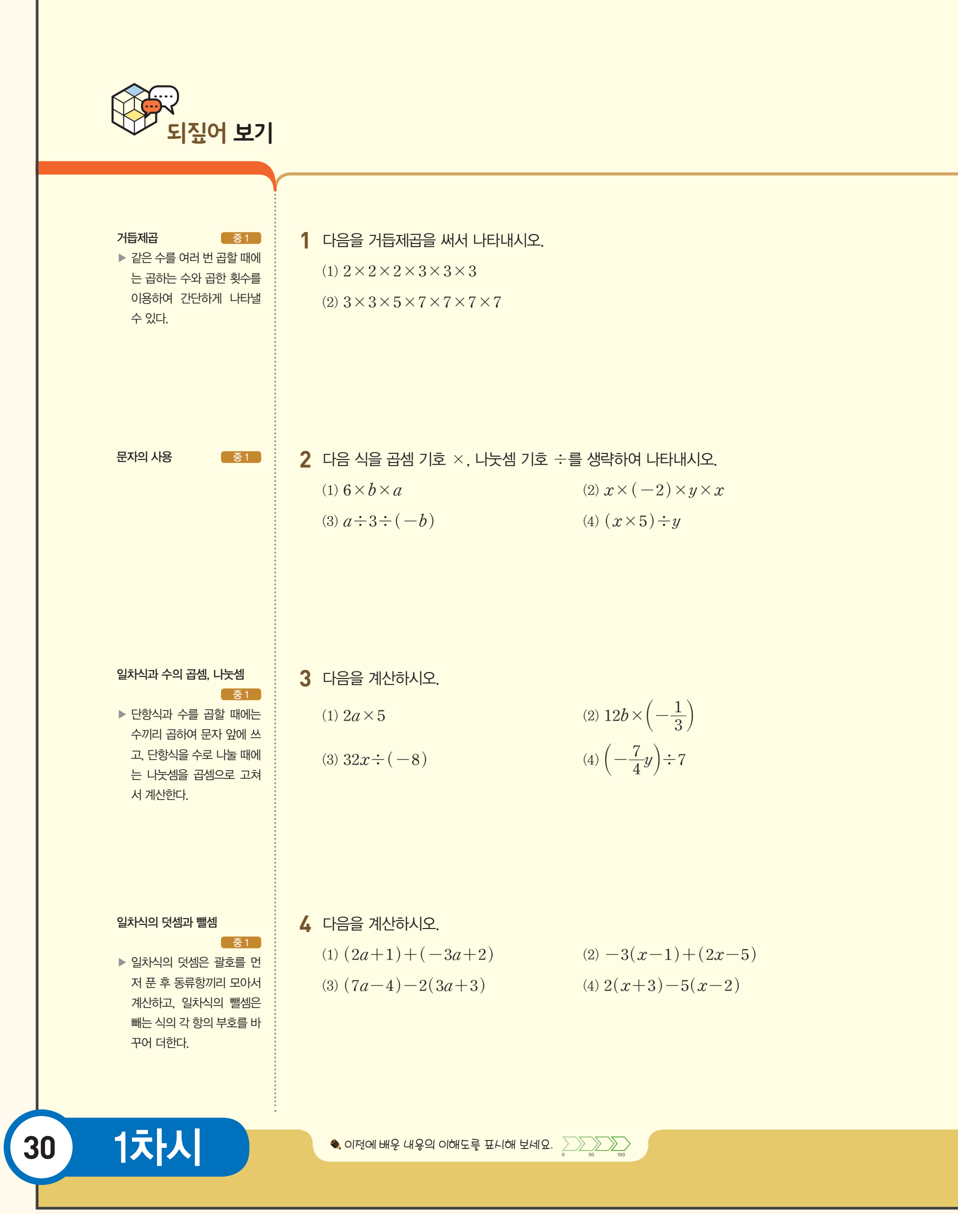
$=2a-3a+1+2$

$=-a+3$

(2) $-3(x-1)+(2x-5)=-3x+3+2x-5$

$=-3x+2x+3-5$

$=-x-2$



되짚어 보기

거듭제곱 중1

▶ 같은 수를 여러 번 곱할 때에는 곱하는 수와 곱한 횟수를 이용하여 간단하게 나타낼 수 있다.

1 다음을 거듭제곱을 써서 나타내시오.

(1) $2\times2\times2\times3\times3\times3$

(2) $3\times3\times5\times7\times7\times7\times7$

문자의 사용 중1

2 다음 식을 곱셈 기호 ×, 나눗셈 기호 ÷를 생략하여 나타내시오.

(1) $6\times b\times a$

(2) $x\times(-2)\times y\times x$

(3) $a\div3\div(-b)$

(4) $(x\times5)\div y$

일차식과 수의 곱셈, 나눗셈 중1

▶ 단항식과 수를 곱할 때에는 수끼리 곱하여 문자 앞에 쓰고, 단항식을 수로 나눌 때에는 나눗셈을 곱셈으로 고쳐서 계산한다.

3 다음을 계산하시오.

(1) $2a\times5$

(2) $12b\times\left(-\frac{1}{3}\right)$

(3) $32x\div(-8)$

(4) $\left(-\frac{7}{4}y\right)\div7$

일차식의 덧셈과 뺄셈 중1

▶ 일차식의 덧셈은 괄호를 먼저 푼 후 동류항끼리 모아서 계산하고, 일차식의 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

4 다음을 계산하시오.

(1) $(2a+1)+(-3a+2)$

(2) $-3(x-1)+(2x-5)$

(3) $(7a-4)-2(3a+3)$

(4) $2(x+3)-5(x-2)$

30 1차시

이전에 배운 내용의 이해도를 표시해 보세요.

(3) $(7a-4)-2(3a+3)=7a-4-6a-6$

$=7a-6a-4-6$

$=a-10$

(4) $2(x+3)-5(x-2)=2x+6-5x+10$

$=2x-5x+6+10$

$=-3x+16$

플러스 문제

1 다음 식을 계산하시오.

(1) $-2(3a+1)$

(2) $(12x-6)\div6$

(3) $(18-12b)\times\frac{1}{6}$

(4) $(-3y-2)\div\left(-\frac{1}{2}\right)$

답 1 (1) $-6a-2$ (2) $2x-1$ (3) $3-2b$ (4) $6y+4$

단원을 시작하며

지구와 닮은 행성 '프록시마 b'

2016년까지 발견된 지구와 닮은 행성들 중 지구에서 가장 가까운 행성은 '프록시마 b'이다.

지구에서 프록시마 b까지의 거리는 약 40000000000000 km인데 이 거리는 거듭제곱을 써서 4×10^{13} km로 간단히 나타낼 수 있다. 지구에서 프록시마 b까지의 거리는 지구에서 태양까지의 거리인 1.5×10^{8} km의 약 26만 6천 배라고 한다.

현재까지 개발된 우주선 중에서 가장 빠른 무인 탐사선인 '헬리오스(Helios)'는 시간당 25만 km를 날아갈 수 있지만 프록시마 b까지는 무려 1만 8000년 정도 걸린다고 하니 지구에서 프록시마 b까지의 거리가 얼마나 먼지 짐작할 수 있다.

이처럼 거듭제곱을 써서 나타낸 수를 계산하려면 지수의 계산 방법을 알아야 한다.

(동아사이언스, 2017년; 연합뉴스, 2016년 8월 25일)

이 단원에서는 거듭제곱으로 표현된 수나 문자의 계산을 간단히 할 수 있는 지수법칙을 이해하고, 다항식의 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 계산 방법을 알아본다.

1차시 31

단원을 시작하며

[단원 도입의 목표]

지구에서 우주의 어느 행성까지의 거리와 같은 큰 수는 거듭제곱을 사용하여 간단히 나타낼 수 있음을 알게 하고, 거듭제곱을 사용하여 나타낸 수나 문자의 계산의 필요성을 알게 한다.

[단원 도입의 지도 방법]

- 큰 수는 거듭제곱을 사용하여 간단히 나타낼 수 있음을 알게 한다.
- 지구에서 프록시마 b까지의 거리가 지구에서 태양까지의 거리의 몇 배인지 알아보는 계산을 통해 우리 주변에서 거듭제곱을 사용하여 나타낸 큰 수의 계산이 필요함을 느낄 수 있도록 지도한다.
- 거듭제곱을 사용하여 나타낸 큰 수의 계산을 하기 위하여 지수법칙이 필요함을 알게 한다.

단원 도입 예시 자료

이 단원은 매우 큰 수를 나타낼 때 지수를 사용하는 것이 편리하고, 문자를 이용하여 식을 세우고 그 식을 계산하는 것이 유용하다는 것을 느낄 수 있는 소재로 도입할 수 있다.

- **천문단위와 광년**

  천문단위(AU)는 태양계 내 천체 사이의 거리를 나타내는 단위로 1 AU는 태양과 지구 사이의 평균 거리를 나타내며 그 값은 약 1.5×10^{8} km이다. 광년(LY)은 멀리 떨어진 천체 사이의 거리를 나타내기에 적합한 단위로 1 LY는 빛이 1년 동안 진행한 거리를 나타내며 그 값은 약 9.5×10^{12} km이다.

플러스 자료

프록시마 b

프록시마 b는 우리 태양계에서 약 4.2광년 떨어진 거리에 있는 '프록시마 켄타우리'라는 별 주위를 돌고 있는 행성으로 2016년까지 발견된 지구와 비슷한 행성 중 지구에서 가장 가까운 행성이다. 프록시마 b의 발견은 2016년 8월 25일 과학 학술지 "네이처"에 발표되었다. 연구진에 따르면 프록시마 b는 액체 상태의 물이 존재할 수 있는 적절한 온도를 가지고 있는 것으로 예측되며, 지표면이 딱딱한 암석으로 구성되어 있고 크기는 지구의 1.3배 정도라고 한다.

또, 이 행성의 공전 주기는 11.2일이며 이 행성은 프록시마 켄타우리로부터 759만 km 정도 떨어져 있는데 이는 태양에서 지구까지의 거리의 $\frac{1}{20}$ 정도로 가깝다고 한다.

(동아사이언스, 2016년)

지수법칙 (1), (2)

1 소단원 성취기준

[9수02-06] 지수법칙을 이해한다.

- 지수법칙 (1), (2)를 이해할 수 있다.
- 지수법칙 (1)을 이용하여 밑이 같은 거듭제곱의 곱셈을 할 수 있다.
- 지수법칙 (2)를 이용하여 거듭제곱으로 나타낸 수의 거듭제곱을 할 수 있다.

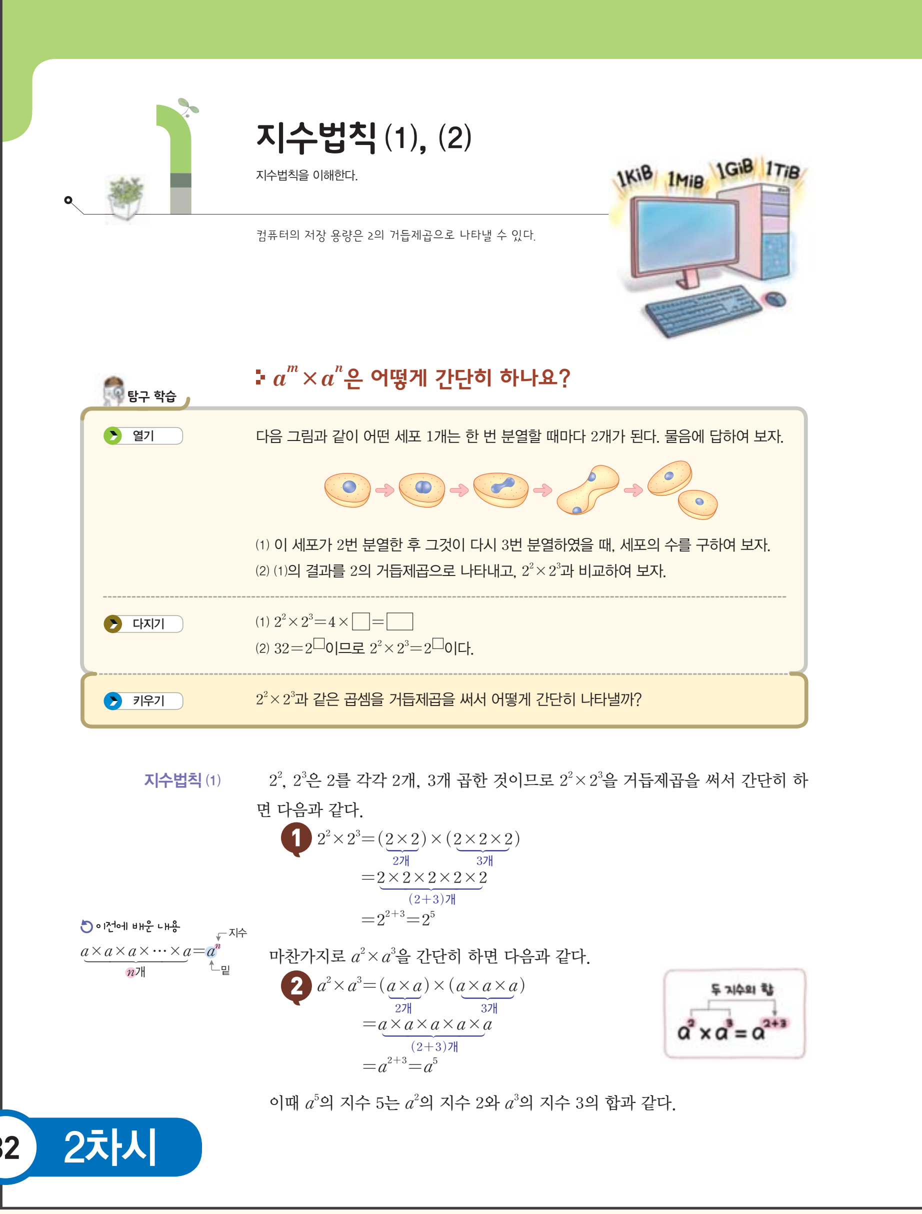
2 지도상의 유의점

- 지수법칙은 지수가 자연수인 범위에서 단항식의 곱셈과 나눗셈을 하는 데 필요한 정도로 다룬다.
- 지수법칙 (1)은 곱하는 두 수의 밑이 같은 경우에만 성립함에 유의하도록 지도한다.
- 지수법칙은 구체적인 예를 통하여 규칙성을 발견하도록 지도한다.

소단원 도입 글 지도 방법

컴퓨터가 인식할 수 있는 최소 단위를 비트(Bit)라고 하고, 바이트(Byte)는 1개의 비트를 8개 묶어서 사용하는 단위로 컴퓨터가 문자를 인식할 수 있는 기본 단위이다. 다음 표와 같이 컴퓨터의 저장 용량을 2의 거듭제곱을 사용하여 나타낼 수 있음을 학생들이 알고 이 단원의 학습에 흥미를 느낄 수 있도록 지도한다.

명칭(단위)	저장 용량
킬로바이트(KiB)	1024 B$=2^{10}$ B
메가바이트(MiB)	1024 KiB$=2^{20}$ B
기가바이트(GiB)	1024 MiB$=2^{30}$ B
테라바이트(TiB)	1024 GiB$=2^{40}$ B
페타바이트(PiB)	1024 TiB$=2^{50}$ B
엑사바이트(EiB)	1024 PiB$=2^{60}$ B
제타바이트(ZiB)	1024 EiB$=2^{70}$ B
요타바이트(YiB)	1024 ZiB$=2^{80}$ B



지수법칙 (1), (2)

지수법칙을 이해한다.

컴퓨터의 저장 용량은 2의 거듭제곱으로 나타낼 수 있다.

탐구 학습

$a^m \times a^n$은 어떻게 간단히 하나요?

열기 다음 그림과 같이 어떤 세포 1개는 한 번 분열할 때마다 2개가 된다. 물음에 답하여 보자.

(1) 이 세포가 2번 분열한 후 그것이 다시 3번 분열하였을 때, 세포의 수를 구하여 보자.
(2) (1)의 결과를 2의 거듭제곱으로 나타내고, $2^2\times2^3$과 비교하여 보자.

다지기 (1) $2^2\times2^3=4\times\square=\square$
(2) $32=2^{\square}$이므로 $2^2\times2^3=2^{\square}$이다.

키우기 $2^2\times2^3$과 같은 곱셈을 거듭제곱을 써서 어떻게 간단히 나타낼까?

지수법칙 (1)

2^2, 2^3은 2를 각각 2개, 3개 곱한 것이므로 $2^2\times2^3$을 거듭제곱을 써서 간단히 하면 다음과 같다.

❶
$$\begin{aligned}2^2\times2^3&=(\underbrace{2\times2}_{2\text{개}})\times(\underbrace{2\times2\times2}_{3\text{개}})\\&=\underbrace{2\times2\times2\times2\times2}_{(2+3)\text{개}}\\&=2^{2+3}=2^5\end{aligned}$$

이전에 배운 내용

$$\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}_{n\text{개}}=a^n$$

마찬가지로 $a^2\times a^3$을 간단히 하면 다음과 같다.

❷
$$\begin{aligned}a^2\times a^3&=(\underbrace{a\times a}_{2\text{개}})\times(\underbrace{a\times a\times a}_{3\text{개}})\\&=\underbrace{a\times a\times a\times a\times a}_{(2+3)\text{개}}\\&=a^{2+3}=a^5\end{aligned}$$

두 지수의 합

$a^2\times a^3=a^{2+3}$

이때 a^5의 지수 5는 a^2의 지수 2와 a^3의 지수 3의 합과 같다.

32 2차시

탐구 학습 지도 방법

열기

분열한 세포의 총개수를 2의 거듭제곱으로 나타내 $2^2\times2^3$과 비교해 보게 한다.

다지기

세포 1개가 2번 분열하면 세포의 개수는 2^2이 되고, 3번 더 분열하면 $2^2\times2^3=4\times8=32$가 된다. 그런데 32를 2의 거듭제곱으로 나타내면 2^5이므로 $2^2\times2^3=2^5$임을 알게 한다.

답 (1) 8, 32 (2) 5, 5

키우기

$2^2\times2^3=2^5$이 되므로 밑이 같은 거듭제곱의 곱은 $2^2\times2^3=2^{2+3}$과 같이 각 지수를 더한 것과 그 결과가 같음을 직관적으로 알 수 있도록 지도한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

지수법칙 (1)

m, n이 자연수일 때

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

예제 ❶

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $a^3 \times a^2 \times a^5$

(2) $x^4 \times y^2 \times x^5 \times y^3$

풀이 (1) $a^3 \times a^2 \times a^5 = a^{3+2+5} = a^{10}$

(2) $x^4 \times y^2 \times x^5 \times y^3 = x^4 \times x^5 \times y^2 \times y^3$

$= x^{4+5} \times y^{2+3}$

$= x^9y^5$

답 (1) a^{10} (2) x^9y^5

③ **따라 하기** | 지수법칙 (1)을 이용하여 식을 간단히 하기

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $x^4 \times x^6 \times x^3$

(2) $a^3 \times b^8 \times b^6 \times a^2$

풀이 (1) $x^4 \times x^6 \times x^3 =$ ______ $=$ ______

(2) $a^3 \times b^8 \times b^6 \times a^2 =$ ______

$=$ ______

$=$ ______

답 (1) ______ (2) ______

문제 1 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $5^4 \times 5$

(2) $x^3 \times x^6 \times x$

(3) $a^5 \times a^3 \times b^2$

(4) $x^2 \times y^3 \times x^4 \times x \times y^5$

⊕ $a = a^1$이다.

문제 2 가로줄에 있는 식과 세로줄에 있는 식을 곱하여 오른쪽 표를 완성하시오.

$\times$	a	a^2	a^3
a			
a^3			
a^5			

2차시 33

교과서 지도 방안

❶ $2^2 \times 2^3$과 같이 밑이 같은 거듭제곱을 써서 나타낸 수끼리의 곱에서는 곱하는 밑의 개수를 더한 것이 지수가 되는 원리를 이해할 수 있도록 구체적인 예를 통하여 지도한 후, 이를 밑과 지수가 문자인 경우로 일반화한다.

❷ **오개념 바로잡기 |** 지수법칙 (1)을 이용할 때, 다음과 같이 계산하지 않게 한다.

- $a^2 \times a^3 = a^{2\times3} = a^6$ (×)
- $a^2 + a^3 = a^{2+3} = a^5$ (×)

❸ **따라 하기 |** 학생들이 예제의 풀이 과정과 같이 지수법칙 (1)을 적용하여 단계적으로 문제를 해결할 수 있도록 지도한다.

|풀이| (1) $x^4 \times x^6 \times x^3 = \underline{x^{4+6+3}} = \underline{x^{13}}$

(2) $a^3 \times b^8 \times b^6 \times a^2 = \underline{a^3 \times a^2 \times b^8 \times b^6}$

$= \underline{a^{3+2} \times b^{8+6}}$

$= \underline{a^5b^{14}}$

답 (1) $\underline{x^{13}}$ (2) $\underline{a^5b^{14}}$

문제 풀이

문제 1

주안점 지수법칙 (1)을 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.

|풀이| (1) $5^4 \times 5 = 5^{4+1} = 5^5$

(2) $x^3 \times x^6 \times x = x^{3+6+1} = x^{10}$

(3) $a^5 \times a^3 \times b^2 = a^{5+3} \times b^2 = a^8 \times b^2 = a^8b^2$

(4) $x^2 \times y^3 \times x^4 \times x \times y^5 = x^2 \times x^4 \times x \times y^3 \times y^5$

$= x^{2+4+1} \times y^{3+5} = x^7 \times y^8 = x^7y^8$

문제 2

주안점 지수법칙 (1)을 이용하여 빈칸에 알맞은 식을 써넣을 수 있게 한다.

|풀이| 지수법칙을 이용하여 가로줄에 있는 식과 세로줄에 있는 식을 곱해서 빈칸을 채우면 오른쪽과 같다.

$\times$	a	a^2	a^3
a	a^2	a^3	a^4
a^3	a^4	a^5	a^6
a^5	a^6	a^7	a^8

플러스 자료

계산기 활용하기

컴퓨터에 있는 공학용 계산기를 이용하면 거듭제곱을 써서 나타낸 수의 계산을 다음과 같이 간단하게 할 수 있다. 예를 들어 $2^3 \times 2^5$을 계산할 때, 아래와 같은 순서대로 누르면 계산 결과인 256을 얻을 수 있다.

2 → x^y → 3 → * → 2 → x^y → 5 → =

교과서 지도 방안

❶ $(a^2)^3$과 같이 문자를 이용하여 지수법칙 ⑵를 도입해도 되지만 학생들의 이해도에 따라 $(5^2)^3$과 같이 밑이 자연수인 거듭제곱을 이용하는 것도 좋다. 이러한 과정을 거친 후에 문자를 사용하여 일반화하는 것이 지수법칙을 이해하는 데 도움이 됨을 알게 한다.

❷ **오개념 바로잡기 |** 지수법칙 ⑵를 이용할 때, 다음과 같이 계산하지 않게 한다.

- $(a^2)^3=a^{2+3}=a^5$ (×)
- $(a^2)^3=a^{2^3}=a^8$ (×)

생각 넓히기

추론

[지도 목표] 지수법칙 ⑴, ⑵를 사용할 때 실수할 수 있는 부분을 살펴보고 지수법칙 ⑴, ⑵를 정확히 이해하게 한다.

[지도 방법] 지수법칙 ⑴, ⑵를 사용하여 간단히 나타낼 때, 지수끼리 더해야 할지 곱해야 할지 혼동하지 않도록 지도한다.

[예시 답안] 세 학생이 틀린 부분을 바르게 계산하면 다음과 같다.

유찬: $x^7\times x^7=x^{7+7}=x^{14}$

소미: $2^2\times 2\times 2^4=2^{2+1+4}=2^7$

성준: $(3^9)^2=3^{9\times 2}=3^{18}$

플러스 문제

문제 3 유사

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(a^5)^3$ (2) $(x^2)^2\times x^5$

(3) $(y^4)^2\times y\times (y^2)^3$ (4) $a\times (a^2)^4\times (b^3)^3$

답 (1) a^{15} (2) x^9 (3) y^{15} (4) a^9b^9

$(a^m)^n$은 어떻게 간단히 하나요?

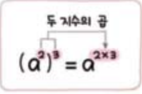
지수법칙 ⑵

a^2의 세제곱 $(a^2)^3$은 a^2을 3개 곱한 것이므로 $(a^2)^3$을 간단히 하면 다음과 같다.

❶ $(a^2)^3=a^2\times a^2\times a^2=a^{2+2+2}$

$=a^{2\times 3}=a^6$

이때 a^6의 지수 6은 $(a^2)^3$의 두 지수 2와 3의 곱과 같다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

❷ **지수법칙** ⑵

m, n이 자연수일 때

$$(a^m)^n=a^{mn}$$

| 지수법칙 ⑵를 이용하여 식을 간단히 하기

예제 ❷ 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(a^5)^2$ (2) $(x^2)^3\times (y^3)^3\times (x^3)^2$

풀이 (1) $(a^5)^2=a^{5\times 2}=a^{10}$

(2) $(x^2)^3\times (y^3)^3\times (x^3)^2=x^6\times y^9\times x^6=x^6\times x^6\times y^9=x^{6+6}y^9=x^{12}y^9$

답 (1) a^{10} (2) $x^{12}\,y^9$

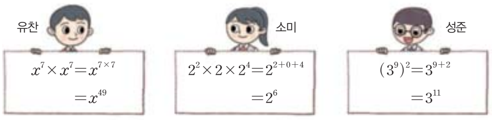
문제 3 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(5^4)^6$ (2) $(a^3)^5$

(3) $(a^3)^7\times a^4$ (4) $(x^3)^4\times (y^2)^4\times (x^5)^8$

생각 넓히기 추론

다음은 세 학생이 주어진 식을 지수법칙을 이용하여 간단히 나타낸 것이다. 틀린 부분을 찾아 바르게 고쳐 보자.



34 3차시

문제 풀이

문제 3

주안점 지수법칙 ⑵를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.

| 풀이 | (1) $(5^4)^6=5^{4\times 6}=5^{24}$

(2) $(a^3)^5=a^{3\times 5}=a^{15}$

(3) $(a^3)^7\times a^4=a^{3\times 7}\times a^4=a^{21}\times a^4$

$=a^{21+4}=a^{25}$

(4) $(x^3)^4\times (y^2)^4\times (x^5)^8=x^{3\times 4}\times y^{2\times 4}\times x^{5\times 8}$

$=x^{12}\times y^8\times x^{40}$

$=x^{12}\times x^{40}\times y^8$

$=x^{12+40}\times y^8$

$=x^{52}\times y^8=x^{52}y^8$

스스로 확인하기

정답 및 풀이 259쪽

1

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $x^3\times x^5$　　(2) $a\times b^4\times a^2\times b^5$

(3) $(b^4)^3$　　(4) $(x^2)^5\times(y^4)^4$

2

다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $x^2\times x^{\square}=x^{14}$

(2) $x^6\times y^5\times x^{\square}\times y^{\square}=x^{15}y^{10}$

(3) $(x^{\square})^2=x^{28}$

(4) $(x^3)^{\square}\times(y^2)^5=x^6y^{\square}$

3

$1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10=2^a\times3^b\times5^c\times7$ 일 때, 세 자연수 a, b, c의 값을 구하시오.

수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 130~131쪽

소단원 평가 ⇨ 138쪽

4

다음을 만족시키는 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.

(가) $2^3+2^3+2^3+2^3=2^a$

(나) $2^3\times2^3\times2^3\times2^3=2^b$

5

$8^3\times4^2=2^x$을 만족시키는 자연수 x의 값을 구하시오.

6 창의•융합

다음 표는 컴퓨터가 처리하는 정보의 양을 나타내는 단위 사이의 관계를 나타낸 것이다.

1 B	1 KiB	1 MiB	1 GiB
2^3 Bit	2^{10} B	2^{10} KiB	2^{10} MiB

용량이 512 MiB인 동영상 16편의 전체 용량은 몇 GiB인지 구하시오.

이 단원의 이해도를 표시해 보세요. 0 50 100

스스로 확인하기

1 계산하기 | 하 중 상

주안점 지수법칙 (1), (2)를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.

|풀이| (1) $x^3\times x^5=x^{3+5}=x^8$

(2) $a\times b^4\times a^2\times b^5=a^{1+2}\times b^{4+5}=a^3b^9$

(3) $(b^4)^3=b^{4\times3}=b^{12}$

(4) $(x^2)^5\times(y^4)^4=x^{2\times5}\times y^{4\times4}=x^{10}y^{16}$

2 이해하기 | 하 중 상

주안점 지수법칙 (1), (2)를 이용하여 □ 안에 알맞은 수를 써넣을 수 있게 한다.

|풀이| (1) $x^2\times x^{\square}=x^{14}$에서

$x^{2+\square}=x^{14}$이므로 □$=12$이다.

(2) $x^6\times y^5\times x^{\square}\times y^{\square}=x^{15}y^{10}$에서

$x^{6+\square}\times y^{5+\square}=x^{15}y^{10}$

이므로 □의 값은 차례로 9, 5이다.

(3) $(x^{\square})^2=x^{28}$에서

$x^{2\times\square}=x^{28}$

이므로 □$=14$이다.

(4) $(x^3)^{\square}\times(y^2)^5=x^6y^{\square}$에서

$x^{3\times\square}\times y^{10}=x^6y^{\square}$

이므로 □의 값은 차례로 2, 10이다.

3 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 지수법칙 (1)을 이용하여 식을 간단히 나타내고 a, b, c의 값을 구할 수 있게 한다.

|풀이| $1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10$

$=2^8\times3^4\times5^2\times7$

이므로

$a=8$, $b=4$, $c=2$

4 계산하기 | 하 중 상

주안점 지수법칙 (1)을 이용하여 식을 간단히 나타내고 a, b의 값을 구할 수 있게 한다.

|풀이| (가) $2^3+2^3+2^3+2^3=4\times2^3=2^2\times2^3=2^5$이므로

$a=5$

(나) $2^3\times2^3\times2^3\times2^3=2^{3+3+3+3}=2^{12}$이므로

$b=12$

따라서 $a+b=5+12=17$이다.

5 이해하기 | 하 중 상

주안점 지수법칙 (1), (2)를 이용하여 x의 값을 구할 수 있게 한다.

|풀이| $8^3\times4^2=2^x$에서

$(2^3)^3\times(2^2)^2=2^x$, $2^9\times2^4=2^x$

$2^{9+4}=2^x$, $2^{13}=2^x$

따라서 $x=13$이다.

6 활용하기 | 하 중 상

주안점 지수법칙 (1)을 이용하여 동영상의 전체 용량을 구할 수 있게 한다.

|풀이| 동영상의 전체 용량은

$512\times16=2^9\times2^4=2^{13}$ (MiB)

그런데 2^{10} MiB는 1 GiB이므로

$2^{13}=2^3\times2^{10}=8\times2^{10}$ (MiB)

에서 2^{13} MiB는 8 GiB이다.

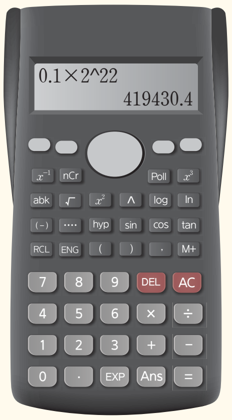
수학, 세상 속으로

[지도 목표] 신문지 접기로 달까지 닿을 수 있다는 흥미로운 소재를 이용하여 학생들이 수와 식의 계산에 호기심을 갖고, 지수법칙을 이해하도록 지도한다.

[지도 방법] 두께가 0.1 mm인 신문지를 반으로 접어 나갈 때, 접는 과정을 1번, 2번, 3번, 4번, ⋯ 반복하면 그 두께는 어떻게 될지 계산기를 이용하여 계산해 보게 하고, 그 두께를 거듭제곱을 사용하여 나타내는 것에 대한 유용성을 알게 한다.

수행 과제

[예시 답안]



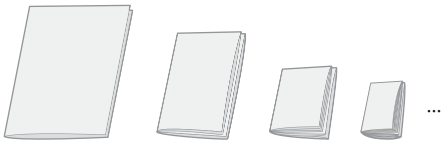
신문지를 15번 접으면 그 두께는 신문지 2^{15}장의 두께와 같다. 또, 이 신문지를 7번 더 접으면 그 두께는 신문지 $2^{15}\times2^{7}=2^{22}$(장)의 두께와 같다. 따라서 접힌 신문지 사이의 공간은 생각하지 않을 때, 두께가 0.1 mm인 신문지를 15번 접고, 7번 더 접으면 그 두께는 0.1×2^{22} mm와 같이 거듭제곱을 사용하여 나타낼 수 있고, 계산기를 이용하여 이 값을 계산하면 419430.4 mm이다.

플러스 문제

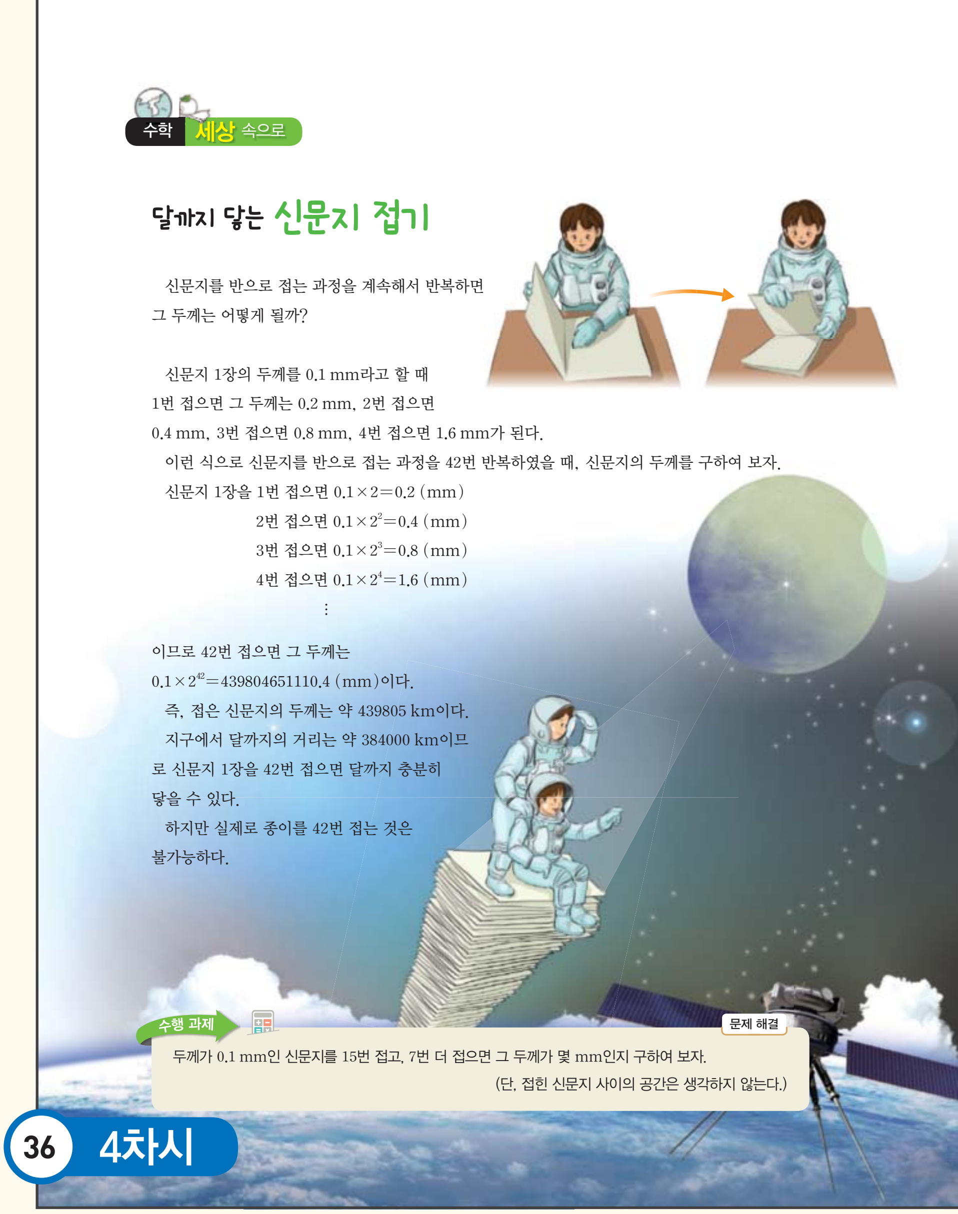
수행 과제 유사

두께가 0.2 mm인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 반으로 접는 과정을 반복하여 두께가 6.4 mm가 되도록 하려면 종이를 몇 번 접어야 하는지 구하시오.

(단, 접힌 종이 사이의 공간은 생각하지 않는다.)



답 5번



수학 세상 속으로

달까지 닿는 신문지 접기

신문지를 반으로 접는 과정을 계속해서 반복하면 그 두께는 어떻게 될까?

신문지 1장의 두께를 0.1 mm라고 할 때 1번 접으면 그 두께는 0.2 mm, 2번 접으면 0.4 mm, 3번 접으면 0.8 mm, 4번 접으면 1.6 mm가 된다.

이런 식으로 신문지를 반으로 접는 과정을 42번 반복하였을 때, 신문지의 두께를 구하여 보자.

신문지 1장을 1번 접으면 $0.1\times2=0.2$ (mm)

2번 접으면 $0.1\times2^{2}=0.4$ (mm)

3번 접으면 $0.1\times2^{3}=0.8$ (mm)

4번 접으면 $0.1\times2^{4}=1.6$ (mm)

⋮

이므로 42번 접으면 그 두께는 $0.1\times2^{42}=439804651110.4$ (mm)이다.

즉, 접은 신문지의 두께는 약 439805 km이다.

지구에서 달까지의 거리는 약 384000 km이므로 신문지 1장을 42번 접으면 달까지 충분히 닿을 수 있다.

하지만 실제로 종이를 42번 접는 것은 불가능하다.

수행 과제 **문제 해결**

두께가 0.1 mm인 신문지를 15번 접고, 7번 더 접으면 그 두께가 몇 mm인지 구하여 보자.

(단, 접힌 신문지 사이의 공간은 생각하지 않는다.)

36 **4차시**

플러스 자료

지수적 증가와 종이 접기

종이 한 장을 반으로 접는 것을 반복한다면 얼마나 계속 접을 수 있을까?

오랫동안 수학자들은 최대 7번까지 접을 수 있다고 생각해 왔다. 하지만 2002년 미국의 한 고등학생이 약 1.2 km 정도 길이의 두루마리 화장지를 반으로 12번 접는 데 성공했다. 이 학생은 필요한 종이의 길이를 미리 계산한 후 그 종이를 한 방향으로만 접어 이런 기록을 세웠다고 한다.

무언가를 반복하여 반으로 접는 것이 어려운 일이 아니라고 생각할 수도 있지만 어떤 크기나 수의 크기가 거듭제곱으로 증가하면 그 값은 매우 빠른 속도로 커진다. 예를 들어 0.1 mm 두께의 종이를 25번 접으면 그 두께는 약 3.4 km가 되고 42번 접으면 달에 닿을 수 있으며 50번 접으면 그 두께는 약 112589990 km가 된다.

(라파엘 로젠, “세상을 움직이는 수학개념 100”)

2 지수법칙 (3), (4)

지수법칙을 이해한다.

사진 파일의 용량에 따라 스마트폰에 저장할 수 있는 사진의 개수가 달라진다.

탐구 학습

$a^m \div a^n$은 어떻게 간단히 하나요?

열기

우주 탐사선이 지구로부터의 거리가 각각 10^4 km, 10^6 km인 지점에서 지구를 관측하려고 한다. 물음에 답하여 보자.

(1) 10^6은 10^4의 몇 배인지 말하여 보자.

(2) (1)의 결과를 10의 거듭제곱으로 나타내고, $10^6 \div 10^4$과 비교하여 보자.

다지기

(1) $10^4=10000$, $10^6=1000000$이고, $1000000 \div 10000=100$이다.
즉, 10^6은 10^4의 $\boxed{}$배이다.

(2) $100=10^{\square}$이므로 $10^6 \div 10^4=10^{\square}$이다.

키우기

$10^6 \div 10^4$과 같은 나눗셈을 거듭제곱을 써서 어떻게 간단히 나타낼까?

지수법칙 (3)

10^4, 10^6은 10을 각각 4개, 6개 곱한 것이므로 $10^6 \div 10^4$을 거듭제곱을 써서 간단히 하면 다음과 같다.

$$10^6 \div 10^4 = \frac{\overbrace{\cancel{10} \times \cancel{10} \times \cancel{10} \times \cancel{10} \times 10 \times 10}^{6\text{개}}}{\underbrace{\cancel{10} \times \cancel{10} \times \cancel{10} \times \cancel{10}}_{4\text{개}}} = \underbrace{10 \times 10}_{(6-4)\text{개}} = 10^{6-4} = 10^2$$

마찬가지로 $a \neq 0$일 때 $a^6 \div a^4$, $a^4 \div a^4$, $a^4 \div a^6$을 간단히 하면 각각 다음과 같다.

$$a^6 \div a^4 = \frac{a^6}{a^4} = \frac{\cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times a \times a}{\cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{a}} = a \times a = a^2$$

$$a^4 \div a^4 = \frac{a^4}{a^4} = \frac{\cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{a}}{\cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{a}} = 1$$

$$a^4 \div a^6 = \frac{a^4}{a^6} = \frac{\cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{a}}{\cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times a \times a} = \frac{1}{a \times a} = \frac{1}{a^2}$$

탐구 학습 지도 방법

열기

10^6은 10^4의 몇 배인지 10의 거듭제곱으로 나타내 $10^6 \div 10^4$과 비교해 보게 한다.

다지기

$1000000 \div 10000=100$이므로 10^6은 10^4의 100배가 된다. 그런데 100을 10의 거듭제곱으로 나타내면 10^2이므로 $10^6 \div 10^4=10^2$임을 알게 한다.

답 (1) 100 (2) 2, 2

키우기

$10^6 \div 10^4=10^2$이 되므로 밑이 같은 거듭제곱의 나눗셈은 $10^6 \div 10^4=10^{6-4}$과 같이 각 지수를 뺀 것과 그 결과가 같음을 직관적으로 알 수 있도록 지도한다.

2 지수법칙 (3), (4)

1 소단원 성취기준

[9수02-06] 지수법칙을 이해한다.

- 지수법칙 (3), (4)를 이해할 수 있다.
- 지수법칙 (3)을 이용하여 밑이 같은 거듭제곱의 나눗셈을 할 수 있다.
- 지수법칙 (4)를 이용하여 밑이 곱으로 이루어진 수 또는 분수인 수의 거듭제곱을 할 수 있다.

2 지도상의 유의점

- 지수법칙은 지수가 자연수인 범위에서 단항식의 곱셈과 나눗셈을 하는 데 필요한 정도로 다룬다.
- 지수법칙은 구체적인 예를 통하여 규칙성을 발견하도록 지도한다.
- $a^m \div a^n$을 계산할 때에는 m과 n의 크기를 비교하여 계산할 수 있도록 지도한다.
- 밑이 음수인 거듭제곱의 경우에는 지수가 홀수인지 짝수인지에 따라 그 부호가 결정됨에 유의하도록 지도한다.

소단원 도입 글 지도 방법

사진에서 해상도는 얼마나 선명하고 많은 정보를 담고 있는지를 나타내는 지표이다. 요즘 스마트폰의 카메라는 성능이 좋아져서 해상도가 높은 고화질의 사진 촬영도 가능해졌지만 이에 따라 사진 파일 하나의 용량도 커져 저장할 수 있는 사진의 개수가 줄어들었다.

제한된 메모리 공간 안에 저장할 수 있는 사진의 개수를 예상해 보려면 전체 메모리양을 사진 파일의 최대 용량으로 나누면 된다.

이처럼 저장할 수 있는 파일의 개수를 알기 위해서는 거듭제곱을 써서 나타낸 수의 나눗셈이 필요함을 학생들이 알고 이 단원의 학습에 흥미를 느낄 수 있도록 지도한다.

교과서 지도 방안

① **오개념 바로잡기 |** 지수법칙 (3)을 이용할 때, 다음과 같이 계산하지 않게 한다.

$a\neq0$, $b\neq0$일 때

- $a^6\div a^2=a^{6\div2}=a^3$ (×)
- $a^6\div a^4=\frac{a^6}{a^4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$ (×)
- $a^6\div a^6=0$ (×)
- $a^6\div b^6=a\div b=\frac{a}{b}$ (×)

② **따라 하기 |** 학생들이 예제의 풀이 과정과 같이 지수법칙 (3)을 적용하여 단계적으로 문제를 해결할 수 있도록 지도한다.

|풀이| (1) $a^9\div a^6=\underline{a^{9-6}}=\underline{a^3}$

(2) $(x^3)^7\div(x^6)^5=\underline{x^{21}\div x^{30}}$

$=\underline{\frac{1}{x^{30-21}}}=\underline{\frac{1}{x^9}}$

답 (1) $\underline{a^3}$ (2) $\underline{\frac{1}{x^9}}$

③ **오개념 바로잡기 |** $a\div b\div c\neq a\div(b\div c)$임을 알게 하여 곱셈에서는 결합법칙이 성립하지만 나눗셈에서는 결합법칙이 성립하지 않음을 이해하게 한다.

- $a\div b\div c=\frac{a}{b}\div c=\frac{a}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}$
- $a\div(b\div c)=a\div\frac{b}{c}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b}$

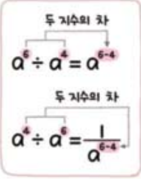
④ $b\neq0$이고 l, m, n이 자연수일 때 다음이 성립함을 알게 한다.

- $(a^mb^n)^l=(a^m)^l\times(b^n)^l=a^{ml}b^{nl}$
- $\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^l=\frac{(a^m)^l}{(b^n)^l}=\frac{a^{ml}}{b^{nl}}$

즉,

①
$$a^6\div a^4=a^{6-4}=a^2$$
$$a^4\div a^4=1$$
$$a^4\div a^6=\frac{1}{a^{6-4}}=\frac{1}{a^2}$$

이 성립함을 알 수 있다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

지수법칙 (3)

$a\neq0$이고 m, n이 자연수일 때

❶ $m>n$이면 $a^m\div a^n=a^{m-n}$

❷ $m=n$이면 $a^m\div a^n=1$

❸ $m<n$이면 $a^m\div a^n=\frac{1}{a^{n-m}}$

예제 1

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $a^7\div a^2$

(2) $(x^2)^5\div(x^4)^3$

풀이 (1) $a^7\div a^2=a^{7-2}=a^5$

(2) $(x^2)^5\div(x^4)^3=x^{10}\div x^{12}$

$=\frac{1}{x^{12-10}}=\frac{1}{x^2}$

답 (1) a^5 (2) $\frac{1}{x^2}$

② **따라 하기** | 지수법칙 (3)을 이용하여 식을 간단히 하기

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $a^9\div a^6$

(2) $(x^3)^7\div(x^6)^5$

풀이 (1) $a^9\div a^6=$ ______ $=$ ____

(2) $(x^3)^7\div(x^6)^5=$ ______

$=$ ______ $=$ ______

답 (1) ____ (2) ____

③ **문제 1** 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $5^8\div5^6$ (2) $13^7\div13^7$

(3) $(x^5)^3\div(x^2)^4$ (4) $(x^7)^2\div(x^3)^3\div x^6$

문제 풀이

문제 1

주안점 지수법칙 (3)을 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.

|풀이| (1) $5^8\div5^6=5^{8-6}=5^2$

(2) $13^7\div13^7=1$

(3) $(x^5)^3\div(x^2)^4=x^{15}\div x^8$

$=x^{15-8}=x^7$

(4) $(x^7)^2\div(x^3)^3\div x^6=x^{14}\div x^9\div x^6$

$=x^{14-9}\div x^6$

$=x^5\div x^6$

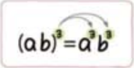
$=\frac{1}{x^{6-5}}=\frac{1}{x}$

$(ab)^m$, $\left(\frac{a}{b}\right)^m$은 어떻게 간단히 하나요?

지수법칙 (4)

$(ab)^3$은 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

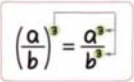
$$\begin{aligned}(ab)^3&=ab\times ab\times ab\\&=a\times b\times a\times b\times a\times b\\&=a\times a\times a\times b\times b\times b=a^3b^3\end{aligned}$$



이때 a^3b^3의 a, b 각각의 지수 3은 $(ab)^3$의 지수 3과 같다.

또한, $\left(\frac{a}{b}\right)^3$(단, $b\neq0$)은 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\left(\frac{a}{b}\right)^3&=\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\\&=\frac{a\times a\times a}{b\times b\times b}=\frac{a^3}{b^3}\end{aligned}$$



이때 $\frac{a^3}{b^3}$의 a, b 각각의 지수 3은 $\left(\frac{a}{b}\right)^3$의 지수 3과 같다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

4

지수법칙 (4)

m이 자연수일 때

❶ $(ab)^m=a^mb^m$

❷ $\left(\frac{a}{b}\right)^m=\frac{a^m}{b^m}$ (단, $b\neq0$)

| 지수법칙 (4)를 이용하여 식을 간단히 하기

예제 2 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(-4x)^2$　　(2) $(xy^2)^3$　　(3) $\left(\frac{y}{x^3}\right)^4$

풀이 (1) $(-4x)^2=(-4)^2\times x^2=16x^2$

(2) $(xy^2)^3=x^3\times(y^2)^3=x^3y^6$

(3) $\left(\frac{y}{x^3}\right)^4=\frac{y^4}{(x^3)^4}=\frac{y^4}{x^{12}}$

답 (1) $16x^2$ (2) x^3y^6 (3) $\frac{y^4}{x^{12}}$

플러스 문제

문제 1 유사

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $a^9\div a^3$　　(2) $x^{12}\div(x^4)^3$

(3) $(a^2)^5\div(a^3)^6$　　(4) $x^{15}\div(x^2)^4\div x^3$

답 (1) a^6 (2) 1 (3) $\frac{1}{a^8}$ (4) x^4

문제 1 심화

$32^x\div4^3=512$일 때, x의 값을 구하시오.

|풀이| $32^x\div4^3=512$에서

$(2^5)^x\div(2^2)^3=2^{5x-6}=2^9$이므로

$5x-6=9$, $5x=15$, $x=3$

수준별 지도 자료

■ **지수법칙** (3) **계산하기**

하 수준 나누어지는 수의 지수와 나누는 수의 지수 사이의 대소 관계에 따라 거듭제곱을 써서 나타낸 수나 문자의 나눗셈을 계산하는 과정이 달라지는 이유를 구체적으로 수의 거듭제곱의 예를 통하여 학생들이 확인하고, 문자의 거듭제곱으로 확장하여 설명하게 한다.

예 (1) $10^5\div10^2=100000\div100=1000=10^3$

(2) $10^2\div10^2=100\div100=1$

(3) $10^2\div10^5=100\div100000=\frac{1}{1000}=\frac{1}{10^3}$

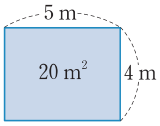
상 수준 실생활의 예를 통하여 지수법칙 (3)이 성립하는 원리를 스스로 찾게 하고, 일반적인 경우에도 스스로 찾은 원리가 성립함을 설명할 수 있게 한다.

예 밀가루 반죽을 손으로 접어 늘여서 면발을 만들 때, 반죽을 한 번 접어 늘일 때마다 면발은 2가락, 4가락, 8가락, …이 된다. 이때 반죽을 10번 접어 늘인 면발의 가락 수는 7번 접어 늘인 면발의 가락 수의 몇 배가 되는가?

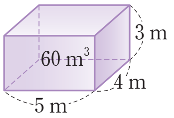
답 $2^{10}\div2^7=2^3$이므로 8배가 된다.

플러스 자료

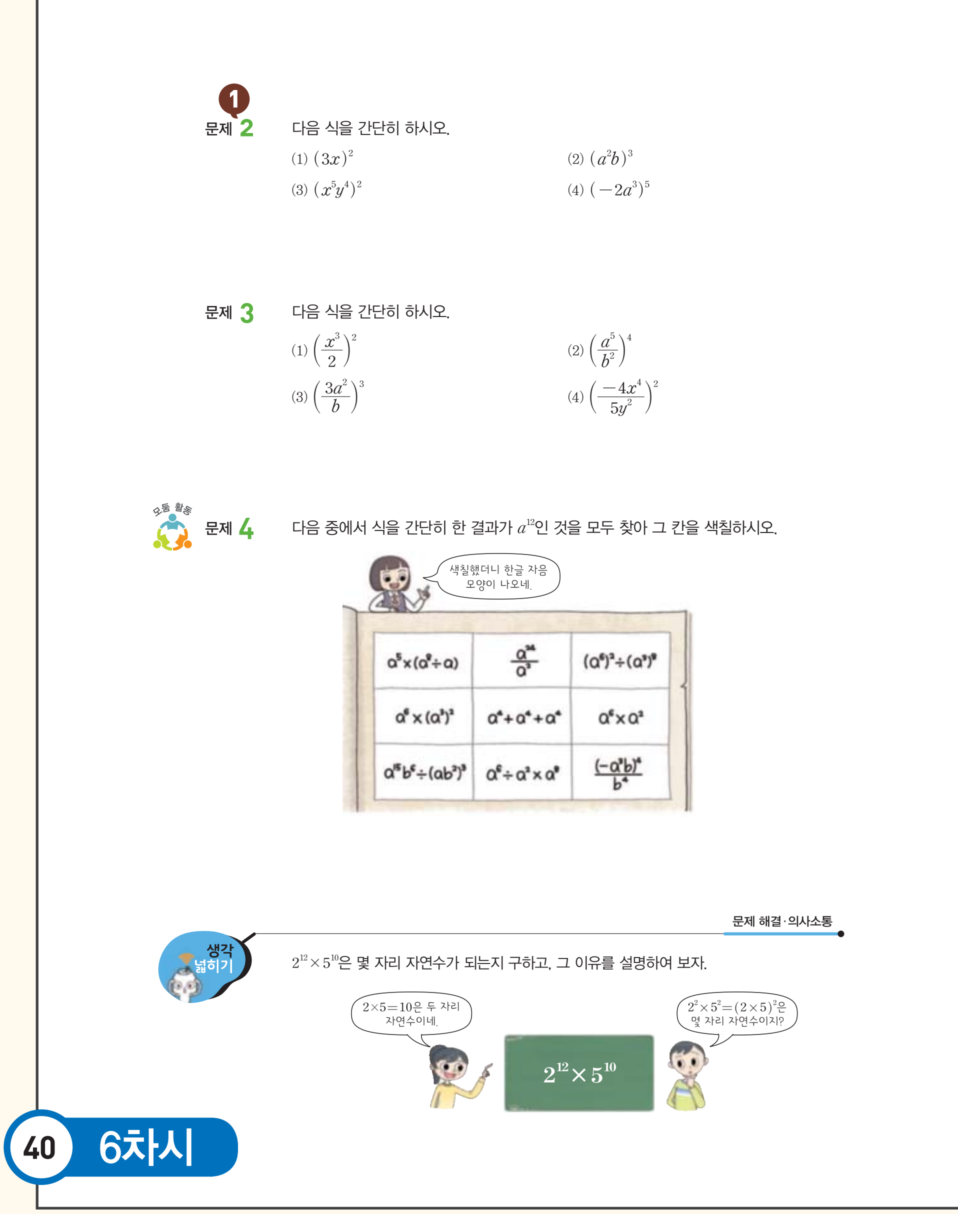
단위와 지수법칙



오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 5 m, 세로의 길이가 4 m인 직사각형의 넓이는 $5\times4=20\ (\mathrm{m}^2)$이다. 이때 길이의 단위인 m와 넓이의 단위인 m^2를 비교해 보면 $\mathrm{m}\times\mathrm{m}=\mathrm{m}^2$가 되므로 지수법칙이 적용되었다고 볼 수 있다.



또, 오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 5 m, 세로의 길이가 4 m, 높이가 3 m인 직육면체의 부피는 $5\times4\times3=60\ (\mathrm{m}^3)$이다. 여기에서도 길이의 단위인 m와 넓이의 단위인 m^2, 부피의 단위인 m^3를 비교해 보면 $\mathrm{m}\times\mathrm{m}\times\mathrm{m}=\mathrm{m}^2\times\mathrm{m}=\mathrm{m}^3$가 되므로 지수법칙이 적용되었다고 볼 수 있다.



① **문제 2** 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(3x)^2$ (2) $(a^2b)^3$

(3) $(x^5y^4)^2$ (4) $(-2a^3)^5$

문제 3 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $\left(\frac{x^3}{2}\right)^2$ (2) $\left(\frac{a^5}{b^2}\right)^4$

(3) $\left(\frac{3a^2}{b}\right)^3$ (4) $\left(\frac{-4x^4}{5y^2}\right)^2$

문제 4 다음 중에서 식을 간단히 한 결과가 a^{12}인 것을 모두 찾아 그 칸을 색칠하시오.

생각 넓히기 문제 해결 · 의사소통

$2^{12}\times5^{10}$은 몇 자리 자연수가 되는지 구하고, 그 이유를 설명하여 보자.

교과서 지도 방안

① **오개념 바로잡기 |** 지수법칙 (4)를 이용할 때, 다음과 같이 계산하지 않게 한다.

- $(3a)^3=3a^3$ (×)
- $(-a)^2=-a^2$ (×)
- $\left(\frac{a}{3}\right)^2=\frac{a^2}{3}$ (×)

또, $(-a)^n$은 $(-1)^na^n$이므로 n의 값에 따라 $(-a)^n$의 부호가 달라짐에 유의하게 한다.

- n이 짝수이면 $(-1)^n=1$이므로 $(-a)^n=a^n$
- n이 홀수이면 $(-1)^n=-1$이므로 $(-a)^n=-a^n$

생각 넓히기

문제 해결 · 의사소통

[지도 목표] 지수법칙을 이용하여 $2^{12}\times5^{10}$이 몇 자리 자연수인지 알게 한다.

[지도 방법] 2와 5의 거듭제곱의 곱을 10의 거듭제곱으로 나타내 $2^{12}\times5^{10}$의 자릿수를 알게 한다.

[예시 답안] $2^{12}=2^2\times2^{10}$이므로

$$2^{12}\times5^{10}=(2^2\times2^{10})\times5^{10}=2^2\times(2^{10}\times5^{10})$$
$$=2^2\times(2\times5)^{10}=4\times10^{10}$$

따라서 $2^{12}\times5^{10}$은 11자리 자연수이다.

문제 풀이

문제 2

주안점 지수법칙 (4)를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.

| 풀이 | (1) $(3x)^2=3^2\times x^2=9x^2$

(2) $(a^2b)^3=(a^2)^3\times b^3=a^6b^3$

(3) $(x^5y^4)^2=(x^5)^2\times(y^4)^2=x^{10}y^8$

(4) $(-2a^3)^5=(-2)^5\times(a^3)^5=-32a^{15}$

문제 3

주안점 지수법칙 (4)를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.

| 풀이 | (1) $\left(\frac{x^3}{2}\right)^2=\frac{(x^3)^2}{2^2}=\frac{x^6}{4}$

(2) $\left(\frac{a^5}{b^2}\right)^4=\frac{(a^5)^4}{(b^2)^4}=\frac{a^{20}}{b^8}$

(3) $\left(\frac{3a^2}{b}\right)^3=\frac{3^3\times(a^2)^3}{b^3}=\frac{27a^6}{b^3}$

(4) $\left(\frac{-4x^4}{5y^2}\right)^2=\frac{(-4)^2\times(x^4)^2}{5^2\times(y^2)^2}=\frac{16x^8}{25y^4}$

문제 4

주안점 지수법칙을 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.

| 풀이 | 식을 간단히 한 결과가 a^{12}인 것을 찾아 그 칸을 색칠하면 다음과 같다.

$a^5\times(a^8\div a)=a^{12}$	$\frac{a^{24}}{a^2}=a^{22}$	$(a^6)^2\div(a^3)^8=\frac{1}{a^{12}}$
$a^6\times(a^3)^2=a^{12}$	$a^4+a^4+a^4=3a^4$	$a^6\times a^2=a^8$
$a^{15}b^6\div(ab^2)^3=a^{12}$	$a^6\div a^2\times a^8=a^{12}$	$\frac{(-a^3b)^4}{b^4}=a^{12}$

스스로 확인하기

정답 및 풀이 260쪽

1

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $a^7 \div a^5$　　(2) $x^3 \div x^9$

(3) $(-x^4y^2)^3$　　(4) $\left(-\frac{y^3}{x^2}\right)^4$

2

다음 보기 중에서 식을 간단히 한 결과가 옳은 것을 찾으시오.

보기

ㄱ. $x^8 \div x^2 = x^{8\div2} = x^4$

ㄴ. $(-x^3)^4 = (-1)^4 \times x^{3\times4} = x^{12}$

ㄷ. $(x^2y^3)^2 = x^{2+2}y^{3+2} = x^4y^5$

ㄹ. $\left(-\frac{y^2}{2x}\right)^3 = -\frac{y^{2\times3}}{2\times3\times x^3} = -\frac{y^6}{6x^3}$

3

다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $(a^2)^3 \div a^{\square} = \frac{1}{a^4}$

(2) $a^5 \times a^{\square} \div a^6 = a^3$

(3) $(-2x^4)^{\square} = \square x^{12}$

(4) $\left(\frac{3x^{\square}}{y^2}\right)^{\square} = \frac{9x^8}{y^{\square}}$

4

$16^2 \div 4^3 = 4^x$일 때, x의 값을 구하시오.

5

다음 식을 간단히 하시오.

$$(ab^2)^3 \times \left(\frac{a^4}{b}\right)^3 \div (a^2b)^4$$

6 창의•융합

지구에서 금성까지의 거리는 4.5×10^7 km이다. 빛의 속도인 초속 3×10^5 km로 날아간다면 지구에서 금성까지는 몇 초가 걸릴지 구하시오.

수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 132~133쪽

소단원 평가 ⇨ 139쪽

이 단원의 이해도를 표시해 보세요. 0 50 100

7차시 41

5 계산하기 |

하 [✓ 중] 상

주안점 지수법칙 (3), (4)를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.

|풀이| $(ab^2)^3\times\left(\frac{a^4}{b}\right)^3\div(a^2b)^4 = \left(a^3b^6\times\frac{a^{12}}{b^3}\right)\div a^8b^4$

$= a^{15}b^3 \div a^8b^4$

$= \frac{a^{15}b^3}{a^8b^4} = \frac{a^7}{b}$

6 활용하기 |

하 중 [✓ 상]

주안점 지수법칙 (3)을 이용하여 지구에서 금성까지의 거리를 빛의 속도로 날아갈 때 걸린 시간을 구할 수 있게 한다.

|풀이| 지구에서 금성까지의 거리는 4.5×10^7 km이고, 빛의 속도는 초속 3×10^5 km이므로

$(4.5\times10^7)\div(3\times10^5) = \frac{4.5\times10^7}{3\times10^5} = \frac{4.5}{3}\times\frac{10^7}{10^5}$

$= 1.5\times10^{7-5} = 1.5\times10^2$(초)

따라서 지구에서 금성까지 150초가 걸린다.

스스로 확인하기

1 계산하기 |

[✓ 하] 중 상

주안점 지수법칙 (3), (4)를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.

|풀이| (1) $a^7\div a^5 = a^{7-5} = a^2$

(2) $x^3\div x^9 = \frac{1}{x^{9-3}} = \frac{1}{x^6}$

(3) $(-x^4y^2)^3 = (-1)^3\times(x^4)^3\times(y^2)^3$

$= -x^{12}y^6$

(4) $\left(-\frac{y^3}{x^2}\right)^4 = (-1)^4\times\frac{(y^3)^4}{(x^2)^4} = \frac{y^{12}}{x^8}$

2 검토하기 |

하 [✓ 중] 상

주안점 지수법칙 (3), (4)를 이용하여 식을 간단히 한 결과가 옳은 것을 찾을 수 있게 한다.

|풀이| ㄱ. $x^8\div x^2 = x^{8-2} = x^6$

ㄷ. $(x^2y^3)^2 = x^{2\times2}y^{3\times2} = x^4y^6$

ㄹ. $\left(-\frac{y^2}{2x}\right)^3 = -\frac{y^{2\times3}}{2^3\times x^3} = -\frac{y^6}{8x^3}$

따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

3 이해하기 |

하 [✓ 중] 상

주안점 지수법칙 (3), (4)를 이용하여 주어진 식을 만족시키는 □의 값을 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $(a^2)^3\div a^{\square} = \frac{1}{a^4}$에서

$a^6\div a^{\square} = \frac{1}{a^4}$, $\frac{1}{a^{\square-6}} = \frac{1}{a^4}$, $\square = 10$

(2) $a^5\times a^{\square}\div a^6 = a^3$에서

$a^{5+\square-6} = a^3$, $\square = 4$

(3) $(-2x^4)^{\square} = \square x^{12}$에서　$x^{4\times\square} = x^{12}$, $\square = 3$

이때 $(-2)^3 = (-1)^3\times2^3 = -8$이다.

따라서 □의 값은 차례로 3, -8이다.

(4) $\left(\frac{3x^{\square}}{y^2}\right)^{\square} = \frac{9x^8}{y^{\square}}$에서 $3^{\square} = 9$이므로　$\square = 2$

$(x^{\square})^2 = x^8$, $x^{\square\times2} = x^8$이므로　$\square = 4$

$(y^2)^2 = y^{\square}$이므로　$\square = 4$

따라서 □의 값은 차례로 4, 2, 4이다.

4 이해하기 |

하 [✓ 중] 상

주안점 지수법칙 (3)을 이용하여 주어진 식을 만족시키는 x의 값을 구할 수 있게 한다.

|풀이| $16^2\div4^3 = 4^x$에서　$(2^4)^2\div(2^2)^3 = (2^2)^x$

$2^{8-6} = 2^{2x}$, $2 = 2x$, $x = 1$

3 다항식의 덧셈과 뺄셈

1 소단원 성취기준

[9수02-07] 다항식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

- 문자가 2개인 일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.
- 이차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.
- 여러 가지 괄호가 포함된 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.

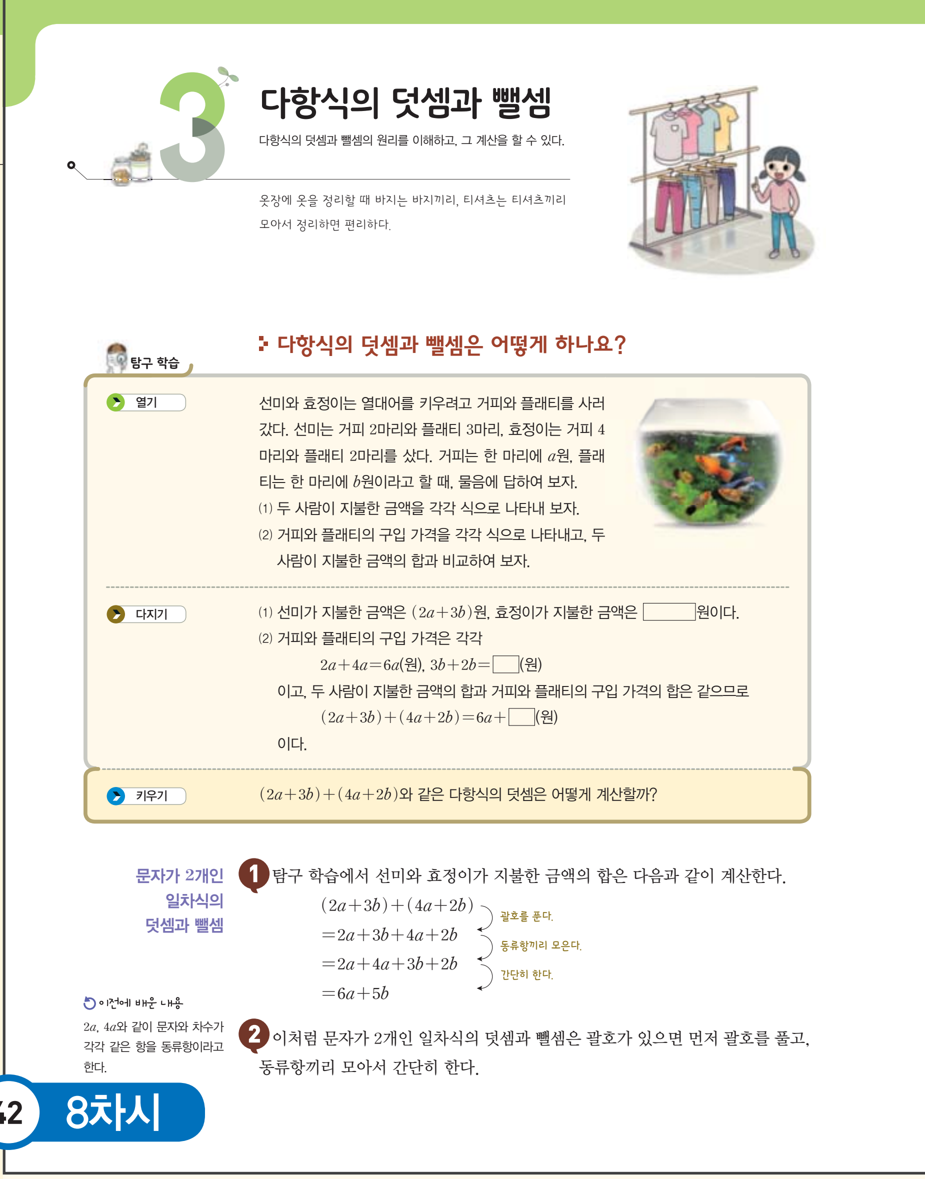
2 지도상의 유의점

- 문자가 2개인 일차식의 덧셈과 뺄셈에서 괄호를 풀 때 분배법칙을 사용하여 괄호를 푼 후 동류항끼리 모아서 간단히 하는 원리를 이해할 수 있도록 지도한다.
- 괄호 앞의 부호 ‘−’는 −1이 생략되어 있음을 인지하도록 지도한다.
- 이차식의 덧셈과 뺄셈에서도 문자와 차수가 같은 동류항끼리 계산하도록 지도한다.

소단원 도입 글 지도 방법

옷장에 옷을 정리할 때 바지는 바지끼리, 티셔츠는 티셔츠끼리 모아서 정리하면 나중에 옷을 찾아 입을 때 편리하다.

다항식의 덧셈과 뺄셈에서 가장 중요한 것은 동류항끼리 모아서 계산하는 것이므로 옷을 종류별로 정리하는 것과 동류항을 정리하는 것을 연관 지어 동류항끼리 계산하는 것을 이해할 수 있도록 지도한다.



3 다항식의 덧셈과 뺄셈

다항식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

옷장에 옷을 정리할 때 바지는 바지끼리, 티셔츠는 티셔츠끼리 모아서 정리하면 편리하다.

탐구 학습

다항식의 덧셈과 뺄셈은 어떻게 하나요?

열기

선미와 효정이는 열대어를 키우려고 거피와 플래티를 사러 갔다. 선미는 거피 2마리와 플래티 3마리, 효정이는 거피 4마리와 플래티 2마리를 샀다. 거피는 한 마리에 a원, 플래티는 한 마리에 b원이라고 할 때, 물음에 답하여 보자.

(1) 두 사람이 지불한 금액을 각각 식으로 나타내 보자.

(2) 거피와 플래티의 구입 가격을 각각 식으로 나타내고, 두 사람이 지불한 금액의 합과 비교하여 보자.

다지기

(1) 선미가 지불한 금액은 $(2a+3b)$원, 효정이가 지불한 금액은 $\boxed{}$원이다.

(2) 거피와 플래티의 구입 가격은 각각

$$2a+4a=6a(\text{원}),\ 3b+2b=\boxed{}(\text{원})$$

이고, 두 사람이 지불한 금액의 합과 거피와 플래티의 구입 가격의 합은 같으므로

$$(2a+3b)+(4a+2b)=6a+\boxed{}(\text{원})$$

이다.

키우기

$(2a+3b)+(4a+2b)$와 같은 다항식의 덧셈은 어떻게 계산할까?

문자가 2개인 일차식의 덧셈과 뺄셈

① 탐구 학습에서 선미와 효정이가 지불한 금액의 합은 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned}&(2a+3b)+(4a+2b)\\&=2a+3b+4a+2b\\&=2a+4a+3b+2b\\&=6a+5b\end{aligned}$$

괄호를 푼다.

동류항끼리 모은다.

간단히 한다.

이전에 배운 내용

$2a$, $4a$와 같이 문자와 차수가 각각 같은 항을 동류항이라고 한다.

② 이처럼 문자가 2개인 일차식의 덧셈과 뺄셈은 괄호가 있으면 먼저 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

42 8차시

탐구 학습 지도 방법

열기

두 사람이 지불한 금액을 2개의 문자를 이용한 식으로 각각 나타내고, 거피와 플래티의 구입 가격과 비교하게 한다.

다지기

먼저 선미와 효정이가 지불한 금액은 각각 $(2a+3b)$원, $(4a+2b)$원임을 알게 한다.

한편, 거피와 플래티의 구입 가격은 각각 $6a$원, $5b$원이고

(지불한 금액)=(구입한 가격)이므로

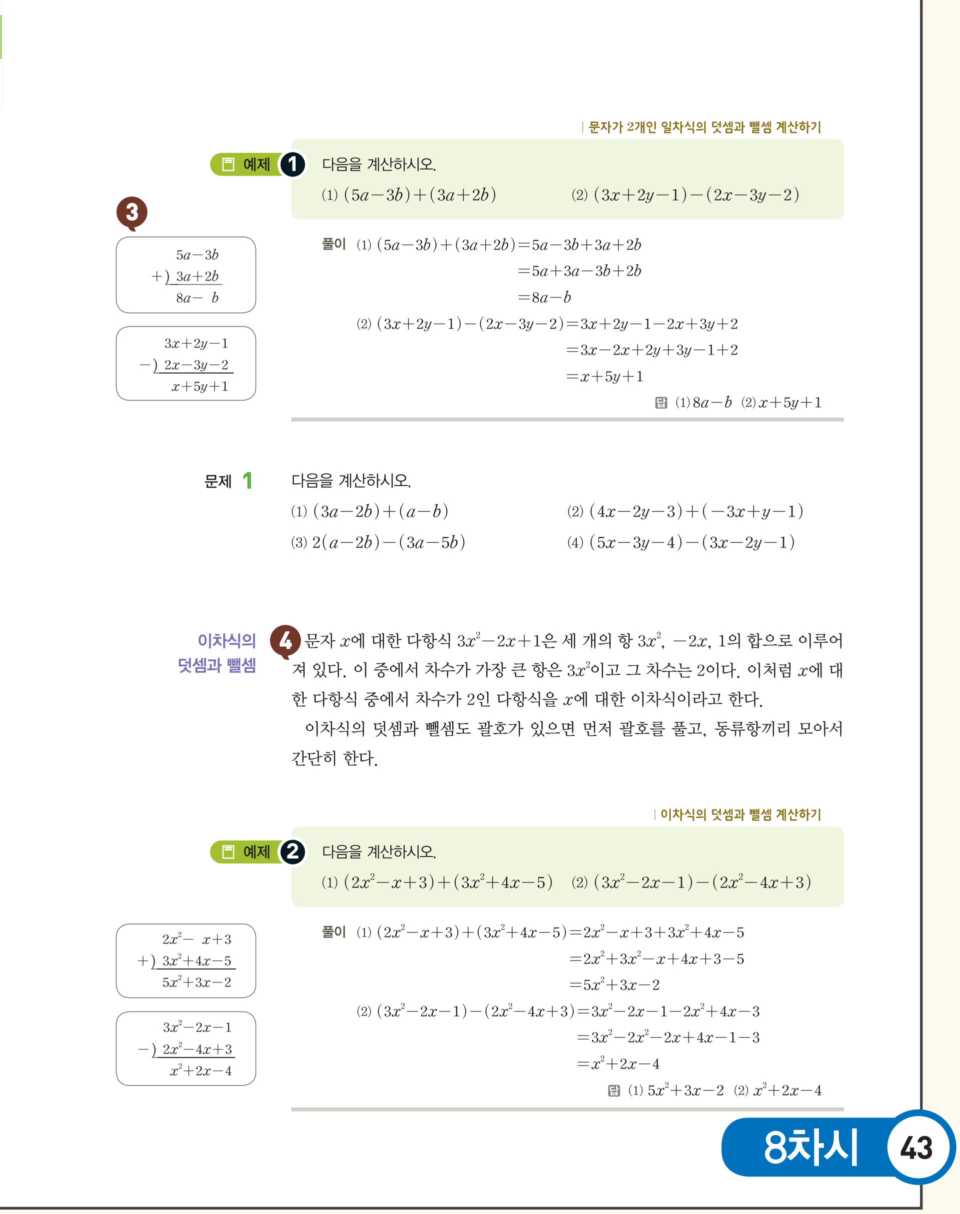
$$(2a+3b)+(4a+2b)=6a+5b$$

와 같이 나타낼 수 있음을 알게 한다.

답 (1) $4a+2b$ (2) $5b$, $5b$

키우기

1학년에서 배운 문자가 1개인 일차식의 덧셈에서와 같이 문자가 2개인 일차식의 덧셈도 동류항끼리 모아서 계산한다는 것을 추측할 수 있도록 지도한다.



| 문자가 2개인 일차식의 덧셈과 뺄셈 계산하기

예제 1 다음을 계산하시오.

(1) $(5a-3b)+(3a+2b)$　　(2) $(3x+2y-1)-(2x-3y-2)$

③

$$\begin{array}{r} 5a-3b \\ +)\ \underline{3a+2b} \\ 8a-\ \ b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x+2y-1 \\ -)\ \underline{2x-3y-2} \\ x+5y+1 \end{array}$$

풀이 (1) $(5a-3b)+(3a+2b)=5a-3b+3a+2b$

$=5a+3a-3b+2b$

$=8a-b$

(2) $(3x+2y-1)-(2x-3y-2)=3x+2y-1-2x+3y+2$

$=3x-2x+2y+3y-1+2$

$=x+5y+1$

답 (1) $8a-b$　(2) $x+5y+1$

문제 1 다음을 계산하시오.

(1) $(3a-2b)+(a-b)$　　(2) $(4x-2y-3)+(-3x+y-1)$

(3) $2(a-2b)-(3a-5b)$　　(4) $(5x-3y-4)-(3x-2y-1)$

이차식의 덧셈과 뺄셈

④ 문자 x에 대한 다항식 $3x^2-2x+1$은 세 개의 항 $3x^2$, $-2x$, 1의 합으로 이루어져 있다. 이 중에서 차수가 가장 큰 항은 $3x^2$이고 그 차수는 2이다. 이처럼 x에 대한 다항식 중에서 차수가 2인 다항식을 x에 대한 이차식이라고 한다.

이차식의 덧셈과 뺄셈도 괄호가 있으면 먼저 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

| 이차식의 덧셈과 뺄셈 계산하기

예제 2 다음을 계산하시오.

(1) $(2x^2-x+3)+(3x^2+4x-5)$　(2) $(3x^2-2x-1)-(2x^2-4x+3)$

$$\begin{array}{r} 2x^2-\ \ x+3 \\ +)\ \underline{3x^2+4x-5} \\ 5x^2+3x-2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x^2-2x-1 \\ -)\ \underline{2x^2-4x+3} \\ x^2+2x-4 \end{array}$$

풀이 (1) $(2x^2-x+3)+(3x^2+4x-5)=2x^2-x+3+3x^2+4x-5$

$=2x^2+3x^2-x+4x+3-5$

$=5x^2+3x-2$

(2) $(3x^2-2x-1)-(2x^2-4x+3)=3x^2-2x-1-2x^2+4x-3$

$=3x^2-2x^2-2x+4x-1-3$

$=x^2+2x-4$

답 (1) $5x^2+3x-2$　(2) x^2+2x-4

8차시 43

문제 풀이

문제 1

주안점 문자가 2개인 일차식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $(3a-2b)+(a-b)=3a-2b+a-b$

$=3a+a-2b-b$

$=4a-3b$

(2) $(4x-2y-3)+(-3x+y-1)=4x-2y-3-3x+y-1$

$=4x-3x-2y+y-3-1$

$=x-y-4$

(3) $2(a-2b)-(3a-5b)=2a-4b-3a+5b$

$=2a-3a-4b+5b$

$=-a+b$

(4) $(5x-3y-4)-(3x-2y-1)=5x-3y-4-3x+2y+1$

$=5x-3x-3y+2y-4+1$

$=2x-y-3$

교과서 지도 방안

① 1학년에서 배운 동류항의 뜻을 확인하게 하고, 다항식의 덧셈과 뺄셈은 동류항끼리 모아서 계산할 수 있음을 이해하게 한다. 또한, 괄호를 풀 때에는 분배법칙이 이용되고 동류항끼리 모을 때에는 교환법칙이 이용됨을 이해하게 한다.

② 다항식의 뺄셈에서 괄호 앞의 부호 '−'는 −1이 생략된 것이므로 괄호를 풀 때에는 빼는 식의 각 항의 부호가 바뀜에 유의하도록 지도한다.

특히,

$$A-(B-C)=A-B-C$$

로 계산하지 않도록 지도한다.

③ 다항식의 덧셈과 뺄셈은 세로 셈으로도 계산할 수 있음을 이해하게 한다. 이때 동류항의 자리를 맞추어 쓴 후 계산할 수 있게 한다. 동류항이 없는 경우 자리를 비워 두고 동류항의 자리를 맞추어 계산할 수 있도록 지도한다. 예를 들어

$$5x-4y+6-(2x-1)$$

을 계산할 때, 다음과 같이 계산할 수 있게 한다.

$$\begin{array}{r} 5x-4y+6 \\ -)\ \underline{2x\qquad\ -1} \\ 3x-4y+7 \end{array}$$

④ 항의 차수와 다항식의 차수를 구분할 수 있도록 하고, 이차식의 문자는 항상 x만 있는 것으로 생각하지 않도록 지도한다.

생각 넓히기

추론

[지도 목표] 다항식의 덧셈과 뺄셈에서 학생들이 틀린 부분을 찾아 바르게 고치게 한다.

[지도 방법] 다항식의 덧셈과 뺄셈에서는 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀고 동류항끼리 덧셈과 뺄셈을 할 수 있도록 한다. 또, 다항식의 뺄셈에서 빼는 식의 모든 항의 부호가 바뀜에 유의하도록 지도한다.

[풀이]

주형: $(4a+5b)+(a-3b)$

$=4a+5b+a-3b$

$=4a+a+5b-3b$

$=5a+2b$

민정: $2x^2+3x-5-(x^2-2x+2)$

$=2x^2+3x-5-x^2+2x-2$

$=2x^2-x^2+3x+2x-5-2$

$=x^2+5x-7$

문제 풀이

문제 2

주안점 이차식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

| 풀이 | (1) $(6x^2-4)+(-2x^2+9)$

$=6x^2-4-2x^2+9$

$=6x^2-2x^2-4+9$

$=4x^2+5$

(2) $(-3x^2+2x-8)+(x^2-5x+3)$

$=-3x^2+2x-8+x^2-5x+3$

$=-3x^2+x^2+2x-5x-8+3$

$=-2x^2-3x-5$

(3) $(4x^2-5x+1)-(-x^2+x-1)$

$=4x^2-5x+1+x^2-x+1$

$=4x^2+x^2-5x-x+1+1$

$=5x^2-6x+2$

(4) $2(3x^2-8x+4)-(5x^2-4)$

$=6x^2-16x+8-5x^2+4$

$=6x^2-5x^2-16x+8+4$

$=x^2-16x+12$

문제 2 다음을 계산하시오.

(1) $(6x^2-4)+(-2x^2+9)$

(2) $(-3x^2+2x-8)+(x^2-5x+3)$

(3) $(4x^2-5x+1)-(-x^2+x-1)$

(4) $2(3x^2-8x+4)-(5x^2-4)$

괄호가 있는 다항식의 덧셈과 뺄셈

여러 가지 괄호가 있는 다항식의 덧셈과 뺄셈에서 괄호를 풀 때에는 소괄호, 중괄호, 대괄호 순으로 풀어서 간단히 한다.

| 괄호가 있는 다항식 계산하기

예제 ❸ $5x-[y-2\{4x-(3x-y)\}]$를 계산하시오.

( ) → { } → [ ]
소괄호 중괄호 대괄호

풀이 $5x-[y-2\{4x-(3x-y)\}]=5x-\{y-2(4x-3x+y)\}$

$=5x-\{y-2(x+y)\}$

$=5x-(y-2x-2y)$

$=5x-(-2x-y)$

$=5x+2x+y$

$=7x+y$

답 $7x+y$

문제 3 다음을 계산하시오.

(1) $3a-[2b-\{4a-3b+2(a-b)\}]$

(2) $5x-3y-[x-\{2x-2y-(x+y)\}]$

생각 넓히기 추론

다음 주형이와 민정이의 계산 과정에서 틀린 부분을 찾아 바르게 계산하여 보자.

44 9차시

문제 3

주안점 여러 가지 괄호가 있는 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

| 풀이 | (1) $3a-[2b-\{4a-3b+2(a-b)\}]$

$=3a-\{2b-(4a-3b+2a-2b)\}$

$=3a-\{2b-(6a-5b)\}$

$=3a-(2b-6a+5b)$

$=3a-(-6a+7b)$

$=3a+6a-7b$

$=9a-7b$

(2) $5x-3y-[x-\{2x-2y-(x+y)\}]$

$=5x-3y-\{x-(2x-2y-x-y)\}$

$=5x-3y-\{x-(x-3y)\}$

$=5x-3y-(x-x+3y)$

$=5x-3y-3y$

$=5x-6y$

스스로 확인하기

정답 및 풀이 260쪽

1

다음을 계산하시오.

(1) $(6a-4b)+(-2a+9b)$

(2) $3(3a-b)-(4a-7b)$

(3) $(2x-4y+1)+(-9x+3y-5)$

(4) $(5x+3y-4)-2(x+y-2)$

2

다음을 계산하시오.

(1) $(-4x^2-x+10)+(-4x^2+3x-7)$

(2) $(9x^2+3x-13)-(6x^2-5x)$

(3) $(x^2+5)+2(-2x^2+3x)$

(4) $(x^2-x+11)-4(-x^2+2x-3)$

3

$5a-2b+[-a+\{3a-2(a-2b)\}]$를 계산하시오.

수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 134~135쪽

소단원 평가 ⇨ 140쪽

활동지 ⇨ 147~148쪽

4

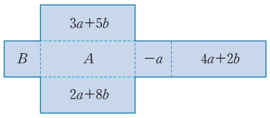
오른쪽 그림과 같은 직사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭의 가로의 길이가 $x-2y$이고 둘레의 길이가 $10x+4y$일 때, 이 꽃밭의 세로의 길이를 구하시오.

5

다항식 $2x^2-x+3$에 어떤 다항식을 더해야 할 것을 잘못하여 뺐더니 $3x^2-7x+5$가 되었다. 옳게 계산한 식을 구하시오.

6 발전 문제

다음 그림과 같은 전개도를 이용하여 직육면체를 만들었을 때, 마주 보는 두 면에 있는 다항식의 합이 모두 같다고 한다. 물음에 답하시오.



(1) A, B에 알맞은 다항식을 구하시오.

(2) $A+B$를 계산하시오.

이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

9차시 45

스스로 확인하기

1 계산하기 | 하 중 상

주안점 문자가 2개인 일차식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $(6a-4b)+(-2a+9b)=6a-4b-2a+9b$

$=4a+5b$

(2) $3(3a-b)-(4a-7b)=9a-3b-4a+7b$

$=5a+4b$

(3) $(2x-4y+1)+(-9x+3y-5)$

$=2x-4y+1-9x+3y-5=-7x-y-4$

(4) $(5x+3y-4)-2(x+y-2)$

$=5x+3y-4-2x-2y+4=3x+y$

2 계산하기 | 하 중 상

주안점 이차식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $(-4x^2-x+10)+(-4x^2+3x-7)$

$=-4x^2-x+10-4x^2+3x-7$

$=-8x^2+2x+3$

(2) $(9x^2+3x-13)-(6x^2-5x)$

$=9x^2+3x-13-6x^2+5x=3x^2+8x-13$

(3) $(x^2+5)+2(-2x^2+3x)=x^2+5-4x^2+6x$

$=-3x^2+6x+5$

(4) $(x^2-x+11)-4(-x^2+2x-3)$

$=x^2-x+11+4x^2-8x+12=5x^2-9x+23$

3 계산하기 | 하 중 상

주안점 여러 가지 괄호가 있는 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

|풀이| $5a-2b+[-a+\{3a-2(a-2b)\}]$

$=5a-2b+\{-a+(3a-2a+4b)\}$

$=5a-2b+\{-a+(a+4b)\}$

$=5a-2b+4b=5a+2b$

4 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 다항식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이용하여 주어진 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| (가로의 길이)+(세로의 길이)$=5x+2y$이므로 꽃밭의 세로의 길이를 A라고 하면

$(x-2y)+A=5x+2y$에서

$A=(5x+2y)-(x-2y)$

$=5x+2y-x+2y=4x+4y$

5 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 다항식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이용하여 주어진 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| 어떤 다항식을 A라고 하면

$(2x^2-x+3)-A=3x^2-7x+5$

에서 $A=(2x^2-x+3)-(3x^2-7x+5)$

$=2x^2-x+3-3x^2+7x-5=-x^2+6x-2$

즉, 어떤 다항식은 $-x^2+6x-2$이므로 옳게 계산한 식은

$(2x^2-x+3)+(-x^2+6x-2)=2x^2-x+3-x^2+6x-2$

$=x^2+5x+1$

6 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 다항식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이용하여 주어진 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $3a+5b$와 마주 보는 면에 있는 다항식은 $2a+8b$이므로 두 다항식의 합은 $(3a+5b)+(2a+8b)=5a+13b$이다. 따라서

$A=(5a+13b)-(4a+2b)=a+11b$

$B=(5a+13b)-(-a)=6a+13b$

(2) $A+B=(a+11b)+(6a+13b)=7a+24b$

4 다항식의 곱셈과 나눗셈

1 소단원 성취기준

[9수02-08] ‘(단항식)×(다항식)’, ‘(다항식)÷(단항식)’과 같은 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

- ‘(단항식)×(단항식)’, ‘(단항식)÷(단항식)’과 같은 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.
- ‘(단항식)×(다항식)’, ‘(다항식)÷(단항식)’과 같은 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

2 새로 나온 학습 요소

전개

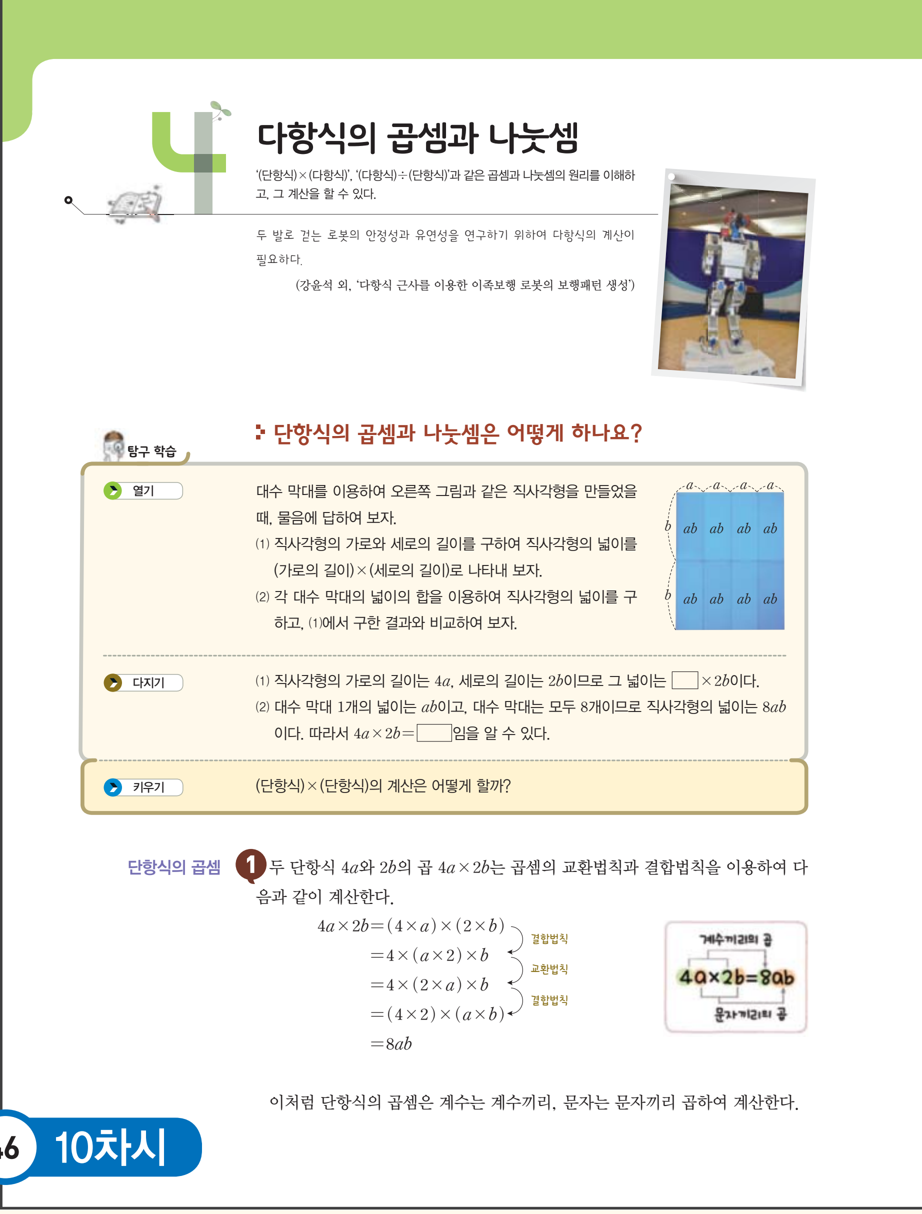
3 지도상의 유의점

- ‘(단항식)×(다항식)’과 같은 곱셈은 수의 곱셈에서와 같이 분배법칙을 이용하여 계산할 수 있도록 지도한다.
- 다항식의 나눗셈에서는 다항식을 단항식으로 나누어 그 몫이 다항식이 되는 경우만 다룬다.
- 단항식과 다항식의 곱셈을 통하여 전개의 뜻을 이해하도록 지도하고, ‘전개식’ 용어는 교수·학습 상황에서 사용할 수 있다.

소단원 도입 글 지도 방법

로봇 산업은 21세기에 가장 주목받게 될 미래 기술 중의 하나이며, 해양, 우주 등 사람의 손이 닿지 않는 미지의 세계를 개척하는 데 있어 로봇의 용도는 매우 다양하다. 최근 사람처럼 두 발로 걷는 로봇의 개발에 많은 연구가 진행 중이다. 로봇이 두 발로 걸을 때 안정성과 보행 속도에 대한 유연성이 매우 중요한데 이 문제를 해결하기 위하여 다항식을 이용한 근사식을 이용한다. 이처럼 로봇의 연구에도 다항식의 계산이 필요함을 학생들이 인식할 수 있도록 지도한다.

(강윤석 외, ‘다항식 근사를 이용한 이족보행 로봇의 보행패턴 생성’)



4 다항식의 곱셈과 나눗셈

‘(단항식)×(다항식)’, ‘(다항식)÷(단항식)’과 같은 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

두 발로 걷는 로봇의 안정성과 유연성을 연구하기 위하여 다항식의 계산이 필요하다.

(강윤석 외, ‘다항식 근사를 이용한 이족보행 로봇의 보행패턴 생성’)

탐구 학습

단항식의 곱셈과 나눗셈은 어떻게 하나요?

열기 대수 막대를 이용하여 오른쪽 그림과 같은 직사각형을 만들었을 때, 물음에 답하여 보자.

(1) 직사각형의 가로와 세로의 길이를 구하여 직사각형의 넓이를 (가로의 길이)×(세로의 길이)로 나타내 보자.

(2) 각 대수 막대의 넓이의 합을 이용하여 직사각형의 넓이를 구하고, (1)에서 구한 결과와 비교하여 보자.

다지기 (1) 직사각형의 가로의 길이는 $4a$, 세로의 길이는 $2b$이므로 그 넓이는 □×$2b$이다.

(2) 대수 막대 1개의 넓이는 ab이고, 대수 막대는 모두 8개이므로 직사각형의 넓이는 $8ab$이다. 따라서 $4a\times 2b=$□임을 알 수 있다.

키우기 (단항식)×(단항식)의 계산은 어떻게 할까?

단항식의 곱셈 ❶ 두 단항식 $4a$와 $2b$의 곱 $4a\times 2b$는 곱셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned}4a\times 2b&=(4\times a)\times(2\times b)\\&=4\times(a\times 2)\times b\\&=4\times(2\times a)\times b\\&=(4\times 2)\times(a\times b)\\&=8ab\end{aligned}$$

이처럼 단항식의 곱셈은 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 곱하여 계산한다.

46 10차시

탐구 학습 지도 방법

열기

대수 막대를 이용하여 만든 직사각형의 넓이를 식으로 나타내고, 대수 막대의 넓이의 합과 비교하게 한다.

다지기

대수 막대가 가로로 4개, 세로로 2개이므로 직사각형의 가로의 길이는 $4a$, 세로의 길이는 $2b$이다. 따라서 직사각형의 넓이는 $4a\times 2b$이다. 또, 대수 막대 1개의 넓이는 ab이고 총 8개가 있으므로 대수 막대의 넓이의 합은 $8ab$이므로 $4a\times 2b=8ab$임을 알게 한다.

답 (1) $4a$ (2) $8ab$

키우기

단항식과 단항식의 곱셈은 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 곱한 것임을 직관적으로 인식할 수 있도록 지도한다.

| 단항식의 곱셈 계산하기

예제 ❶ 다음을 계산하시오.

(1) $5a\times(-3b)$ (2) $(2x^2y)^3\times 4xy$

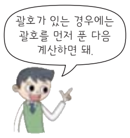
풀이 (1) $5a\times(-3b)=5\times(-3)\times a\times b=-15ab$

(2) $(2x^2y)^3\times 4xy=2^3\times x^6\times y^3\times 4\times x\times y$

$=2^3\times 4\times x^6\times x\times y^3\times y$

$=32x^7y^4$

답 (1) $-15ab$ (2) $32x^7y^4$



문제 1 다음을 계산하시오.

(1) $2a\times 4a^2$ (2) $-3x^2\times(-2x)^3$

(3) $3ab\times(-2a)^3$ (4) $(3xy)^2\times 2x^3y$

단항식의 나눗셈 단항식의 나눗셈은 단항식을 수로 나눌 때와 마찬가지로 역수를 이용하여 나눗셈을 곱셈으로 고쳐서 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 계산한다.

예제 ❷ 다음을 계산하시오.

(1) $8a^3\div 2a$ (2) $(3xy)^3\div 3x^2y$

풀이 (1) $8a^3\div 2a=8a^3\times\frac{1}{2a}$

$=8\times\frac{1}{2}\times a^3\times\frac{1}{a}$

$=4a^2$

(2) $(3xy)^3\div 3x^2y$

$=27x^3y^3\times\frac{1}{3x^2y}$

$=27\times\frac{1}{3}\times x^3\times\frac{1}{x^2}\times y^3\times\frac{1}{y}$

$=9xy^2$

답 (1) $4a^2$ (2) $9xy^2$

❷

| 단항식의 나눗셈 계산하기

따라 하기 다음을 계산하시오.

(1) $9ab^2\div 3a$ (2) $24a^4b^5\div 4a^2b^2$

풀이 (1) $9ab^2\div 3a=$ ______________

= ______________

= ________

(2) $24a^4b^5\div 4a^2b^2$

= ______________

= ______________

= ________

답 (1) ______ (2) ______

10차시

교과서 지도 방안

❶ 단항식의 곱셈은 곱셈에 대한 결합법칙과 교환법칙을 이용하여 계산할 수 있다는 원리를 이해하게 한다. 또, 같은 문자끼리 곱할 때에는 지수법칙을 이용하여 거듭제곱으로 나타낼 수 있도록 지도한다.

❷ **따라 하기 |** 학생들이 예제의 풀이 과정과 같이 역수를 이용하여 나눗셈을 곱셈으로 고친 후, 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 계산할 수 있도록 지도한다.

|풀이| (1) $9ab^2\div 3a=9ab^2\times\frac{1}{3a}$

$=9\times\frac{1}{3}\times a\times\frac{1}{a}\times b^2$

$=3b^2$

(2) $24a^4b^5\div 4a^2b^2$

$=24a^4b^5\times\frac{1}{4a^2b^2}$

$=24\times\frac{1}{4}\times a^4\times\frac{1}{a^2}\times b^5\times\frac{1}{b^2}$

$=6a^2b^3$

답 (1) $3b^2$ (2) $6a^2b^3$

문제 풀이

문제 1

주안점 단항식의 곱셈을 할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $2a\times 4a^2=2\times 4\times a\times a^2$

$=8a^3$

(2) $-3x^2\times(-2x)^3=-3x^2\times(-8x^3)$

$=-3\times(-8)\times x^2\times x^3$

$=24x^5$

(3) $3ab\times(-2a)^3=3\times a\times b\times(-8a^3)$

$=3\times(-8)\times a\times a^3\times b$

$=-24a^4b$

(4) $(3xy)^2\times 2x^3y=9\times x^2\times y^2\times 2\times x^3\times y$

$=9\times 2\times x^2\times x^3\times y^2\times y$

$=18x^5y^3$

수준별 지도 자료

■ **단항식의 나눗셈**

상 수준 단항식의 나눗셈은 역수를 이용하여 나눗셈을 곱셈으로 고쳐서 계산하는 방법 외에도 분수로 고쳐서 계산하는 방법도 있음을 소개할 수 있다.

$6x^3\div 2x^2$

$=6x^3\times\frac{1}{2x^2}$

$=6\times\frac{1}{2}\times x^3\times\frac{1}{x^2}$

$=3x$

〈역수를 이용하기〉

$6x^3\div 2x^2$

$=\frac{6x^3}{2x^2}$

$=\frac{6}{2}\times\frac{x^3}{x^2}$

$=3x$

〈분수를 이용하기〉

교과서 지도 방안

① **오개념 바로잡기 |** $a\div b\times c$는 $(a\div b)\times c$ 또는 $a\times\frac{1}{b}\times c$와 같이 계산할 수 있게 한다.

$a\div b\times c$를 $a\div(b\times c)$로 잘못 계산하는 경우가 있는데, 곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식에서는 결합법칙이 성립하지 않음을 강조하여 계산 순서가 바뀌지 않도록 지도한다. 단, $a\div b\times c$를 $a\times\frac{1}{b}\times c$로 고친 후에는 결합법칙을 적용할 수 있음을 알게 한다.

② 분배법칙을 이용하여 단항식을 다항식의 각 항에 곱할 때, 부호의 변화에 주의하게 하고, 전개식에서 동류항이 있으면 동류항끼리 모아서 간단히 할 수 있도록 지도한다.

③ (다항식)÷(단항식)과 같은 나눗셈에서도 단항식의 나눗셈에서와 같이 나누는 단항식의 역수를 이용하여 곱셈으로 고친 후 계산할 수 있도록 지도한다.

역수를 이용하여 나눗셈을 곱셈으로 고쳐서 계산할 때 나누는 단항식의 계수가 분수인 경우에 역수의 계산에 주의하여야 한다.

예를 들어 $(3x^2+6xy)\div\frac{3}{2}x$의 계산에서 나누는 단항식 $\frac{3}{2}x$의 역수를 $\frac{2}{3}x$로 잘못 생각하여 $(3x^2+6xy)\times\frac{2}{3}x$로 계산하지 않도록 주의한다. 이때 $\frac{3}{2}x=\frac{3x}{2}$이고 그 역수는 $\frac{2}{3x}$이므로

$$\begin{aligned}(3x^2+6xy)\div\frac{3}{2}x&=(3x^2+6xy)\times\frac{2}{3x}\\&=3x^2\times\frac{2}{3x}+6xy\times\frac{2}{3x}\\&=2x+4y\end{aligned}$$

문제 2 다음을 계산하시오.

(1) $35a^5\div7a^3$　(2) $12x^2y\div3xy$

(3) $2a^5b^3\div(-ab)^3$　(4) $(2xy)^3\div\frac{x^3y}{4}$

①

문제 3 다음을 계산하시오.

(1) $12a^4\times\frac{1}{3}a^2\div6a^4$　(2) $a^3b^4\times6a\div3a^2b$

(3) $6ab^4\div(-2b^2)\times\frac{1}{3}a^2$　(4) $(-2xy^2)^3\div\frac{1}{2}x^2y^3\times(-3xy)$

단항식과 다항식의 곱셈

② 단항식 $2x$와 다항식 $x+3y$의 곱은 일차식과 수의 곱에서와 마찬가지로 분배법칙을 이용하여 다음과 같이 계산한다.

$$2x(x+3y)=2x\times x+2x\times3y=2x^2+6xy$$

이전에 배운 내용

분배법칙

$a(b+c)=ab+ac$

$(a+b)c=ac+bc$

이처럼 단항식과 다항식의 곱셈을 분배법칙을 이용하여 하나의 다항식으로 나타내는 것을 **전개**한다고 한다.

$$\overset{\text{전개}}{3a(2a+b)=6a^2+3ab}$$

| (단항식)×(다항식) 전개하기

예제 ③ 다음 식을 전개하시오.

(1) $a(2a-b)$　(2) $2x(-x+2y-1)$

풀이 (1) $a(2a-b)=a\times2a+a\times(-b)$

$=2a^2-ab$

(2) $2x(-x+2y-1)=2x\times(-x)+2x\times2y+2x\times(-1)$

$=-2x^2+4xy-2x$

답 (1) $2a^2-ab$　(2) $-2x^2+4xy-2x$

11차시

문제 풀이

문제 2

주안점 단항식의 나눗셈을 할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $35a^5\div7a^3=35a^5\times\frac{1}{7a^3}$

$=35\times\frac{1}{7}\times a^5\times\frac{1}{a^3}=5a^2$

(2) $12x^2y\div3xy=12x^2y\times\frac{1}{3xy}$

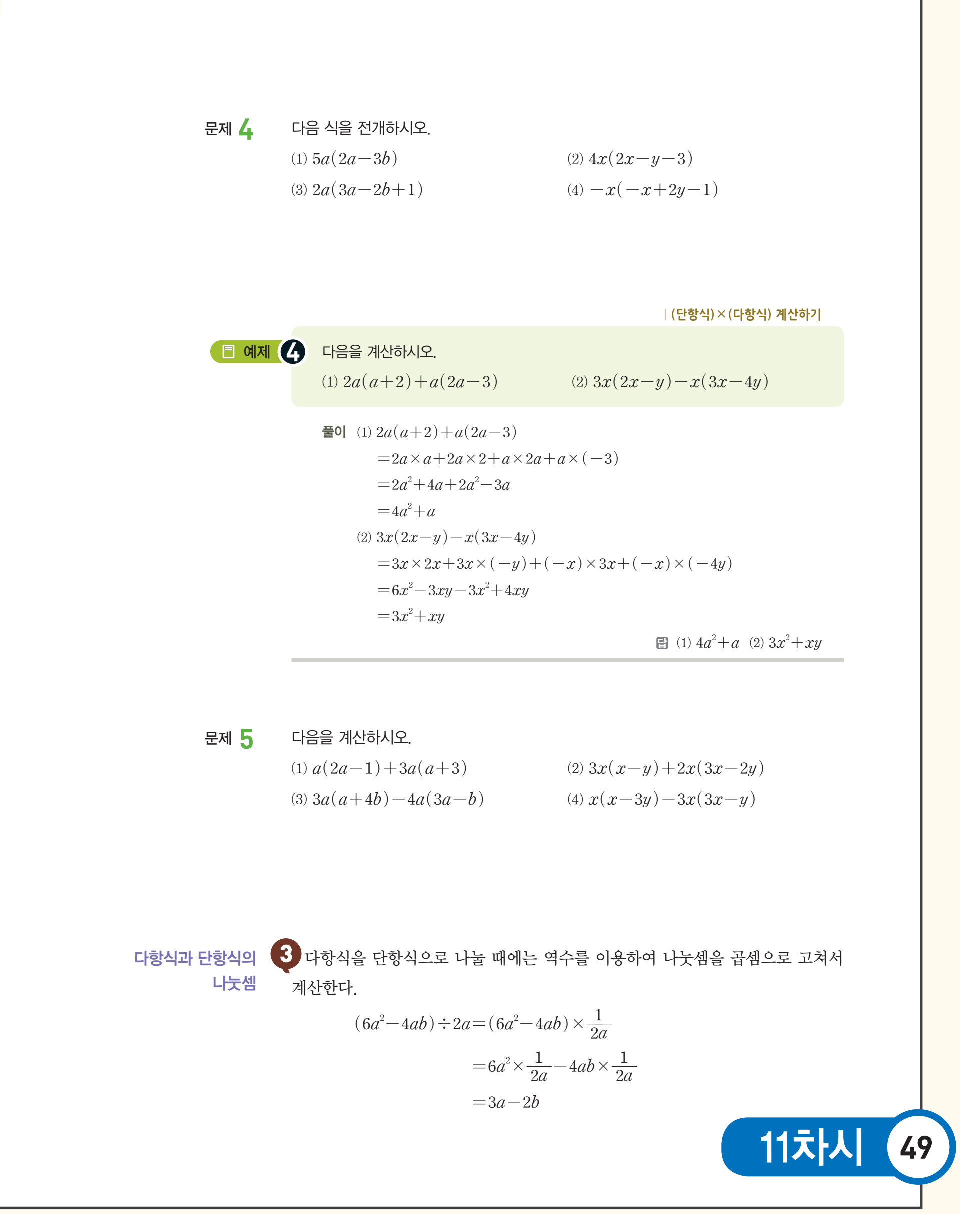
$=12\times\frac{1}{3}\times x^2\times\frac{1}{x}\times y\times\frac{1}{y}=4x$

(3) $2a^5b^3\div(-ab)^3=2a^5b^3\times\left(-\frac{1}{a^3b^3}\right)$

$=-2\times a^5\times\frac{1}{a^3}\times b^3\times\frac{1}{b^3}=-2a^2$

(4) $(2xy)^3\div\frac{x^3y}{4}=8x^3y^3\times\frac{4}{x^3y}$

$=8\times4\times x^3\times\frac{1}{x^3}\times y^3\times\frac{1}{y}=32y^2$



문제 4 다음 식을 전개하시오.

(1) $5a(2a-3b)$ (2) $4x(2x-y-3)$

(3) $2a(3a-2b+1)$ (4) $-x(-x+2y-1)$

| (단항식)×(다항식) 계산하기

예제 4 다음을 계산하시오.

(1) $2a(a+2)+a(2a-3)$ (2) $3x(2x-y)-x(3x-4y)$

풀이 (1) $2a(a+2)+a(2a-3)$

$=2a\times a+2a\times 2+a\times 2a+a\times(-3)$

$=2a^2+4a+2a^2-3a$

$=4a^2+a$

(2) $3x(2x-y)-x(3x-4y)$

$=3x\times 2x+3x\times(-y)+(-x)\times 3x+(-x)\times(-4y)$

$=6x^2-3xy-3x^2+4xy$

$=3x^2+xy$

답 (1) $4a^2+a$ (2) $3x^2+xy$

문제 5 다음을 계산하시오.

(1) $a(2a-1)+3a(a+3)$ (2) $3x(x-y)+2x(3x-2y)$

(3) $3a(a+4b)-4a(3a-b)$ (4) $x(x-3y)-3x(3x-y)$

다항식과 단항식의 나눗셈

③ 다항식을 단항식으로 나눌 때에는 역수를 이용하여 나눗셈을 곱셈으로 고쳐서 계산한다.

$$\begin{aligned}(6a^2-4ab)\div 2a&=(6a^2-4ab)\times\frac{1}{2a}\\&=6a^2\times\frac{1}{2a}-4ab\times\frac{1}{2a}\\&=3a-2b\end{aligned}$$

11차시 49

문제 3

주안점 단항식의 곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산을 할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $12a^4\times\frac{1}{3}a^2\div 6a^4=12a^4\times\frac{1}{3}a^2\times\frac{1}{6a^4}$

$=12\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{6}\times a^4\times a^2\times\frac{1}{a^4}=\frac{2}{3}a^2$

(2) $a^3b^4\times 6a\div 3a^2b=a^3b^4\times 6a\times\frac{1}{3a^2b}$

$=6\times\frac{1}{3}\times a^3\times a\times\frac{1}{a^2}\times b^4\times\frac{1}{b}=2a^2b^3$

(3) $6ab^4\div(-2b^2)\times\frac{1}{3}a^2=6ab^4\times\left(-\frac{1}{2b^2}\right)\times\frac{1}{3}a^2$

$=6\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{3}\times a\times a^2\times b^4\times\frac{1}{b^2}$

$=-a^3b^2$

(4) $(-2xy^2)^3\div\frac{1}{2}x^2y^3\times(-3xy)$

$=-8x^3y^6\times\frac{2}{x^2y^3}\times(-3xy)$

$=-8\times 2\times(-3)\times x^3\times\frac{1}{x^2}\times x\times y^6\times\frac{1}{y^3}\times y=48x^2y^4$

수준별 지도 자료

■ (다항식)÷(단항식)의 계산

상 수준 수의 나눗셈에서 역수를 이용하여 나눗셈을 곱셈으로 고쳐서 계산하는 방법 외에도 분수로 고쳐서 계산하는 방법이 있듯이 (다항식)÷(단항식)과 같은 나눗셈에서도 분수로 고쳐서 계산할 수 있음을 이해하도록 지도한다. 예를 들어 $(a+b)\div c$를 계산할 때, 다음과 같이 분수로 고쳐서 계산할 수도 있다.

$$(a+b)\div c=\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$$

문제 4

주안점 (단항식)×(다항식)을 전개할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $5a(2a-3b)=5a\times 2a+5a\times(-3b)$

$=10a^2-15ab$

(2) $4x(2x-y-3)$

$=4x\times 2x+4x\times(-y)+4x\times(-3)$

$=8x^2-4xy-12x$

(3) $2a(3a-2b+1)$

$=2a\times 3a+2a\times(-2b)+2a\times 1$

$=6a^2-4ab+2a$

(4) $-x(-x+2y-1)$

$=-x\times(-x)-x\times 2y-x\times(-1)$

$=x^2-2xy+x$

문제 5

주안점 (단항식)×(다항식)을 계산할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $a(2a-1)+3a(a+3)$

$=a\times 2a+a\times(-1)+3a\times a+3a\times 3$

$=2a^2-a+3a^2+9a=5a^2+8a$

(2) $3x(x-y)+2x(3x-2y)$

$=3x\times x+3x\times(-y)+2x\times 3x+2x\times(-2y)$

$=3x^2-3xy+6x^2-4xy=9x^2-7xy$

(3) $3a(a+4b)-4a(3a-b)$

$=3a\times a+3a\times 4b-4a\times 3a-4a\times(-b)$

$=3a^2+12ab-12a^2+4ab=-9a^2+16ab$

(4) $x(x-3y)-3x(3x-y)$

$=x\times x+x\times(-3y)-3x\times 3x-3x\times(-y)$

$=x^2-3xy-9x^2+3xy=-8x^2$

⁚ 교과서 지도 방안

① 따라 하기 | 학생들이 예제의 풀이 과정과 같이 역수를 이용하여 나눗셈을 곱셈으로 고쳐서 단계적으로 문제를 해결할 수 있도록 지도한다.

| 풀이 | $(-8a^2+12ab^2)\div 4a$

$$=\underline{(-8a^2+12ab^2)\times\frac{1}{4a}}$$

$$=\underline{-8a^2\times\frac{1}{4a}+12ab^2\times\frac{1}{4a}}$$

$$=\underline{-2a+3b^2}$$

답 $\underline{-2a+3b^2}$

생각 넓히기

의사소통

[지도 목표] 짝수와 홀수의 곱은 항상 짝수가 됨을 다항식의 곱셈을 이용하여 설명할 수 있게 한다.

[지도 방법] m, n이 자연수일 때, 짝수는 $2m$, 홀수는 $2n-1$과 같은 다항식으로 나타내고, 짝수는 2로 나누어떨어지는 수임을 이용하여 짝수와 홀수의 곱은 항상 짝수임을 설명할 수 있도록 지도한다.

[풀이] m, n이 자연수일 때, 짝수는 $2m$, 홀수는 $2n-1$로 나타낼 수 있으므로 짝수와 홀수의 곱은

$$(\text{짝수})\times(\text{홀수})=2m\times(2n-1)$$
$$=2\times\{m(2n-1)\}$$

따라서 짝수와 홀수의 곱은 항상 짝수가 됨을 알 수 있다.

문제 풀이

문제 6

주안점 (다항식)÷(단항식)을 계산할 수 있게 한다.

| 풀이 | (1) $(2a^2-3ab)\div a=(2a^2-3ab)\times\frac{1}{a}$

$$=2a^2\times\frac{1}{a}-3ab\times\frac{1}{a}$$

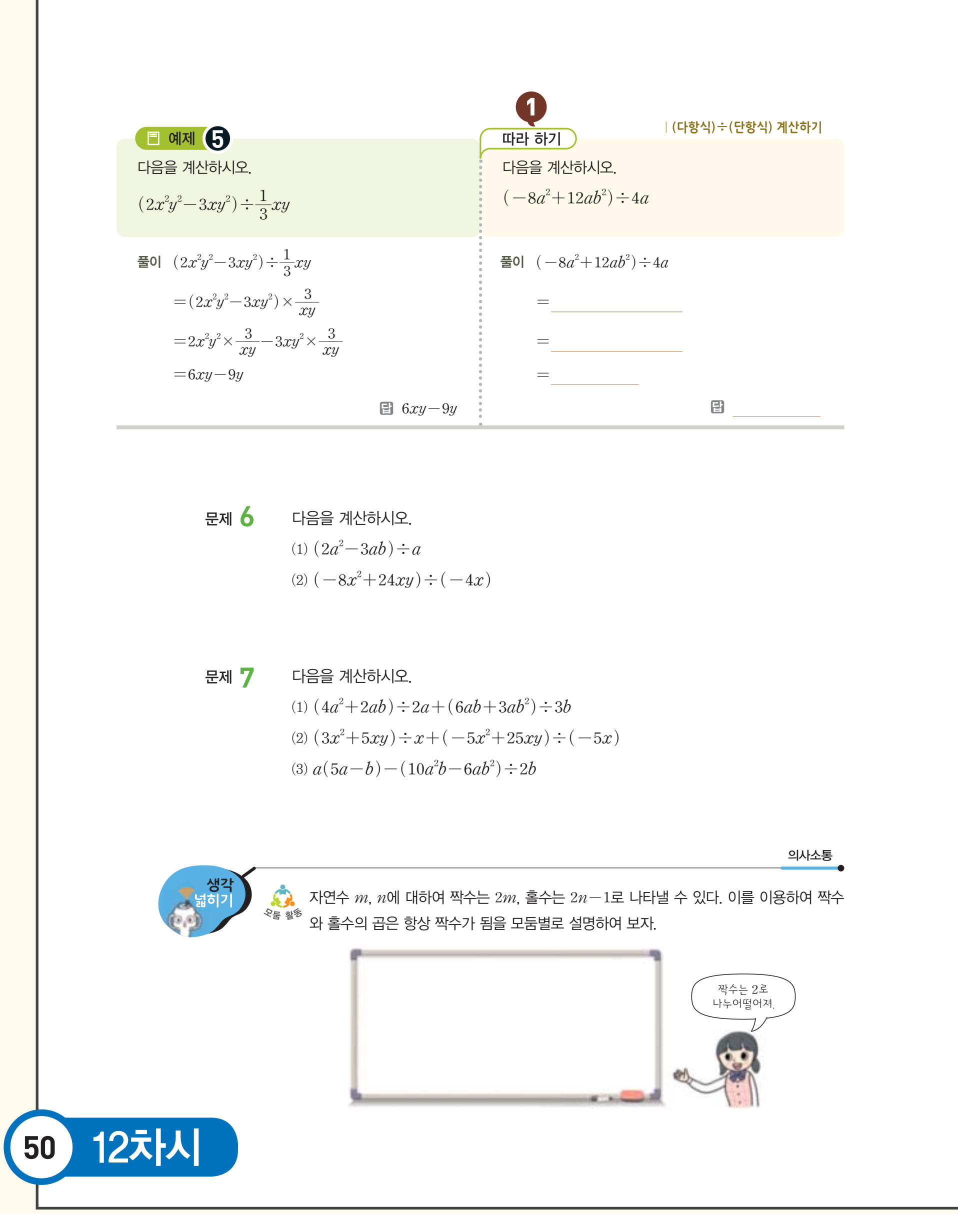
$$=2a-3b$$

(2) $(-8x^2+24xy)\div(-4x)$

$$=(-8x^2+24xy)\times\left(-\frac{1}{4x}\right)$$

$$=-8x^2\times\left(-\frac{1}{4x}\right)+24xy\times\left(-\frac{1}{4x}\right)$$

$$=2x-6y$$



예제 ⑤

다음을 계산하시오.

$(2x^2y^2-3xy^2)\div\frac{1}{3}xy$

풀이 $(2x^2y^2-3xy^2)\div\frac{1}{3}xy$

$=(2x^2y^2-3xy^2)\times\frac{3}{xy}$

$=2x^2y^2\times\frac{3}{xy}-3xy^2\times\frac{3}{xy}$

$=6xy-9y$

답 $6xy-9y$

① 따라 하기

| (다항식)÷(단항식) 계산하기

다음을 계산하시오.

$(-8a^2+12ab^2)\div 4a$

풀이 $(-8a^2+12ab^2)\div 4a$

= ____________

= ____________

= ________

답 ________

문제 6 다음을 계산하시오.

(1) $(2a^2-3ab)\div a$

(2) $(-8x^2+24xy)\div(-4x)$

문제 7 다음을 계산하시오.

(1) $(4a^2+2ab)\div 2a+(6ab+3ab^2)\div 3b$

(2) $(3x^2+5xy)\div x+(-5x^2+25xy)\div(-5x)$

(3) $a(5a-b)-(10a^2b-6ab^2)\div 2b$

생각 넓히기 의사소통

모둠 활동 자연수 m, n에 대하여 짝수는 $2m$, 홀수는 $2n-1$로 나타낼 수 있다. 이를 이용하여 짝수와 홀수의 곱은 항상 짝수가 됨을 모둠별로 설명하여 보자.

50 12차시

문제 7

주안점 다항식의 나눗셈을 할 수 있게 한다.

| 풀이 | (1) $(4a^2+2ab)\div 2a+(6ab+3ab^2)\div 3b$

$$=(4a^2+2ab)\times\frac{1}{2a}+(6ab+3ab^2)\times\frac{1}{3b}$$

$$=4a^2\times\frac{1}{2a}+2ab\times\frac{1}{2a}+6ab\times\frac{1}{3b}+3ab^2\times\frac{1}{3b}$$

$$=2a+b+2a+ab=4a+b+ab$$

(2) $(3x^2+5xy)\div x+(-5x^2+25xy)\div(-5x)$

$$=(3x^2+5xy)\times\frac{1}{x}+(-5x^2+25xy)\times\left(-\frac{1}{5x}\right)$$

$$=3x^2\times\frac{1}{x}+5xy\times\frac{1}{x}+(-5x^2)\times\left(-\frac{1}{5x}\right)+25xy\times\left(-\frac{1}{5x}\right)$$

$$=3x+5y+x-5y=4x$$

(3) $a(5a-b)-(10a^2b-6ab^2)\div 2b$

$$=5a^2-ab-(10a^2b-6ab^2)\times\frac{1}{2b}$$

$$=5a^2-ab-5a^2+3ab$$

$$=2ab$$

스스로 확인하기

정답 및 풀이 261쪽

1

다음을 계산하시오.

(1) $5a^3\times 2a^2$

(2) $x^2y\times(-2xy)^3$

(3) $15a^3\div 3a$

(4) $(3xy^2)^3\div 9x^3y^5$

2

다음을 계산하시오.

(1) $3a(2a+b)$

(2) $-3xy(x^2-2y)$

(3) $(9a^2-15a)\div 3a$

(4) $(10x^2y^2+5xy)\div 5xy$

3

다음을 계산하시오.

(1) $6a^2\times 5a\div(-2a)$

(2) $12b^5\div(-4b^4)\times 3b^3$

(3) $b(12ab-8a)+(16a^2b-12a^3b^3)\div 4a^2b$

(4) $(9x^2y-3x^2y^2)\div 3xy-x(3-2y)$

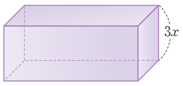
4

다음 등식을 만족시키는 식 A를 구하시오.

$$3xy^2\times A\div(-2x^3y)=6xy$$

5

다음 그림과 같이 높이가 $3x$인 직육면체의 부피가 $3x^3+6x^2-30x$일 때, 이 직육면체의 밑면의 넓이를 구하시오.



6 창의•융합

어느 놀이공원의 입장료는 다음과 같다.

구분	성인	청소년	어린이
입장료(원)	a	b	$\frac{a}{2}$

지난 한 달 동안의 입장객 수가 다음 표와 같을 때, 한 달 동안 1인당 입장료의 평균을 구하시오.

구분	성인	청소년	어린이
입장객 수(명)	n	$2n$	$3n$

수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 136~137쪽

소단원 평가 ⇨ 141쪽

이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

12차시 51

스스로 확인하기

1 계산하기 | 하 중 상

주안점 단항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $5a^3\times 2a^2=5\times a^3\times 2\times a^2=10a^5$

(2) $x^2y\times(-2xy)^3=x^2y\times(-8x^3y^3)=-8x^5y^4$

(3) $15a^3\div 3a=15a^3\times\frac{1}{3a}=5a^2$

(4) $(3xy^2)^3\div 9x^3y^5=27x^3y^6\times\frac{1}{9x^3y^5}=3y$

2 계산하기 | 하 중 상

주안점 다항식과 단항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $3a(2a+b)=3a\times 2a+3a\times b$

$=6a^2+3ab$

(2) $-3xy(x^2-2y)=-3xy\times x^2-3xy\times(-2y)$

$=-3x^3y+6xy^2$

(3) $(9a^2-15a)\div 3a=(9a^2-15a)\times\frac{1}{3a}$

$=9a^2\times\frac{1}{3a}-15a\times\frac{1}{3a}=3a-5$

(4) $(10x^2y^2+5xy)\div 5xy$

$=(10x^2y^2+5xy)\times\frac{1}{5xy}$

$=10x^2y^2\times\frac{1}{5xy}+5xy\times\frac{1}{5xy}=2xy+1$

3 계산하기 | 하 중 상

주안점 다항식과 단항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $6a^2\times 5a\div(-2a)=6a^2\times 5a\times\left(-\frac{1}{2a}\right)$

$=-15a^2$

(2) $12b^5\div(-4b^4)\times 3b^3=12b^5\times\left(-\frac{1}{4b^4}\right)\times 3b^3=-9b^4$

(3) $b(12ab-8a)+(16a^2b-12a^3b^3)\div 4a^2b$

$=b\times 12ab-b\times 8a+16a^2b\times\frac{1}{4a^2b}-12a^3b^3\times\frac{1}{4a^2b}$

$=12ab^2-8ab+4-3ab^2=9ab^2-8ab+4$

(4) $(9x^2y-3x^2y^2)\div 3xy-x(3-2y)$

$=9x^2y\times\frac{1}{3xy}-3x^2y^2\times\frac{1}{3xy}-3x+2xy$

$=3x-xy-3x+2xy=xy$

4 이해하기 | 하 중 상

주안점 단항식의 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하게 한다.

|풀이| $A=6xy\times(-2x^3y)\div 3xy^2$

$=6xy\times(-2x^3y)\times\frac{1}{3xy^2}=-4x^3$

5 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 다항식과 단항식의 나눗셈을 이용하여 주어진 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| 밑면의 넓이를 A라고 하면

$A=(3x^3+6x^2-30x)\div 3x=(3x^3+6x^2-30x)\times\frac{1}{3x}=x^2+2x-10$

6 활용하기 | 하 중 상

주안점 다항식의 곱셈과 나눗셈을 이용하여 주어진 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| 입장료의 합은 $a\times n+b\times 2n+\frac{a}{2}\times 3n=\frac{5}{2}an+2bn$(원)이고, 입장객 수는 모두 $n+2n+3n=6n$(명)이므로 1인당 입장료의 평균은

$\left(\frac{5}{2}an+2bn\right)\div 6n=\frac{5}{12}a+\frac{1}{3}b$(원)

놀이 & 수학

[지도 목표] 사다리 타기 놀이를 통하여 다항식의 덧셈과 뺄셈, 단항식의 곱셈과 나눗셈, 단항식과 다항식의 곱셈과 나눗셈의 계산을 연습하게 한다.

[지도 방법]

- ㈎, ㈏, ㈐, ㈑ 중에서 하나를 출발점으로 정하여 사다리를 타고 아래로 내려가면서 만들어지는 식을 계산하게 한다. 이때 식의 계산 순서에 유의하도록 지도한다.
- 식의 계산 순서를 알고, 그 계산을 할 수 있게 한다.
- 내가 만든 식과 결과를 친구들과 비교하여 맞는지 확인하게 한다.

[풀이]

- ㈎에서 출발하면

$$3x-2y-2(x-4y)+(5x+y)$$
$$=3x-2y-2x+8y+5x+y=6x+7y$$

- ㈏에서 출발하면

$$-2y^2\times(-2x^3y)^2\div\left(-\frac{1}{3}x\right)^2$$
$$=-2y^2\times4x^6y^2\div\frac{1}{9}x^2$$
$$=-2y^2\times4x^6y^2\times\frac{9}{x^2}=-72x^4y^4$$

- ㈐에서 출발하면

$$5x^2+x(y+1)+x(3x-1)$$
$$=5x^2+xy+x+3x^2-x=8x^2+xy$$

- ㈑에서 출발하면

$$\{3x^2y^2+2xy(3y-1)\}\div\left(-\frac{1}{2}xy\right)+6x(y+1)$$
$$=(3x^2y^2+6xy^2-2xy)\times\left(-\frac{2}{xy}\right)+6xy+6x$$
$$=-6xy-12y+4+6xy+6x=6x-12y+4$$

따라서 마지막 칸에 계산한 결과를 차례로 써넣으면 다음과 같다.

$$6x-12y+4,\ -72x^4y^4,\ 8x^2+xy,\ 6x+7y$$

수행 과제

[예시 답안]

다음 그림과 같이 사다리 타기 놀이를 만들어 보자.

놀이 & 수학

사다리 타기 놀이로 하는 식의 계산

다음 규칙에 따라 사다리 타기 놀이를 해 보자.

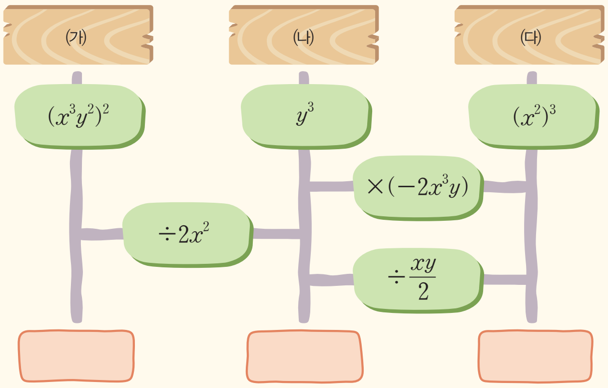
규칙

❶ ㈎, ㈏, ㈐, ㈑ 중에서 하나를 출발점으로 정한다.
❷ 출발점에서 시작하여 위에서 아래로 내려가되 옆으로 그어진 선을 만나면 그 선을 따라 이동하면서 순서대로 계산한다.
❸ 마지막 칸에 계산한 결과를 써넣는다.

수행 과제 문제 해결

위와 같이 사다리 타기 놀이를 만들어 친구들과 바꾸어 풀어 보자.

52 13차시



- ㈎에서 출발하면 $(x^3y^2)^2\div2x^2\div\frac{xy}{2}=x^6y^4\times\frac{1}{2x^2}\times\frac{2}{xy}=x^3y^3$
- ㈏에서 출발하면

$$y^3\times(-2x^3y)\div\frac{xy}{2}=y^3\times(-2x^3y)\times\frac{2}{xy}=-4x^2y^3$$

- ㈐에서 출발하면

$$(x^2)^3\times(-2x^3y)\div2x^2=x^6\times(-2x^3y)\times\frac{1}{2x^2}=-x^7y$$

따라서 계산 결과는 차례로 $-x^7y$, $-4x^2y^3$, x^3y^3이다.

스스로 마무리하기

정답 및 풀이 262쪽

개념 콕콕

1 지수법칙

(1) m, n이 자연수일 때

$a^m\times a^n=a^{m+n}$, $(a^m)^n=a^{mn}$

(2) $a\neq0$이고 m, n이 자연수일 때

$m>n$이면 $a^m\div a^n=a^{m-n}$

$m=n$이면 $a^m\div a^n=1$

$m<n$이면 $a^m\div a^n=\dfrac{1}{a^{n-m}}$

(3) m이 자연수일 때

$(ab)^m=a^mb^m$, $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m=\dfrac{a^m}{b^m}$ (단, $b\neq0$)

2 다항식의 덧셈과 뺄셈

괄호를 먼저 풀고 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

3 단항식의 곱셈과 나눗셈

(1) (단항식)×(단항식)

계수의 곱

$-4a^2\times3ab=-12a^3b$

문자의 곱

(2) (단항식)÷(단항식)

역수

$6ab\div3a=6ab\times\dfrac{1}{3a}$

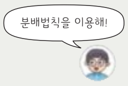
÷를 ×로

4 다항식의 곱셈과 나눗셈

(1) (단항식)×(다항식)

전개

$3a(2b+c)=6ab+3ac$



(2) (다항식)÷(단항식)

역수

$(6a^2+4a)\div2a=(6a^2+4a)\times\dfrac{1}{2a}$

÷를 ×로

01 다음 등식이 성립할 때, □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$3^{\square}\times9^4=3^{16}$

02 $2^5=A$일 때, 8^{10}을 A를 사용하여 나타내면?

① A^2 ② A^3 ③ A^4
④ A^5 ⑤ A^6

03 다음 중에서 옳은 것은?

① $(x^3)^3=x^6$ ② $x^2\times x^8=x^{16}$
③ $x^5\div x^3=x^2$ ④ $(3x^2)^3=3x^6$
⑤ $\left(-\dfrac{x}{2}\right)^4=-\dfrac{x^4}{16}$

04 $8^3\times12^5\div9^2=2^a\times3^b$일 때, 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.

개념 콕콕 확인 문제

1 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $4a^2\times4a=16a^{\square}$

(2) $9xy^2z^2\div3xy^2=3z^{\square}$

(3) $(-3a^3)^2\times ab^2=\square a^{\square}b^2$

(4) $6xy^5\times(-x^2)\div3y=\square x^{\square}y^{\square}$

2 다음을 계산하시오.

(1) $(5x^2-6x+2)-5(x^2+4x+1)$

(2) $2x(x+y-2)$

(3) $(12x^3y^5+8xy^2-2xy)\div(-2xy)$

(4) $-x(3x+2y)+(6xy^4-3x^2y^2)\div3y^2$

답 **1** (1) 3 (2) 2 (3) 9, 7 (4) -2, 3, 4
2 (1) $-26x-3$ (2) $2x^2+2xy-4x$
(3) $-6x^2y^4-4y+1$ (4) $-4x^2+2xy^2-2xy$

스스로 마무리하기

01 이해하기 | 하 중 상

주안점 지수법칙을 이용하여 □ 안에 알맞은 수를 써넣을 수 있게 한다.

|풀이| $3^{\square}\times9^4=3^{\square}\times(3^2)^4$

$=3^{\square}\times3^8$

$=3^{\square+8}$

$=3^{16}$

$\square+8=16$이므로 $\square=8$이다.

02 이해하기 | 하 중 상

주안점 지수법칙을 이용하여 식을 변형할 수 있게 한다.

|풀이| $8^{10}=(2^3)^{10}=2^{30}=(2^5)^6$이므로

$8^{10}=A^6$

따라서 8^{10}을 A를 사용하여 나타내면 ⑤ A^6이다.

03 검토하기 | 하 중 상

주안점 지수법칙을 이해하게 한다.

|풀이| ① $(x^3)^3=x^9$

② $x^2\times x^8=x^{10}$

④ $(3x^2)^3=3^3\times x^6=27x^6$

⑤ $\left(-\dfrac{x}{2}\right)^4=\dfrac{x^4}{2^4}=\dfrac{x^4}{16}$

따라서 옳은 것은 ③ $x^5\div x^3=x^2$이다.

04 이해하기 | 하 중 상

주안점 지수법칙을 이용하여 거듭제곱의 계산을 할 수 있게 한다.

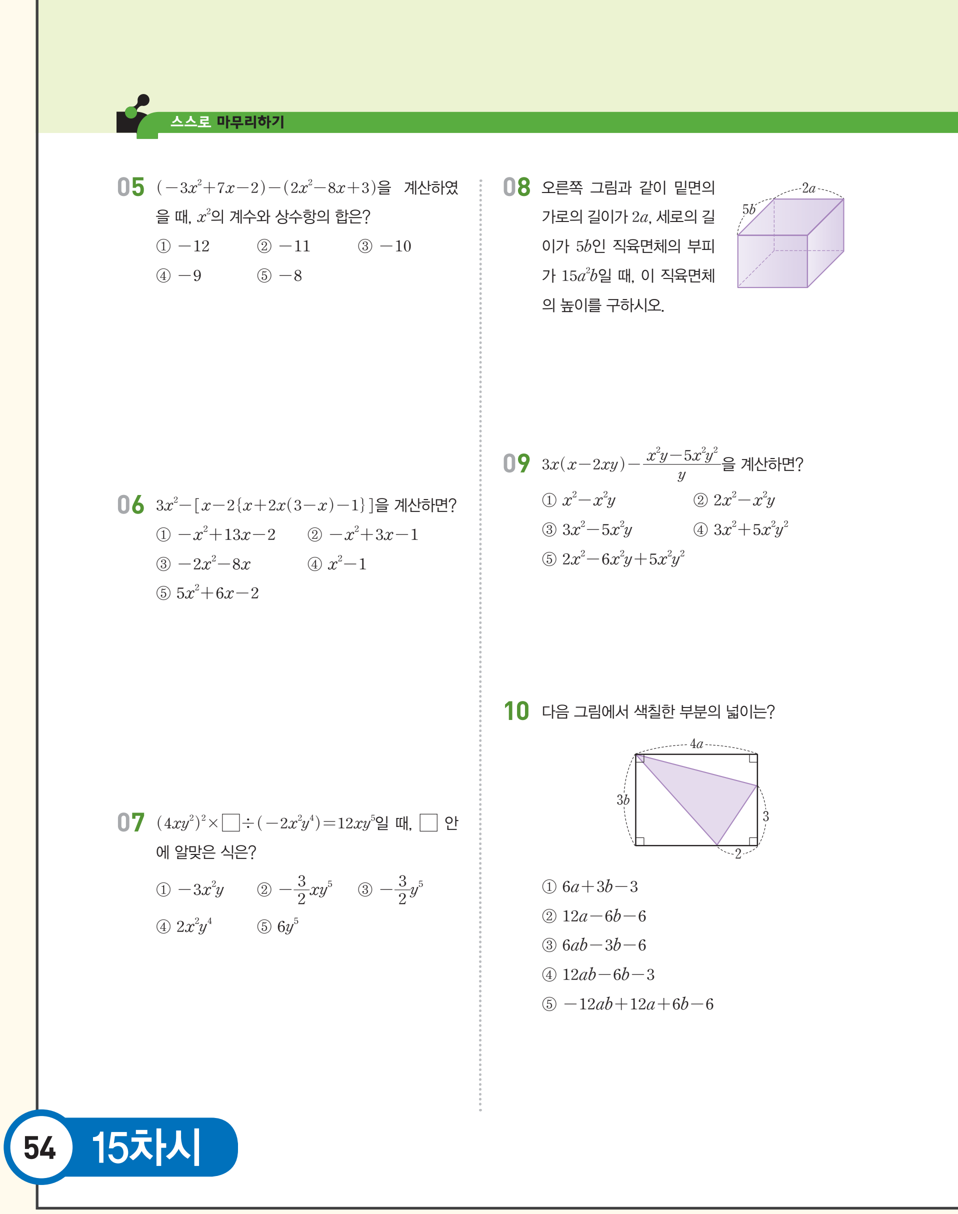
|풀이| $8^3\times12^5\div9^2=(2^3)^3\times(2^2\times3)^5\div(3^2)^2$

$=2^9\times2^{10}\times3^5\div3^4$

$=2^{19}\times3$

즉, $2^{19}\times3=2^a\times3^b$이므로 $a=19$, $b=1$

따라서 $a+b=20$이다.



스스로 마무리하기

05 $(-3x^2+7x-2)-(2x^2-8x+3)$을 계산하였을 때, x^2의 계수와 상수항의 합은?

① -12 ② -11 ③ -10
④ -9 ⑤ -8

06 $3x^2-[x-2\{x+2x(3-x)-1\}]$을 계산하면?

① $-x^2+13x-2$ ② $-x^2+3x-1$
③ $-2x^2-8x$ ④ x^2-1
⑤ $5x^2+6x-2$

07 $(4xy^2)^2\times\square\div(-2x^2y^4)=12xy^5$일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $-3x^2y$ ② $-\frac{3}{2}xy^5$ ③ $-\frac{3}{2}y^5$
④ $2x^2y^4$ ⑤ $6y^5$

08 오른쪽 그림과 같이 밑면의 가로의 길이가 $2a$, 세로의 길이가 $5b$인 직육면체의 부피가 $15a^2b$일 때, 이 직육면체의 높이를 구하시오.

09 $3x(x-2xy)-\frac{x^2y-5x^2y^2}{y}$을 계산하면?

① x^2-x^2y ② $2x^2-x^2y$
③ $3x^2-5x^2y$ ④ $3x^2+5x^2y^2$
⑤ $2x^2-6x^2y+5x^2y^2$

10 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?

① $6a+3b-3$
② $12a-6b-6$
③ $6ab-3b-6$
④ $12ab-6b-3$
⑤ $-12ab+12a+6b-6$

54 **15차시**

05 계산하기 | 하 중 상

주안점 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

|풀이| $(-3x^2+7x-2)-(2x^2-8x+3)$

$=-3x^2+7x-2-2x^2+8x-3$

$=-5x^2+15x-5$

따라서 x^2의 계수와 상수항의 합은 ③ -10이다.

06 계산하기 | 하 중 상

주안점 여러 가지 괄호가 있는 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

|풀이| $3x^2-[x-2\{x+2x(3-x)-1\}]$

$=3x^2-\{x-2(-2x^2+7x-1)\}$

$=3x^2-(4x^2-13x+2)=-x^2+13x-2$

따라서 식을 계산하면 ① $-x^2+13x-2$이다.

07 이해하기 | 하 중 상

주안점 단항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있게 한다.

|풀이| $(4xy^2)^2\times\square\div(-2x^2y^4)=12xy^5$에서

$(4xy^2)^2\times\square=12xy^5\times(-2x^2y^4)$

$16x^2y^4\times\square=-24x^3y^9$

$\square=-24x^3y^9\div16x^2y^4=\frac{-24x^3y^9}{16x^2y^4}=-\frac{3}{2}xy^5$

따라서 $\square$ 안에 알맞은 식은 ② $-\frac{3}{2}xy^5$이다.

08 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 단항식의 곱셈과 나눗셈을 이용하여 직육면체의 높이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $15a^2b\div(2a\times5b)=15a^2b\times\frac{1}{10ab}=\frac{3}{2}a$

따라서 직육면체의 높이는 $\frac{3}{2}a$이다.

09 계산하기 | 하 중 상

주안점 다항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있게 한다.

|풀이| $3x(x-2xy)-\frac{x^2y-5x^2y^2}{y}$

$=3x^2-6x^2y-x^2+5x^2y=2x^2-x^2y$

따라서 식을 계산하면 ② $2x^2-x^2y$이다.

10 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 다항식의 곱셈을 이용하여 도형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 색칠한 부분의 넓이는 가로, 세로의 길이가 각각 $4a$, $3b$인 직사각형의 넓이에서 색칠하지 않은 세 삼각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$$4a\times3b-\frac{1}{2}\times4a\times(3b-3)-\frac{1}{2}\times3b\times(4a-2)-\frac{1}{2}\times3\times2$$

$$=12ab-6ab+6a-6ab+3b-3=6a+3b-3$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 ① $6a+3b-3$이다.

11 이해하기 | 하 중 상

주안점 다항식의 덧셈과 뺄셈을 이용하여 잘못된 식에서 옳게 계산한 결과를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 어떤 식을 A라고 하면 $A-(3x^2-2x+1)=-x^2+5$

(가)

$A=-x^2+5+3x^2-2x+1=2x^2-2x+6$

(나)

즉, 어떤 식은 $2x^2-2x+6$이므로 옳게 계산한 식은

$(2x^2-2x+6)+(3x^2-2x+1)=5x^2-4x+7$

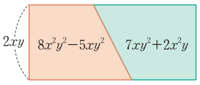
(다)

정답 및 풀이 262쪽

서술형

11 어떤 식에 $3x^2-2x+1$을 더해야 할 것을 잘못하여 뺐더니 $-x^2+5$가 되었다. 옳게 계산한 식을 구하시오.

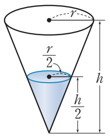
12 다음 그림과 같이 두 가지 색깔로 되어 있는 직사각형 모양의 색지가 있다. 주황색 부분의 넓이는 $8x^2y^2-5xy^2$, 초록색 부분의 넓이는 $7xy^2+2x^2y$이다. 직사각형 모양의 색지의 세로의 길이가 $2xy$일 때, 가로의 길이를 구하시오.



사고력 높이기

13 $2^{18}\times5^{20}$은 n자리 자연수이고 각 자리 숫자의 합은 a이다. 이때 $a+n$의 값을 구하시오.

14 오른쪽 그림과 같이 원뿔 모양의 컵에 물의 높이가 컵 높이의 절반이 되도록 물을 담았다. 현재 수면의 반지름의 길이는 컵 윗면의 반지름의 길이의 절반이라고 할 때, 이 컵에 물을 완전히 채우기 위해서 더 넣어야 할 물의 양을 구하시오.
(단, 컵의 두께는 생각하지 않는다.)



수업 보충 자료
단원 평가 ⇨ 142~144쪽
보충 문제 ⇨ 145쪽
심화 문제 ⇨ 146쪽

학습 내용 점검

1. 지수법칙 (1), (2)	▶01, 02번	😊 😐 😣
2. 지수법칙 (3), (4)	▶03, 04, 13번	😊 😐 😣
3. 다항식의 덧셈과 뺄셈	▶05, 06, 11번	😊 😐 😣
4. 다항식의 곱셈과 나눗셈	▶07, 08, 09, 10, 12, 14번	😊 😐 😣

학습 태도 점검

흥미도	집중도	참여도	협동심
☆☆☆☆☆	☆☆☆☆☆	☆☆☆☆☆	☆☆☆☆☆

나의 학습 일기

이 단원을 배우고 나서 새롭게 알게 된 점이나 부족한 점을 적어 보세요.

15차시 55

채점 기준	배점 비율
(가) 잘못 계산한 식 세우기	30 %
(나) 어떤 식 구하기	40 %
(다) 옳게 계산한 식 구하기	30 %

12 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 다항식의 곱셈과 나눗셈을 이용하여 직사각형의 가로의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 직사각형 모양의 색지의 넓이는

$$(8x^2y^2-5xy^2)+(7xy^2+2x^2y)=8x^2y^2-5xy^2+7xy^2+2x^2y$$
$$=8x^2y^2+2xy^2+2x^2y$$

…… (가)

이때 직사각형 모양의 색지의 가로의 길이를 A라고 하면

$$A\times2xy=8x^2y^2+2xy^2+2x^2y$$

…… (나)

$$A=(8x^2y^2+2xy^2+2x^2y)\div2xy$$
$$=4xy+y+x$$

…… (다)

채점 기준	배점 비율
(가) 직사각형 모양의 색지의 넓이 구하기	40 %
(나) 가로의 길이를 구하는 식 세우기	20 %
(다) 가로의 길이 구하기	40 %

13 판단하기 | 하 중 상

주안점 지수법칙을 이용하여 자연수의 자릿수를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $2^{18}\times5^{20}=2^{18}\times5^{18}\times5^2=25\times(2\times5)^{18}$

$$=25\times10^{18}$$

이므로 20자리 자연수이고, 각 자리 숫자의 합은 $2+5=7$이다.

따라서 $a+n=7+20=27$이다.

14 활용하기 | 하 중 상

주안점 단항식의 곱셈을 이용하여 원뿔의 부피를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 밑면의 반지름의 길이가 r이고 높이가 h인 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3}\pi r^2h$, 밑면의 반지름의 길이가 $\frac{r}{2}$이고 높이가 $\frac{h}{2}$인 원뿔의 부피는

$$\frac{1}{3}\pi\times\left(\frac{r}{2}\right)^2\times\frac{h}{2}=\frac{1}{24}\pi r^2h$$

따라서 더 넣어야 할 물의 양은

$$\frac{1}{3}\pi r^2h-\frac{1}{24}\pi r^2h=\frac{7}{24}\pi r^2h$$

자기 평가 지도 방법

학습 내용 점검 단원의 학습 내용을 얼마나 성취했는지 스스로 평가하게 하고, 성취도에 따라 보충 문제, 심화 문제를 과제로 주어 스스로 학습할 수 있게 한다.

성취도 체크

😊이 2개 이하인 경우 보충 → 지도서 145쪽

😊이 3개 이상인 경우 심화 → 지도서 146쪽

학습 태도 점검 자신의 수업 전반에 대한 태도를 반성하고, 이를 통해 보완해야 할 점을 스스로 점검해 보게 한다.

함께하는 프로젝트

[지도 목표] x, 2, 3으로 여러 가지 식을 만들어 보고 지수법칙을 이용하여 그 식을 계산할 수 있게 한다.

[지도 방법] x를 세 개, 2, 3을 각각 한 개씩 사용하고, 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈 및 괄호를 사용하여 계산 결과가 x, x^2, $\cdots$, x^{10}이 되는 식을 만들 때 거듭제곱을 이용하여 식을 나타내고, 지수법칙을 이용하여 그 식을 계산해 보게 한다. 또, 하나의 계산 결과를 여러 가지 방법으로 나타낼 수 있음을 서로 비교하여 알게 한다.

탐구 과제

[예시 답안]

1 계산 결과가 x, x^2, $\cdots$, x^{10}이 되는 식을 만들면 다음과 같다.

$x=x^{3-2}\times x\div x$　　$x^2=x^3\times x\div x^2$

$x^3=(x^3\div x)^2\div x$　　$x^4=(2x-x)\times x^3$

$x^5=(x^3\div x)^2\times x$　　$x^6=\{x\times(x+x)\div 2\}^3$

$x^7=(x\times x^3)^2\div x$　　$x^8=(x^2)^3\times x\times x$

$x^9=(x\times x^3)^2\times x$　　$x^{10}=(x\times x^2)^3\times x$

2 친구들이 만든 식을 계산해 보고, 그 계산 결과가 x, x^2, $\cdots$, x^{10}이 되는지 확인해 본다. 또, 계산 결과가 x, x^2, $\cdots$, x^{10}이 되는 식은 다음과 같이 만들 수도 있으므로 다양한 식이 나올 수 있음을 알고, 친구들이 만든 식과 내가 만든 식을 비교해 본다.

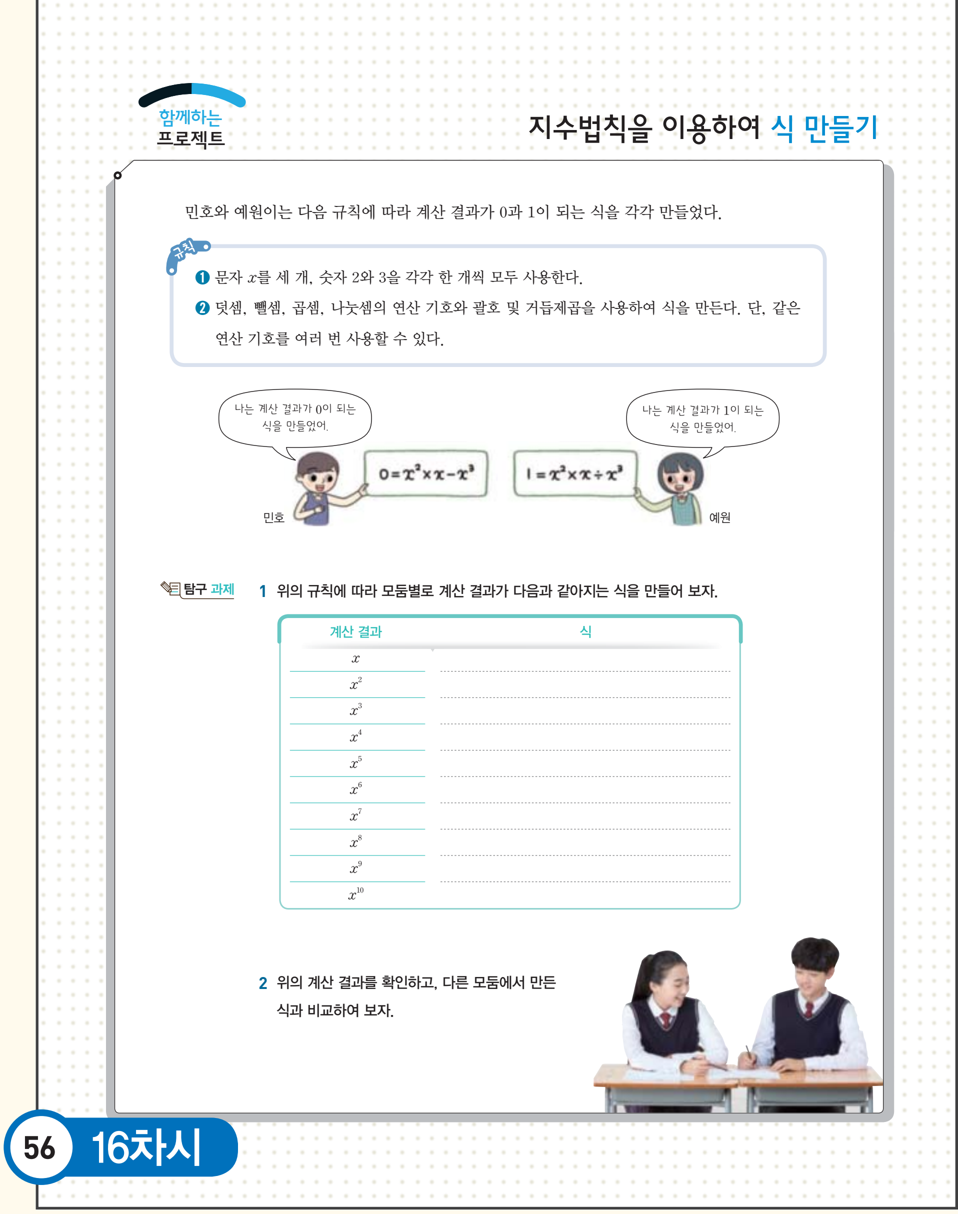
$x=(x\times x)^2\div x^3$　　$x^2=x^2\times(x\div x)^3$

$x^3=x^{3-2}\times x\times x$　　$x^4=(x^2)^3\div x\div x$

$x^5=x^{2+3}\times x\div x$　　$x^6=(x^3)^2\times x\div x$

$x^7=x^3\times(x\times x)^2$　　$x^8=(x\times x)^3\times x^2$

$x^9=(x\times x)^{2+3}\div x$　　$x^{10}=(x\times x\times x^3)^2$



함께하는 프로젝트

지수법칙을 이용하여 식 만들기

민호와 예원이는 다음 규칙에 따라 계산 결과가 0과 1이 되는 식을 각각 만들었다.

규칙

❶ 문자 x를 세 개, 숫자 2와 3을 각각 한 개씩 모두 사용한다.

❷ 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 연산 기호와 괄호 및 거듭제곱을 사용하여 식을 만든다. 단, 같은 연산 기호를 여러 번 사용할 수 있다.

탐구 과제

1 위의 규칙에 따라 모둠별로 계산 결과가 다음과 같아지는 식을 만들어 보자.

계산 결과	식
x	
x^2	
x^3	
x^4	
x^5	
x^6	
x^7	
x^8	
x^9	
x^{10}	

2 위의 계산 결과를 확인하고, 다른 모둠에서 만든 식과 비교하여 보자.

56 16차시

성취기준

[9수02-06] 지수법칙을 이해한다.

탐구 과제 평가 기준

1. x를 세 개, 2, 3을 각각 한 개씩 사용하고, 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈 및 괄호를 사용하여 주어진 계산 결과가 나오는 식을 만들었는지 평가한다.

평가 시 유의 사항

❶ 평가는 관찰 평가와 동료 평가로 이루어진다. 관찰 평가의 경우 창의 · 융합, 문제 해결 역량을 평가하고, 동료 평가의 경우 참여도와 기여도를 중심으로 평가한다.

❷ 평가 항목의 의미를 사전에 간단히 설명하고 동료 평가 시 객관성을 유지하도록 지도한다.

❸ 관찰 평가는 수업 중에, 동료 평가는 수업이 끝난 후에 한다.

❹ 관찰 평가와 동료 평가의 결과를 반영하여 생활기록부에 세부 능력 및 특기 사항을 기재할 수 있다.

관찰 평가 예시

학습 주제		지수법칙을 이용하여 식 만들기						특기 사항
핵심 역량		창의 · 융합			문제 해결			
번호	성명	지수법칙을 이용하여 계산 결과가 x, x^2, $\cdots$, x^{10}이 되는 식을 많이 만들었는가?			식의 계산 순서를 알고, 지수법칙을 이용하여 그 계산을 옳게 하였는가?			
		상	중	하	상	중	하	

동료 평가 예시

작성자:　　학년　　반　　번　이름 (　　　　　　　)

평가 내용		참여도			기여도		
번호	성명	x를 세 개, 2, 3을 각각 한 개씩 사용하고, 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 연산 기호와 괄호 및 거듭제곱을 사용하여 식을 만드는 활동에 적극적으로 참여하였는가?			친구들이 만든 식의 계산 결과가 x, x^2, $\cdots$, x^{10}이 되는지 확인하였는가?		
		상	중	하	상	중	하

학교 생활기록부 기재 예시

수준	세부 능력 및 특기 사항
상	x를 세 개, 2, 3을 각각 한 개씩 사용하고, 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 연산 기호와 괄호 및 거듭제곱을 사용하여 식을 만드는 활동에 적극적으로 참여하여 계산 결과가 x, x^2, $\cdots$, x^{10}이 되는 식을 모두 만들고, 지수법칙을 이용하여 친구들이 만든 식을 옳게 계산하여 그 계산 결과가 x, x^2, $\cdots$, x^{10}이 되는지 확인함.
중	x를 세 개, 2, 3을 각각 한 개씩 사용하고, 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 연산 기호와 괄호 및 거듭제곱을 사용하여 식을 만드는 활동에 참여하여 계산 결과가 x, x^2, $\cdots$, x^{10}이 되는 식을 몇 개 만들고, 지수법칙을 이용하여 친구들이 만든 식을 계산함.
하	식의 계산 순서를 알고, 지수법칙을 이용하여 계산함.

기초력 향상 문제

•정답 및 풀이 149쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$$a^3\times a^2=(a\times a\times a)\times(a\times a)$$
$$=a^{\square+\square}=a^{\square}$$

2

다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$$(a^2)^3=a^2\times a^2\times a^2=a^{2+2+2}$$
$$=a^{2\times\square}=a^{\square}$$

3

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $x^2\times x^3$

(2) $x^3\times x^2$

(3) $y\times y^6$

(4) $y^4\times y^5$

(5) $a^5\times a^3$

(6) $b^3\times b^4$

4

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(x^2)^4$

(2) $(x^3)^2$

(3) $(y^2)^5$

(4) $(y^3)^4$

(5) $(a^4)^5$

(6) $(b^2)^5$

5

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $x^3\times x^2\times x^4$

(2) $a^3\times a^5\times a^6$

(3) $x^2\times y\times x^5$

(4) $b^3\times a\times b^2\times a^5$

(5) $x^3\times x^2\times y^4\times x$

(6) $a^2\times b^5\times a^3\times b$

6

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(x^2)^3\times x^5$

(2) $b^8\times(b^3)^4$

(3) $(y^2)^4\times(y^3)^2$

(4) $(a^3)^2\times(a^4)^2$

(5) $(x^2)^5\times(x^5)^3$

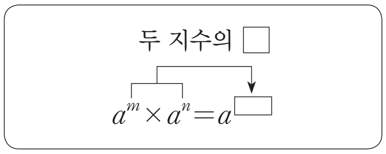
(6) $(b^3)^4\times(b^2)^2$

기초력 향상 문제

●정답 및 풀이 149쪽

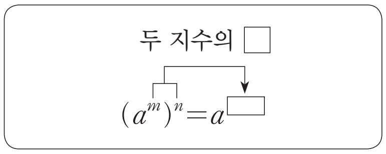
1

다음 지수법칙 (1)에서 m, n이 자연수일 때, □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.



2

다음 지수법칙 (2)에서 m, n이 자연수일 때, □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.



3

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $x \times x^4$

(2) $x^5 \times x^2$

(3) $y^3 \times y^3$

(4) $y^3 \times y^6$

(5) $a^6 \times a^2$

(6) $b^5 \times b^5$

4

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(x^3)^6$

(2) $(x^6)^3$

(3) $(y^3)^3$

(4) $(y^4)^2$

(5) $(a^7)^5$

(6) $(b^6)^6$

5

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $x \times x^2 \times x^3$

(2) $a^5 \times a \times a^4$

(3) $x^3 \times y^2 \times x^2$

(4) $b^2 \times a^3 \times b \times a^6$

(5) $x^5 \times x \times y^5 \times x^3$

(6) $a^4 \times b^2 \times a^4 \times b^5$

6

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(x^5)^2 \times x$

(2) $b \times (b^4)^2$

(3) $(y^3)^2 \times (y^5)^3$

(4) $(a^2)^2 \times (a^3)^3$

(5) $(x^4)^3 \times (x^4)^2$

(6) $(b^5)^2 \times (b^2)^5$

기초력 향상 문제

●정답 및 풀이 149쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$$\begin{aligned} a^5 \div a^2 &= \frac{a^5}{a^2} = \frac{a\times a\times a\times a\times a}{a\times a} \\ &= a^3 = a^{5-\square} \end{aligned}$$

2

다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$$\begin{aligned} (ab)^3 &= ab\times ab\times ab \\ &= a\times a\times a\times b\times b\times b \\ &= a^{\square}b^{\square} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times\frac{a}{b} = \frac{a^{\square}}{b^{\square}}$$

3

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $a^9 \div a^5$

(2) $a^{19} \div a^8$

(3) $x^8 \div x^3$

(4) $x^4 \div x^4$

(5) $x^2 \div x^6$

(6) $x^3 \div x^9$

4

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(x^2y^3)^4$

(2) $(x^5y)^3$

(3) $(x^4y^3)^2$

(4) $(a^3b^3)^4$

(5) $(a^2b^5)^3$

(6) $(2ab^2)^3$

5

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $\left(\frac{x^4}{y^3}\right)^2$

(2) $\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^2$

(3) $\left(\frac{x^2}{y}\right)^4$

(4) $\left(\frac{a^3}{b}\right)^5$

(5) $\left(\frac{a^5}{b^4}\right)^3$

(6) $\left(\frac{a}{b^5}\right)^3$

6

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(-x^2y^4)^2$

(2) $(-2x^3y)^2$

(3) $\left(-\frac{y}{x}\right)^5$

(4) $\left(-\frac{x}{2}\right)^3$

(5) $\left(-\frac{3a}{4b}\right)^2$

(6) $\left(-\frac{y^3}{x^2}\right)^5$

기초력 향상 문제

●정답 및 풀이 150쪽

1

다음 지수법칙 (3)에서 $a \neq 0$이고 m, n이 자연수일 때, □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

① $m > n$이면

두 지수의 □

$$a^m \div a^n = a^{\square}$$

② $m = n$이면 $a^m \div a^n = \square$

③ $m < n$이면

두 지수의 □

$$a^m \div a^n = \frac{1}{a^{\square}}$$

2

다음 지수법칙 (4)에서 m이 자연수일 때, □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

$$(ab)^m = a^{\square} b^{\square}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^{\square}}{b^{\square}} \text{ (단, } b \neq 0\text{)}$$

3

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $a^6 \div a^3$

(2) $a^{10} \div a^2$

(3) $x^7 \div x^7$

(4) $b^4 \div b^4$

(5) $x^3 \div x^4$

(6) $x^5 \div x^{10}$

4

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(xy)^6$

(2) $(x^3y^2)^3$

(3) $(xy^2)^4$

(4) $(a^5b)^2$

(5) $(a^3b^4)^3$

(6) $(3a^3b)^4$

5

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $\left(\frac{x}{y}\right)^6$

(2) $\left(\frac{x^2}{y^3}\right)^3$

(3) $\left(\frac{x}{y^4}\right)^2$

(4) $\left(\frac{a^2}{b}\right)^4$

(5) $\left(\frac{a^3}{b^5}\right)^4$

(6) $\left(\frac{a^4}{b}\right)^5$

6

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(-xy)^2$

(2) $(-xy^3)^2$

(3) $(-3x^3y^2)^3$

(4) $\left(-\frac{x}{5}\right)^2$

(5) $\left(-\frac{2a}{b}\right)^3$

(6) $\left(-\frac{y^2}{x^4}\right)^4$

기초력 향상 문제

•정답 및 풀이 150쪽

1

다음을 계산하시오.

(1) $(2a+3b)+(3a+2b)$

(2) $(3a-2b)+(-2a+3b)$

(3) $(5x+2y)+(3x-3y)$

(4) $(2x-y)+(x-3y)$

(5) $(2a-3b-1)+(a+4b+3)$

(6) $(-x+2y-1)+(2x-3y+4)$

(7) $3(2a-b)+2(-a+b)$

(8) $4(x+2y)+3(2x+y)$

(9) $3(a+2b-3)+(2a-3b-5)$

(10) $2(3x-2y+1)+3(x+2y-2)$

2

다음을 계산하시오.

(1) $(3a-2b)-(2a+3b)$

(2) $(a-b)-(-2a+b)$

(3) $(-x+2y)-(3x-2y)$

(4) $(-x-2y)-(-2x+3y)$

(5) $(4a+2b-3)-(2a+3b-1)$

(6) $(2x-3y+5)-(4x-3y-2)$

(7) $2(a+2b)-3(-a+b)$

(8) $-2(2a+b)-4(a-2b)$

(9) $(4a+2b-5)-2(2a-b-3)$

(10) $2(2x+y+3)-3(x-2y+2)$

기초력 향상 문제

●정답 및 풀이 151쪽

1

다음 다항식이 이차식이면 ○표, 이차식이 아니면 ×표를 (　　) 안에 써넣으시오.

(1) $-x^2+2x-1$ (　　)

(2) $2x+2y-2$ (　　)

(3) $x^2-(x^2-x)$ (　　)

(4) $2a^2-3(a^2-2)+2$ (　　)

(5) x^3-x^2+x-1 (　　)

2

다음을 계산하시오.

(1) $(2a^2-3a+1)+(-a^2-2a+4)$

(2) $(x^2+2x+2)+(2x^2-3x-1)$

(3) $2(a^2-a-1)+(3a^2-a+3)$

(4) $(x^2+3x-2)+2(x^2-2x-3)$

(5) $3(x^2+x+2)+2(x^2-2x+4)$

3

다음을 계산하시오.

(1) $(2a^2-3a+1)-(a^2+3a+4)$

(2) $(2x^2-3x+2)-(2x^2+x-1)$

(3) $3(a^2+2a-1)-(2a^2-a+1)$

(4) $(x^2+4x+3)-3(x^2+4x-2)$

(5) $2(x^2-3x+2)-3(x^2-x+1)$

4

다음을 계산하시오.

(1) $a+\{2a-(4a+2)\}$

(2) $3x-\{3y+(2x-y)\}$

(3) $4a+\{2a+3b-(a-2b)\}$

(4) $3y-\{x-2y+(2x-3y)\}$

기초력 향상 문제

•정답 및 풀이 152쪽

1

다음을 계산하시오.

(1) $4a\times 3b$

(2) $-4a\times(-2b)$

(3) $2a\times 3a^2$

(4) $3a\times(-2a)^3$

(5) $3a^2b^4\times(-a^3b^2)^2$

(6) $(-2x^2y)^3\times(-xy^2)$

(7) $(-2ab^2)^2\times 3a^2b$

(8) $2xy\times(-3x^2y)\times(xy^3)^3$

(9) $\frac{1}{2}a^2b^3\times 8ab\times\left(\frac{1}{2}ab^3\right)^2$

(10) $(-x^3y)^3\times\left(-\frac{1}{3}x^2y^3\right)\times(-9xy)$

2

다음을 계산하시오.

(1) $4ab^2\div 2ab$

(2) $10a^3\div(-2a^2)$

(3) $12a^2b\div(-3ab)$

(4) $-18xy^6\div(-9y^3)$

(5) $(-3a^2)^3\div 3a^3$

(6) $(2xy^2)^3\div 4x^2y^3$

(7) $24a^5b^7\div(2ab^2)^3$

(8) $(-2ab^2)^3\div(2ab)^2$

(9) $8x^9\div(-x^4)\div(-2x^2)^2$

(10) $(-2a^2b^3)^2\div(ab)^3\div 2ab$

기초력 향상 문제

●정답 및 풀이 152쪽

1

다음을 계산하시오.

(1) $6a^2\times 2a^3\div 3a^4$

(2) $2a^2b\times 4b\div ab$

(3) $-3a^2\times(-ab^2)\div 3ab$

(4) $(3a)^3\div(-3a^2)\times(2a)^2$

(5) $12x^4y^5\div(-2xy)^3\times(-6xy)$

2

다음 식을 전개하시오.

(1) $2a(3a-2b)$

(2) $-3x(-2x+5)$

(3) $-3a(a-b+2)$

(4) $2x(2x+4y-1)$

(5) $-x(-x+y-1)$

3

다음을 계산하시오.

(1) $a(3a-2)+2a(a+3)$

(2) $3x(-x+2)+2x(x-1)$

(3) $a(3a+2)-4a(a-7)$

(4) $-2x(3x-y)+x(-2x+y)$

(5) $2a(3a-b)-3a(4a-2b)$

4

다음을 계산하시오.

(1) $(2ab+4a)\div 2a$

(2) $(15x^3-10xy^3)\div 5x$

(3) $(-8x^2y^3+4xy^3)\div(-4xy)$

(4) $(9x^2y-12xy^4)\div(-3xy)$

(5) $(4a^2b^4-12a^4b^2)\div(2ab)^2$

소단원 평가

●정답 및 풀이 153쪽

1

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $a^{10}\times a^{7}$ (2) $a^{5}\times b^{2}\times a^{8}\times b^{5}$

(3) $x^{4}\times(x^{2})^{3}$ (4) $(y^{3})^{5}\times(y^{2})^{2}$

2

$8\times4^{5}\times32\times2^{2}=2^{\square}$일 때, □ 안에 알맞은 수를 구하시오.

3

$(3^{5}+3^{5}+3^{5})\times(9^{3}+9^{3}+9^{3})\times(27^{3}+27^{3}+27^{3})=3^{2k-1}$일 때, 자연수 k의 값을 구하시오.

4

$2^{x}=A$일 때, 64^{x}을 A를 사용하여 나타낸 것은?

① A^{6} ② $6A$ ③ 6^{A}

④ $\frac{1}{A^{6}}$ ⑤ $\frac{6}{A}$

5

3^{15}의 일의 자리 숫자를 구하시오.

6

계산기에는 있는 $\boxed{x^y}$ 버튼을 사용하면 거듭제곱으로 나타난 수의 값을 구할 수 있다. 예를 들어 5^{4}의 값을 구하려면 다음 순서대로 누르면 된다.

$\boxed{5}\rightarrow\boxed{x^y}\rightarrow\boxed{4}\rightarrow\boxed{=}$

유찬이와 하연이가 각각 계산기의 버튼을 눌러 나온 값이 서로 같을 때, □ 안에 알맞은 수를 구하시오.

유찬: $\boxed{(}\rightarrow\boxed{1}\rightarrow\boxed{6}\rightarrow\boxed{x^y}\rightarrow\boxed{3}\rightarrow\boxed{)}\rightarrow\boxed{x^y}\rightarrow\boxed{2}\rightarrow\boxed{=}$

하연: $\boxed{2}\rightarrow\boxed{x^y}\rightarrow\square\rightarrow\boxed{=}$

소단원 평가

•정답 및 풀이 154쪽

1

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $a^{20}\div a^{8}$　　(2) $(a^{2})^{4}\div(a^{3})^{5}$

(3) $(-3xy^{2})^{3}$　　(4) $\left(-\frac{x^{3}}{y^{5}}\right)^{4}$

2

$120^{5}=2^{x}\times3^{y}\times5^{z}$일 때, $x+y+z$의 값을 구하시오.

(단, x, y, z는 자연수)

3

$2^{13}\times5^{15}$이 n자리 자연수일 때, n의 값을 구하시오.

4

$3^{x-1}=a$일 때, 9^{x}을 a를 사용하여 나타낸 것은?

(단, $x>1$인 자연수)

① $3a^{2}$　② $6a^{2}$　③ $9a^{2}$

④ $\frac{1}{3a^{2}}$　⑤ $\frac{1}{9a^{2}}$

5

$\frac{3^{-3a+2}}{3^{a+2}}=81$일 때, a의 값을 구하시오.

6

지구에서 태양까지의 거리를 1.5×10^{8} km라고 할 때, 현재 우리가 보고 있는 태양의 빛은 몇 초 전에 태양을 출발한 것인지 구하시오. (단, 빛의 속력은 초속 3×10^{5} km이다.)

소단원 평가

•정답 및 풀이 154쪽

1

$4x-3y-1+3(-x+2y+1)$을 계산하면?

① $x+5y-1$ ② $x-5y-1$
③ $x-3y+2$ ④ $x+3y+2$
⑤ $2x-3y+3$

2

$5x^2-6x+2-4(x^2-2x+2)$를 계산하면?

① x^2+2x-3 ② x^2+2x+3
③ x^2+2x-6 ④ x^2-2x+6
⑤ x^2-4x-3

3

$2x^2+3x-\{4x^2-(x^2+2x-1)\}$을 계산하면?

① $-x^2+5x-1$ ② x^2+5x-1
③ $-x^2+3x-1$ ④ x^2+3x-1
⑤ x^2-4x-1

4

$A=2x+3y-1$, $B=-3x+2y+4$일 때, $-2A+B$를 계산하시오.

5

어떤 식에 $2x^2+3x-1$을 더해야 할 것을 잘못하여 뺐더니 x^2-2x+3이 되었다. 옳게 계산한 식을 구하시오.

6

다음 표의 규칙에 따라 계산하여 빈칸을 채울 때, ㈎에 들어갈 알맞은 식을 구하시오.

	A	B	$A+B$
C	x^2-x	$2x^2+1$	$3x^2-x+1$
D	$2x^2-1$	x^2+3x	
$C-D$	$-x^2-x+1$		㈎

소단원 평가

•정답 및 풀이 155쪽

1

$(8a^4b^3-4a^2b^4)\div(2ab)^2$을 계산하면?

① $2a^2b-2b^2$ ② a^2b-2b^2
③ $4a^2b^2-b^4$ ④ $2a^2b-b^2$
⑤ $ab-2b$

2

다음 중에서 계산 결과가 옳지 않은 것은?

① $2a^3\times 3a^2=6a^6$
② $a^2b\times ab^2=a^3b^3$
③ $4a^3\div 2a^2=2a$
④ $-a^3b\div\frac{1}{2}ab=-2a^2$
⑤ $(-ab^2)^3\div a^2b^2=-ab^4$

3

다음 □ 안에 들어갈 알맞은 식은?

$$(2x^2y^3)^2\div(xy^3)^3\times\square=\frac{8x^3}{2}$$

① x^2y ② x^2y^3 ③ $4x^2y$
④ $4x^4y^4$ ⑤ $8x^3$

4

$x(x^2-2y)-(x^5y-x^3y^2)\div x^2y$를 계산하면?

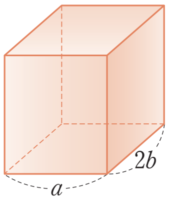
① x^2-y ② $3xy-x^3$ ③ $-xy$
④ x^3+2xy ⑤ x^3-x^2

5

어떤 식을 $(-2x^2y)^2$으로 나누어야 할 것을 잘못하여 곱했더니 그 결과가 $16x^{10}y^6$이 되었다. 옳게 계산한 식을 구하시오.

6

오른쪽 그림과 같이 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 a, $2b$이고 부피가 $2a^2b-6ab^3$인 직육면체의 높이를 구하시오.



단원 평가

01 다음 중에서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는?

① $x^4 \times x^5$　② $x^{10} \div x^2 \times x$

③ $(x^3)^3$　④ $x^{15} \div x^8 \div x^2$

⑤ $(x^5)^2 \div x$

02 다음 보기 중에서 계산 결과가 옳은 것을 모두 찾으면?

보기

ㄱ. $(a^2b^3)^6 = a^8b^9$　ㄴ. $(x^2)^8 \div x^8 = x^2$

ㄷ. $\dfrac{(a^2)^6}{(a^4)^4} = \dfrac{1}{a^4}$　ㄹ. $x^{10} \div x^5 \div x^2 = x^3$

ㅁ. $\left(\dfrac{b^3}{a^6}\right)^2 = \dfrac{b^6}{a^{12}}$

① ㄱ, ㄴ　② ㄱ, ㄷ, ㄹ　③ ㄴ, ㄷ, ㄹ

④ ㄷ, ㅁ　⑤ ㄷ, ㄹ, ㅁ

03 다음 식을 만족시키는 자연수 x, y에 대하여 $x+y$의 값을 구하시오.

$$(a^2)^4 \times a^4 \div a^x = a^{11}$$

$$(a^3b^2)^y \div \left(\frac{a^2}{b}\right)^3 = a^3b^9$$

04 $2^2=a$, $3^3=b$라고 할 때, 432를 a, b를 사용하여 나타내면?

① ab　② b^2　③ a^2b

④ a^2b^2　⑤ a^2b^3

05 다음 중에서 계산 결과가 옳은 것은?

① $5a^8 \times (-2a^2) = -10a^{16}$

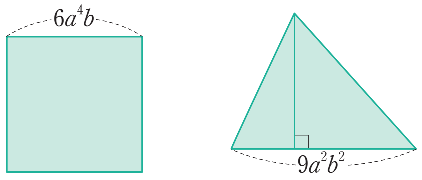
② $(-4x^3)^2 \times x^4 = 16x^{10}$

③ $12a^7 \div (-a^2)^3 = -12a^3$

④ $-9x^2 \div \dfrac{3}{2}x = -6x^3$

⑤ $8x^8 \div (-4x)^2 \div 2x^5 = 2x^5$

06 다음 그림에서 정사각형의 넓이와 삼각형의 넓이가 서로 같을 때, 삼각형의 높이는?



① $9a^8$　② $8a^6$　③ $\dfrac{9}{2}a^6$

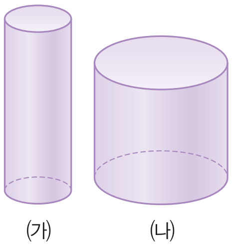
④ $\dfrac{9}{2}a^2b$　⑤ $8a^2$

●정답 및 풀이 155쪽

07 $(3x^2y^3)^3 \div (xy^2)^4 = ax^by^c$일 때, 세 자연수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값은?

① 27　② 28　③ 29
④ 30　⑤ 31

08 오른쪽 그림과 같은 두 원기둥 ㈎, ㈏가 있다. ㈎와 ㈏의 밑면의 반지름의 길이의 비는 1 : 2이고, 높이의 비는 3 : 2일 때, ㈏의 부피는 ㈎의 부피의 몇 배인지 구하시오.



09 $A=-4x-5y+3$, $B=3x-2y$일 때, $A+2B$를 계산하시오.

10 $7a^2-4a+3-3a(2a+1)-2$를 계산하였을 때, a^2의 계수를 m, 상수항을 n이라고 하자. 이때 mn의 값은?

① -3　② -2　③ 0
④ 1　⑤ 5

11 $5y-[x-6y+\{4x-2(x-2y)\}]=ax+by$일 때, 정수 a, b의 값은?

① $a=-3$, $b=7$
② $a=4$, $b=-1$
③ $a=-5$, $b=6$
④ $a=3$, $b=2$
⑤ $a=-1$, $b=-2$

12 $\dfrac{6x^2-12xy}{3x}-\dfrac{20xy+15y^2}{5y}$을 계산하면?

① $-x$　② y
③ $-2x+3y$　④ $x-8y$
⑤ $-2x-7y$

단원 평가

13 어떤 다항식 A에 $\frac{1}{4}ab$를 곱했더니

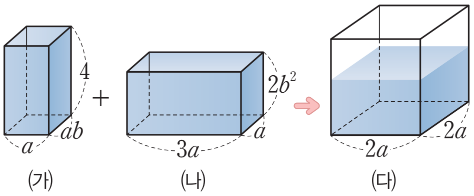
$$-\frac{1}{2}ab^2-a^2b+6ab$$

가 되었다. 이때 다항식 A를 구하시오.

14 $(\square-8xy+2y^2)\div\frac{1}{2}y=6x^2-4x+4y$에서 $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $12x^2y$
② $-3xy+2y$
③ $3x^2y+6xy$
④ $12x^2y+xy^2$
⑤ $6xy^2-6y$

15 다음 그림과 같이 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 a, ab이고 높이가 4인 직육면체 모양의 그릇 ㈎와 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 $3a$, a이고 높이가 $2b^2$인 직육면체 모양의 그릇 ㈏가 있다. 두 그릇 ㈎, ㈏에 물을 가득 담아 밑면의 가로, 세로의 길이가 모두 $2a$인 직육면체 모양의 그릇 ㈐에 부었다. 이때 그릇 ㈐의 물의 높이를 구하시오. (단, 그릇의 두께는 생각하지 않는다.)



서술형

16 $1\times2\times3\times\cdots\times32=2^a\times b$에서 2^a과 자연수 b가 서로소일 때, 자연수 a의 값을 구하시오.

17 어떤 식에 $\frac{2}{5}xy^2$을 곱해야 할 것을 잘못하여 나누었더니 $-15x^2$이 되었다. 옳게 계산한 식을 구하시오.

18 다음 그림에서 ㉠, ㉡에 알맞은 식을 써넣으시오.

⊕ →

⊖ ↓

$3x^2+x-4$	$-x^2+5x+2$	$2x^2+6x-2$
$4x^2-4x+1$	㉠	㉡
$-x^2+5x-5$	x^2-x-7	

보충 문제

•정답 및 풀이 157쪽

01 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $2^6\times2^3$

(2) $x^2\times x^6\times x^3$

(3) $(a^4)^3$

(4) $(a^2)^4\times(a^6)^2$

(5) $x^8\div x^3$

(6) $x^9\div x^{11}$

(7) $(ab^3)^3$

(8) $\left(\frac{a}{b^2}\right)^4$

02 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $x^{\square}\times x^9=x^{13}$

(2) $x^5\times(x^2)^{\square}\times x=x^{16}$

(3) $x^4\div x^5\div x^{\square}=\frac{1}{x^3}$

(4) $(x^{\square}y)^3\div\left(\frac{x}{y}\right)^2=x^4y^5$

03 다음을 계산하시오.

(1) $2a^3\times8a^5$

(2) $25x^2\div(-5x^3)$

(3) $(-2a^3b)^2\times\frac{1}{2}ab^3$

(4) $\left(-\frac{2}{3}x^4y^2\right)^2\div\frac{1}{3}x^7y$

04 $(4x^2-x+3)+2(-2x^2+x)$를 계산하였을 때, x의 계수를 a, 상수항을 b라고 하자. 이때 $a+b$의 값을 구하시오.

05 다음을 계산하시오.

(1) $-x^2+\{x-(2x^2+3x)\}$

(2) $7x-\{-3x^2+2(2x^2-x+4)+1\}$

06 다음을 계산하시오.

(1) $-5xy(x-4y+1)$

(2) $(6x^7y^3-9xy^2+12xy)\div\frac{3}{2}xy$

(3) $6a(a-3)+(15ab-9b)\div3b$

심화 문제

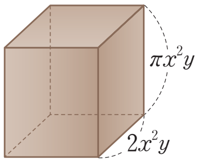
●정답 및 풀이 158쪽

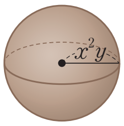
01 $\dfrac{3^4+3^4+3^4}{4^5+4^5+4^5+4^5}\times\dfrac{2^5+2^5+2^5+2^5}{9^2+9^2+9^2}$을 계산하시오.

02 $(2^a\times3^b\times7^c)^k=2^{12}\times3^{34}\times7^{16}$을 만족시키는 가장 큰 자연수 k에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하시오.

(단, a, b, c는 자연수)

03 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $2x^2y$인 정사각형이고, 높이가 πx^2y인 직육면체 모양의 쇠가 있다. 이 쇠를 녹여 반지름의 길이가 x^2y인 구 모양의 쇠공을 몇 개 만들 수 있는지 구하시오.





04 $2^x\times5^{10}\times7$이 12자리 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값을 모두 구하시오.

05 $8^{x+3}=2^{12}$, $\dfrac{16^5}{2^y}=2^{12}$일 때, $\dfrac{15x^2y-9xy^2}{3xy}-\dfrac{16x^2-8x}{4x}$의 값을 구하시오.

06 어떤 식 A를 $2x^2y$로 나눈 몫이 $3xy^3-4xy+8y$일 때, $\dfrac{A}{4xy}$를 계산하시오.

학년 반 번 이름 |

숫자 맞히기의 비밀

1부터 9까지의 자연수 중에서 두 수를 생각하여 아래 표의 첫 번째와 두 번째 칸에 적는다. 첫 번째 수와 두 번째 수를 더하여 세 번째 칸에 적고, 두 번째 수와 세 번째 수를 더하여 네 번째 칸에 적는다. 이처럼 앞 칸의 두 수를 더한 값을 바로 뒤의 칸에 적어 표를 채운 후, 물음에 답하여 보자.

1	2	3	4	5	6

활동 과제

1 첫 번째 수와 다섯 번째 수의 합이 세 번째 수의 3배인지 확인하여 보자. 또, 두 번째 수와 여섯 번째 수의 합이 네 번째 수의 3배인지 확인하여 보자.

2 첫 번째 수부터 여섯 번째 수까지의 합이 다섯 번째 수의 4배인지 확인하여 보자.

3 첫 번째 수를 a, 두 번째 수를 b라고 하자. 세 번째 수는 첫 번째 수와 두 번째 수의 합이므로 $a+b$이다. 이처럼 각 칸에 적히는 수를 식으로 나타내 보자.

1	2	3	4	5	6
a	b	$a+b$			

4 식을 이용하여 어떠한 두 수에서도 **1**, **2**의 규칙이 항상 성립함을 설명하여 보자.

5 열 번째 수까지 식으로 나타내 보자. 이때 첫 번째 수부터 열 번째 수까지의 합과 일곱 번째 수는 어떤 관계가 있는지 식을 이용하여 설명하여 보자.

활동지

학년 반 번 이름 |

생년월일에 숨어 있는 숫자 9의 신비

다음 지오와 다온이의 대화를 읽고, 물음에 답하여 보자.

활동 과제

1 모둠원들의 생년월일을 이용하여 각 자리 수의 합이 한 자릿수가 될 때까지 위의 과정을 여러 번 해 보고 그 결과가 9가 나오는지 확인하여 보자.

2 임의의 세 자리 자연수도 위와 같은 결과가 나오는지 확인하여 보자. 또, 세 자리 자연수를 abc라고 하면 $abc=100a+10b+c$로 나타낼 수 있음을 이용하여 그 이유를 설명하여 보자.

기초력 향상 문제 Ⅱ-1. 지수법칙 (1), (2) ①

1 3, 2, 5

2 3, 6

3 (1) x^5 (2) x^5 (3) y^7 (4) y^9 (5) a^8 (6) b^7

4 (1) x^8 (2) x^6 (3) y^{10} (4) y^{12} (5) a^{20} (6) b^{10}

5 (1) x^9 (2) a^{14} (3) x^7y (4) a^6b^5 (5) x^6y^4 (6) a^5b^6

6 (1) x^{11} (2) b^{20} (3) y^{14} (4) a^{14} (5) x^{25} (6) b^{16}

5 (1) $x^3\times x^2\times x^4=x^{3+2+4}=x^9$
(2) $a^3\times a^5\times a^6=a^{3+5+6}=a^{14}$
(3) $x^2\times y\times x^5=x^{2+5}\times y=x^7y$
(4) $b^3\times a\times b^2\times a^5=a^{1+5}\times b^{3+2}=a^6b^5$
(5) $x^3\times x^2\times y^4\times x=x^{3+2+1}\times y^4=x^6y^4$
(6) $a^2\times b^5\times a^3\times b=a^{2+3}\times b^{5+1}=a^5b^6$

6 (1) $(x^2)^3\times x^5=x^{6+5}=x^{11}$
(2) $b^8\times(b^3)^4=b^{8+12}=b^{20}$
(3) $(y^2)^4\times(y^3)^2=y^{8+6}=y^{14}$
(4) $(a^3)^2\times(a^4)^2=a^{6+8}=a^{14}$
(5) $(x^2)^5\times(x^5)^3=x^{10+15}=x^{25}$
(6) $(b^3)^4\times(b^2)^2=b^{12+4}=b^{16}$

기초력 향상 문제 Ⅱ-1. 지수법칙 (1), (2) ②

1 합, $m+n$

2 곱, mn

3 (1) x^5 (2) x^7 (3) y^6 (4) y^9 (5) a^8 (6) b^{10}

4 (1) x^{18} (2) x^{18} (3) y^9 (4) y^8 (5) a^{35} (6) b^{36}

5 (1) x^6 (2) a^{10} (3) x^5y^2 (4) a^9b^3 (5) x^9y^5 (6) a^8b^7

6 (1) x^{11} (2) b^9 (3) y^{21} (4) a^{13} (5) x^{20} (6) b^{20}

5 (1) $x\times x^2\times x^3=x^{1+2+3}=x^6$
(2) $a^5\times a\times a^4=a^{5+1+4}=a^{10}$
(3) $x^3\times y^2\times x^2=x^{3+2}\times y^2=x^5y^2$
(4) $b^2\times a^3\times b\times a^6=a^{3+6}\times b^{2+1}=a^9b^3$
(5) $x^5\times x\times y^5\times x^3=x^{5+1+3}\times y^5=x^9y^5$
(6) $a^4\times b^2\times a^4\times b^5=a^{4+4}\times b^{2+5}=a^8b^7$

6 (1) $(x^5)^2\times x=x^{10+1}=x^{11}$
(2) $b\times(b^4)^2=b^{1+8}=b^9$
(3) $(y^3)^2\times(y^5)^3=y^{6+15}=y^{21}$
(4) $(a^2)^2\times(a^3)^3=a^{4+9}=a^{13}$
(5) $(x^4)^3\times(x^4)^2=x^{12+8}=x^{20}$
(6) $(b^5)^2\times(b^2)^5=b^{10+10}=b^{20}$

기초력 향상 문제 Ⅱ-2. 지수법칙 (3), (4) ①

1 2

2 3, 3, 3, 3

3 (1) a^4 (2) a^{11} (3) x^5 (4) 1 (5) $\dfrac{1}{x^4}$ (6) $\dfrac{1}{x^6}$

4 (1) x^8y^{12} (2) $x^{15}y^3$ (3) x^8y^6 (4) $a^{12}b^{12}$ (5) a^6b^{15} (6) $8a^3b^6$

5 (1) $\dfrac{x^8}{y^6}$ (2) $\dfrac{x^6}{y^4}$ (3) $\dfrac{x^8}{y^4}$ (4) $\dfrac{a^{15}}{b^5}$ (5) $\dfrac{a^{15}}{b^{12}}$ (6) $\dfrac{a^3}{b^{15}}$

6 (1) x^4y^8 (2) $4x^6y^2$ (3) $-\dfrac{y^5}{x^5}$ (4) $-\dfrac{x^3}{8}$ (5) $\dfrac{9a^2}{16b^2}$ (6) $-\dfrac{y^{15}}{x^{10}}$

3 (1) $a^9\div a^5=a^{9-5}=a^4$
(2) $a^{19}\div a^8=a^{19-8}=a^{11}$
(3) $x^8\div x^3=x^{8-3}=x^5$
(4) $x^4\div x^4=1$
(5) $x^2\div x^6=\dfrac{1}{x^{6-2}}=\dfrac{1}{x^4}$
(6) $x^3\div x^9=\dfrac{1}{x^{9-3}}=\dfrac{1}{x^6}$

6 (1) $(-x^2y^4)^2=(-1)^2\times x^{2\times2}y^{4\times2}$
$=x^4y^8$
(2) $(-2x^3y)^2=(-2)^2\times x^{3\times2}y^{1\times2}$
$=4x^6y^2$
(3) $\left(-\dfrac{y}{x}\right)^5=(-1)^5\times\dfrac{y^5}{x^5}=-\dfrac{y^5}{x^5}$
(4) $\left(-\dfrac{x}{2}\right)^3=(-1)^3\times\dfrac{x^3}{2^3}=-\dfrac{x^3}{8}$
(5) $\left(-\dfrac{3a}{4b}\right)^2=(-1)^2\times\dfrac{(3a)^2}{(4b)^2}=\dfrac{9a^2}{16b^2}$
(6) $\left(-\dfrac{y^3}{x^2}\right)^5=(-1)^5\times\dfrac{y^{3\times5}}{x^{2\times5}}=-\dfrac{y^{15}}{x^{10}}$

기초력 향상 문제 Ⅱ－2. 지수법칙 (3), (4) ②

1 차, $m-n$, 1, 차, $n-m$

2 m, m, m, m

3 (1) a^3 (2) a^8 (3) 1 (4) 1 (5) $\frac{1}{x}$ (6) $\frac{1}{x^5}$

4 (1) x^6y^6 (2) x^9y^6 (3) x^4y^8 (4) $a^{10}b^2$ (5) a^9b^{12} (6) $81a^{12}b^4$

5 (1) $\frac{x^6}{y^6}$ (2) $\frac{x^6}{y^9}$ (3) $\frac{x^2}{y^8}$ (4) $\frac{a^8}{b^4}$ (5) $\frac{a^{12}}{b^{20}}$ (6) $\frac{a^{20}}{b^5}$

6 (1) x^2y^2 (2) x^2y^6 (3) $-27x^9y^6$ (4) $\frac{x^2}{25}$ (5) $-\frac{8a^3}{b^3}$ (6) $\frac{y^8}{x^{16}}$

3 (1) $a^6\div a^3=a^{6-3}=a^3$

(2) $a^{10}\div a^2=a^{10-2}=a^8$

(3) $x^7\div x^7=1$

(4) $b^4\div b^4=1$

(5) $x^3\div x^4=\frac{1}{x^{4-3}}=\frac{1}{x}$

(6) $x^5\div x^{10}=\frac{1}{x^{10-5}}=\frac{1}{x^5}$

6 (1) $(-xy)^2=(-1)^2\times x^2y^2=x^2y^2$

(2) $(-xy^3)^2=(-1)^2\times x^{1\times 2}y^{3\times 2}=x^2y^6$

(3) $(-3x^3y^2)^3=(-3)^3\times x^{3\times 3}y^{2\times 3}=-27x^9y^6$

(4) $\left(-\frac{x}{5}\right)^2=(-1)^2\times\frac{x^2}{5^2}=\frac{x^2}{25}$

(5) $\left(-\frac{2a}{b}\right)^3=(-1)^3\times\frac{(2a)^3}{b^3}=-\frac{8a^3}{b^3}$

(6) $\left(-\frac{y^2}{x^4}\right)^4=(-1)^4\times\frac{y^{2\times 4}}{x^{4\times 4}}=\frac{y^8}{x^{16}}$

기초력 향상 문제 Ⅱ－3. 다항식의 덧셈과 뺄셈 ①

1 (1) $5a+5b$ (2) $a+b$ (3) $8x-y$ (4) $3x-4y$
(5) $3a+b+2$ (6) $x-y+3$ (7) $4a-b$ (8) $10x+11y$
(9) $5a+3b-14$ (10) $9x+2y-4$

2 (1) $a-5b$ (2) $3a-2b$ (3) $-4x+4y$ (4) $x-5y$
(5) $2a-b-2$ (6) $-2x+7$ (7) $5a+b$ (8) $-8a+6b$
(9) $4b+1$ (10) $x+8y$

1 (1) $(2a+3b)+(3a+2b)=2a+3a+3b+2b$
$=5a+5b$

(2) $(3a-2b)+(-2a+3b)=3a-2a-2b+3b$
$=a+b$

(3) $(5x+2y)+(3x-3y)=5x+3x+2y-3y$
$=8x-y$

(4) $(2x-y)+(x-3y)=2x+x-y-3y$
$=3x-4y$

(5) $(2a-3b-1)+(a+4b+3)=2a+a-3b+4b-1+3$
$=3a+b+2$

(6) $(-x+2y-1)+(2x-3y+4)$
$=-x+2x+2y-3y-1+4$
$=x-y+3$

(7) $3(2a-b)+2(-a+b)=6a-3b-2a+2b$
$=6a-2a-3b+2b$
$=4a-b$

(8) $4(x+2y)+3(2x+y)=4x+8y+6x+3y$
$=4x+6x+8y+3y$
$=10x+11y$

(9) $3(a+2b-3)+(2a-3b-5)$
$=3a+6b-9+2a-3b-5$
$=3a+2a+6b-3b-9-5$
$=5a+3b-14$

(10) $2(3x-2y+1)+3(x+2y-2)$
$=6x-4y+2+3x+6y-6$
$=6x+3x-4y+6y+2-6$
$=9x+2y-4$

2 (1) $(3a-2b)-(2a+3b)=3a-2b-2a-3b$
$=3a-2a-2b-3b$
$=a-5b$

(2) $(a-b)-(-2a+b)=a-b+2a-b$
$=a+2a-b-b$
$=3a-2b$

(3) $(-x+2y)-(3x-2y)=-x+2y-3x+2y$
$=-x-3x+2y+2y$
$=-4x+4y$

(4) $(-x-2y)-(-2x+3y)=-x-2y+2x-3y$
$=-x+2x-2y-3y$
$=x-5y$

(5) $(4a+2b-3)-(2a+3b-1)$

$=4a+2b-3-2a-3b+1$

$=4a-2a+2b-3b-3+1$

$=2a-b-2$

(6) $(2x-3y+5)-(4x-3y-2)$

$=2x-3y+5-4x+3y+2$

$=2x-4x-3y+3y+5+2$

$=-2x+7$

(7) $2(a+2b)-3(-a+b)=2a+4b+3a-3b$

$=2a+3a+4b-3b$

$=5a+b$

(8) $-2(2a+b)-4(a-2b)=-4a-2b-4a+8b$

$=-4a-4a-2b+8b$

$=-8a+6b$

(9) $(4a+2b-5)-2(2a-b-3)$

$=4a+2b-5-4a+2b+6$

$=4a-4a+2b+2b-5+6$

$=4b+1$

(10) $2(2x+y+3)-3(x-2y+2)$

$=4x+2y+6-3x+6y-6$

$=4x-3x+2y+6y+6-6$

$=x+8y$

기초력 향상 문제 Ⅱ-3. 다항식의 덧셈과 뺄셈 ②

1 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○ (5) ×

2 (1) a^2-5a+5 (2) $3x^2-x+1$ (3) $5a^2-3a+1$ (4) $3x^2-x-8$ (5) $5x^2-x+14$

3 (1) a^2-6a-3 (2) $-4x+3$ (3) a^2+7a-4 (4) $-2x^2-8x+9$ (5) $-x^2-3x+1$

4 (1) $-a-2$ (2) $x-2y$ (3) $5a+5b$ (4) $-3x+8y$

1 (1) $-x^2+2x-1$은 이차식이다.

(2) $2x+2y-2$는 일차식이다.

(3) $x^2-(x^2-x)=x^2-x^2+x=x$이므로 일차식이다.

(4) $2a^2-3(a^2-2)+2=2a^2-3a^2+6+2=-a^2+8$이므로 이차식이다.

(5) x^3-x^2+x-1은 차수가 3이므로 이차식이 아니다.

2 (1) $(2a^2-3a+1)+(-a^2-2a+4)$

$=2a^2-3a+1-a^2-2a+4$

$=2a^2-a^2-3a-2a+1+4$

$=a^2-5a+5$

(2) $(x^2+2x+2)+(2x^2-3x-1)$

$=x^2+2x+2+2x^2-3x-1$

$=x^2+2x^2+2x-3x+2-1$

$=3x^2-x+1$

(3) $2(a^2-a-1)+(3a^2-a+3)$

$=2a^2-2a-2+3a^2-a+3$

$=2a^2+3a^2-2a-a-2+3$

$=5a^2-3a+1$

(4) $(x^2+3x-2)+2(x^2-2x-3)$

$=x^2+3x-2+2x^2-4x-6$

$=x^2+2x^2+3x-4x-2-6$

$=3x^2-x-8$

(5) $3(x^2+x+2)+2(x^2-2x+4)$

$=3x^2+3x+6+2x^2-4x+8$

$=3x^2+2x^2+3x-4x+6+8$

$=5x^2-x+14$

3 (1) $(2a^2-3a+1)-(a^2+3a+4)$

$=2a^2-3a+1-a^2-3a-4$

$=2a^2-a^2-3a-3a+1-4$

$=a^2-6a-3$

(2) $(2x^2-3x+2)-(2x^2+x-1)$

$=2x^2-3x+2-2x^2-x+1$

$=2x^2-2x^2-3x-x+2+1$

$=-4x+3$

(3) $3(a^2+2a-1)-(2a^2-a+1)$

$=3a^2+6a-3-2a^2+a-1$

$=3a^2-2a^2+6a+a-3-1$

$=a^2+7a-4$

(4) $(x^2+4x+3)-3(x^2+4x-2)$

$=x^2+4x+3-3x^2-12x+6$

$=x^2-3x^2+4x-12x+3+6$

$=-2x^2-8x+9$

(5) $2(x^2-3x+2)-3(x^2-x+1)$

$=2x^2-6x+4-3x^2+3x-3$

$=2x^2-3x^2-6x+3x+4-3$

$=-x^2-3x+1$

4 (1) $$\begin{aligned} a+\{2a-(4a+2)\} &= a+(2a-4a-2) \\ &= a+(-2a-2) \\ &= a-2a-2 \\ &= -a-2 \end{aligned}$$

(2) $$\begin{aligned} 3x-\{3y+(2x-y)\} &= 3x-(3y+2x-y) \\ &= 3x-(2y+2x) \\ &= 3x-2y-2x \\ &= x-2y \end{aligned}$$

(3) $$\begin{aligned} 4a+\{2a+3b-(a-2b)\} &= 4a+(2a+3b-a+2b) \\ &= 4a+(a+5b) \\ &= 4a+a+5b \\ &= 5a+5b \end{aligned}$$

(4) $$\begin{aligned} 3y-\{x-2y+(2x-3y)\} &= 3y-(x-2y+2x-3y) \\ &= 3y-(3x-5y) \\ &= 3y-3x+5y \\ &= -3x+8y \end{aligned}$$

기초력 향상 문제 Ⅱ－4. 다항식의 곱셈과 나눗셈 ①

1 (1) $12ab$ (2) $8ab$ (3) $6a^3$ (4) $-24a^4$ (5) $3a^8b^8$ (6) $8x^7y^5$
(7) $12a^4b^5$ (8) $-6x^6y^{11}$ (9) a^5b^{10} (10) $-3x^{12}y^7$

2 (1) $2b$ (2) $-5a$ (3) $-4a$ (4) $2xy^3$ (5) $-9a^3$ (6) $2xy^3$
(7) $3a^2b$ (8) $-2ab^4$ (9) $-2x$ (10) $2b^2$

1 (1) $4a\times 3b=12ab$

(2) $-4a\times(-2b)=8ab$

(3) $2a\times 3a^2=6a^3$

(4) $$\begin{aligned} 3a\times(-2a)^3 &= 3a\times(-8a^3) \\ &= -24a^4 \end{aligned}$$

(5) $$\begin{aligned} 3a^2b^4\times(-a^3b^2)^2 &= 3a^2b^4\times a^6b^4 \\ &= 3a^8b^8 \end{aligned}$$

(6) $$\begin{aligned} (-2x^2y)^3\times(-xy^2) &= -8x^6y^3\times(-xy^2) \\ &= 8x^7y^5 \end{aligned}$$

(7) $$\begin{aligned} (-2ab^2)^2\times 3a^2b &= 4a^2b^4\times 3a^2b \\ &= 12a^4b^5 \end{aligned}$$

(8) $$\begin{aligned} 2xy\times(-3x^2y)\times(xy^3)^3 &= 2xy\times(-3x^2y)\times x^3y^9 \\ &= -6x^3y^2\times x^3y^9 \\ &= -6x^6y^{11} \end{aligned}$$

(9) $$\begin{aligned} \frac{1}{2}a^2b^3\times 8ab\times\left(\frac{1}{2}ab^3\right)^2 &= \frac{1}{2}a^2b^3\times 8ab\times\frac{1}{4}a^2b^6 \\ &= 4a^3b^4\times\frac{1}{4}a^2b^6 \\ &= a^5b^{10} \end{aligned}$$

(10) $$\begin{aligned} &(-x^3y)^3\times\left(-\frac{1}{3}x^2y^3\right)\times(-9xy) \\ &= -x^9y^3\times\left(-\frac{1}{3}x^2y^3\right)\times(-9xy) \\ &= \frac{1}{3}x^{11}y^6\times(-9xy) \\ &= -3x^{12}y^7 \end{aligned}$$

2 (5) $$\begin{aligned} (-3a^2)^3\div 3a^3 &= -27a^6\times\frac{1}{3a^3} \\ &= -9a^3 \end{aligned}$$

(6) $$\begin{aligned} (2xy^2)^3\div 4x^2y^3 &= 8x^3y^6\times\frac{1}{4x^2y^3} \\ &= 2xy^3 \end{aligned}$$

(7) $$\begin{aligned} 24a^5b^7\div(2ab^2)^3 &= 24a^5b^7\times\frac{1}{8a^3b^6} \\ &= 3a^2b \end{aligned}$$

(8) $$\begin{aligned} (-2ab^2)^3\div(2ab)^2 &= -8a^3b^6\times\frac{1}{4a^2b^2} \\ &= -2ab^4 \end{aligned}$$

(9) $$\begin{aligned} 8x^9\div(-x^4)\div(-2x^2)^2 &= 8x^9\div(-x^4)\div 4x^4 \\ &= 8x^9\times\left(-\frac{1}{x^4}\right)\times\frac{1}{4x^4} \\ &= -2x \end{aligned}$$

(10) $$\begin{aligned} &(-2a^2b^3)^2\div(ab)^3\div 2ab \\ &= 4a^4b^6\div a^3b^3\div 2ab \\ &= 4a^4b^6\times\frac{1}{a^3b^3}\times\frac{1}{2ab} \\ &= 2b^2 \end{aligned}$$

기초력 향상 문제 Ⅱ－4. 다항식의 곱셈과 나눗셈 ②

1 (1) $4a$ (2) $8ab$ (3) a^2b (4) $-36a^3$ (5) $9x^2y^3$

2 (1) $6a^2-4ab$ (2) $6x^2-15x$ (3) $-3a^2+3ab-6a$
(4) $4x^2+8xy-2x$ (5) x^2-xy+x

3 (1) $5a^2+4a$ (2) $-x^2+4x$ (3) $-a^2+30a$
(4) $-8x^2+3xy$ (5) $-6a^2+4ab$

4 (1) $b+2$ (2) $3x^2-2y^3$ (3) $2xy^2-y^2$ (4) $-3x+4y^3$
(5) b^2-3a^2

1 (3) $-3a^2\times(-ab^2)\div3ab$

$$\begin{aligned}&=-3a^2\times(-ab^2)\times\frac{1}{3ab}\\&=a^2b\end{aligned}$$

(4) $(3a)^3\div(-3a^2)\times(2a)^2=27a^3\div(-3a^2)\times4a^2$

$$\begin{aligned}&=27a^3\times\left(-\frac{1}{3a^2}\right)\times4a^2\\&=-36a^3\end{aligned}$$

(5) $12x^4y^5\div(-2xy)^3\times(-6xy)$

$$\begin{aligned}&=12x^4y^5\div(-8x^3y^3)\times(-6xy)\\&=12x^4y^5\times\left(-\frac{1}{8x^3y^3}\right)\times(-6xy)\\&=9x^2y^3\end{aligned}$$

2 (1) $2a(3a-2b)=6a^2-4ab$

(2) $-3x(-2x+5)=6x^2-15x$

(3) $-3a(a-b+2)=-3a^2+3ab-6a$

(4) $2x(2x+4y-1)=4x^2+8xy-2x$

(5) $-x(-x+y-1)=x^2-xy+x$

3 (1) $a(3a-2)+2a(a+3)=3a^2-2a+2a^2+6a$

$$\begin{aligned}&=3a^2+2a^2-2a+6a\\&=5a^2+4a\end{aligned}$$

(2) $3x(-x+2)+2x(x-1)=-3x^2+6x+2x^2-2x$

$$\begin{aligned}&=-3x^2+2x^2+6x-2x\\&=-x^2+4x\end{aligned}$$

(3) $a(3a+2)-4a(a-7)=3a^2+2a-4a^2+28a$

$$\begin{aligned}&=3a^2-4a^2+2a+28a\\&=-a^2+30a\end{aligned}$$

(4) $-2x(3x-y)+x(-2x+y)$

$$\begin{aligned}&=-6x^2+2xy-2x^2+xy\\&=-6x^2-2x^2+2xy+xy\\&=-8x^2+3xy\end{aligned}$$

(5) $2a(3a-b)-3a(4a-2b)=6a^2-2ab-12a^2+6ab$

$$\begin{aligned}&=6a^2-12a^2-2ab+6ab\\&=-6a^2+4ab\end{aligned}$$

4 (3) $(-8x^2y^3+4xy^3)\div(-4xy)$

$$\begin{aligned}&=(-8x^2y^3+4xy^3)\times\left(-\frac{1}{4xy}\right)\\&=-8x^2y^3\times\left(-\frac{1}{4xy}\right)+4xy^3\times\left(-\frac{1}{4xy}\right)\\&=2xy^2-y^2\end{aligned}$$

(4) $(9x^2y-12xy^4)\div(-3xy)$

$$\begin{aligned}&=(9x^2y-12xy^4)\times\left(-\frac{1}{3xy}\right)\\&=9x^2y\times\left(-\frac{1}{3xy}\right)-12xy^4\times\left(-\frac{1}{3xy}\right)\\&=-3x+4y^3\end{aligned}$$

(5) $(4a^2b^4-12a^4b^2)\div(2ab)^2$

$$\begin{aligned}&=(4a^2b^4-12a^4b^2)\times\frac{1}{4a^2b^2}\\&=4a^2b^4\times\frac{1}{4a^2b^2}-12a^4b^2\times\frac{1}{4a^2b^2}\\&=b^2-3a^2\end{aligned}$$

소단원 평가 Ⅱ-1. 지수법칙 (1), (2)

1 (1) a^{17} (2) $a^{13}b^7$ (3) x^{10} (4) y^{19} **2** 20 **3** 12

4 ① **5** 7 **6** 24

1 (1) $a^{10}\times a^7=a^{10+7}=a^{17}$

(2) $a^5\times b^2\times a^8\times b^5=a^5\times a^8\times b^2\times b^5$

$$=a^{5+8}b^{2+5}=a^{13}b^7$$

(3) $x^4\times(x^2)^3=x^4\times x^6=x^{4+6}=x^{10}$

(4) $(y^3)^5\times(y^2)^2=y^{15}\times y^4=y^{15+4}=y^{19}$

2 $8\times4^5\times32\times2^2=2^3\times(2^2)^5\times2^5\times2^2$

$$=2^{3+10+5+2}=2^{20}$$

따라서 $\square=20$

3 $9^3=(3^2)^3=3^6$, $27^3=(3^3)^3=3^9$이므로

$$\begin{aligned}&(3^5+3^5+3^5)\times(9^3+9^3+9^3)\times(27^3+27^3+27^3)\\&=(3\times3^5)\times(3\times9^3)\times(3\times27^3)\\&=(3\times3^5)\times(3\times3^6)\times(3\times3^9)\\&=3^6\times3^7\times3^{10}\\&=3^{6+7+10}\\&=3^{23}\end{aligned}$$

따라서 $2k-1=23$에서 $k=12$

4 $64^x=(2^6)^x=2^{6x}=(2^x)^6=A^6$

5 $3^4=81$이므로 3^4의 거듭제곱은 일의 자리 숫자가 항상 1이다.

$3^{15}=(3^4)^3\times3^3$이고 $3^3=27$이다.

따라서 3^{15}의 일의 자리 숫자는 7이다.

6 $\boxed{(}\rightarrow\boxed{1}\rightarrow\boxed{6}\rightarrow\boxed{x^y}\rightarrow\boxed{3}\rightarrow\boxed{)}\rightarrow\boxed{x^y}\rightarrow\boxed{2}$

를 식으로 나타내면 $(16^3)^2$이다.

그런데 $16^3=(2^4)^3=2^{12}$이므로

$$(16^3)^2=(2^{12})^2=2^{24}$$

따라서 $\square=24$

소단원 평가

Ⅱ-2. 지수법칙 (3), (4)

1 (1) a^{12} (2) $\frac{1}{a^7}$ (3) $-27x^3y^6$ (4) $\frac{x^{12}}{y^{20}}$ **2** 25

3 15 **4** ③ **5** -1 **6** 500초

1 (1) $a^{20}\div a^8=a^{20-8}=a^{12}$

(2) $(a^2)^4\div(a^3)^5=a^8\div a^{15}$

$$=\frac{1}{a^{15-8}}=\frac{1}{a^7}$$

(3) $(-3xy^2)^3=(-3)^3\times x^3y^6$

$$=-27x^3y^6$$

(4) $\left(-\frac{x^3}{y^5}\right)^4=\frac{x^{3\times4}}{y^{5\times4}}$

$$=\frac{x^{12}}{y^{20}}$$

2 $120^5=(2^3\times3\times5)^5$

$$=2^{15}\times3^5\times5^5$$

$$=2^x\times3^y\times5^z$$

따라서 $x=15$, $y=5$, $z=5$이므로

$$x+y+z=25$$

3 $2^{13}\times5^{15}=2^{13}\times5^{13}\times5^2=5^2\times(2\times5)^{13}$

$$=25\times10^{13}$$

이고 10^{13}은 14자리 자연수이다.

따라서 $2^{13}\times5^{15}$은 15자리 자연수이므로 $n=15$이다.

4 $a=3^{x-1}=3^x\div3$이므로 $3a=3^x$

따라서 $9^x=(3^2)^x=3^{2x}=(3^x)^2=(3a)^2=9a^2$

5 $\frac{3^{-3a+2}}{3^{a+2}}=81=3^4$이므로

$$-3a+2-(a+2)=4$$

$$-4a=4$$

따라서 $a=-1$

6 빛의 속력이 초속 3×10^5 km이므로

$$\frac{1.5\times10^8}{3\times10^5}=0.5\times10^3=500(\text{초})$$

따라서 현재 우리가 보고 있는 태양의 빛은 500초 전에 태양을 출발한 것이다.

소단원 평가

Ⅱ-3. 다항식의 덧셈과 뺄셈

1 ④ **2** ③ **3** ① **4** $-7x-4y+6$

5 $5x^2+4x+1$ **6** $-4x+2$

1 $4x-3y-1+3(-x+2y+1)$

$$=4x-3y-1-3x+6y+3$$

$$=x+3y+2$$

2 $5x^2-6x+2-4(x^2-2x+2)$

$$=5x^2-6x+2-4x^2+8x-8$$

$$=x^2+2x-6$$

3 $2x^2+3x-\{4x^2-(x^2+2x-1)\}$

$$=2x^2+3x-(4x^2-x^2-2x+1)$$

$$=2x^2+3x-(3x^2-2x+1)$$

$$=2x^2+3x-3x^2+2x-1$$

$$=-x^2+5x-1$$

4 $-2A+B=-2(2x+3y-1)+(-3x+2y+4)$

$$=-4x-6y+2-3x+2y+4$$

$$=-7x-4y+6$$

5 어떤 식을 A라고 하면

$$A-(2x^2+3x-1)=x^2-2x+3$$
$$A=x^2-2x+3+2x^2+3x-1$$
$$=3x^2+x+2$$

따라서 옳게 계산한 식은

$$(3x^2+x+2)+(2x^2+3x-1)=5x^2+4x+1$$

6

	A	B	$A+B$
C	x^2-x	$2x^2+1$	$3x^2-x+1$
D	$2x^2-1$	x^2+3x	
$C-D$	$-x^2-x+1$	$\boxed{}$	(가)

위의 표에서

$\boxed{}=(2x^2+1)-(x^2+3x)=x^2-3x+1$이므로

(가)$=(-x^2-x+1)+(x^2-3x+1)$
$=-4x+2$

소단원 평가

Ⅱ－4. 다항식의 곱셈과 나눗셈

1 ④ **2** ① **3** ② **4** ③ **5** x^2y^2 **6** $a-3b^2$

1 $(8a^4b^3-4a^2b^4)\div(2ab)^2$

$$=(8a^4b^3-4a^2b^4)\div4a^2b^2$$
$$=(8a^4b^3-4a^2b^4)\times\frac{1}{4a^2b^2}$$
$$=8a^4b^3\times\frac{1}{4a^2b^2}-4a^2b^4\times\frac{1}{4a^2b^2}$$
$$=2a^2b-b^2$$

2 ① $2a^3\times3a^2=6a^5$

② $a^2b\times ab^2=a^3b^3$

③ $4a^3\div2a^2=2a$

④ $-a^3b\div\frac{1}{2}ab=-a^3b\times\frac{2}{ab}=-2a^2$

⑤ $(-ab^2)^3\div a^2b^2=-a^3b^6\times\frac{1}{a^2b^2}=-ab^4$

따라서 계산 결과가 옳지 않은 것은 ①이다.

3 $(2x^2y^3)^2\div(xy^3)^3\times\boxed{}=\frac{8x^3}{2}$

$$4x^4y^6\times\frac{1}{x^3y^9}\times\boxed{}=\frac{8x^3}{2}$$
$$\frac{4x}{y^3}\times\boxed{}=\frac{8x^3}{2}$$
$$\boxed{}=\frac{8x^3}{2}\times\frac{y^3}{4x}=x^2y^3$$

4 $x(x^2-2y)-(x^5y-x^3y^2)\div x^2y$

$$=x^3-2xy-(x^5y-x^3y^2)\times\frac{1}{x^2y}$$
$$=x^3-2xy-x^5y\times\frac{1}{x^2y}+x^3y^2\times\frac{1}{x^2y}$$
$$=x^3-2xy-x^3+xy$$
$$=-xy$$

5 어떤 식을 A라고 하면

$$A\times(-2x^2y)^2=16x^{10}y^6$$
$$A=16x^{10}y^6\div(-2x^2y)^2=16x^{10}y^6\div4x^4y^2$$
$$=16x^{10}y^6\times\frac{1}{4x^4y^2}=4x^6y^4$$

따라서 옳게 계산한 식은

$$4x^6y^4\div(-2x^2y)^2=4x^6y^4\div4x^4y^2$$
$$=4x^6y^4\times\frac{1}{4x^4y^2}=x^2y^2$$

6 밑면의 넓이는 $a\times2b=2ab$이므로 직육면체의 높이는

$$(2a^2b-6ab^3)\div2ab=(2a^2b-6ab^3)\times\frac{1}{2ab}$$
$$=2a^2b\times\frac{1}{2ab}-6ab^3\times\frac{1}{2ab}$$
$$=a-3b^2$$

단원 평가

Ⅱ. 식의 계산

01 ④ **02** ⑤ **03** 4 **04** ③ **05** ② **06** ② **07** ④

08 $\frac{8}{3}$배 **09** $2x-9y+3$ **10** ④ **11** ① **12** ⑤

13 $-2b-4a+24$ **14** ③ **15** $b+\frac{3}{2}b^2$ **16** 31

17 $-\frac{12}{5}x^4y^4$ **18** ㉠ $-2x^2+6x+9$ ㉡ $2x^2+2x+10$

01 ① $x^4\times x^5=x^9$ ② $x^{10}\div x^2\times x=x^9$

③ $(x^3)^3=x^9$ ④ $x^{15}\div x^8\div x^2=x^5$

⑤ $(x^5)^2\div x=x^9$

따라서 계산 결과가 다른 하나는 ④이다.

02 ㄱ. $(a^2b^3)^6=a^{12}b^{18}$ ㄴ. $(x^2)^8\div x^8=x^8$

따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ, ㅁ이다.

03 $(a^2)^4\times a^4=a^{12}$이므로 $a^x=a^{12}\div a^{11}=a$, $x=1$

$\left(\frac{a^2}{b}\right)^3=\frac{a^6}{b^3}$이므로 $(a^3b^2)^y=a^3b^9\times\frac{a^6}{b^3}=a^9b^6$, $y=3$

따라서 $x+y=4$이다.

04 $432=(2^2)^2\times 3^3=a^2b$

05 ① $5a^8\times(-2a^2)=-10a^{10}$

③ $12a^7\div(-a^2)^3=12a^7\times\left(-\frac{1}{a^6}\right)=-12a$

④ $-9x^2\div\frac{3}{2}x=-9x^2\times\frac{2}{3x}=-6x$

⑤ $8x^8\div(-4x)^2\div 2x^5=8x^8\times\frac{1}{16x^2}\times\frac{1}{2x^5}=\frac{x}{4}$

따라서 옳은 것은 ②이다.

06 삼각형의 높이를 h라고 하면 넓이는 $\frac{1}{2}\times 9a^2b^2\times h$

정사각형의 넓이는 $(6a^4b)^2=36a^8b^2$이고 두 도형의 넓이가 서로 같으므로

$\frac{1}{2}\times 9a^2b^2\times h=36a^8b^2$

따라서 $h=36a^8b^2\times 2\div 9a^2b^2=8a^6$이다.

07 $(3x^2y^3)^3\div(xy^2)^4=27x^6y^9\div x^4y^8=27x^2y$이므로

$a=27$, $b=2$, $c=1$

따라서 $a+b+c=30$이다.

08 ㈎와 ㈏의 밑면의 반지름의 길이를 각각 a, $2a$라 하고, 높이를 각각 $3b$, $2b$라고 하면 ㈎와 ㈏의 부피는 각각 $3\pi a^2b$, $8\pi a^2b$이므로 ㈏의 부피는 ㈎의 부피의 $\frac{8}{3}$배이다.

09 $A+2B=(-4x-5y+3)+2(3x-2y)$

$=-4x-5y+3+6x-4y=2x-9y+3$

10 $7a^2-4a+3-3a(2a+1)-2$

$=7a^2-4a+3-6a^2-3a-2=a^2-7a+1$

따라서 $m=1$, $n=1$이므로 $mn=1$이다.

11 $5y-[x-6y+\{4x-2(x-2y)\}]$

$=5y-\{x-6y+(2x+4y)\}$

$=5y-(3x-2y)=-3x+7y$

따라서 $a=-3$, $b=7$이다.

12 $\frac{6x^2-12xy}{3x}-\frac{20xy+15y^2}{5y}$

$=(2x-4y)-(4x+3y)=-2x-7y$

13 $A=\left(-\frac{1}{2}ab^2-a^2b+6ab\right)\div\frac{1}{4}ab$

$=\left(-\frac{1}{2}ab^2-a^2b+6ab\right)\times\frac{4}{ab}=-2b-4a+24$

14 $\square-8xy+2y^2=(6x^2-4x+4y)\times\frac{1}{2}y$

$=3x^2y-2xy+2y^2$

$\square=3x^2y-2xy+2y^2+8xy-2y^2=3x^2y+6xy$

15 (그릇 ㈎의 부피)$=4a^2b$, (그릇 ㈏의 부피)$=6a^2b^2$

그릇 ㈐의 물의 높이를 h라고 하면

(그릇 ㈐의 물의 부피)$=4a^2h$

이때

(그릇 ㈎의 부피)+(그릇 ㈏의 부피)=(그릇 ㈐의 물의 부피)

이므로 $4a^2b+6a^2b^2=4a^2h$

따라서 $h=(4a^2b+6a^2b^2)\div 4a^2=b+\frac{3}{2}b^2$이다.

16 $1\times 2\times 3\times\cdots\times 32=2^a\times b$에서 2^a과 b가 서로소가 되려면 b의 소인수 중에는 2가 없어야 하므로 a는 $1\times 2\times 3\times\cdots\times 32$를 소인수분해했을 때 소인수 2의 지수와 같다.

1부터 32까지의 자연수 중에서 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5을 각각 인수로 갖는 수의 개수를 구하면

(2의 배수의 개수)$=16$, (2^2의 배수의 개수)$=8$,

(2^3의 배수의 개수)$=4$, (2^4의 배수의 개수)$=2$,

(2^5의 배수의 개수)$=1$

…… ㈎

따라서 $a=16+8+4+2+1=31$, 즉 $a=31$이다.

…… ㈏

채점 기준	배점 비율
㈎ 1부터 32까지의 자연수 중에서 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5을 인수로 갖는 수의 개수 구하기	80 %
㈏ a의 값 구하기	20 %

17 어떤 식을 A라고 하면 $A\div\frac{2}{5}xy^2=-15x^2$

$$A=-15x^2\times\frac{2}{5}xy^2=-6x^3y^2$$

…… ㈎

따라서 옳게 계산한 식은

$$-6x^3y^2\times\frac{2}{5}xy^2=-\frac{12}{5}x^4y^4$$

…… ㈏

채점 기준	배점 비율
㈎ 어떤 식 구하기	60 %
㈏ 옳게 계산한 식 구하기	40 %

18 ㉠$=(-x^2+5x+2)-(x^2-x-7)$

$=-2x^2+6x+9$

…… ㈎

㉡$=(4x^2-4x+1)+(-2x^2+6x+9)$

$=2x^2+2x+10$

…… ㈏

채점 기준	배점 비율
㈎ ㉠에 알맞은 식 구하기	50 %
㈏ ㉡에 알맞은 식 구하기	50 %

보충 문제

Ⅱ. 식의 계산

01 (1) 2^9 (2) x^{11} (3) a^{12} (4) a^{20} (5) x^5 (6) $\frac{1}{x^2}$ (7) a^3b^9 (8) $\frac{a^4}{b^8}$

02 (1) 4 (2) 5 (3) 2 (4) 2

03 (1) $16a^8$ (2) $-\frac{5}{x}$ (3) $2a^7b^5$ (4) $\frac{4}{3}xy^3$

04 4 **05** (1) $-3x^2-2x$ (2) $-x^2+9x-9$

06 (1) $-5x^2y+20xy^2-5xy$ (2) $4x^6y^2-6y+8$

(3) $6a^2-13a-3$

01 (1) $2^6\times2^3=2^9$

(2) $x^2\times x^6\times x^3=x^{11}$

(3) $(a^4)^3=a^{12}$

(4) $(a^2)^4\times(a^6)^2=a^{20}$

(5) $x^8\div x^3=x^5$

(6) $x^9\div x^{11}=\frac{1}{x^2}$

(7) $(ab^3)^3=a^3b^9$

(8) $\left(\frac{a}{b^2}\right)^4=\frac{a^4}{b^8}$

02 (1) $x^{\boxed{4}}\times x^9=x^{13}$

(2) $x^5\times(x^2)^{\boxed{5}}\times x=x^{16}$

(3) $x^4\div x^5\div x^{\boxed{2}}=\frac{1}{x^3}$

(4) $(x^{\boxed{2}}y)^3\div\left(\frac{x}{y}\right)^2=x^4y^5$

03 (1) $2a^3\times8a^5=16a^8$

(2) $25x^2\div(-5x^3)=25x^2\times\left(-\frac{1}{5x^3}\right)=-\frac{5}{x}$

(3) $(-2a^3b)^2\times\frac{1}{2}ab^3=4a^6b^2\times\frac{1}{2}ab^3=2a^7b^5$

(4) $\left(-\frac{2}{3}x^4y^2\right)^2\div\frac{1}{3}x^7y=\frac{4}{9}x^8y^4\times\frac{3}{x^7y}$

$=\frac{4}{3}xy^3$

04 $(4x^2-x+3)+2(-2x^2+x)=4x^2-x+3-4x^2+2x$

$=x+3$

이므로 $a=1$, $b=3$

따라서 $a+b=4$이다.

05 (1) $-x^2+\{x-(2x^2+3x)\}=-x^2+(x-2x^2-3x)$

$=-3x^2-2x$

(2) $7x-\{-3x^2+2(2x^2-x+4)+1\}$

$=7x-(x^2-2x+9)$

$=-x^2+9x-9$

06 (1) $-5xy(x-4y+1)=-5x^2y+20xy^2-5xy$

(2) $(6x^7y^3-9xy^2+12xy)\div\frac{3}{2}xy$

$=(6x^7y^3-9xy^2+12xy)\times\frac{2}{3xy}$

$=4x^6y^2-6y+8$

(3) $6a(a-3)+(15ab-9b)\div3b$

$=6a(a-3)+(15ab-9b)\times\frac{1}{3b}$

$=6a^2-18a+5a-3$

$=6a^2-13a-3$

심화 문제

Ⅱ. 식의 계산

01 $\frac{1}{32}$ **02** 31 **03** 3개 **04** 11, 12, 13 **05** -21

06 $\frac{3}{2}x^2y^3-2x^2y+4xy$

01 $\frac{3^4+3^4+3^4}{4^5+4^5+4^5+4^5}\times\frac{2^5+2^5+2^5+2^5}{9^2+9^2+9^2}$

$=\frac{3\times3^4}{4\times2^{10}}\times\frac{4\times2^5}{3\times3^4}=\frac{3^5}{2^{12}}\times\frac{2^7}{3^5}=\frac{1}{2^5}=\frac{1}{32}$

02 $2^{ak}\times3^{bk}\times7^{ck}=2^{12}\times3^{34}\times7^{16}$이므로

$ak=12$, $bk=34$, $ck=16$

12, 34, 16의 최대공약수는 2이므로

$a=6$, $b=17$, $c=8$

따라서 $a+b+c=31$이다.

03 (직육면체의 부피)$=(2x^2y)^2\times\pi x^2y$

$=4x^4y^2\times\pi x^2y=4\pi x^6y^3$

(구의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times(x^2y)^3=\frac{4}{3}\pi x^6y^3$

$4\pi x^6y^3\div\frac{4}{3}\pi x^6y^3=4\pi x^6y^3\times\frac{3}{4\pi x^6y^3}=3$

따라서 쇠공을 3개 만들 수 있다.

04 $2^x\times5^{10}\times7=2^{x-10}\times7\times(2^{10}\times5^{10})=2^{x-10}\times7\times10^{10}$이므로 $2^x\times5^{10}\times7$이 12자리 자연수가 되려면 $2^{x-10}\times7$이 두 자리 자연수이어야 한다.

$x=11$일 때, $2^{11-10}\times7=2\times7=14$

$x=12$일 때, $2^{12-10}\times7=2^2\times7=28$

$x=13$일 때, $2^{13-10}\times7=2^3\times7=56$

$x=14$일 때, $2^{14-10}\times7=2^4\times7=112$

따라서 구하는 x의 값은 11, 12, 13이다.

05 $8^{x+3}=2^{12}$에서 $2^{3x+9}=2^{12}$, $x=1$

$\frac{16^5}{2^y}=2^{12}$에서 $\frac{2^{20}}{2^y}=2^{12}$, $2^y=2^8$, $y=8$

$\frac{15x^2y-9xy^2}{3xy}-\frac{16x^2-8x}{4x}=(5x-3y)-(4x-2)$

$=x-3y+2$

$x-3y+2$에 $x=1$, $y=8$을 대입하면

$1-24+2=-21$

06 $A\div2x^2y=3xy^3-4xy+8y$이므로

$A=(3xy^3-4xy+8y)\times2x^2y$

$=6x^3y^4-8x^3y^2+16x^2y^2$

따라서

$\frac{A}{4xy}=(6x^3y^4-8x^3y^2+16x^2y^2)\times\frac{1}{4xy}$

$=\frac{3}{2}x^2y^3-2x^2y+4xy$

활동지

Ⅱ-3. 다항식의 덧셈과 뺄셈

숫자 맞히기의 비밀

[지도 목표]

다항식의 덧셈을 통해 표에 적은 수들 사이에 어떤 관계가 있는지 알게 한다.

[지도 방법]

앞 칸의 두 수를 더한 값을 바로 뒤의 칸에 적을 때, 각 칸에 적힌 수들 사이의 관계를 다항식의 덧셈을 이용하여 설명할 수 있게 한다.

활동 과제

[풀이]

1 첫 번째 수를 3, 두 번째 수를 7이라 하고 규칙에 따라 표를 채우면 다음과 같다.

1	2	3	4	5	6
3	7	10	17	27	44

(첫 번째 수와 다섯 번째 수의 합)

$=3+27=30=3\times10$

$=3\times$(세 번째 수)

(두 번째 수와 여섯 번째 수의 합)

$=7+44=51=3\times17$

$=3\times$(네 번째 수)

2 **1**의 표에서

(첫 번째 수부터 여섯 번째 수까지의 합)

$=3+7+10+17+27+44=108=4\times27$

$=4\times$(다섯 번째 수)

3 첫 번째 수를 a, 두 번째 수를 b라 하고 규칙에 따라 표를 채우면 다음과 같다.

1	2	3	4	5	6
a	b	$a+b$	$a+2b$	$2a+3b$	$3a+5b$

4 **3**의 표에서

(첫 번째 수와 다섯 번째 수의 합)

$=a+(2a+3b)=3a+3b=3(a+b)$

$=3\times$(세 번째 수)

(두 번째 수와 여섯 번째 수의 합)

$=b+(3a+5b)=3a+6b=3(a+2b)$

$=3\times$(네 번째 수)

(첫 번째 수부터 여섯 번째 수까지의 합)

$=a+b+(a+b)+(a+2b)+(2a+3b)+(3a+5b)$

$=8a+12b=4(2a+3b)$

$=4\times$(다섯 번째 수)

가 성립한다.

5 첫 번째 수를 a, 두 번째 수를 b라고 할 때 규칙에 따라 일곱 번째 수부터 열 번째 수까지 식으로 나타내면 다음 표와 같다.

7	8	9	10
$5a+8b$	$8a+13b$	$13a+21b$	$21a+34b$

이때

(첫 번째 수부터 열 번째 수까지의 합)

$=(8a+12b)+(5a+8b)+(8a+13b)+(13a+21b)$

$\quad+(21a+34b)$

$=55a+88b=11(5a+8b)$

$=11\times$(일곱 번째 수)

따라서 첫 번째 수부터 열 번째 수까지의 합은 일곱 번째 수의 11배이다.

활동지 Ⅱ-3. 다항식의 덧셈과 뺄셈

▶ 생년월일에 숨어 있는 숫자 9의 신비

[지도 목표]

다항식의 덧셈과 뺄셈을 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

[지도 방법]

다양한 예를 통해 어떤 수를 규칙에 따라 계산해 보면 항상 9가 나옴을 확인하게 한 후, 다항식의 덧셈과 뺄셈을 이용하여 임의의 세 자릿수를 규칙에 따라 계산하면 항상 9가 나옴을 설명할 수 있게 한다.

활동 과제

[예시 풀이]

1 생년월일이 2005년 11월 16일인 경우

20051116에서 숫자의 순서를 바꾸면 11020516

큰 수에서 작은 수를 빼면

$20051116-11020516=9030600$

9030600의 각 자리 수를 더하면

$9+0+3+0+6+0+0=18$

18의 각 자리 수를 더하면 $1+8=9$이다.

2 세 자리 자연수 671에서 숫자의 순서를 716으로 바꾸고 큰 수에서 작은 수를 빼면 $716-671=45$이다.

45의 각 자리 수를 더하면 $4+5=9$이다.

한편, 세 자리 자연수를 abc라고 할 때, 숫자의 순서를 bca로 바꾸어 보자.

이때 $abc>bca$라 하고 두 수의 차를 구하면

$(100a+10b+c)-(100b+10c+a)$

$=100a+10b+c-100b-10c-a$

$=100a-a+10b-100b+c-10c$

$=99a-90b-9c$

$=9(11a-10b-c)$

이므로 9의 배수가 됨을 알 수 있다. 9의 배수는 각 자리 수의 합이 9의 배수이므로 이러한 성질을 반복하게 되면 결국 각 자리 수의 합이 9가 된다.