IV 일차함수와 그래프

운동 강도에 따른 심장 박동 수, 산의 높이에 따른 온도 변화 등과 같은 다양한 현상은 식이나 그래프로 나타낼 수 있다.

이 단원에서는 함수의 개념을 먼저 알아본 후 일차함수의 의미와 그 그래프, 일차함수와 일차방정식의 관계에 대하여 학습한다.

산에서 볼 수 있는 식물의 시간에 따른 성장 길이, 자전거를 움직인 거리에 따른 열량 소모, 운동 강도에 따른 심장 박동 수, 산의 높이에 따른 온도 변화 등과 같이 실생활에서 함수 관계를 찾아보는 활동을 통하여 학습 동기를 유발할 수 있도록 지도한다.

1 단원의 개관

1 단원의 개요

여러 가지 현상에서 관찰할 수 있는 규칙 중에는 한 값이 변하면 다른 값도 일정한 규칙에 따라 변하는 것들이 많다. 이러한 관계를 나타내는 함수는 대응과 종속의 의미를 포함하며 그 그래프는 함수를 시각적으로 표현하는 도구이다. 이 단원에서는 다양한 변화 현상 중에서 일차함수로 표현할 수 있는 현상을 다루도록 한다.

2 단원의 지도 목표

❶ 함수의 개념을 이해한다.

❷ 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.

❸ 일차함수의 그래프의 성질을 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

3 단원의 교수 · 학습 방법 및 유의 사항

❶ 함수의 개념은 다양한 상황에서 한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계를 이용하여 도입한다.

❷ 다양한 상황을 이용하여 일차함수의 의미를 다루도록 한다.

❸ 일차함수인 관계를 일상 언어, 표, 식, 그래프로 나타내고 이들 사이의 상호 변환 활동을 하게 한다.

❹ 일차함수의 그래프를 그리고 여러 가지 성질을 탐구할 때 공학적 도구를 이용할 수 있다.

❺ 두 일차함수의 그래프를 이용하여 연립일차방정식의 해를 구하는 방법을 지도할 때는 연립일차방정식의 해가 두 직선의 교점의 좌표임을 이해하는 정도로만 다룬다.

❻ '함수의 그래프' 용어는 교수 · 학습 상황에서 사용할 수 있다.

4 단원의 평가 방법 및 유의 사항

❶ 일차함수와 관련하여 지나치게 복잡한 활용 문제는 다루지 않는다.

5 단원의 지도 계통

배운 내용

초등학교 5~6학년
- 규칙과 대응

중학교 1학년
- 순서쌍과 좌표
- 그래프
- 정비례
- 반비례

이 단원의 내용

1 함수의 뜻
2 일차함수의 그래프
3 일차함수의 그래프의 절편과 기울기
4 일차함수의 그래프의 성질
5 일차함수의 식 구하기
6 일차함수와 일차방정식
7 두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식

배울 내용

중학교 3학년
- 이차함수의 뜻
- 이차함수의 그래프

고등학교 1학년
- 이차방정식과 이차함수
- 평면좌표
- 직선의 방정식

2 단원의 이론적 배경

1. 함수 개념의 변천 과정

(1) 라이프니츠의 함수 개념

'변수 x의 값이 변함에 따라 다른 변수 y의 값이 정해지면 y를 x의 함수라고 한다.'라는 오늘날의 함수 개념은 1698년에 발표된 라이프니츠(Leibniz, G. W., 1646~1716)의 논문에서 비롯되었다. 라이프니츠는 미분방정식에 관한 이 논문에서 도형에 나타내는 변량을 일반화하여 'functio'라는 용어를 사용하였다.

(2) 오일러의 함수 개념

오일러(Euler, L., 1707~1783)는 라이프니츠의 함수 개념을 더욱 명확히 정의하였으며 현재 사용하는 함수 기호 $f(x)$를 도입하였다. 그는 "x의 임의의 함수는 직선 또는 곡선으로 표현되고, 역으로 임의의 곡선은 함수로 나타낼 수 있다."라고 하였는데, 이는 수학의 중심이 기하학에서 기호적 대수로 자리바꿈하게 되었음을 의미한다.

(3) 코시의 함수 개념

변수 사이의 관계, 즉 대응의 개념으로 함수를 정의한 것은 1821년에 발표된 코시(Cauchy, A. L., 1789~1857)의 저서 "해석학 강의(Cours d'analyse)"를 통해서이다. 그는 여러 변수 가운데 하나에 어떤 특정한 값을 주면 그에 따라 다른 변수의 값이 정해지는 관계가 있을 때, 처음 변수를 '독립변수'라 하고, 그 외의 다른 변수를 '종속변수'라고 하여 종속변수를 그 독립변수의 함수라고 정의하였다. 코시는 식으로 나타나지 않더라도 그에 상관없이 어떤 독립변수의 값에 따라 그 값이 정해지는 종속변수는 모두 함수라고 생각함으로써 함수를 현재의 개념에 보다 가깝게 정의하였다.

(4) 디리클레의 함수 개념

디리클레(Dirichlet, J. P. G. L., 1805~1859)는 주어진 구간의 각 점에서 임의의 값이 대응되는 관계를 함수라고 정의하여 현대적인 함수 정의의 기초를 세웠다.

그는 두 변수 x, y 사이에 대응이 있으면 수식이나 법칙에 관계없이 함수가 된다고 정의하여 수와 수의 대응을 함수로 정의하였다.

(김남희 외, "수학교육과정과 교재연구")

2. 함수의 현대적 개념

(1) 곱집합

두 집합 A, B에 대하여 $A\times B=\{(a,\ b)\,|\,a\in A,\ b\in B\}$로 정의하고, 이를 곱집합(cartesian product)이라고 한다.

(2) 관계

$(a,\ b)\in R$이면 이것을 aRb 또는 $b=R(a)$로 나타내고 a와 b는 R이라는 관계를 가진다고 말한다. 이때 R의 정의역과 치역을 다음과 같이 정한다.

정의역: $\{a\in A\,|\,(a,\ b)\in R\}$, 치역: $\{b\in B\,|\,(a,\ b)\in R\}$

(3) 함수

다음 세 조건을 만족시키는 관계 f를 함수라고 한다.

① f가 관계이고, $f\subset A\times B$이다.

② $A=\{a\,|\,(a,\ b)\in f\}$는 정의역이다.

③ $(a,\ b)\in f$, $(a',\ b')\in f$, $a=a'$이면 $b=b'$이다.

이 함수 f를 $f:A \longrightarrow B$로 나타내고, 이것을 $b=f(a)$로 나타낸다.

3. 일차함수의 역사

갈릴레이(Galilei, Galileo, 1564~1642)는 여러 가지 운동을 연구하는 중에 '비례'라는 단어를 사용하여 일차함수의 개념을 표현하였다. 갈릴레이의 관찰에 의하면, '높이가 같고 기울기가 다른 경사면을 따라 어떤 물체가 내려올 때 걸리는 시간은 경사면의 길이에 비례한다.'는 것이다. 즉, 시간을 t, 경사면의 길이를 m이라고 할 때, $t=ma$(단, a는 상수)로 나타낼 수 있다. 이것이 일차함수의 표현의 근원이 되었다.

(김용운 · 김용국, "수학사대전")

4. 해석기하학

데카르트(Descartes, R., 1596~1650)와 페르마(Fermat, P., 1601~1665)가 정리한 해석기하학 개념은 기본적으로 평면에 있는 점과 실수의 순서쌍의 대응 관계를 만드는 것이다. 즉, 평면에 좌표 개념을 도입함으로써 평면 위의 그래프에 대해서 방정식 $f(x,\ y)=0$이 대응되고 역으로 각 방정식에 평면 위의 그래프가 대응된다. $f(x,\ y)=0$의 대수적 · 해석학적 성질과 그에 대응된 그래프의 기하학적 성질 사이에서도 비슷한 대응 관계가 성립한다. 그러므로 기하학의 정리를 증명하는 작업

은 대수학과 해석학에서 그에 대응하는 정리를 증명하는 작업으로 바뀌어 버린다. (하워드 이브스, "수학사")

(1) **평면에서의 직선의 방정식**

① 기울기가 m, y절편이 b인 직선의 방정식: $y=mx+b$

② 한 점 $(x_0,\ y_0)$을 지나며 기울기가 m인 직선의 방정식:

$y-y_0=m(x-x_0)$

③ 두 점 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$를 지나는 직선의 방정식:

$y-y_1=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$ (단, $x_1 \neq x_2$)

(2) **공간에서의 직선의 방정식**

① 공간에서 한 점 $(x_1,\ y_1,\ z_1)$을 지나고 벡터 $\vec{u}=(u_1,\ u_2,\ u_3)$에 평행한 직선의 방정식:

$\dfrac{x-x_1}{u_1}=\dfrac{y-y_1}{u_2}=\dfrac{z-z_1}{u_3}$ (단, $u_1 \neq 0,\ u_2 \neq 0,\ u_3 \neq 0$)

② 공간에서 두 점 $(x_1,\ y_1,\ z_1)$, $(x_2,\ y_2,\ z_2)$를 지나는 직선의 방정식: $\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{z-z_1}{z_2-z_1}$

(단, $x_1 \neq x_2,\ y_1 \neq y_2,\ z_1 \neq z_2$)

5. 여러 가지 함수

함수는 정의역, 대응 관계, 관계식의 구조 등에 의하여 여러 가지로 분류된다.

(1) **항등함수와 상수함수**

항등함수는 정의역의 어떤 값에 대하여도 자기 자신을 함숫값으로 하는 함수로 $f(x)=x$로 나타낼 수 있다.

상수함수는 정의역의 값에 관계없이 항상 같은 함숫값을 갖는 함수를 말한다.

(2) **대수함수**

x에 관한 식 $P_0(x)$, $P_1(x)$, $\cdots$, $P_n(x)$를 계수로 가지는 y의 n차방정식

$$P_0(x)y^n+P_1(x)y^{n-1}+\ \cdots\ +P_n(x)=0$$

에 의하여 정의되는 x의 함수 y를 대수함수라고 한다. 즉, 대수함수란 미지수에 대한 대수식(다항식, 유리식 또는 무리식)으로 이루어진 방정식으로 표현할 수 있는 함수이다.

특히, 변수 x와 상수 a에 대하여 덧셈, 뺄셈, 곱셈의 세 연산을 유한 번 시행한 꼴로 나타내는 대응 규칙

$$y=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ \cdots\ +a_{n-1}x+a_n$$

(단, $a_0 \neq 0$, a_1, a_2, $\cdots$, a_n은 상수)

으로 정해지는 함수를 다항함수라고 한다.

이외에도 초월함수, 전단사함수(일대일대응), 전사함수, 단사함수(일대일함수) 등이 있다.

단원의 수학자

• **데카르트**(Descartes, R., 1596~1650)

데카르트는 프랑스의 투렌 지방 라에의 지주 집안에서 태어났다.

1637년 데카르트는 자신의 발상 중 몇 가지를 보편 과학에 관한 철학 연구서 "방법 서설"에서 상세하게 설명했다. 이 책은 그 방법을 예시하는 세 개의 부록을 포함하고 있고, 그중 셋째 부록인 '기하학'이 바로 해석기하학에 관한 것이다. 데카르트는 이 부록에서 알파벳의 처음 글자들로 기지의 양을 나타내고 마지막 글자들로 미지의 양을 나타내는 현재의 관행을 확립시켰다. (허민, "수학자의 뒷모습 Ⅱ")

• **라이프니츠**(Leibniz, G. W., 1646~1716)

라이프니츠는 독일 라이프치히에서 윤리학 교수의 아들로 태어났다. 라이프니츠는 법학, 종교, 정치, 역사, 문학, 논리학 등 다방면에서 천재성을 보였다. 특히, 수학의 다양한 분야에서도 뛰어난 업적을 남겼는데 그가 처음 연구한 '보편학'의 개념은 불(Boole, G., 1815~1864)의 기호 논리학의 바탕이 되었고, 1684년 "학술기요"를 통해 발표한 논문에서 함수 개념을 바탕으로 미분법을 소개하였다.

(허민, "수학자의 뒷모습 Ⅱ")

3

단원의 지도 계획

단원	차시	교과서 쪽수	지도 내용	학습 요소
단원 도입 글 되짚어 보기 단원을 시작하며	❶	95~97	• 단원의 학습 안내 • 되짚어 보기 문제의 풀이 • 귀뚜라미야, 온도를 알려 줘!	
1 함수의 뜻	❷ ❸	98~102	• 함수 • 함숫값 • 일차함수	함수, 함숫값, 일차함수, $f(x)$, $y=f(x)$
2 일차함수의 그래프	❹ ❺ ❻	103~108	• 일차함수의 그래프 그리기	평행이동
3 일차함수의 그래프의 절편과 기울기	❼ ❽ ❾	109~115	• 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편 • 일차함수의 그래프의 기울기	x절편, y절편, 기울기
생각 생각 활동	❿	116	• 조건을 만족시키는 일차함수의 그래프의 기울기 정하기	
4 일차함수의 그래프의 성질	⓫ ⓬	117~120	• 일차함수의 그래프의 성질	
5 일차함수의 식 구하기	⓭ ⓮ ⓯	121~126	• 일차함수의 식 구하기 • 일차함수의 그래프의 성질을 활용하여 문제 해결하기	
6 일차함수와 일차방정식	⓰ ⓱ ⓲	127~132	• 일차함수의 그래프와 일차방정식 • 직선의 방정식	직선의 방정식
7 두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식	⓳ ⓴	133~137	• 두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식	
컴퓨터 & 수학	21	138	• 컴퓨터를 이용하여 두 직선의 교점 구하기	
스스로 마무리하기	22 23	139~141	• 단원의 핵심 내용 정리 • 단원 문제와 학습 평가	
함께하는 프로젝트	24	142	• 행복 점수 그래프	

4 학습 지도안 예시

단원명	Ⅳ. 일차함수와 그래프	교과서 쪽수	98~99
소단원명	1 함수의 뜻	차시	2/24
성취기준	함수의 개념을 이해한다.		

단계	학습 과정	교수·학습 활동	지도상의 유의점
도입 (5분)	▶성취기준 인지 ▶선수 학습 확인	• 성취기준을 인지한다. • 1학년 때 학습한 좌표평면과 변수, 정비례를 알고 있는지 확인 · 점검한다.	
전개 (35분)	▶소단원 도입 (대집단 학습) ▶탐구하기 (소집단 모둠 학습) ▶함수 (대집단 학습)	교과서 98~99쪽 ■ 소단원 도입 글 • 하루는 24시간이므로 낮의 길이와 밤의 길이의 합은 24시간으로 일정하다. 따라서 낮의 길이에 따라 밤의 길이가 정해짐을 알 수 있다. 이처럼 실생활의 경험과 연관 지어 이 단원의 학습에 흥미를 느낄 수 있도록 지도한다. 함수는 무엇인가요? ■ 탐구 학습 • 지면으로부터의 높이에 따라 기온을 구하는 활동을 통해 일정한 규칙이 성립함을 알도록 하고 이러한 관계를 무엇이라고 할지 생각해 볼 수 있게 한다. ■ 개념 설명 • 지면으로부터의 높이를 x km, 기온을 y ℃라고 할 때, x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지는 대응 관계가 함수임을 설명한다. • 예제 1 을 통해 두 변수 x, y에 대하여 y가 x의 함수인지 확인하기 위해 두 변수 x, y 사이의 대응 관계를 표로 나타내 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 오직 하나씩 대응하는지 알아보게 한다. • 문제 1 을 해결할 때는 두 변수 x, y에 대하여 y가 x의 함수인지 확인하기 위해 두 변수 x, y 사이의 대응 관계를 표로 나타내는 방법에 익숙해질 수 있도록 지도한다. • 생각 넓히기 우리 주변에서 함수 관계가 있는 두 양을 찾고, 두 양의 값 중 하나의 양의 값이 변함에 따라 다른 하나의 양이 하나씩 대응하는지 확인하게 한다.	• 정비례와 반비례를 포함한 대응 관계에 대하여 생각해 보도록 지도한다.
정리 및 예고 (5분)	▶학습 내용 정리 ▶차시 예고	• 함수 • 함숫값, 일차함수, 스스로 확인하기	

되짚어 보기

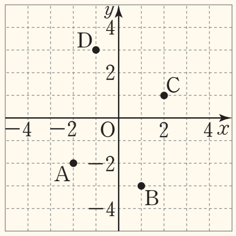
1 주안점 주어진 점을 좌표평면 위에 나타내고 제몇 사분면 위의 점인지 말할 수 있는지 확인한다.

|풀이| (1) 제3사분면

(2) 제4사분면

(3) 제1사분면

(4) 제2사분면



2 주안점 정비례의 뜻을 알고 있고 이를 식으로 나타낼 수 있는지 확인한다.

|풀이| (1) 두 변수 x, y 사이의 대응 관계는 다음 표와 같다.

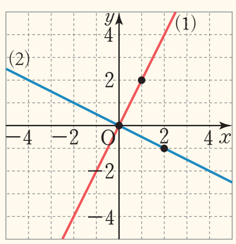
x	1	2	3	4	⋯
y	16	32	48	64	⋯

(2) 1분에 16장씩 인쇄되므로 x와 y 사이의 관계식은 $y=16x$이다.

3 주안점 정비례 그래프를 좌표평면 위에 나타낼 수 있는지 확인한다.

|풀이| (1) 원점과 점 $(1,\ 2)$를 지나는 직선이다.

(2) 원점과 점 $(2,\ -1)$을 지나는 직선이다.



4 주안점 연립방정식의 해를 구할 수 있는지 확인한다.

|풀이| (1) $\begin{cases} y=x+3 & \cdots\cdots ① \\ x+3y=1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①을 ②에 대입하면

$x+3(x+3)=1,\ x=-2$

$x=-2$를 ①에 대입하면

$y=-2+3=1$

따라서 구하는 해는 $x=-2$, $y=1$이다.

(2) $\begin{cases} x+y=5 & \cdots\cdots ① \\ 2x-y=-2 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①+②를 하면 $3x=3,\ x=1$

$x=1$을 ①에 대입하면 $1+y=5,\ y=4$

따라서 구하는 해는 $x=1$, $y=4$이다.

되짚어 보기

좌표평면 중1

▶ 좌표축이 정해져 있는 평면을 좌표평면이라고 한다.

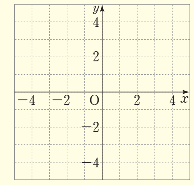
1 다음 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내고 제몇 사분면 위의 점인지 말하시오.

(1) $A(-2,\ -2)$

(2) $B(1,\ -3)$

(3) $C(2,\ 1)$

(4) $D(-1,\ 3)$



정비례 중1

▶ 변하는 두 양 x, y에 대하여 x의 값이 2배, 3배, 4배, ⋯로 변함에 따라 y의 값도 2배, 3배, 4배, ⋯로 변하는 관계가 있으면 x와 y는 정비례한다고 한다.

2 1분에 16장을 인쇄할 수 있는 프린터로 x분 동안 인쇄할 수 있는 종이의 수를 y장이라고 할 때, 물음에 답하시오.

(1) 표를 완성하시오.

x	1	2	3	4	⋯
y					⋯

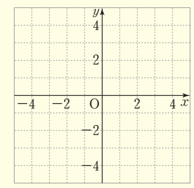
(2) x와 y 사이의 관계식을 구하시오.

$y=ax$(단, $a\neq0$)의 그래프 중1

3 다음 식의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $y=2x$

(2) $y=-\frac{1}{2}x$



연립일차방정식 중2

4 다음 연립방정식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} y=x+3 \\ x+3y=1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=-2 \end{cases}$

96 1차시

이전에 배운 내용의 이해도를 표시해 보세요.

플러스 문제

1 $y=ax$의 그래프가 두 점 $P(2,\ -8)$, $Q(-4,\ b)$를 지날 때, a, b의 값을 구하시오. (단, a는 상수)

2 x, y가 자연수일 때, 다음 일차방정식을 푸시오.

(1) $2x+y=6$ (2) $3x+y=12$

답 1 $a=-4$, $b=16$

2 (1) $(1,\ 4)$, $(2,\ 2)$ (2) $(1,\ 9)$, $(2,\ 6)$, $(3,\ 3)$

단원을 시작하며

귀뚜라미야, 온도를 알려 줘!

온도계가 없어도 온도를 알 수 있는 방법은 없을까?

귀뚜라미는 온도가 내려갈수록 활동성이 떨어져서 울음소리를 반복하는 횟수가 줄어든다.

실제로 귀뚜라미 울음소리는 온도가 높은 여름에는 크고 그 횟수가 늘어 시끄럽다가 차츰 온도가 내려가면서 작아지고 그 횟수가 줄어들어 가을 무렵이 되면 가장 듣기 좋아진다. 일정 온도 이하가 되면 귀뚜라미는 불필요한 열량을 소모하지 않기 위해 울음소리를 내지 않는다.

이러한 귀뚜라미의 습성을 관찰하여 1897년 미국의 과학자 돌베어(Dolbear, A. E., 1837~1910)는 귀뚜라미 울음소리 횟수를 이용하여 화씨온도(°F)를 계산하는 '돌베어 법칙'을 발견하였다.

돌베어 법칙을 섭씨온도에 해당하도록 바꾸면 25초 동안 울음소리를 반복한 횟수를 x, 섭씨온도를 y ℃라고 할 때, $y=\frac{1}{3}x+4$인 관계가 성립한다. (그레이엄 도널드, "세상을 측정하는 위대한 단위들")

이 단원에서는 귀뚜라미 울음소리의 횟수와 섭씨온도의 관계와 같은 현상을 통해 함수의 개념을 이해하고, 일차함수에 대하여 알아본다.

1차시 97

단원을 시작하며

[단원 도입의 목표]

귀뚜라미 울음소리의 횟수와 온도 사이에 일정한 규칙이 있음을 이해하게 하고, 이를 식으로 나타낼 수 있음을 인식하게 한다.

[단원 도입의 지도 방법]

- 귀뚜라미 울음소리의 횟수와 온도 사이의 관계를 살펴봄으로써 함수에 관심을 가질 수 있게 한다.
- 귀뚜라미 울음소리의 횟수와 온도, 산의 높이에 따른 기온의 변화와 같이 우리 주변에서 두 양 사이의 관계를 일차식으로 나타낼 수 있는 예를 통해 이 단원에 흥미를 느낄 수 있도록 지도한다.

단원 도입 예시 자료

실생활에서 찾을 수 있는 일차함수의 예를 통해 학생들이 학습의 필요성을 느낄 수 있도록 단원을 도입할 수 있다.

- **산의 높이와 기온 변화**

  산에서는 고도가 100 m 높아질 때마다 기온이 약 0.6 ℃가량씩 일정하게 낮아진다고 알려져 있다. 예를 들어 산 아래 지역이 해발 200 m이고 현재 기온이 20 ℃라면 해발 4200 m인 산꼭대기는 산 아래 지역보다 4 km가 높으므로 기온은 24 ℃가 더 낮은 -4 ℃가 된다.

- **섭씨온도와 화씨온도**

  1742년 스웨덴의 천문학자 셀시우스(Celsius, A., 1701~1744)가 물이 어는점을 0 ℃, 물이 끓는점을 100 ℃로 하는 섭씨온도를 고안했다. 즉, 섭씨 0 ℃는 화씨 32 °F이고, 섭씨 100 ℃는 화씨 212 °F이다. 그 사이에 있는 온도는 서로 비례 관계를 이루므로 섭씨온도를 C, 화씨온도를 F라고 하면 $F=\frac{9}{5}C+32$가 성립한다.

(육인선, "수학은 아름다워 2")

플러스 자료

화씨온도

화씨온도(Fahrenheit temperature)는 독일의 물리학자 파렌하이트(Fahrenheit, D. G., 1686~1736)의 이름을 딴 온도 단위이며, 기호로는 °F를 쓴다. 물이 어는 온도는 32 °F(0 ℃)이며, 물이 끓는 온도는 212 °F(100 ℃)이므로 이 사이의 온도는 180등분된다. 과거에는 영국과 미국의 영향으로 영어권의 여러 나라에서 널리 쓰였고, 이 때문에 'English Unit'이라고 표현하기도 한다. 그러나 현재 영국, 캐나다 등 대부분의 영어권 국가에서도 미터법을 채택하면서 섭씨온도로 바꾸었고, 미국을 비롯한 극소수의 국가에서만 여전히 공식적인 단위로 사용하고 있다. 화씨(華氏)란 이름은 독일 인명인 파렌하이트(Fahrenheit)의 중국 음역어 '화륜해(華倫海)'에서 유래한다. (위키백과, 2017년)

1 함수의 뜻

1 소단원 성취기준

[9수03-04] 함수의 개념을 이해한다.

[9수03-05] 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.

- 함수의 뜻을 알고, 함숫값을 구할 수 있다.
- 일차함수의 뜻을 알고, 다양한 상황을 일차함수의 식으로 나타낼 수 있다.

2 새로 나온 학습 요소

함수, 함숫값, 일차함수, $f(x)$, $y=f(x)$

3 지도상의 유의점

- 함수의 개념은 다양한 상황에서 한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계를 이용하여 도입한다.
- 함수의 개념을 지도할 때, 대응의 의미는 직관적인 수준에서 다루고 구체적인 실생활 예를 통하여 함수를 이해하도록 지도한다.
- 다양한 상황을 이용하여 일차함수의 의미를 다룬다.

소단원 도입 글 지도 방법

하지는 일 년 중 낮의 길이가 가장 길고 밤의 길이가 가장 짧은 날로 양력 6월 22일경이다. 서울 근교에서는 하지 때 평균적으로 낮의 길이가 약 14시간 35분인데 하지를 지나면서 낮의 길이가 점점 짧아져서 동지가 되면 낮의 길이가 일 년 중 가장 짧게 된다. 낮의 길이가 점점 짧아지면 밤의 길이가 점점 길어지는 관계로부터 변하는 두 양 사이의 관계를 나타내는 함수의 의미를 생각해 볼 수 있도록 지도한다.

(한국세시풍속사전, 2017년)

1 함수의 뜻

함수의 개념과 일차함수의 의미를 이해한다.

일 년 중 낮의 길이가 가장 긴 날인 하지를 지나면 낮의 길이가 점점 짧아지고 밤의 길이는 점점 길어진다.

탐구 학습

함수는 무엇인가요?

열기

지면에서 10 km까지는 높이가 1 km씩 높아질 때마다 기온이 6 ℃씩 일정하게 내려간다고 한다. 지면에서의 기온이 25 ℃일 때, 지면으로부터의 높이가 1 km, 2 km, 3 km, ⋯, 10 km로 높아짐에 따라 기온은 각각 몇 ℃가 되는지 말하여 보자.

다지기

지면으로부터의 높이에 따른 기온의 변화를 표로 나타내면 다음과 같다.

높이(km)	0	1	2	3	⋯	10
기온(℃)	25				⋯	

즉, 지면으로부터의 높이가 1 km, 2 km, 3 km, ⋯, 10 km로 높아짐에 따라 기온은 각각 ☐ ℃, ☐ ℃, ☐ ℃, ⋯, ☐ ℃가 된다.

키우기

지면으로부터의 높이에 따라 기온이 정해지는 관계를 무엇이라고 할까?

함수

탐구 학습에서 지면으로부터의 높이를 x km, 기온을 y ℃라고 할 때, x의 값이 변함에 따라 y의 값은 하나씩 정해진다.

x	0	1	2	3	⋯	10
y	25	19	13	7	⋯	−35

1 이처럼 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지는 대응 관계가 있을 때, y를 x의 **함수**라고 한다.

98 2차시

탐구 학습 지도 방법

열기

지면으로부터의 높이가 변함에 따라 기온이 각각 몇 ℃가 되는지 말하게 한다.

다지기

지면에서 1 km씩 높아질 때마다 기온이 6 ℃씩 일정하게 내려가므로 지면으로부터의 높이가 1 km, 2 km, 3 km, ⋯, 10 km로 높아짐에 따라 기온은 각각 19 ℃, 13 ℃, 7 ℃, ⋯, −35 ℃가 됨을 알게 한다.

답 19, 13, 7, −35

키우기

지면으로부터의 높이에 따라 기온이 정해지는 관계를 통해 함수의 의미를 직관적으로 생각해 볼 수 있도록 지도한다.

2

예제 1 다음 두 변수 x, y에 대하여 y가 x의 함수인지 말하시오.

(1) 넓이가 $24\ \mathrm{cm}^2$인 직사각형의 가로의 길이 x cm와 세로의 길이 y cm

(2) 자연수 x의 약수 y

풀이 (1) 두 변수 x, y 사이의 대응 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	2	3	4	…	24
y	24	12	8	6	…	1

위의 표에서 x의 값이 1, 2, 3, 4, …, 24로 변함에 따라 y의 값은 24, 12, 8, 6, …, 1과 같이 하나씩 정해지는 대응 관계가 있으므로 y는 x의 함수이다.

(2) 두 변수 x, y 사이의 대응 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	2	3	4	…
y	1	1, 2	1, 3	1, 2, 4	…

위의 표에서 x의 값 2에 대응하는 y의 값은 1, 2이다. 따라서 x의 값 하나에 y의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 y는 x의 함수가 아니다.

답 (1) 함수이다. (2) 함수가 아니다.

문제 1 다음 두 변수 x, y에 대하여 y가 x의 함수인지 말하시오.

(1) 한 자루에 700원 하는 연필을 x자루 살 때, 지불하는 금액 y원

(2) 넓이가 $10\ \mathrm{cm}^2$인 삼각형의 밑변의 길이 x cm와 높이 y cm

(3) 자연수 x보다 작은 홀수 y

생각 넓히기 의사소통

우리 주변에서 함수 관계가 있는 두 양을 찾고, 그것이 함수인 이유에 대하여 친구들에게 설명하여 보자.

2차시 99

생각 넓히기 의사소통

[지도 목표] 다양한 상황에서 함수인 예를 찾아 친구들에게 설명할 수 있게 한다.

[지도 방법] 우리 주변에서 찾아볼 수 있는 다양한 상황 중에서 두 양 사이의 관계가 함수인 것을 모둠별로 찾아보게 한다. 이때 두 양 사이에 함수 관계가 성립하기 위해서는 한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해져야 함을 확인하고 이를 친구들에게 효율적으로 설명할 수 있도록 지도한다.

[예시 답안]

- 한 개에 900원인 생수를 x개 샀을 때의 전체 가격 y원
- 평균 속력이 시속 100 km인 자동차가 x km를 주행할 때 걸린 시간 y

교과서 지도 방안

1 함수는 수가 아니라 변하는 두 변수 x, y 사이의 관계임에 유의하도록 지도한다. 또한, x의 값이 하나 정해지면 그에 따라 y의 값이 단 하나로 정해지는 대응 관계이므로 x와 y의 순서에 유의하도록 지도한다.

2 변수 x의 값에 y의 값이 하나씩 대응하지 않으면 함수가 아님에 유의하도록 지도한다.

문제 풀이

문제 1

주안점 함수의 뜻을 알고, 함수를 찾을 수 있게 한다.

|풀이| (1) 두 변수 x, y 사이의 대응 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	2	3	…
y	700	1400	2100	…

위의 표에서 x의 값이 1, 2, 3, …으로 변함에 따라 y의 값은 700, 1400, 2100, …과 같이 하나씩 정해지는 대응 관계가 있으므로 y는 x의 함수이다.

(2) 두 변수 x, y 사이의 대응 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	2	3	…	20
y	20	10	$\frac{20}{3}$	…	1

위의 표에서 x의 값이 1, 2, 3, …, 20으로 변함에 따라 y의 값은 20, 10, $\frac{20}{3}$, …, 1과 같이 하나씩 정해지는 대응 관계가 있으므로 y는 x의 함수이다.

(3) 두 변수 x, y 사이의 대응 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	2	3	4	…
y		1	1	1, 3	…

위의 표에서 x의 값 4에 대응하는 y의 값은 1, 3이다. 따라서 x의 값 하나에 y의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 y는 x의 함수가 아니다.

교과서 지도 방안

1 $y=f(x)$에서 $f(x)$는 $y=5x$, $y=\frac{2}{x}$, $y=4-x$, $\cdots$에서 우변을 일반적으로 나타낸 것임을 인식하게 한다.

2 y가 x의 함수일 때, $y=f(x)$라고 표현하는 것은 x, y 사이의 관계식을 나타낸 것이다. 함숫값은 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 정해질 때의 값이 $f(x)$임을 강조하여 지도한다.

3 **오개념 바로잡기 |** y가 x에 대한 일차함수가 되기 위해서는 $y=ax+b$에서 x의 계수 a가 0이 아니어야 함을 생각하지 못하는 경우가 있다. 일차함수의 뜻을 명확히 이해하게 하여 일차함수가 되기 위해서는 $b=0$이어도 되지만 반드시 $a\neq0$이어야 함을 강조하여 지도한다.

4 **개념 확인 |** $y=f(x)$에서 $f(x)$가 $\frac{1}{x}$, x^2+3과 같이 x에 대한 일차식이 아닌 구체적인 예를 통해 일차함수의 의미를 분명히 이해하게 한다. 또한, $y=\frac{1}{2}x$와 $y=0.3x+1$을 x의 계수가 분수이거나 소수이기 때문에 일차함수가 아닌 예라고 생각할 수 있으므로 이 경우도 일차함수가 됨을 추가로 설명할 수 있다.

함숫값은 무엇인가요?

함숫값

식 $y=5x$, $y=\frac{2}{x}$(단, $x\neq0$), $y=4-x$, $\cdots$는 x의 값이 정해짐에 따라 y의 값이 하나씩 정해지는 함수이다. 이처럼 y가 x의 함수일 때, 이것을 기호로

1 $$y=f(x)$$

와 같이 나타낸다.

2 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 정해지면 그에 따라 정해지는 y의 값, 즉 $f(x)$를 x의 **함숫값**이라고 한다.

예를 들어 y가 x의 함수이고 $y=4-x$인 관계가 있을 때, 이 함수를 $f(x)=4-x$와 같이 나타낼 수 있다. 또, $f(x)=4-x$에서 $x=3$일 때의 함숫값은

$$f(3)=4-3=1$$

이다.

$y=4-x$ $y=f(x)$
$f(x)=4-x$

| 함숫값 이해하기

예제 2 한 개의 무게가 250 g인 사과 x개의 무게를 y g이라고 하면 y는 x의 함수이다. 이 함수를 $y=f(x)$라고 할 때, 다음을 구하시오.

(1) $f(x)$

(2) $x=3$일 때의 함숫값

풀이 (1) 사과 한 개의 무게가 250 g이므로 사과 x개의 무게는 $250x$ g이다.
따라서 $f(x)=250x$

(2) $f(x)=250x$에서 x에 3을 대입하면
$f(3)=250\times3=750$

답 (1) $f(x)=250x$ (2) 750

문제 2 정가가 x원인 물건의 10 % 할인된 가격을 y원이라고 하면 y는 x의 함수이다. 이 함수를 $y=f(x)$라고 할 때, 다음을 구하시오.

(1) $f(x)$

(2) $x=4000$일 때의 함숫값

100 3차시

플러스 자료

함수 기호

x를 독립변수로 하는 함수를 나타낼 때는 흔히 기호 $f(x)$를 사용한다. 이 기호는 스위스의 수학자 오일러(Euler, L., 1707~1783)가 1734년에 처음으로 사용하였다. f는 함수를 의미하는 라틴어 funciones(영어 function)의 첫 글자인 것으로 보인다. 함수의 기호가 정착되기 전까지는 다양한 기호가 사용되었는데 요한 베르누이(Bernoulli, John, 1667~1748)는 η 또는 ξ(그리스 알파벳의 하나)를 사용하였고, 야곱 베르누이(Bernoulli, J., 1654~1705)는 문자 p와 q를 사용하였다. 클레로(Clairaut, A. C., 1713~1765)는 괄호가 없는 Πx, Φx 또는 Δx를 사용하였다. (박교식, "수학기호 다시보기")

문제 풀이

문제 2

주안점 함수를 $y=f(x)$로 나타낼 수 있고, $f(x)$에 x의 값을 대입하여 함숫값을 구할 수 있게 한다.

| 풀이 | (1) 정가가 x원인 물건의 10 % 할인된 가격은 $0.9x$원이다.
따라서 $f(x)=0.9x$이다.

(2) $f(x)=0.9x$에서 x에 4000을 대입하면
$f(4000)=0.9\times4000=3600$이다.

문제 3

주안점 일차함수의 뜻을 알고, 일차함수를 찾을 수 있게 한다.

| 풀이 | $y=f(x)$에서 $f(x)$가 x에 대한 일차식인 것은 (1)과 (3)이므로 일차함수는 (1)과 (3)이다.

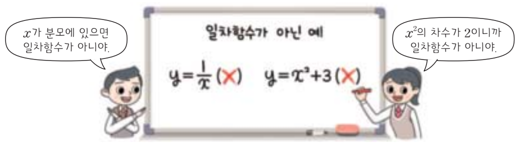
∷ 일차함수는 무엇인가요?

일차함수 일반적으로 함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 대한 일차식

③ $y=ax+b$ (단, a, b는 상수, $a\neq 0$)

로 나타날 때, 이 함수를 x에 대한 **일차함수**라고 한다.

④ 개념 확인



문제 3 다음 중에서 일차함수를 모두 찾으시오.

(1) $y=-2x-3$ (2) $y=\frac{2}{x}$ (3) $y=\frac{3}{4}x$ (4) $y=2x^2$

| 일차함수 이해하기

예제 ③ 속력이 분속 3 km인 기차를 타고 170 km 떨어진 지점까지 가려고 한다. 기차가 출발한 지 x분 후에 도착지까지 남은 거리를 y km라고 할 때, 물음에 답하시오.

(1) y를 x의 식으로 나타내시오.

(2) y는 x에 대한 일차함수인지 말하시오.

풀이 (1) 기차가 x분 동안 이동한 거리는 $3x$ km이므로 y를 x의 식으로 나타내면 $y=170-3x$이다.

(2) $170-3x$는 x에 대한 일차식이므로 $y=170-3x$는 x에 대한 일차함수이다.

답 (1) $y=170-3x$ (2) 일차함수이다.

문제 4 한 장의 가격이 15000원인 티셔츠 x장을 단체로 구입할 때, 배송비 3000원을 포함하여 구입한 금액을 y원이라고 하자. 물음에 답하시오.

(1) y를 x의 식으로 나타내시오.

(2) y는 x에 대한 일차함수인지 말하시오.

3차시 101

문제 4

주안점 x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내 일차함수임을 설명할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 티셔츠 x장의 가격은 $15000x$원이고, 배송비가 3000원이므로 티셔츠 x장을 구입할 때의 금액은 $(15000x+3000)$원이다.

따라서 y를 x의 식으로 나타내면

$$y=15000x+3000$$

(2) $15000x+3000$은 x에 대한 일차식이므로 $y=15000x+3000$은 x에 대한 일차함수이다.

수준별 지도 자료

■ **일차함수를 식으로 나타내기**

하 수준) 주어진 상황의 두 변량 x, y에 대하여 y가 x에 대한 일차함수인지 알아보기 위하여 예제 3과 같이 두 변량 사이의 관계를 식으로 나타낼 때, 다음과 같이 구체적인 값을 대입하여 규칙을 발견할 수 있도록 지도한다.

기차가 1분 동안 이동한 거리는 (3×1) km

기차가 2분 동안 이동한 거리는 (3×2) km

기차가 3분 동안 이동한 거리는 (3×3) km

⋮

기차가 x분 동안 이동한 거리는 $(3\times x)$ km

따라서 기차가 출발한 지 x분 후에 도착지까지 남은 거리 y km에 대하여 y를 x의 식으로 나타내면 $y=170-3x$이다.

플러스 문제

문제 4 유사

다음에서 y를 x의 식으로 나타내고 y가 x에 대한 일차함수인지 말하시오.

(1) 기본요금이 11000원이고 분당 통화료가 120원인 전화를 x분 사용하였을 때의 전화 요금 y원

(2) 2 L들이 생수통에서 한 잔이 200 mL인 컵으로 x잔을 덜어서 마신 후 남은 생수의 양 y mL

(3) 넓이가 6 cm^2인 삼각형의 밑변의 길이가 x cm일 때의 높이 y cm

|풀이| (1) $y=120x+11000$이고 $120x+11000$은 x에 대한 일차식이므로 y는 x에 대한 일차함수이다.

(2) $y=-200x+2000$이고 $-200x+2000$은 x에 대한 일차식이므로 y는 x에 대한 일차함수이다.

(3) $6=\frac{xy}{2}$, $y=\frac{12}{x}$이고 $\frac{12}{x}$는 x에 대한 일차식이 아니므로 y는 x에 대한 일차함수가 아니다.

스스로 확인하기

1 해석하기 | 하 중 상

주안점 함수의 뜻을 알고, 함수를 찾을 수 있게 한다.

|풀이| (1) 두 변수 x, y 사이의 대응 관계를 표로 나타내면 다음과 같이 x의 값 하나에 y의 값이 하나씩만 대응하므로 y는 x의 함수이다.

x	1	2	3	4	…
y	1	2	2	3	…

(2) 절댓값이 1인 수는 1 또는 -1이다.
즉, x의 값 하나에 y의 값이 하나씩 대응하지 않는 경우가 있으므로 y는 x의 함수가 아니다.

(3) 두 변수 x, y 사이의 대응 관계를 표로 나타내면 다음과 같이 x의 값 하나에 y의 값이 하나씩만 대응하므로 y는 x의 함수이다.

x	1	2	3	4	…
y	3	6	9	12	…

따라서 함수인 것은 (1), (3)이다.

2 이해하기 | 하 중 상

주안점 $f(x)$에 x의 값을 대입하여 함숫값을 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $f(-1)=-2\times(-1)=2$

(2) $f(-1)=\dfrac{11}{-1}=-11$

(3) $f(-1)=5\times(-1)-3=-5-3=-8$

3 이해하기 | 하 중 상

주안점 일차함수의 뜻을 알고, 일차함수를 찾을 수 있게 한다.

|풀이| $y=f(x)$에서 $f(x)$가 x에 대한 일차식인 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

4 표현하기 | 하 중 상

주안점 주어진 상황에서 x, y 사이의 관계를 식으로 나타내고 y가 x에 대한 일차함수인지 알게 한다.

|풀이| (1) $y=\pi\times x^2=\pi x^2$이므로 일차함수가 아니다.

(2) $y=2\times x+2\times5=2x+10$이므로 일차함수이다.

(3) $y=x+15$이므로 일차함수이다.

따라서 일차함수인 것은 (2), (3)이다.

스스로 확인하기

정답 및 풀이 269쪽

1
다음 두 변수 x, y에 대하여 y가 x의 함수인 것을 모두 찾으시오.
(1) 자연수 x의 약수의 개수 y
(2) 절댓값이 x인 수 y
(3) 한 변의 길이가 x cm인 정삼각형의 둘레의 길이 y cm

2
다음과 같은 함수 $y=f(x)$에서 $f(-1)$을 구하시오.
(1) $f(x)=-2x$
(2) $f(x)=\dfrac{11}{x}$
(3) $f(x)=5x-3$

3
다음 보기 중에서 일차함수인 것을 모두 찾으시오.

보기
ㄱ. $y=\dfrac{3x+2}{5}$ ㄴ. $y=-\dfrac{2}{x}$
ㄷ. $y=x-y+6$ ㄹ. $y=21-3x$

4
다음에서 y를 x의 식으로 나타내고, 일차함수인 것을 모두 찾으시오.
(1) 반지름의 길이가 x cm인 원의 넓이 y cm^2
(2) 가로의 길이가 x cm, 세로의 길이가 5 cm인 직사각형의 둘레의 길이 y cm
(3) 올해 15살인 학생의 x년 후의 나이 y살

5
일차함수 $f(x)=-2x+a$에서 $f(1)=2$일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

6 창의•융합
교내 환경 동아리에서 활동하는 미라는 종이컵을 재활용하기 위해 원기둥 모양의 수거함을 만들려고 한다. 높이가 7 cm인 종이컵을 한 개 더 쌓으면 그 높이가 0.5 cm씩 높아진다고 할 때, 종이컵 x개를 쌓은 높이를 y cm라고 하자. y가 x의 함수일 때, 이 함수 $y=f(x)$에서 다음을 구하시오.
(1) $f(x)$
(2) $x=100$일 때의 함숫값

수업 보충 자료
기초력 향상 문제 ⇨ 296쪽
소단원 평가 ⇨ 306쪽

102 3차시

이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

5 이해하기 | 하 중 상

주안점 함숫값을 이용하여 a의 값을 구할 수 있게 한다.

|풀이| $f(1)=2$이므로 $f(x)=-2x+a$에서 x에 1을 대입하면
$f(1)=-2\times1+a=2$, $-2+a=2$
따라서 $a=4$이다.

6 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 종이컵의 개수에 따른 높이를 관찰하여 x, y 사이의 관계를 식으로 나타내고, 함숫값을 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 종이컵을 한 개 더 쌓을 때마다 그 높이가 0.5 cm씩 높아지므로 x, y 사이의 대응 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	2	3	4	5	…
y	7	7.5	8	8.5	9	…

따라서 y를 x의 식으로 나타내면 $y=0.5x+6.5$인 일차함수가 된다.
$f(x)=0.5x+6.5$

(2) $f(100)=0.5\times100+6.5=56.5$

2 일차함수의 그래프

일차함수의 그래프를 그릴 수 있다.

오른쪽 창살에서 빨간 꽃 모양 장식은 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 평행하게 이동하면 서로 포개어진다.

탐구 학습

일차함수의 그래프는 어떻게 그리나요?

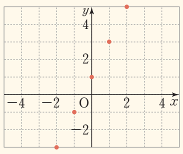
열기 일차함수 $y=2x+1$에 대하여 오른쪽 표를 완성하고, 표에서 x의 값을 x좌표, y의 값을 y좌표로 하는 순서쌍 $(x,\ y)$를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내 보자.

x	-2	-1	0	1	2
y					

다지기 표를 완성하면 다음과 같다.

x	-2	-1	0	1	2
y	-3	-1			

이때 표에서 얻어지는 순서쌍 $(x,\ y)$를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



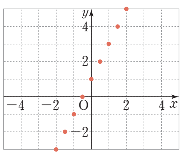
키우기 x의 값의 범위가 수 전체이면 어떤 그래프가 그려질까?

일차함수의 그래프 그리기 (1)

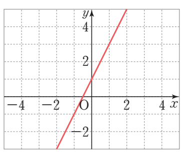
$y=ax+b$(단, $a\neq0$)에서 x의 값이 정해져 있지 않을 때에는 x의 값의 범위가 수 전체일 때로 생각한다.

$y=2x+1$에서 x의 값의 간격을 점점 작게 하여 얻어지는 순서쌍들을 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 1〉과 같이 직선에 가까운 형태가 된다. 이를 x의 값의 범위가 수 전체일 때까지 계속하면 〈그림 2〉와 같은 직선이 된다.

이 직선이 일차함수 $y=2x+1$의 그래프이다.



〈그림 1〉



〈그림 2〉

4차시 103

탐구 학습 지도 방법

열기

x의 값이 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$일 때 y의 값을 각각 구하여 표를 완성하고 순서쌍 $(x,\ y)$를 좌표평면 위에 나타낼 수 있게 한다.

다지기

x의 값 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$를 각각 $y=2x+1$에 대입하여 표를 완성하고, 표에서 얻은 순서쌍 $(x,\ y)$를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내게 한다.

답 $1,\ 3,\ 5$

키우기

x의 값이 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$일 때 나타낸 $y=2x+1$의 그래프를 통해 x의 값의 범위가 수 전체가 되면 $y=2x+1$의 그래프가 어떻게 그려질지 직관적으로 추측할 수 있도록 지도한다.

2 일차함수의 그래프

1 소단원 성취기준

[9수03-05] 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.

- 일차함수의 그래프를 좌표평면 위에 나타낼 수 있다.
- 일차함수의 그래프가 지나는 서로 다른 두 점을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있다.
- 평행이동의 뜻을 알고, 이를 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있다.

2 새로 나온 학습 요소

평행이동

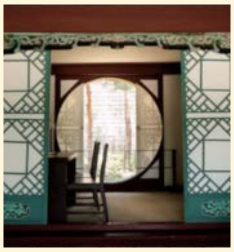
3 지도상의 유의점

- 일차함수의 그래프를 그릴 때에는 공학적 도구를 이용할 수 있게 한다.
- '일차함수의 그래프' 용어는 교수 · 학습 상황에서 사용할 수 있다.
- x의 값의 범위가 수 전체일 때, 일차함수의 그래프가 직선이 됨을 직관적으로 이해하게 한다.

소단원 도입 글 지도 방법

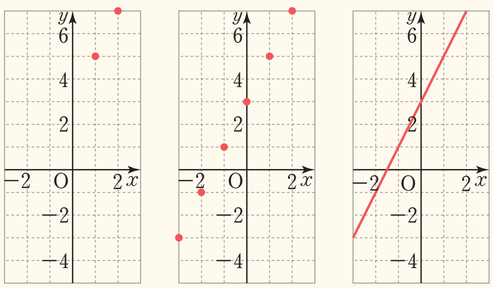
전통 한옥의 창살에 있는 어떤 모양들은 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 평행하게 이동하면 서로 포개어지는데, 이는 실용적인 건축물에 예술적인 아름다움을 더해 준다. 한편, 한옥의 지붕에서도 어떤 기와를 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 평행하게 이동하면 다른 기와와 포개어진다.

이처럼 우리 주변의 건축물에는 어떤 모양을 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 평행하게 이동하면 다른 모양과 포개어지는 경우가 있는데, 이를 통해 이 단원에서 배울 내용에 대해 흥미를 가질 수 있도록 지도한다.



교과서 지도 방안

1 일차함수의 그래프는 x의 값의 범위가 수 전체인 경우에만 직선으로 나타남을 알게 한다. 예를 들어 다음과 같이 x의 값의 범위가 자연수, 정수, 수 전체일 때 일차함수 $y=2x+3$의 그래프를 각각 나타내면 일차함수의 그래프는 x의 값의 범위에 따라 모양이 달라질 수 있음을 알게 한다.



2 일차함수의 그래프는 직선이므로 '두 점을 지나는 직선은 하나뿐이다.'라는 사실을 이용하면 일차함수의 그래프를 그릴 때 그래프가 지나는 여러 점을 찾을 필요가 없이 서로 다른 두 점을 찾아 그 그래프를 그릴 수 있음을 강조하여 지도한다.

3 일차함수의 그래프 위에 있는 어떤 두 점을 이용하여 그래프를 그려도 그 결과가 같으므로 $x=0$, $x=1$과 같이 계산이 간단해지는 정수를 대입하여 두 점의 좌표를 찾게 한다.

1 일반적으로 x의 값의 범위가 수 전체일 때, 일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 직선으로 나타난다.

| 일차함수의 그래프 그리기

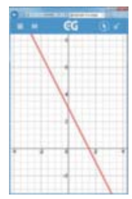
예제 1 일차함수 $y=-2x+3$에서 x, y 사이의 관계를 표로 나타낸 것이다. 물음에 답하시오.

x	⋯	-2	⋯	-1	⋯	0	⋯	1	⋯	2	⋯
y	⋯	7	⋯		⋯		⋯		⋯		⋯

(1) 표를 완성하시오.

(2) (1)의 표를 이용하여 $y=-2x+3$의 그래프를 그리시오.

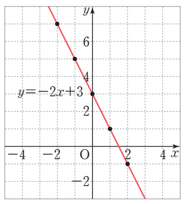
컴퓨터 프로그램을 이용하면 일차함수 $y=-2x+3$의 그래프를 다음과 같이 그릴 수 있다.



풀이 (1) 일차함수 $y=-2x+3$에서 x, y 사이의 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	⋯	-2	⋯	-1	⋯	0	⋯	1	⋯	2	⋯
y	⋯	7	⋯	5	⋯	3	⋯	1	⋯	-1	⋯

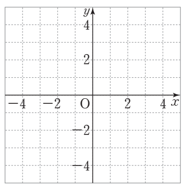
(2) 위의 표에서 얻어지는 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림의 점들이 된다.
따라서 x의 값의 범위가 수 전체일 때, $y=-2x+3$의 그래프는 이 점들을 모두 지나는 직선이다.



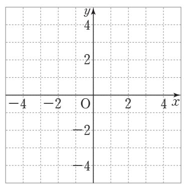
답 풀이 참조

문제 1 다음 일차함수의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $y=-x+1$



(2) $y=3x-2$



104 4차시

문제 풀이

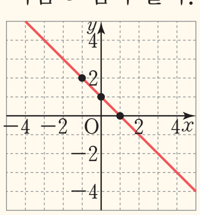
문제 1

주안점 x의 값에 대응하는 y의 값을 구한 후 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

|풀이| (1) 일차함수 $y=-x+1$에서 x의 값에 대응하는 y의 값을 구하면 다음 표와 같다.

x	⋯	-1	⋯	0	⋯	1	⋯
y	⋯	2	⋯	1	⋯	0	⋯

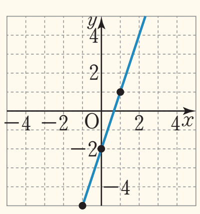
따라서 그래프는 다음 그림과 같다.



(2) 일차함수 $y=3x-2$에서 x의 값에 대응하는 y의 값을 구하면 다음 표와 같다.

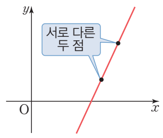
x	⋯	-1	⋯	0	⋯	1	⋯
y	⋯	-5	⋯	-2	⋯	1	⋯

따라서 그래프는 다음 그림과 같다.



일차함수의 그래프 그리기 (2)

❷ 일차함수의 그래프는 직선이고, 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 오직 하나뿐이므로 일차함수 $y=ax+b$의 그래프 위의 서로 다른 두 점을 알면 그 그래프를 그릴 수 있다.



❸ | 두 점을 이용하여 일차함수의 그래프 그리기

예제 2 일차함수 $y=-2x+1$의 그래프가 지나는 두 점을 이용하여 그 그래프를 그리시오.

➋ 일차함수 $y=-2x+1$의 그래프 위의 두 점 $(0,\ 1)$, $(1,\ -1)$ 이외의 다른 두 점 $(-1,\ 3)$, $(2,\ -3)$을 찾아서 그려도 같은 그래프가 그려진다.

풀이 일차함수 $y=-2x+1$에서

$x=0$일 때

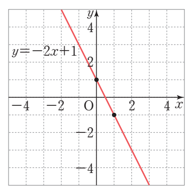
$y=-2\times0+1=1$,

$x=1$일 때

$y=-2\times1+1=-1$

이므로 이 일차함수의 그래프는 두 점 $(0,\ 1)$, $(1,\ -1)$을 지난다.

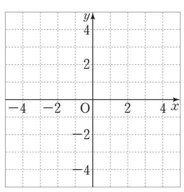
따라서 일차함수 $y=-2x+1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 두 점 $(0,\ 1)$, $(1,\ -1)$을 지나는 직선이다.



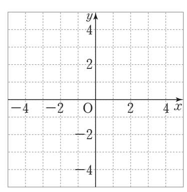
답 풀이 참조

문제 2 다음 일차함수의 그래프가 지나는 두 점을 이용하여 그 그래프를 아래 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $y=x+2$



(2) $y=-\frac{2}{3}x+1$

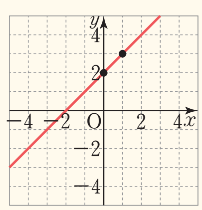


5차시 105

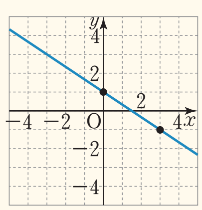
문제 2

주안점 일차함수의 그래프가 지나는 서로 다른 두 점을 찾아 그래프를 그릴 수 있게 한다.

|풀이| (1) $x=0$일 때 $y=2$, $x=1$일 때 $y=3$이므로 일차함수 $y=x+2$의 그래프는 두 점 $(0,\ 2)$, $(1,\ 3)$을 지나는 직선이다.
따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



(2) $x=0$일 때 $y=1$, $x=3$일 때 $y=-1$이므로 일차함수 $y=-\frac{2}{3}x+1$의 그래프는 두 점 $(0,\ 1)$, $(3,\ -1)$을 지나는 직선이다.
따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



수준별 지도 자료

■ 조건을 만족시키는 직선 그리기

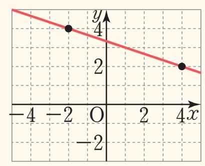
하 수준 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 오직 하나뿐이므로 이를 통해 일차함수의 그래프를 손쉽게 그릴 수 있다는 점을 다음과 같이 구체적인 활동을 제시하여 이해하도록 지도한다.

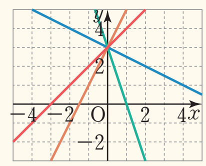
예 다음 〈조건 1〉과 〈조건 2〉를 만족시키는 직선을 좌표평면 위에 그리고 다른 친구들이 그린 직선과 같은지 비교하여 보자.

〈조건 1〉 두 점 $(-2,\ 4)$, $(4,\ 2)$를 지나는 직선

〈조건 2〉 한 점 $(0,\ 3)$을 지나는 직선

다음과 같이 〈조건 1〉을 만족시키는 직선은 한 개뿐이지만 〈조건 2〉를 만족시키는 직선은 무수히 많다.





플러스 문제

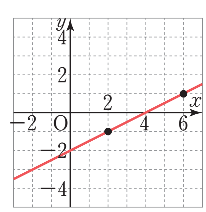
문제 2 심화

일차함수 $y=f(x)$에서 $f(x)=\frac{1}{2}x-2$일 때, $f(2)=a$, $f(b)=1$이다. 이때 두 점 $(2,\ a)$, $(b,\ 1)$을 이용하여 좌표평면 위에 이 일차함수의 그래프를 그리시오.

|풀이| $f(2)=\frac{1}{2}\times2-2=-1$에서 $a=-1$

$f(b)=\frac{1}{2}\times b-2=1$에서 $b=6$

따라서 일차함수 $f(x)=\frac{1}{2}x-2$의 그래프는 두 점 $(2,\ -1)$, $(6,\ 1)$을 지나는 직선이므로 다음 그림과 같다.



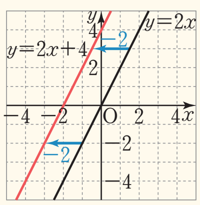
교과서 지도 방안

❶ 일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 $b>0$이면 $y=ax$의 그래프를 y축의 양의 방향으로 b만큼 평행이동한 직선이 되고, $b<0$이면 $y=ax$의 그래프를 y축의 음의 방향으로 절댓값 b만큼 평행이동한 직선이 됨을 직관적으로 알게 한다. 즉, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것은 y축의 음의 방향으로 3만큼 평행이동한 것과 같다는 것을 알도록 지도한다.

수준별 지도 자료

■ 평행이동을 이용한 일차함수의 그래프

상 수준 일차함수 $y=2x+4$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다. 그런데 다음의 두 그래프를 비교하면 $y=2x+4$의 그래프는 $y=2x$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것으로 생각할 수 있음을 소개한다.



일차함수의 그래프 그리기 (3)

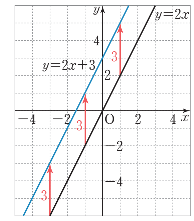
두 일차함수 $y=2x$와 $y=2x+3$의 그래프 사이의 관계를 알아보자.

두 일차함수 $y=2x$, $y=2x+3$에 대하여 x의 값에 대응하는 y의 값을 각각 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	⋯	-2	⋯	-1	⋯	0	⋯	1	⋯	2	⋯
$2x$	⋯	-4	⋯	-2	⋯	0	⋯	2	⋯	4	⋯
$2x+3$	⋯	-1	⋯	1	⋯	3	⋯	5	⋯	7	⋯

이전에 배운 내용
$y=ax$(단, $a\neq0$)의 그래프는 항상 원점을 지난다.

위의 표에서 두 일차함수 $y=2x$와 $y=2x+3$에 대하여 x의 값에 대응하는 $2x+3$의 값은 $2x$의 값보다 항상 3만큼 크다. 따라서 일차함수 $y=2x+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행하게 이동한 것과 같다.

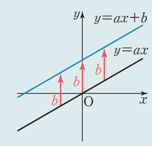


이처럼 한 도형을 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 옮기는 것을 **평행이동**이라고 한다.

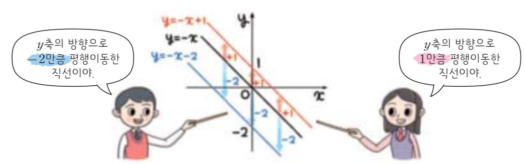
일반적으로 두 일차함수 $y=ax$와 $y=ax+b$의 그래프 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

❶ **일차함수 $y=ax+b$의 그래프**

일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 직선이다.



개념 확인



106 5차시

플러스 문제

문제 3 심화

일차함수 $y=\frac{a}{2}x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 7만큼 평행이동한 직선이 점 $(1,\ 6)$을 지날 때, 상수 a의 값을 구하시오.

|풀이| 일차함수 $y=\frac{a}{2}x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 7만큼 평행이동한 직선은 일차함수 $y=\frac{a}{2}x+8$의 그래프이다.

그런데 이 일차함수의 그래프가 점 $(1,\ 6)$을 지나므로 $6=\frac{a}{2}\times1+8$

따라서 $a=-4$이다.

문제 풀이

문제 3

주안점 일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 것임을 알게 한다.

|풀이| (1) 일차함수 $y=\frac{1}{3}x+2$의 그래프는 일차함수 $y=\frac{1}{3}x$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 직선이다.

(2) 일차함수 $y=\frac{1}{3}x-4$의 그래프는 일차함수 $y=\frac{1}{3}x$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 직선이다.

(3) 일차함수 $y=-1+\frac{1}{3}x$의 그래프는 일차함수 $y=\frac{1}{3}x$의 그래프를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 직선이다.

(4) 일차함수 $y=5+\frac{1}{3}x$의 그래프는 일차함수 $y=\frac{1}{3}x$의 그래프를 y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 직선이다.

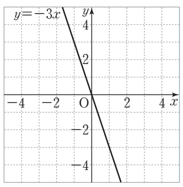
문제 3 다음 일차함수의 그래프는 일차함수 $y=\frac{1}{3}x$의 그래프를 y축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하시오.

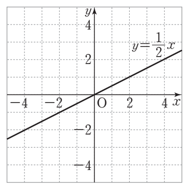
(1) $y=\frac{1}{3}x+2$　　(2) $y=\frac{1}{3}x-4$

(3) $y=-1+\frac{1}{3}x$　　(4) $y=5+\frac{1}{3}x$

문제 4 아래 그림은 두 일차함수 $y=-3x$와 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프이다. 이 그래프를 이용하여 다음 일차함수의 그래프를 좌표평면 위에 각각 그리시오.

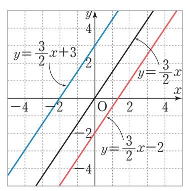
(1) $y=-3x+4$　　(2) $y=\frac{1}{2}x-3$





생각 넓히기 추론

오른쪽 그림은 일차함수 $y=\frac{3}{2}x+3$, $y=\frac{3}{2}x$, $y=\frac{3}{2}x-2$의 그래프를 좌표평면 위에 각각 나타낸 것이다. 물음에 답하여 보자.



(1) $y=\frac{3}{2}x+3$의 그래프는 $y=\frac{3}{2}x$의 그래프를 y축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 말하여 보자.

(2) $y=\frac{3}{2}x$의 그래프는 $y=\frac{3}{2}x-2$의 그래프를 y축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 말하여 보자.

(3) $y=\frac{3}{2}x+3$의 그래프는 $y=\frac{3}{2}x-2$의 그래프를 y축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 말하여 보자.

6차시 107

생각 넓히기 추론

[지도 목표] 일차함수의 그래프를 평행이동을 이용하여 그리는 방법을 설명해 보게 한다.

[지도 방법] 두 일차함수 $y=\frac{3}{2}x+3$, $y=\frac{3}{2}x-2$의 그래프는 모두 일차함수 $y=\frac{3}{2}x$의 그래프를 평행이동한 것임을 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

[예시 답안] (1) 일차함수 $y=\frac{3}{2}x+3$의 그래프는 일차함수 $y=\frac{3}{2}x$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

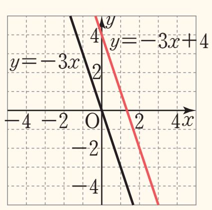
(2) 일차함수 $y=\frac{3}{2}x$의 그래프는 일차함수 $y=\frac{3}{2}x-2$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

(3) 일차함수 $y=\frac{3}{2}x+3$의 그래프는 일차함수 $y=\frac{3}{2}x-2$의 그래프를 y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이다.

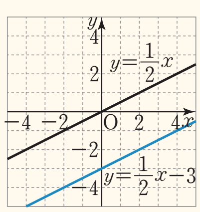
문제 4

주안점 평행이동을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

|풀이| (1) 일차함수 $y=-3x+4$의 그래프는 일차함수 $y=-3x$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 직선이다.
따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



(2) 일차함수 $y=\frac{1}{2}x-3$의 그래프는 일차함수 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 직선이다.
따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



플러스 자료

평행이동

(1) 점의 평행이동

좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}(x, y)$를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 점을 $\mathrm{P}'(x', y')$이라고 하면 $x'=x+p$, $y'=y+q$인 관계가 성립한다.

(2) 도형의 평행이동

좌표평면 위의 도형 F가 방정식 $f(x, y)=0$을 만족할 때, 도형 F를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 도형을 F'이라고 하자. 도형 F 위의 점 $\mathrm{P}(x, y)$와 이 점을 평행이동한 점 $\mathrm{P}'(x', y')$ 사이에는 $x'=x+p$, $y'=y+q$인 관계가 성립하므로 $x=x'-p$, $y=y'-q$이다.
즉, $f(x'-p, y'-q)=0$이 도형 F' 위의 점에 대한 방정식이다.

스스로 확인하기

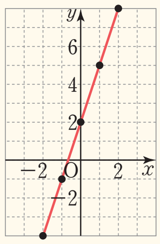
1 그래프 그리기 | 하 중 상

주안점 x, y 사이의 관계를 나타낸 표를 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

|풀이| (1) 표를 완성하면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
y	$\cdots$	-4	$\cdots$	-1	$\cdots$	2	$\cdots$	5	$\cdots$	8	$\cdots$

(2) 위의 표에서 얻어지는 순서쌍 $(x,\ y)$를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내 이 점들을 모두 이으면 오른쪽 그림과 같다.



2 그래프 그리기 | 하 중 상

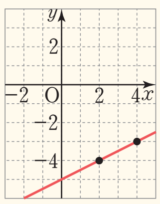
주안점 그래프가 지나는 두 점을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

|풀이| 일차함수 $y=\frac{1}{2}x-5$에서

$x=2$일 때 $y=-4$,

$x=4$일 때 $y=-3$

이므로 일차함수 $y=\frac{1}{2}x-5$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



3 표현하기 | 하 중 상

주안점 평행이동의 의미를 알게 한다.

|풀이| (1) $y=-3x$의 그래프를 y축의 방향으로 5만큼 평행이동하면 $y=-3x+5$의 그래프가 된다.

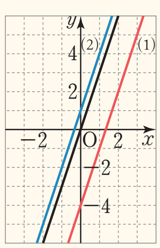
(2) $y=\frac{1}{5}x$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동하면 $y=\frac{1}{5}x-3$의 그래프가 된다.

4 그래프 그리기 | 하 중 상

주안점 평행이동을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

|풀이| (1) $y=3x-4$의 그래프는 $y=3x$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 직선이다.

(2) $y=3x+1$의 그래프는 $y=3x$의 그래프를 y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 직선이다.



따라서 일차함수 (1), (2)의 그래프는 위의 그림과 같다.

스스로 확인하기

정답 및 풀이 270쪽

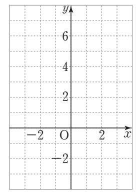
1

일차함수 $y=3x+2$에서 x, y 사이의 관계를 표로 나타낸 것이다. 물음에 답하시오.

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
y	$\cdots$	-4	$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$

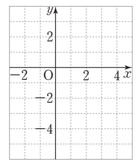
(1) 표를 완성하시오.

(2) (1)의 표를 이용하여 $y=3x+2$의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.



2

일차함수 $y=\frac{1}{2}x-5$의 그래프가 지나는 두 점을 이용하여 그 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.



3

다음 일차함수의 그래프를 y축의 방향으로 [ ] 안의 수만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) $y=-3x$ [5]

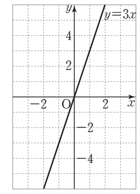
(2) $y=\frac{1}{5}x$ [-3]

4

오른쪽 그림은 일차함수 $y=3x$의 그래프이다. 이 그래프를 이용하여 다음 일차함수의 그래프를 그리시오.

(1) $y=3x-4$

(2) $y=3x+1$



5

일차함수 $y=-2x$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동하면 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 된다. 이때 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.

6 발전 문제

일차함수 $y=\frac{1}{2}x-3$의 그래프를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면 점 $(4,\ a)$를 지날 때, a의 값을 구하시오.

수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 297쪽
소단원 평가 ⇨ 307쪽

108 6차시

이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

5 해석하기 | 하 중 상

주안점 평행이동을 이용하여 그린 일차함수의 그래프의 식을 구할 수 있게 한다.

|풀이| $y=-2x$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동하면 $y=-2x+4$의 그래프가 되므로 $a=-2$, $b=4$이다.

따라서 $a+b=-2+4=2$이다.

6 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 일차함수의 그래프를 평행이동한 그래프의 식을 구한 후 그래프가 지나는 점의 좌표를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $y=\frac{1}{2}x-3$의 그래프를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면

$y=\frac{1}{2}x-3-1$, 즉 $y=\frac{1}{2}x-4$의 그래프가 된다.

이 그래프가 점 $(4,\ a)$를 지나므로 $a=\frac{1}{2}\times4-4$, $a=-2$이다.

3 일차함수의 그래프의 절편과 기울기

x절편, y절편, 기울기의 뜻을 알고 이를 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있다.

교통안전 표지판 중에는 도로의 기울어진 정도를 알려 주는 것이 있다.

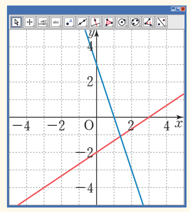
탐구 학습

x절편과 y절편은 무엇인가요?

열기 오른쪽 그림은 컴퓨터 프로그램을 이용하여 일차함수의 그래프를 그린 것이다. 물음에 답하여 보자.

(1) 두 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표를 각각 구하여 보자.

(2) (1)에서 구한 점의 좌표는 어떤 특징이 있는지 말하여 보자.



다지기 (1) 두 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 각각 ☐, ☐이다.

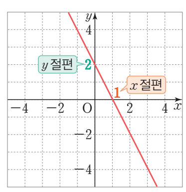
(2) 두 점 모두 x좌표가 ☐이다.

키우기 일차함수의 그래프가 x축, y축과 만나는 점의 좌표는 각각 어떤 특징이 있을까?

x절편과 y절편

일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표를 이 그래프의 **x절편**이라 하고, y축과 만나는 점의 y좌표를 이 그래프의 **y절편**이라고 한다.

예를 들어 일차함수 $y=-2x+2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 x축과 점 $(1,\ 0)$에서 만나고 y축과 점 $(0,\ 2)$에서 만나므로 $y=-2x+2$의 그래프의 x절편은 1이고 y절편은 2이다.



탐구 학습 지도 방법

열기

컴퓨터 프로그램을 통해 그린 두 일차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표를 구하고 그 공통점을 찾아보게 한다.

다지기

두 일차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ 3)$, $(0,\ -2)$이고, 두 점 모두 x좌표가 0임을 알게 한다.

답 (1) $(0,\ 3)$, $(0,\ -2)$ (2) 0

키우기

일차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표에서 x좌표가 0이듯이 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 좌표에서 y좌표가 0이 됨을 유추할 수 있도록 지도한다.

3 일차함수의 그래프의 절편과 기울기

1 소단원 성취기준

[9수03-05] 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.

- x절편, y절편, 기울기의 뜻을 알 수 있다.
- x절편과 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있다.
- 기울기와 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있다.

2 새로 나온 학습 요소

x절편, y절편, 기울기

3 지도상의 유의점

- 일차함수의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 관찰할 때에는 공학적 도구를 이용할 수 있게 한다.
- 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 x절편과 y절편을 구하는 방법을 공식화하기보다 그 의미를 이해하는 데 중점을 두어 지도한다.
- 구체적인 예를 통해 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 x의 값의 증가량에 대한 y의 값의 증가량의 비율이 항상 일정함을 알게 한다.

소단원 도입 글 지도 방법

도로에는 경사도를 나타내는 주의 표지판이 있다. 여기에 적힌 수는 수평 거리에 대한 수직 거리의 비율을 백분율(%)로 나타낸 것이다. 예를 들어 수평으로 100 m 가는 동안 수직으로 10 m 높아지는 도로의 경사도는 10 %가 된다. 우리나라 도로의 최대 경사도는 평지에 있는 고속 도로에서 4 %, 산지에 있는 고속 도로에서 6 %이고, 일반 도로에서는 산지라 하더라도 최대 17 %까지만 허용된다고 한다. 이처럼 도로의 경사도를 나타내는 값을 통해 일차함수의 그래프의 기울기에 대하여 직관적으로 인식하게 하여 이 단원 학습에 흥미를 유발할 수 있도록 지도한다. (수학동아, 2010년 10월 호)

교과서 지도 방안

❶ 오개념 바로잡기 | 일차함수 $y=\frac{2}{3}x-2$의 그래프의 x절편을 구할 때, $y=0$을 대입하면 $x=3$이므로 $x=3$을 x절편이라고 하는 경우가 있다. 그러나 x절편은 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표이므로 x절편을 $x=3$으로 쓰지 않도록 지도한다.

❷ 따라 하기 | 학생들이 예제의 풀이 과정과 같이 x절편과 y절편을 단계적으로 구할 수 있도록 지도한다.

|풀이| $y=\frac{3}{2}x+3$에 $\underline{y=0}$을 대입하면

$\underline{0=\frac{3}{2}x+3,\ \frac{3}{2}x=-3,\ x=-2}$

$y=\frac{3}{2}x+3$에 $\underline{x=0}$을 대입하면

$\underline{y=\frac{3}{2}\times0+3,\ y=3}$

따라서 x절편은 $\underline{-2}$, y절편은 $\underline{3}$이다.

답 x절편: $\underline{-2}$, y절편: $\underline{3}$

❸ 일차함수의 그래프가 x축과 점 $(-1,\ 0)$에서 만나고 y축과 점 $(0,\ -2)$에서 만날 때, x절편을 점 $(-1,\ 0)$으로, y절편을 점 $(0,\ -2)$로 구하는 경우가 있다. 그러나 x절편은 x축과 만나는 점의 x좌표인 -1, y절편은 y축과 만나는 점의 y좌표인 -2로 하나의 값임을 정확하게 이해하게 한다.

일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 x축과 만나는 점의 y좌표는 0이므로 x절편은 일차함수의 그래프를 그리지 않고도 $y=ax+b$에 $y=0$을 대입하여 구할 수 있다.

마찬가지로 $y=ax+b$의 그래프가 y축과 만나는 점의 x좌표는 0이므로 y절편은 $y=ax+b$에 $x=0$을 대입하여 구할 수 있다.

$\underbrace{y=ax+b}$ y절편 → b

❶ **예제 1**

일차함수 $y=\frac{2}{3}x-2$의 그래프의 x절편과 y절편을 구하시오.

풀이 $y=\frac{2}{3}x-2$에 $y=0$을 대입하면

$0=\frac{2}{3}x-2,\ \frac{2}{3}x=2,\ x=3$

$y=\frac{2}{3}x-2$에 $x=0$을 대입하면

$y=\frac{2}{3}\times0-2,\ y=-2$

따라서 x절편은 3, y절편은 -2이다.

답 x절편: 3, y절편: -2

❷ **따라 하기** | x절편, y절편 구하기

일차함수 $y=\frac{3}{2}x+3$의 그래프의 x절편과 y절편을 구하시오.

풀이 $y=\frac{3}{2}x+3$에 ______을/를 대입하면

____

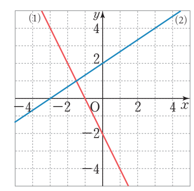
$y=\frac{3}{2}x+3$에 ______을/를 대입하면

____

따라서 x절편은 ____, y절편은 ____이다.

답 x절편: ____, y절편: ____

❸ **문제 1** 오른쪽 그림과 같은 일차함수의 그래프 (1), (2)에서 x절편과 y절편을 각각 구하시오.



문제 2 다음 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편을 구하시오.

(1) $y=3x-12$ (2) $y=-\frac{1}{2}x+4$

110 7차시

문제 풀이

문제 1

주안점 일차함수의 그래프를 보고 x절편과 y절편을 구할 수 있게 한다.

|풀이| 일차함수의 그래프 (1)이 x축과 만나는 점의 x좌표는 -1, y축과 만나는 점의 y좌표는 -2이므로 일차함수의 그래프 (1)의 x절편과 y절편은 각각 -1, -2이다.

또한, 일차함수의 그래프 (2)가 x축과 만나는 점의 x좌표는 -3, y축과 만나는 점의 y좌표는 2이므로 일차함수의 그래프 (2)의 x절편과 y절편은 각각 -3, 2이다.

문제 2

주안점 주어진 일차함수의 식에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하여 x절편과 y절편을 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 일차함수 $y=3x-12$에

$y=0$을 대입하면 $0=3x-12,\ x=4$

$x=0$을 대입하면 $y=-12$

따라서 x절편은 4, y절편은 -12이다.

(2) 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x+4$에

$y=0$을 대입하면 $0=-\frac{1}{2}x+4,\ x=8$

$x=0$을 대입하면 $y=4$

따라서 x절편은 8, y절편은 4이다.

*x*절편과 *y*절편을 이용하여 그래프 그리기

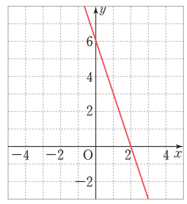
일차함수의 그래프는 직선이므로 그래프 위의 서로 다른 두 점을 알면 그 그래프를 그릴 수 있다. 따라서 일차함수의 그래프가 원점을 지나지 않을 때, x절편과 y절편을 알면 x축, y축과 만나는 두 점을 알 수 있으므로 그래프를 그릴 수 있다.

| x절편과 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프 그리기

예제 2 x절편과 y절편을 이용하여 일차함수 $y=-3x+6$의 그래프를 그리시오.

x절편과 y절편을 이용하여 그래프 그리기
① x절편과 y절편을 구한다.
② 그래프가 x축 및 y축과 만나는 점의 좌표를 구한다.
③ 두 점을 직선으로 연결한다.

풀이 $y=-3x+6$에
$y=0$을 대입하면 $x=2$이므로 x절편은 2이다.
또, $x=0$을 대입하면 $y=6$이므로 y절편은 6이다.
따라서 일차함수 $y=-3x+6$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 두 점 $(2, 0)$, $(0, 6)$을 지나는 직선이다.

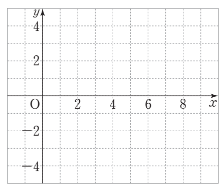


답 풀이 참조

문제 3 x절편과 y절편을 이용하여 다음 일차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $y=2x-4$

(2) $y=-\frac{1}{4}x+2$



모둠 활동

문제 4 x절편과 y절편을 이용하여 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 항상 그릴 수 있을지 모둠별로 이야기하시오.

7차시 111

플러스 자료

절편(截片, intercept)

절편이라는 용어는 단독으로 사용되지 않고 x절편, y절편과 같이 사용된다. 여기에서 절(截)은 '끊다'라는 의미이고 편(片)은 '조각'을 의미하므로 절편에는 '끊어낸 조각'이라는 뜻이 있다. 절편을 영어로는 intercept라고 하는데 이는 '도중에서 붙잡다'라는 뜻이 있다. inter는 '도중에서(between)'를 의미하며, cept는 '잡다, 붙잡다(take, seize)'를 의미하는 라틴어 captus에서 온 것이다. x절편과 y절편이 각각 x축과 y축을 붙잡고 있는 것으로 보아 intercept라고 한 것이다. (박교식, "수학기호 다시보기")

플러스 문제

문제 2 유사
일차함수 $y=-3x+b$의 그래프의 y절편이 6일 때, x절편을 구하시오.

답 2

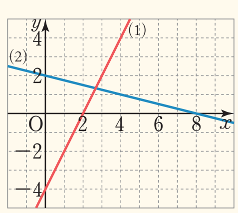
문제 3

주안점 x절편과 y절편을 이용하여 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

|풀이| (1) $y=2x-4$에 $y=0$을 대입하면 $x=2$이므로 x절편은 2이다.
또, $x=0$을 대입하면 $y=-4$이므로 y절편은 -4이다.
따라서 일차함수 $y=2x-4$의 그래프는 두 점 $(2, 0)$, $(0, -4)$를 지나는 직선이다.

(2) $y=-\frac{1}{4}x+2$에 $y=0$을 대입하면 $x=8$이므로 x절편은 8이다.
또, $x=0$을 대입하면 $y=2$이므로 y절편은 2이다.
따라서 일차함수 $y=-\frac{1}{4}x+2$의 그래프는 두 점 $(8, 0)$, $(0, 2)$를 지나는 직선이다.

따라서 일차함수 (1), (2)의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



문제 4

주안점 x절편과 y절편을 이용하여 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 항상 그릴 수 있는지에 대하여 이야기해 보게 한다.

|풀이| 일차함수 $y=3x$의 그래프와 같이 원점을 지나는 직선은 x절편, y절편이 모두 0이므로 그래프가 하나로 그려지지 않는다.
따라서 일차함수 $y=ax+b$에서 $b=0$일 때는 x절편이나 y절편이 아닌 또 다른 한 점의 좌표를 더 구하여야 그 그래프를 그릴 수 있다.

탐구 학습 지도 방법

열기

A 코스와 B 코스의 슬로프가 기울어진 정도를 각각 구하게 하고, 기울어진 정도가 더 큰 슬로프는 어느 것인지 말할 수 있게 한다.

다지기

(A 코스의 기울어진 정도)$=\frac{300}{1500}=0.2$,

(B 코스의 기울어진 정도)$=\frac{900}{2500}=0.36$

이므로 기울어진 정도가 더 큰 슬로프는 B 코스임을 알게 한다.

답 (1) 0.36 (2) B

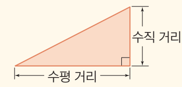
키우기

스키장 슬로프가 기울어진 정도를 나타내는 값을 구해 보는 활동을 통하여 일차함수의 그래프가 기울어진 정도를 하나의 수로 나타내는 방법을 직관적으로 생각해 볼 수 있도록 지도한다.

탐구 학습

일차함수의 그래프에서 기울기는 무엇인가요?

열기 오른쪽 그림과 같은 경사로의 기울어진 정도는 $\frac{(\text{수직 거리})}{(\text{수평 거리})}$로 구한다. 물음에 답하여 보자.



(1) 다음 표는 선형이가 어느 스키장에 있는 A 코스와 B 코스의 슬로프에 대해 조사한 것이다. 표를 완성하여 보자.

	수평 거리(m)	수직 거리(m)	기울어진 정도
A 코스	1500	300	
B 코스	2500	900	

(2) 기울어진 정도가 더 큰 슬로프는 어느 것인지 말하여 보자.

다지기 (1) (A 코스의 기울어진 정도)$=\frac{300}{1500}=\frac{1}{5}=0.2$,

(B 코스의 기울어진 정도)$=\frac{900}{2500}=\frac{9}{25}=\boxed{}$

(2) 기울어진 정도가 더 큰 슬로프는 $\boxed{}$ 코스이다.

키우기 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 기울어진 정도는 어떻게 구할까?

기울기 일차함수 $y=2x+3$에 대하여 x의 값에 따라 정해지는 y의 값을 표로 나타내면 다음과 같다.

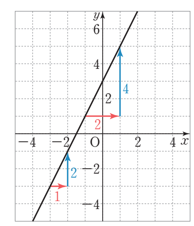
1

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
y	$\cdots$	-3	-1	1	3	5	7	9	$\cdots$

위의 표에서 x의 값이 1만큼 증가하면 y의 값은 2만큼 증가하고, x의 값이 2만큼 증가하면 y의 값은 4만큼 증가한다. 따라서 x의 값의 증가량에 대한 y의 값의 증가량의 비율은

2 $$\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{2}{1}=\frac{4}{2}=2 \qquad \cdots ①$$

로 일정하고, 이 값은 일차함수 $y=2x+3$에서 x의 계수 2와 같다.



이때 ①은 일차함수 $y=2x+3$의 그래프에서 직선의 기울어진 정도를 나타낸다.

112 8차시

플러스 자료

기울기

'기울기'는 한자 勾配(구배)를 번역한 것으로, '경사면의 기울어진 정도'라는 뜻이다. 한편, 지붕이나 낟가리 따위의 비탈진 정도를 나타내는 우리말에는 '물매'가 있는데, 이는 학생들에게 친숙한 용어가 아니기에 구배를 '기울기'로 번역한 것으로 보인다. 기울기를 영어로는 slope 또는 gradient라고 하는데 slope는 '경사지다', '비탈지다'라는 뜻이고 gradient에는 '도로나 철로의 기울기'라는 뜻이 들어 있다고 한다.

(박교식, "수학기호 다시보기")

문제 풀이

문제 5

주안점 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 기울기는 x의 계수 a와 같음을 알게 한다.

|풀이| (1) 일차함수 $y=-\frac{2}{3}x+5$의 그래프의 기울기는 $-\frac{2}{3}$이다.

(2) 일차함수 $y=x-\frac{4}{3}$의 그래프의 기울기는 1이다.

(3) 일차함수 $y=5+3x$의 그래프의 기울기는 3이다.

일반적으로 일차함수 $y=ax+b$에서 x의 값의 증가량에 대한 y의 값의 증가량의 비율은 항상 일정하며, 그 비율은 x의 계수 a와 같다.

이 증가량의 비율 a를 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 **기울기**라고 한다.

$y=\underset{\text{기울기}}{\underset{\uparrow}{a}}x+b$

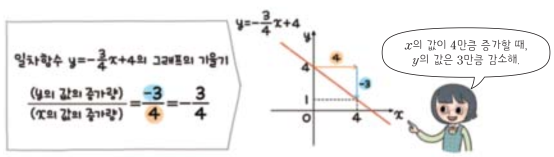
이상을 정리하면 다음과 같다.

일차함수의 그래프의 기울기

일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서

$$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=a$$

3 개념 확인

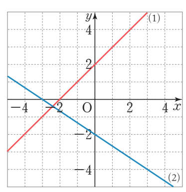


문제 5 다음 일차함수의 그래프의 기울기를 구하시오.

(1) $y=-\frac{2}{3}x+5$ (2) $y=x-\frac{4}{3}$ (3) $y=5+3x$

4

문제 6 오른쪽 그림과 같은 일차함수의 그래프 (1), (2)에서 기울기를 각각 구하시오.



8차시 113

문제 6

주안점 일차함수의 그래프를 보고 $(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$임을 이용하여 기울기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 일차함수의 그래프가 두 점 $(-1,\ 1)$, $(2,\ 4)$를 지나므로

$$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{4-1}{2-(-1)}=\frac{3}{3}=1$$

(2) 일차함수의 그래프가 두 점 $(0,\ -2)$, $(3,\ -4)$를 지나므로

$$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{-4-(-2)}{3-0}=-\frac{2}{3}$$

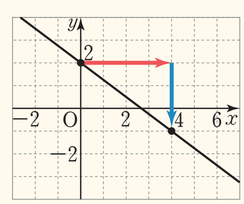
교과서 지도 방안

1 표에서 x의 값에 따른 y의 값의 변화를 살펴보면서 일차함수에서 x의 값의 증가량에 대한 y의 값의 증가량의 비율은 일정하고, 이 값이 일차함수 $y=ax+b$에서 x의 계수인 a의 값과 같다는 것을 알게 한다.

2 일차함수에서 x의 값의 증가량에 대한 y의 값의 증가량의 비율이 일정하므로 그래프의 모양이 직선이 됨을 직관적으로 이해하게 하며, 그 일정한 비율이 그래프의 기울기가 됨을 강조하여 지도한다.

3 **개념 확인 |** 기울기에서 '3만큼 감소한다.'와 '-3만큼 증가한다.'가 서로 다른 의미라고 생각하는 경우가 있으므로 그래프를 이용하여 두 가지 표현이 같은 의미임을 충분히 이해할 수 있도록 지도한다.

4 **오개념 바로잡기 |** 일차함수의 그래프를 보고 기울기를 구할 때는 x좌표, y좌표가 모두 정수인 점을 선택하면 기울기를 쉽게 구할 수 있음을 소개한다.
이때 x의 값의 증가량이나 y의 값의 증가량을 이동한 거리로 구하는 경우가 있으므로 이와 같은 오류를 범하지 않도록 지도한다.
예를 들어 다음 그래프에서 기울기는 $\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{-3}{4}$인데, y의 값의 증가량을 3으로 생각하여 $\frac{3}{4}$으로 구하지 않도록 강조하여 지도한다.



수준별 지도 자료

■ 기울기와 y절편을 이용한 그래프 그리기

(상 수준) 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 지나는 두 점의 좌표는 기울기와 y절편을 이용하여 구할 수 있으므로 일차함수의 그래프를 그리는 방법을 다음과 같이 일반화할 수 있음을 소개할 수도 있다.

- 기울기가 정수인 경우

  기울기를 a(단, $a\neq0$), y절편을 b라고 하면 점 $(0,\ b)$에서 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 a만큼 증가한 점 $(1,\ b+a)$와 점 $(0,\ b)$를 지나는 직선을 그린다.
- 기울기가 분수인 경우

  기울기를 $\frac{q}{p}$(단, $p\neq0$, $q\neq0$), y절편을 b라 고 하면 점 $(0,\ b)$에서 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 증가한 점 $(p,\ b+q)$와 점 $(0,\ b)$를 지나는 직선을 그린다.

생각 넓히기 의사소통

[지도 목표] 일차함수의 그래프를 그리는 다양한 방법을 설명해 보게 한다.

[지도 방법] 일차함수의 그래프를 그리는 방법은 이 단원에서 학습한 x절편과 y절편을 이용하는 방법, 기울기와 y절편을 이용하는 방법 외에도 이전 단원에서 학습한 그래프 위의 두 점을 이용하는 방법, 평행이동을 이용하는 방법 등으로 다양하다. 이제까지 학습한 내용을 정리하여 설명해 봄으로써 일차함수의 그래프를 그리는 방법에 대한 이해가 깊어질 수 있도록 지도한다.

[예시 답안] 일차함수 $y=\frac{1}{2}x+1$의 그래프는 다음을 이용하여 그릴 수 있다.

- 두 점 $(2,\ 2)$, $(4,\ 3)$을 지난다.
- 일차함수 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프를 y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.
- x절편이 -2이고, y절편이 1이므로 두 점 $(-2,\ 0)$, $(0,\ 1)$을 지난다.
- y절편은 1, 기울기가 $\frac{1}{2}$이므로 점 $(0,\ 1)$에서 x의 값이 2만큼, y의 값이 1만큼 증가한 점 $(2,\ 2)$를 지난다.

기울기와 y절편을 이용하여 그래프 그리기

일차함수의 그래프의 기울기와 y절편을 알면 그 그래프를 그릴 수 있다.

| 기울기와 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프 그리기

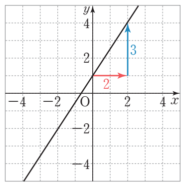
예제 3 기울기와 y절편을 이용하여 일차함수 $y=\frac{3}{2}x+1$의 그래프를 그리시오.

기울기와 y절편을 이용하여 그래프 그리기
① y절편을 좌표평면 위에 나타낸다.
② 기울기를 이용하여 다른 한 점을 찾는다.
③ 두 점을 직선으로 연결한다.

풀이 일차함수 $y=\frac{3}{2}x+1$의 그래프의 y절편은 1이므로 이 그래프는 점 $(0,\ 1)$을 지난다. 또, 그래프의 기울기가 $\frac{3}{2}$이므로 x의 값이 2만큼 증가할 때 y의 값은 3만큼 증가한다.

따라서 일차함수 $y=\frac{3}{2}x+1$의 그래프는 점 $(0,\ 1)$에서 x의 값이 2만큼, y의 값이 3만큼 증가한 점 $(2,\ 4)$를 지난다.

그러므로 일차함수 $y=\frac{3}{2}x+1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 두 점 $(0,\ 1)$, $(2,\ 4)$를 지나는 직선이 된다.

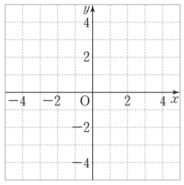


답 풀이 참조

문제 7 기울기와 y절편을 이용하여 다음 일차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

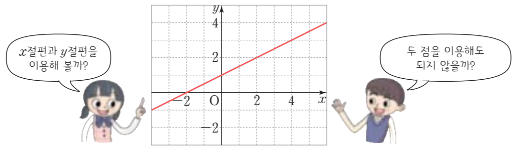
(1) $y=3x-1$

(2) $y=-\frac{2}{3}x+2$



생각 넓히기 의사소통

일차함수 $y=\frac{1}{2}x+1$의 그래프를 그리는 방법을 다양하게 설명하여 보자.



114 9차시

문제 풀이

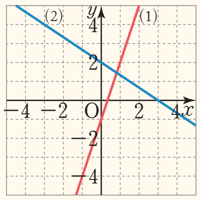
문제 7

(주안점) 기울기와 y절편을 이용하여 두 점의 좌표를 구한 후, 이를 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

| 풀이 | (1) 일차함수 $y=3x-1$의 그래프는 기울기가 3이고 y절편이 -1이므로 이 그래프는 점 $(0,\ -1)$을 지나고, x의 값이 1만큼 증가할 때 y의 값은 3만큼 증가하므로 점 $(1,\ 2)$를 지난다.

(2) 일차함수 $y=-\frac{2}{3}x+2$의 그래프는 기울기가 $-\frac{2}{3}$이고 y절편이 2이므로 이 그래프는 점 $(0,\ 2)$를 지나고, x의 값이 3만큼 증가할 때 y의 값은 2만큼 감소하므로 점 $(3,\ 0)$을 지난다.

따라서 일차함수 (1), (2)의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

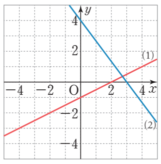


스스로 확인하기

정답 및 풀이 271쪽

1

일차함수의 그래프 (1), (2)가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 표를 완성하시오.



그래프	(1)	(2)
x축과의 교점의 좌표		
x절편		
y축과의 교점의 좌표		
y절편		

2

다음 일차함수의 그래프의 x절편, y절편, 기울기를 구하시오.

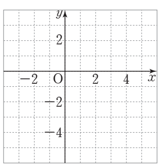
(1) $y=2x-3$

(2) $y=-4x+1$

(3) $y=-\frac{5}{3}x-5$

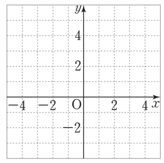
3

x절편과 y절편을 이용하여 일차함수 $y=x-4$의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.



4

기울기와 y절편을 이용하여 일차함수 $y=-5x+5$의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.



5

다음 보기의 일차함수의 그래프 중에서 x의 값이 3만큼 증가할 때 y의 값이 5만큼 감소하는 것을 찾으시오.

보기

ㄱ. $y=\frac{3}{5}x+3$　　ㄴ. $y=-\frac{3}{5}x-3$

ㄷ. $y=\frac{5}{3}x-3$　　ㄹ. $y=-\frac{5}{3}x-3$

6 발전 문제

일차함수 $y=-\frac{3}{4}x+3$의 그래프가 x축과 만나는 점을 P, y축과 만나는 점을 Q라고 하자. 점 R$(5, 4)$일 때, 삼각형 PQR의 넓이를 구하시오.

수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 298쪽
소단원 평가 ⇨ 308쪽
활동지 ⇨ 318쪽

이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

스스로 확인하기

1 이해하기 | 하 중 상

주안점 x절편과 y절편의 뜻을 확인하게 한다.

|풀이|

그래프	(1)	(2)
x축과의 교점의 좌표	$(2, 0)$	$(3, 0)$
x절편	2	3
y축과의 교점의 좌표	$(0, -1)$	$(0, 4)$
y절편	-1	4

2 이해하기 | 하 중 상

주안점 주어진 일차함수의 식에서 x절편, y절편, 기울기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 주어진 일차함수의 식에 $y=0$을 대입하여 x절편을, $x=0$을 대입하여 y절편을 구하고, $y=ax+b$에서 기울기 a를 구하면 다음과 같다.

(1) x절편: $\frac{3}{2}$, y절편: -3, 기울기: 2

(2) x절편: $\frac{1}{4}$, y절편: 1, 기울기: -4

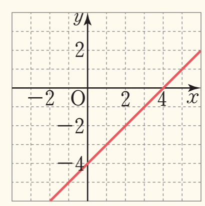
(3) x절편: -3, y절편: -5, 기울기: $-\frac{5}{3}$

3 그래프 그리기 | 하 중 상

주안점 x절편과 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

|풀이| 일차함수 $y=x-4$에 $y=0$을 대입하면 $x=4$이므로 x절편은 4이다. 또, $x=0$을 대입하면 $y=-4$이므로 y절편은 -4이다.

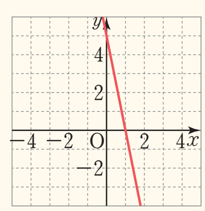
따라서 $y=x-4$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



4 그래프 그리기 | 하 중 상

주안점 기울기와 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

|풀이| 일차함수 $y=-5x+5$의 그래프의 기울기는 -5이고 y절편은 5이므로 이 그래프는 점 $(0, 5)$를 지나고, x의 값이 1만큼 증가할 때 y의 값은 5만큼 감소하므로 점 $(1, 0)$을 지난다.



따라서 $y=-5x+5$의 그래프는 위의 그림과 같다.

5 해석하기 | 하 중 상

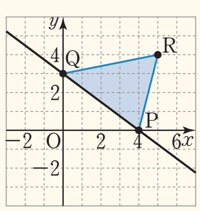
주안점 기울기의 뜻을 확인하게 한다.

|풀이| x의 값이 3만큼 증가할 때 y의 값이 5만큼 감소하는 일차함수의 그래프의 기울기는 $\frac{-5}{3}=-\frac{5}{3}$이므로 구하는 일차함수는 ㄹ이다.

6 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 일차함수의 그래프를 그려서 삼각형 PQR의 넓이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 일차함수 $y=-\frac{3}{4}x+3$의 그래프가 x축과 만나는 점은 P$(4, 0)$, y축과 만나는 점은 Q$(0, 3)$이므로 삼각형 PQR의 넓이 S는



$$S=5\times4-\frac{1}{2}\times4\times3-\frac{1}{2}\times1\times4-\frac{1}{2}\times5\times1$$
$$=\frac{19}{2}$$

따라서 삼각형 PQR의 넓이는 $\frac{19}{2}$이다.

생각 생각 활동

[지도 목표] 일차함수의 그래프가 사각형 ABCD와 만나려면 사각형의 꼭짓점 A와 C를 잇는 선분을 지나야 함을 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

[지도 방법]

일차함수 $y=ax-1$의 그래프가 점 A를 지날 때의 기울기와 점 C를 지날 때의 기울기를 각각 구하게 한 후 사각형 ABCD와 일차함수 $y=ax-1$의 그래프가 만나도록 하는 기울기 a의 값의 범위를 구할 수 있게 한다.

[예시 답안]

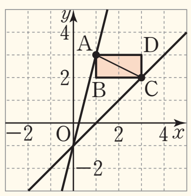
이해하기

- 사각형 ABCD와 일차함수 $y=ax-1$의 그래프가 만나도록 하는 기울기 a의 값의 범위를 구하려고 한다.
- 일차함수 $y=ax-1$의 그래프와 사각형 ABCD가 만나려면 그래프가 두 점 A(1, 3), C(3, 2)를 이은 선분과 만나면 된다.

계획하기

일차함수 $y=ax-1$의 그래프는 y절편이 -1이므로 항상 점 $(0, -1)$을 지난다.

이때 일차함수 $y=ax-1$의 그래프가 $\overline{AC}$의 양 끝 점 A, C를 각각 지나도록 그리면 오른쪽 그림과 같다.



해결하기

일차함수 $y=ax-1$의 그래프가 점 A(1, 3)을 지날 때

$3=a-1$, $a=4$

또, 일차함수 $y=ax-1$의 그래프가 점 C(3, 2)를 지날 때 $\quad 2=3a-1$, $a=1$

따라서 사각형 ABCD와 일차함수 $y=ax-1$의 그래프가 만나도록 하는 기울기 a의 값의 범위는 $1\le a\le 4$이다.

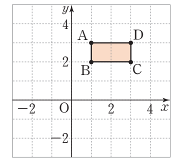
확인하기

일차함수 $y=ax-1$의 그래프가 $\overline{AC}$ 위의 점을 지날 때의 기울기를 구하면 모두 $1\le a\le 4$의 범위에 속하는 값이므로 문제의 뜻에 맞는다.

생각 생각 활동

조건을 만족시키는 일차함수의 그래프의 기울기 정하기

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 네 점 A(1, 3), B(1, 2), C(3, 2), D(3, 3)을 꼭짓점으로 하는 사각형이 있다. 이 사각형과 일차함수 $y=ax-1$의 그래프가 만나도록 하는 기울기 a의 값의 범위를 구하여 보자.



이해하기 구하려고 하는 것과 주어진 조건을 알아본다.

계획하기 일차함수 $y=ax-1$의 그래프가 두 꼭짓점 A, C를 각각 지나도록 그린다.

해결하기 사각형 ABCD와 일차함수 $y=ax-1$의 그래프가 만나도록 하는 기울기 a의 값의 범위를 구한다.

확인하기 구한 결과가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

수행 과제 문제 해결

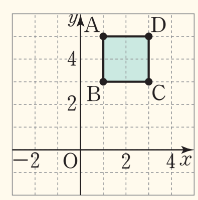
위의 문제에서 사각형의 네 꼭짓점의 좌표 또는 일차함수의 식을 다르게 바꾸어 문제를 만들고 일차함수의 그래프의 기울기의 범위를 구하여 보자.

116 10차시

수행 과제

[예시 답안]

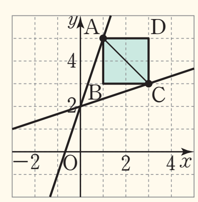
좌표평면 위의 네 점 A(1, 5), B(1, 3), C(3, 3), D(3, 5)를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD와 일차함수 $y=ax+2$의 그래프가 만나도록 하는 기울기 a의 값의 범위를 구하시오.



| 풀이 |

일차함수 $y=ax+2$의 그래프가 점 A(1, 5)를 지날 때 $\quad 5=a+2$, $a=3$

또, 일차함수 $y=ax+2$의 그래프가 점 C(3, 3)을 지날 때 $\quad 3=3a+2$, $a=\frac{1}{3}$



따라서 사각형 ABCD와 일차함수 $y=ax+2$의 그래프가 만나도록 하는 기울기 a의 값의 범위는 $\frac{1}{3}\le a\le 3$이다.

4 일차함수의 그래프의 성질

일차함수의 그래프의 성질을 이해한다.

에어쇼에서 같은 방향으로 날아가는 비행기들에 의하여 생기는 비행기 구름은 서로 평행하다.

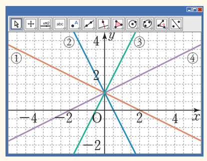
탐구 학습

일차함수의 그래프는 어떤 성질이 있나요?

열기 오른쪽 그림은 컴퓨터 프로그램을 이용하여 여러 가지 일차함수의 그래프를 한 좌표평면 위에 그린 것이다. 물음에 답하여 보자.

(1) x의 값이 증가할 때 y의 값이 증가하는 일차함수의 그래프를 말하여 보자.

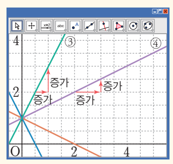
(2) (1)에서 구한 일차함수의 그래프의 기울기를 구하여 보자.



다지기 (1) 오른쪽 그림에서 x의 값이 증가할 때 y의 값이 증가하는 일차함수의 그래프는 $\square$, $\square$이다.

(2) (일차함수의 그래프 ③의 기울기)$=\frac{2}{1}=\square$

(일차함수의 그래프 ④의 기울기)$=\square$

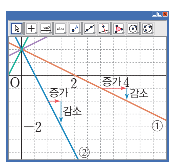


키우기 기울기가 양수인 일차함수의 그래프에는 어떤 특징이 있을까?

일차함수의 그래프의 성질 (1)

탐구 학습에서 기울기가 양수인 일차함수의 그래프 ③, ④는 x의 값이 증가할 때 y의 값이 증가하므로 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

또한, 일차함수의 그래프 ①, ②의 기울기는 각각 $-\frac{1}{2}$, -2로 음수이며, 오른쪽 그림과 같이 x의 값이 증가할 때 y의 값이 감소하므로 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.



▶ 알지오매스(AlgeoMath) (http://algeomath.kr)에서 일차함수의 성질을 탐색할 수 있다.

11차시 117

4 일차함수의 그래프의 성질

1 소단원 성취기준

[9수03-06] 일차함수의 그래프의 성질을 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

- 일차함수의 그래프와 기울기 사이의 관계를 이해한다.
- 기울기를 이용하여 두 일차함수의 그래프 사이의 관계를 설명할 수 있다.

2 지도상의 유의점

- 일차함수의 그래프의 여러 가지 성질을 탐구할 때는 공학적 도구를 이용할 수 있게 한다.
- 여러 가지 일차함수의 그래프를 관찰하여 공통점과 차이점을 찾아내어 일차함수의 그래프의 성질을 발견할 수 있게 한다.
- 구체적인 예를 통해 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하거나 일치하며, 서로 평행한 두 일차함수의 그래프는 기울기가 같음을 이해하게 한다.

탐구 학습 지도 방법

열기

컴퓨터 프로그램을 이용하여 그린 여러 가지 일차함수의 그래프를 보고 x의 값이 증가할 때 y의 값이 증가하는 그래프를 찾고, 그 그래프의 기울기를 구할 수 있게 한다.

다지기

주어진 일차함수의 그래프에서 x의 값이 증가할 때 y의 값이 증가하는 것은 ③, ④이고, 각각의 기울기가 2, $\frac{1}{2}$임을 알게 한다.

답 (1) ③, ④ (2) 2, $\frac{1}{2}$

키우기

위와 같은 활동을 통해 일차함수의 그래프와 기울기 사이의 관계를 학생 스스로 추측해 볼 수 있도록 지도한다.

소단원 도입 글 지도 방법

에어쇼는 항공산업 관계 기업들이 한자리에 모여 항공 분야의 기술력을 과시하는 항공우주산업의 축제이다. 우리나라에서는 1996년부터 2년마다 한 번씩 성남에 위치한 서울공항에서 서울 에어쇼를 개최하였는데 현재는 서울 국제 항공우주 및 방위산업 전시회로 개칭하였다고 한다. 에어쇼에서 같은 방향으로 날아가는 비행기에 의하여 만들어지는 비행기구름의 모양을 통해 이 단원에서 학습할 내용에 대하여 흥미를 가질 수 있도록 지도한다. (양욱 · 안승범, "F−15K 슬램이글")

교과서 지도 방안

1 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서

(1) $a>0$이면 x의 값이 감소할 때 y의 값도 감소하므로 왼쪽 아래로 향하는 직선

(2) $a<0$이면 x의 값이 감소할 때 y의 값은 증가하므로 왼쪽 위로 향하는 직선

이라고 할 수도 있다.

그러나 x의 값이 증가하는 것과 x의 값이 감소하는 것을 모두 기준으로 하면 혼동의 여지가 있으므로 x의 값이 증가하는 오른쪽을 기준으로 통일하여 지도하도록 한다.

2 평행한 두 일차함수의 그래프의 기울기는 서로 같지만, 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프는 y절편의 값에 따라 서로 평행할 수도 있고, 일치할 수도 있음을 강조하여 지도한다.

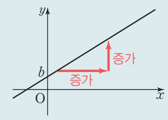
일반적으로 일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 다음과 같은 성질이 있다.

일차함수 $y=ax+b$에서
- $a>0$이면 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가한다.
- $a<0$이면 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소한다.

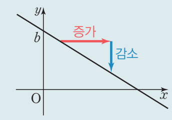
1

일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 성질

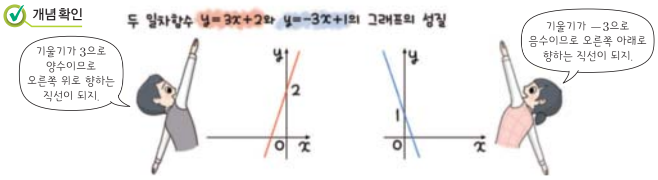
❶ $a>0$일 때, 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다.



❷ $a<0$일 때, 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.



개념 확인



문제 1 다음 일차함수 중에서 그 그래프가 오른쪽 위로 향하는 것을 모두 찾으시오.

(1) $y=6x-\frac{1}{4}$ (2) $y=-2+x$

(3) $y=-\frac{2}{5}x-1$ (4) $y=\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}$

생각 넓히기 추론

컴퓨터 프로그램을 이용하여 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 그려 a, b의 값을 바꾸어 보고 a, b의 부호에 따라 그래프가 지나는 사분면을 다음 표에 ○로 표시하여 보자.

부호	일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 지나는 사분면			
	제1사분면	제2사분면	제3사분면	제4사분면
$a>0$, $b>0$				
$a>0$, $b<0$				
$a<0$, $b>0$				
$a<0$, $b<0$				

생각 넓히기 추론

[지도 목표] 일차함수 $y=ax+b$에서 a, b의 부호에 따라 그래프가 지나는 사분면을 찾을 수 있게 한다.

[지도 방법] 컴퓨터 프로그램을 이용하여 a, b의 값에 대입하는 구체적인 값을 변화시키면서 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 a, b의 부호에 따라 어떤 사분면을 지나게 되는지 학생 스스로 탐구해 볼 수 있게 한다.

[풀이] 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 그려 보면 a, b의 부호에 따라 그래프가 지나는 사분면은 다음과 같다.

부호	일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 지나는 사분면			
	제1사분면	제2사분면	제3사분면	제4사분면
$a>0$, $b>0$	○	○	○	
$a>0$, $b<0$	○		○	○
$a<0$, $b>0$	○	○		○
$a<0$, $b<0$		○	○	○

문제 풀이

문제 1

주안점 일차함수의 그래프의 기울기가 양수이면 그 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선임을 알게 한다.

|풀이| (1) $y=6x-\frac{1}{4}$에서 $6>0$이므로 그 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

(2) $y=-2+x$에서 $1>0$이므로 그 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

(3) $y=-\frac{2}{5}x-1$에서 $-\frac{2}{5}<0$이므로 그 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

(4) $y=\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}$에서 $\frac{1}{2}>0$이므로 그 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

따라서 일차함수 중에서 그 그래프가 오른쪽 위로 향하는 것은 (1), (2), (4)이다.

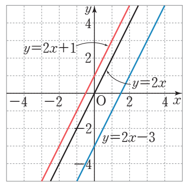
일차함수의 그래프의 성질 (2)

기울기가 같은 두 일차함수의 그래프 사이의 관계를 알아보자.

두 일차함수 $y=2x+1$과 $y=2x-3$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 각각 1, -3만큼 평행이동한 것이다. 따라서 세 일차함수

$$y=2x,\ y=2x+1,\ y=2x-3$$

의 그래프는 서로 평행하고, 그 기울기는 모두 2이다.



일반적으로 두 일차함수의 그래프 사이에는 다음과 같은 성질이 있다.

두 일차함수의 그래프에서 기울기와 y절편이 모두 같으면 일치하고, 기울기가 같고 y절편이 다르면 평행하다.

2 일차함수의 그래프의 성질

① 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하거나 일치한다.

② 서로 평행한 두 일차함수의 그래프의 기울기는 서로 같다.

개념 확인

문제 2 다음 일차함수 중에서 그 그래프가 서로 평행한 것끼리 짝 지으시오.

(1) $y=3x+1$　　(2) $y=2x+1$

(3) $y=2x+5$　　(4) $y=-\frac{1}{2}+3x$

문제 3 두 일차함수 $y=\frac{a}{2}x+3$과 $y=-3x-b$의 그래프가 일치할 때, 상수 a, b의 값을 구하시오.

12차시 119

플러스 문제

문제 2 유사

다음 일차함수 중에서 그 그래프가 서로 평행한 것끼리 짝 지으시오.

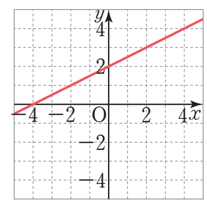
(1) $y=-x$　　(2) $y=4x+1$

(3) $y=4x-\frac{1}{2}$　　(4) $y=-x+3$

답 (1)과 (4), (2)와 (3)

문제 3 심화

오른쪽 그림과 같은 일차함수의 그래프가 일차함수 $y=-ax+4$의 그래프와 서로 평행할 때, 상수 a의 값을 구하시오.



|풀이| 주어진 일차함수의 그래프의 기울기는 $\frac{1}{2}$이고 이 그래프가 $y=-ax+4$의 그래프와 평행하므로 $-a=\frac{1}{2}$이다. 따라서 $a=-\frac{1}{2}$이다.

문제 2

주안점 두 일차함수의 그래프에서 기울기는 같고 y절편이 다르면 서로 평행함을 알게 한다.

|풀이| $y=3x+1$, $y=-\frac{1}{2}+3x$의 그래프의 기울기는 같고, y절편은 다르므로 서로 평행하다.

$y=2x+1$, $y=2x+5$의 그래프의 기울기는 같고, y절편은 다르므로 서로 평행하다.

따라서 서로 평행한 것은 (1)과 (4), (2)와 (3)이다.

문제 3

주안점 두 일차함수의 그래프가 일치하기 위한 조건을 알게 한다.

|풀이| 두 일차함수 $y=\frac{a}{2}x+3$과 $y=-3x-b$의 그래프가 일치하려면 기울기와 y절편이 같아야 하므로

$$\frac{a}{2}=-3,\ 3=-b$$

따라서 $a=-6$, $b=-3$이다.

스스로 확인하기

1 해석하기 | 하 중 상

주안점 주어진 일차함수의 그래프 중에서 기울기가 양수인 그래프를 찾을 수 있게 한다.

|풀이| 일차함수의 그래프에서 x의 값이 증가할 때, y의 값이 증가하는 직선은 그래프가 오른쪽 위로 향하는 직선이다. 따라서 구하는 직선은 (2), (3)이다.

2 해석하기 | 하 중 상

주안점 일차함수의 식을 보고 일차함수의 그래프가 갖는 성질을 알게 한다.

|풀이| (1) 그래프가 오른쪽 위로 향하는 직선은 기울기가 양수이므로 ㄹ, ㅂ이다.

(2) 그래프가 오른쪽 아래로 향하는 직선은 기울기가 음수이므로 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ이다.

3 이해하기 | 하 중 상

주안점 그래프가 서로 평행한 일차함수를 찾을 수 있게 한다.

|풀이| $y=-\frac{1}{2}x+1$, $y=-\frac{1}{2}x+3$의 그래프의 기울기는 같고, y절편은 다르므로 서로 평행하다. 따라서 서로 평행한 것은 (1)과 (4)이다.

4 이해하기 | 하 중 상

주안점 그래프가 서로 평행한 두 일차함수의 성질을 알게 한다.

|풀이| $y=ax+b$의 그래프가 $y=2x+6$의 그래프와 평행하므로 $a=2$

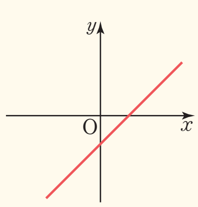
또, $y=ax+b$의 그래프의 y절편이 3이므로 $b=3$

5 탐구하기 | 하 중 상

주안점 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 기울기와 y절편의 부호를 알 때, $y=bx+a$의 그래프가 지나는 사분면을 구할 수 있게 한다.

|풀이| $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 아래로 향하는 직선이므로 $a<0$, y절편이 양수이므로 $b>0$이다.

따라서 $y=bx+a$의 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이고 y절편이 음수이므로 오른쪽 그림과 같이 제1사분면, 제3사분면, 제4사분면을 지난다.

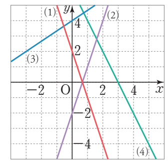


스스로 확인하기

정답 및 풀이 272쪽

1

다음 일차함수의 그래프에서 x의 값이 증가할 때 y의 값이 증가하는 직선을 모두 찾으시오.



2

다음을 만족시키는 일차함수를 보기에서 모두 찾으시오.

보기

ㄱ. $y=-4x+2$	ㄴ. $y=-2x$
ㄷ. $y=-\frac{2}{3}x-4$	ㄹ. $y=\frac{1}{2}x+3$
ㅁ. $y=-5x+3$	ㅂ. $y=3x-5$

(1) 그래프가 오른쪽 위로 향하는 직선

(2) 그래프가 오른쪽 아래로 향하는 직선

3

다음 일차함수 중에서 그 그래프가 서로 평행한 것끼리 짝 지으시오.

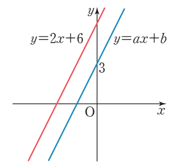
(1) $y=-\frac{1}{2}x+1$ (2) $y=2(x+1)+3$

(3) $y=2x+5$ (4) $y=-\frac{1}{2}x+3$

(5) $y=\frac{1}{2}x-1$ (6) $y=\frac{3}{2}x+3$

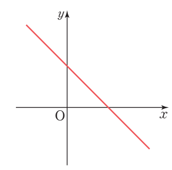
4

다음 그림과 같이 두 일차함수 $y=2x+6$, $y=ax+b$의 그래프가 서로 평행할 때, 상수 a, b의 값을 구하시오.



5

일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 일차함수 $y=bx+a$의 그래프가 지나는 사분면을 모두 구하시오.



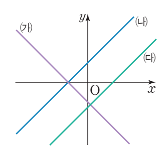
6 발전 문제

다음 세 일차함수의 그래프로 알맞은 것을 오른쪽 세 직선 (가), (나), (다) 중에서 찾아 짝 짓고, 그 이유를 설명하시오.

(1) $y=-ax+b$

(2) $y=-ax+b-1$

(3) $y=ax-b$



수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 299쪽
소단원 평가 ⇨ 309쪽

120 12차시

이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

6 탐구하기 | 하 중 상

주안점 세 일차함수의 그래프를 보고 기울기와 y절편의 부호를 판단하여 그 그래프의 식으로 알맞은 것을 찾을 수 있게 한다.

|풀이| 직선 (나)와 (다)는 서로 평행하므로 그 기울기는 같다. 즉, 직선 (나)와 (다)의 기울기는 $-a$이고 직선 (가)의 기울기는 a이다. 따라서 직선 (가)를 그래프로 가지는 일차함수는 (3) $y=ax-b$이다.

그런데 직선 (가)의 y절편은 음수이므로 $b>0$이다. 따라서 직선 (나)를 그래프로 가지는 일차함수는 (1) $y=-ax+b$이고 직선 (다)를 그래프로 가지는 일차함수는 (2) $y=-ax+b-1$이다.

그러므로 (1)—(나), (2)—(다), (3)—(가)이다.

5 일차함수의 식 구하기

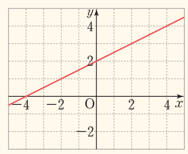
일차함수의 그래프의 성질을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

자동차의 연비가 주어지면 주유량과 주행이 가능한 거리 사이의 일차함수 관계를 찾을 수 있다.

탐구 학습

일차함수의 식을 어떻게 구하나요?

열기 오른쪽 그림은 어떤 일차함수의 그래프를 좌표평면 위에 그린 것이다. 이 그래프의 기울기, y절편을 구하여 보자.



다지기 x의 값이 0에서 2까지 2만큼 증가하면 y의 값은 2에서 3까지 1만큼 증가하므로 이 그래프의 기울기는 $\square$이다. 또, 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 2)$이므로 y절편은 $\square$이다.

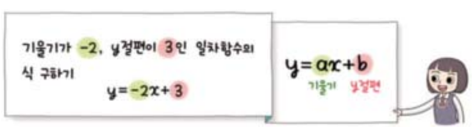
키우기 기울기와 y절편이 주어진 일차함수의 식은 어떻게 구할까?

기울기와 y절편이 주어진 일차함수의 식

일차함수의 식은 $y=ax+b$(단, a, b는 상수, $a\neq0$)로 나타낼 수 있고 상수 a, b는 각각 일차함수의 그래프의 기울기, y절편이므로 탐구 학습에서 일차함수의 그래프를 나타내는 식은 $y=\frac{1}{2}x+2$이다.

이처럼 일차함수의 그래프의 기울기와 y절편을 알면 그 일차함수의 식을 구할 수 있다.

개념 확인



13차시 121

탐구 학습 지도 방법

열기

주어진 일차함수의 그래프를 보고 기울기와 y절편을 구할 수 있게 한다.

다지기

일차함수의 그래프에서 기울기는 $\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$이고, 그 그래프의 y절편은 y축과 만나는 점의 y좌표임을 다시 한번 확인하게 한다.

답 $\frac{1}{2}$, 2

키우기

일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 기울기와 y절편이 주어지면 그 그래프가 나타내는 식을 구할 수 있음을 알도록 지도한다.

5 일차함수의 식 구하기

1 소단원 성취기준

[9수03-06] 일차함수의 그래프의 성질을 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

- 기울기와 y절편이 주어진 일차함수의 식을 구할 수 있다.
- 기울기와 그래프가 지나는 한 점이 주어진 일차함수의 식을 구할 수 있다.
- 그래프가 지나는 두 점이 주어진 일차함수의 식을 구할 수 있다.
- 일차함수의 그래프의 성질을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

2 지도상의 유의점

- 일차함수의 그래프가 나타내는 식을 공식화하여 구하지 않도록 하며 일차함수의 그래프가 나타내는 식을 구하는 것은 $y=ax+b$에서 a, b의 값을 구하는 문제임을 알게 한다.
- 다양한 상황에서 두 변수 x, y 사이의 관계가 일차함수이면 두 변수 사이의 관계를 식으로 나타내고, 함숫값이나 그래프를 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.
- 일차함수와 관련하여 지나치게 복잡한 활용 문제는 다루지 않는다.

소단원 도입 글 지도 방법

일정한 양의 연료로 주행 가능한 거리를 '연비'라고 하는데 보통 연료 1 L로 주행 가능한 거리를 km 단위로 표시한다. 따라서 연비가 15 km/L로 주어질 때, 주유량을 x L, 주행 가능한 거리를 y km라고 하면 $y=15x$인 관계가 성립한다.
이처럼 우리 주변에서 볼 수 있는 다양한 상황에서 두 변수 x, y 사이의 관계가 일차함수로 나타나는 경우가 있고 이들을 관계식으로 나타낼 수 있음을 알도록 지도한다.

교과서 지도 방안

❶ 일차함수의 그래프의 기울기와 그 그래프가 지나는 한 점의 좌표를 알면 그 일차함수의 식을 구할 수 있다. 즉, 일차함수의 식 $y=ax+b$의 a에 기울기를 대입하고, 그 그래프가 지나는 한 점 (x_1, y_1)에 대하여 $x=x_1$, $y=y_1$을 대입하여 b의 값을 구할 수 있도록 단계별로 지도한다.

❷ 그래프가 지나는 서로 다른 두 점의 좌표를 알 때, 학생들이 직접 문제를 해결하면서 그 일차함수의 식을 구하는 과정을 이해하게 한다.
이때 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식이

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)\ (\text{단, } x_1\neq x_2)$$

임을 공식화하여 다루지 않게 한다.

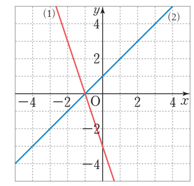
❸ x절편과 y절편을 알 때에도 두 점의 좌표를 알 때와 마찬가지 방법으로 기울기를 구한 후 y절편을 이용하여 일차함수의 식을 구할 수 있음을 알게 한다.

문제 1 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 기울기가 $-\frac{1}{2}$이고, y절편이 3인 직선

(2) 일차함수 $y=3x-1$의 그래프와 평행하고, y절편이 2인 직선

문제 2 오른쪽 그림과 같은 직선 (1), (2)를 그래프로 하는 일차함수의 식을 각각 구하시오.



기울기와 한 점이 주어진 일차함수의 식

❶ 일차함수의 그래프의 기울기와 그 그래프가 지나는 한 점의 좌표를 알면 일차함수의 식을 다음과 같은 순서로 구할 수 있다.

- **1단계** 기울기가 a인 일차함수의 식을 $y=ax+b$로 나타내기
- **2단계** 한 점의 좌표를 이용하여 y절편 b의 값 구하기
- **3단계** 일차함수의 식 구하기

| 기울기와 한 점의 좌표를 이용하여 일차함수의 식 구하기

예제 1 일차함수의 그래프의 기울기가 3이고 그 그래프가 점 (1, 2)를 지날 때, 그 일차함수의 식을 구하시오.

풀이 1단계 그래프의 기울기가 3인 일차함수의 식은

$y=3x+b$ …… ①

2단계 이 일차함수의 그래프가 점 $(1, 2)$를 지나므로 $x=1$, $y=2$를 ①에 대입하면 $2=3\times1+b$, $b=-1$

3단계 따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=3x-1$

답 $y=3x-1$

문제 3 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 기울기가 -3이고, 점 $(2, -1)$을 지나는 직선

(2) 일차함수 $y=-x+3$의 그래프와 평행하고, 점 $(2, 0)$을 지나는 직선

122 13차시

문제 풀이

문제 1

주안점 기울기와 y절편이 주어진 그래프가 나타내는 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

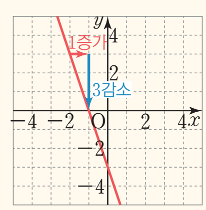
| 풀이 | (1) 일차함수의 식 $y=ax+b$에서 $a=-\frac{1}{2}$, $b=3$이므로 구하는 일차함수의 식은 $y=-\frac{1}{2}x+3$이다.

(2) 일차함수 $y=3x-1$의 그래프와 평행하므로 기울기는 3이다. 즉, 일차함수의 식 $y=ax+b$에서 $a=3$, $b=2$이므로 구하는 일차함수의 식은 $y=3x+2$이다.

문제 2

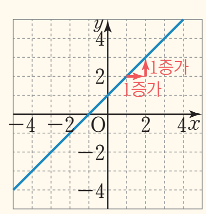
주안점 주어진 그래프에서 기울기와 y절편을 구한 다음 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

| 풀이 | (1) 주어진 그래프는 x의 값이 1만큼 증가할 때 y의 값이 3만큼 감소하는 직선이므로 기울기는 -3이고, y축과 만나는 점의 좌표가 $(0, -3)$이므로 y절편은 -3이다.



즉, 일차함수의 식 $y=ax+b$에서 $a=-3$, $b=-3$이므로 구하는 일차함수의 식은 $y=-3x-3$이다.

(2) 주어진 그래프는 x의 값이 1만큼 증가할 때 y의 값이 1만큼 증가하는 직선이므로 기울기는 1이고, y축과 만나는 점의 좌표가 $(0, 1)$이므로 y절편은 1이다.



즉, 일차함수의 식 $y=ax+b$에서 $a=1$, $b=1$이므로 구하는 일차함수의 식은 $y=x+1$이다.

두 점이 주어진 일차함수의 식

2 일차함수의 그래프가 지나는 서로 다른 두 점의 좌표를 알면 일차함수의 식을 다음과 같은 순서로 구할 수 있다.

1단계	두 점의 좌표를 이용하여 기울기 a의 값 구하기
2단계	일차함수의 식을 $y=ax+b$로 나타내기
3단계	한 점의 좌표를 이용하여 y절편 b의 값 구하기
4단계	일차함수의 식 구하기

| 서로 다른 두 점의 좌표를 이용하여 일차함수의 식 구하기

예제 2 일차함수의 그래프가 두 점 $(1,\ 2)$, $(4,\ -4)$를 지날 때, 그 일차함수의 식을 구하시오.

풀이 1단계 기울기 a의 값을 구하면

$$a=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{-4-2}{4-1}=\frac{-6}{3}=-2$$

2단계 그래프의 기울기가 -2인 일차함수의 식은

$y=-2x+b$ …… ①

3단계 일차함수의 그래프가 점 $(1,\ 2)$를 지나므로 $x=1$, $y=2$를 ①에 대입하면 $2=-2\times1+b$, $b=4$

4단계 따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-2x+4$

답 $y=-2x+4$

문제 4 다음 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) $(2,\ -3)$, $(4,\ 1)$ (2) $(-2,\ 2)$, $(2,\ 6)$

3

문제 5 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) x절편이 -2, y절편이 3인 직선

(2) x절편이 $\frac{1}{2}$, y절편이 $\frac{5}{2}$인 직선

14차시 123

문제 3

주안점 일차함수의 그래프의 기울기와 그 그래프가 지나는 한 점의 좌표를 이용하여 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 그래프의 기울기가 -3인 일차함수의 식은

$y=-3x+b$ …… ①

이 일차함수의 그래프가 점 $(2,\ -1)$을 지나므로 $x=2$, $y=-1$을 ①에 대입하면 $-1=-3\times2+b$, $b=5$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-3x+5$이다.

(2) 일차함수 $y=-x+3$의 그래프와 평행하므로 기울기는 -1이다.

즉, 그래프의 기울기가 -1인 일차함수의 식은

$y=-x+b$ …… ①

이 일차함수의 그래프가 점 $(2,\ 0)$을 지나므로 $x=2$, $y=0$을 ①에 대입하면 $0=-1\times2+b$, $b=2$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-x+2$이다.

문제 4

주안점 일차함수의 그래프가 지나는 서로 다른 두 점의 좌표를 이용하여 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 기울기 a의 값을 구하면

$$a=\frac{1-(-3)}{4-2}=\frac{4}{2}=2$$

그래프의 기울기가 2인 일차함수의 식은

$y=2x+b$ …… ①

이 일차함수의 그래프가 점 $(2,\ -3)$을 지나므로 $x=2$, $y=-3$을 ①에 대입하면

$-3=2\times2+b$, $b=-7$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=2x-7$이다.

(2) 기울기 a의 값을 구하면

$$a=\frac{6-2}{2-(-2)}=\frac{4}{4}=1$$

그래프의 기울기가 1인 일차함수의 식은

$y=x+b$ …… ①

이 일차함수의 그래프가 점 $(-2,\ 2)$를 지나므로 $x=-2$, $y=2$를 ①에 대입하면

$2=-2+b$, $b=4$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=x+4$이다.

문제 5

주안점 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편을 이용하여 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) x절편이 -2, y절편이 3이므로 두 점 $(-2,\ 0)$, $(0,\ 3)$을 지난다.

이때 기울기 a의 값을 구하면 $a=\frac{3}{2}$

따라서 그래프의 기울기가 $\frac{3}{2}$이고 y절편이 3인 일차함수의 식은 $y=\frac{3}{2}x+3$이다.

(2) x절편이 $\frac{1}{2}$, y절편이 $\frac{5}{2}$이므로

두 점 $\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$, $\left(0,\ \frac{5}{2}\right)$를 지난다.

이때 기울기 a의 값을 구하면 $a=-5$

따라서 그래프의 기울기가 -5이고 y절편이 $\frac{5}{2}$인 일차함수의 식은 $y=-5x+\frac{5}{2}$이다.

교과서 지도 방안

❶ 일차함수의 그래프의 성질을 활용하여 실생활 문제를 해결할 때에는 보통 x의 값의 범위가 수 전체가 아니므로 문제의 상황에서 x의 값의 범위를 적절하게 고려해야 함에 유의하게 한다.

❷ 일차함수의 그래프의 성질을 활용하여 실생활 문제를 풀 때에는 다음과 같은 순서를 고려하여 풀게 한다.

① 변수 정하기

변화하는 두 양을 x, y로 정한다.

② 함수 구하기

두 양 x, y의 관계를 일차함수 $y=ax+b$로 나타낸다.

③ 구하는 값 찾기

함숫값이나 그래프를 이용하여 구하려는 값을 찾는다.

플러스 문제

문제 6 유사

어느 지역은 지표면에서 지하로 1 km씩 내려갈 때마다 온도가 24 ℃씩 일정하게 올라간다고 한다. 지표면의 온도가 25 ℃일 때, 지하 4 km에서의 온도를 구하시오.

답 121 ℃

문제 6 심화

하윤이는 수온이 4 ℃인 물을 얼려 얼음을 만들었을 때, 각각의 부피를 측정하여 다음과 같은 표를 얻었다. 부피가 1000 mL인 물을 얼렸을 때, 얼음의 부피를 구하시오.

물의 부피(mL)	100	200	300	400
얼음의 부피(mL)	115	230	345	460

답 1150 mL

∷ 일차함수의 그래프의 성질을 활용하여 문제를 해결할 수 있나요?

일차함수의 활용 ❶ 실생활 문제를 해결하려고 할 때, 두 양 사이의 관계가 일차함수임을 알면 두 변수 사이의 관계를 식으로 나타내어 다음과 같은 순서로 문제를 해결할 수 있다.

❷
- **1단계** 문제의 뜻을 파악하여 변수 x, y로 정하기
- **2단계** 두 변수 x와 y 사이의 관계를 일차함수 $y=ax+b$로 나타내기
- **3단계** 함숫값이나 그래프를 이용하여 값을 구하기

| 일차함수의 그래프의 성질 활용하기

예제 ❸ 어떤 양초에 불을 붙이면 양초의 길이는 시간이 지남에 따라 일정하게 줄어든다고 한다. 이 양초에 불을 붙인 지 5분, 10분이 지났을 때, 남은 양초의 길이는 각각 18 cm, 16 cm가 되었다. 양초에 불을 붙인 지 20분이 지났을 때, 남은 양초의 길이를 구하시오.

풀이 **1단계** 양초에 불을 붙인 후 흐른 시간을 x분, 이때 남은 양초의 길이를 y cm라고 하자.

2단계 양초의 길이는 시간에 따라 일정하게 줄어들므로 두 변수 x와 y 사이에 일차함수 $y=ax+b$의 관계가 성립한다.

시간이 $10-5=5$(분) 흐를 때 양초의 길이는 $18-16=2$ (cm)가 줄어들므로 기울기 $a=\frac{-2}{5}=-0.4$이고, x와 y 사이의 관계식은

$y=-0.4x+b$ …… ①

이다. ①에 $x=5$, $y=18$을 대입하면

$18=-0.4\times5+b$, $b=20$

따라서 x와 y 사이의 관계식은

$y=20-0.4x$ …… ②

3단계 ②에 $x=20$을 대입하면

$y=20-0.4\times20$, $y=12$

따라서 양초에 불을 붙인 지 20분이 지났을 때, 남은 양초의 길이는 12 cm이다.

답 12 cm

문제 6 깊이가 2 m인 어느 실내 수영장에 일정하게 물을 채워 넣을 때, 수면의 높이가 매분 2 cm씩 높아진다고 한다. 수면의 높이가 20 cm일 때부터 물을 채워 넣기 시작한 지 10분이 지났을 때, 수면의 높이를 구하시오.

124 14차시

문제 풀이

문제 6

주안점 일차함수의 그래프의 성질을 활용하여 여러 가지 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| 물을 채워 넣기 시작한 후 흐른 시간을 x분, 이때의 수면의 높이를 y cm라고 하자.

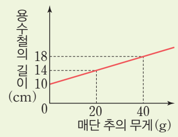
수면의 높이가 20 cm일 때부터 수면의 높이가 매분 2 cm씩 높아지므로 x와 y 사이의 관계식은 $y=2x+20$ …… ①

①에 $x=10$을 대입하면

$y=2\times10+20$, $y=40$

따라서 물을 채워 넣기 시작한 지 10분이 지났을 때의 수면의 높이는 40 cm이다.

예제 4 길이가 10 cm인 용수철의 아래 끝에 추를 매달아 용수철의 길이를 측정하는 실험을 하여 오른쪽과 같은 그래프를 얻었다. 이 용수철에 무게가 30 g인 추를 매달 때, 용수철의 길이를 구하시오.



풀이 1단계 매단 추의 무게가 x g일 때의 용수철의 길이를 y cm라고 하자.

2단계 주어진 그래프가 직선이고 그래프가 두 점 (0, 10), (20, 14)를 지나므로 기울기는 $\frac{14-10}{20-0}=0.2$이다. 또, y절편이 10이므로 x와 y 사이의 관계식은 $y=0.2x+10$이다.

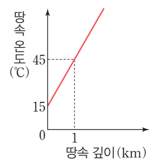
3단계 $x=30$을 $y=0.2x+10$에 대입하면

$y=0.2\times30+10$, $y=16$

따라서 무게가 30 g인 추를 매달 때, 용수철의 길이는 16 cm이다.

답 16 cm

문제 7 오른쪽 그래프는 어느 한 지점에서 지표면으로부터의 깊이에 따라 일정하게 변하는 땅속의 온도를 나타낸 것이다. 이 지점에서 지표면으로부터의 깊이가 5 km일 때, 땅속의 온도를 구하시오.



생각 넓히기 문제 해결

1분 동안 귀뚜라미가 울음소리를 낸 횟수와 섭씨온도 사이에는 일차함수 관계가 있다. 다음 대화를 읽고 온도가 20 ℃일 때, 귀뚜라미는 1분 동안 몇 회 우는지 구하여 보자.

생각 넓히기

문제 해결

[지도 목표] 일차함수의 그래프의 성질을 활용하여 온도를 통해 귀뚜라미 울음소리의 횟수를 알게 한다.

[지도 방법] 귀뚜라미 울음소리의 횟수와 섭씨온도 사이에 일차함수 관계가 성립하므로 주어진 조건을 통해 이 일차함수의 식을 찾게 하고, 이를 이용하여 온도가 20 ℃일 때 귀뚜라미가 1분 동안 몇 번 우는지 구할 수 있도록 지도한다.

[예시 답안]

귀뚜라미가 1분 동안 x회 울 때의 온도를 y ℃라고 하자.

귀뚜라미가 1분 동안 운 횟수가 $76-40=36$(회) 감소할 때, 온도는 $15-10=5$ (℃)가 낮아진다.

이때 x와 y 사이의 관계식은 $y=\frac{5}{36}x+b$ …… ①

①에 $x=40$, $y=10$을 대입하면 $b=\frac{40}{9}$

따라서 x와 y 사이의 관계식은

$y=\frac{5}{36}x+\frac{40}{9}$ …… ②

②에 $y=20$을 대입하면 $20=\frac{5}{36}x+\frac{40}{9}$, $x=112$

따라서 온도가 20 ℃일 때 귀뚜라미는 1분 동안 112회 운다.

문제 7

주안점 일차함수의 그래프의 성질을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

| 풀이 | 지면으로부터의 깊이가 x km일 때, 땅속의 온도를 y ℃라고 하자. 주어진 그래프가 직선이고 그래프가 두 점 (0, 15), (1, 45)를 지나므로 기울기는 $\frac{45-15}{1-0}=30$이다.

또, y절편이 15이므로 x와 y 사이의 관계식은 $y=30x+15$이다.

$x=5$를 $y=30x+15$에 대입하면

$y=30\times5+15$, $y=165$

따라서 지면으로부터의 깊이가 5 km일 때, 땅속의 온도는 165 ℃이다.

생각 넓히기 플러스

문제 해결

어떤 가스난로에 가스 510 g을 2시간 50분 동안 계속하여 연소시키면 매분 일정한 양이 연소되어 가스가 완전히 소모된다고 한다. 남은 가스의 무게가 90 g일 때, 가스는 몇 분 동안 연소된 것인지 구하여 보자.

[풀이] x분 동안 연소시키고 남은 가스의 무게를 y g이라고 하자. 가스 510 g은 170분 동안 모두 연소되므로 1분에 연소되는 가스의 양은 3 g이다. 따라서 x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y=-3x+510$이다.

$y=90$을 $y=-3x+510$에 대입하면

$90=-3x+510$, $x=140$

따라서 가스는 140분 동안 연소되었다.

스스로 확인하기

1 이해하기 | 하 중 상

주안점 기울기와 y절편이 주어진 그래프가 나타내는 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 일차함수의 식 $y=ax+b$에서 $a=-5$, $b=1$이므로 구하는 일차함수의 식은 $\quad y=-5x+1$

(2) 일차함수의 식 $y=ax+b$에서 $a=3$, $b=-2$이므로 구하는 일차함수의 식은 $\quad y=3x-2$

2 해석하기 | 하 중 상

주안점 일차함수의 그래프의 기울기와 그 그래프가 지나는 한 점의 좌표를 이용하여 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 기울기가 2이므로 $\quad y=2x+b \quad \cdots\cdots ①$

$x=1$, $y=3$을 ①에 대입하면 $\quad 3=2\times1+b$, $b=1$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $\quad y=2x+1$

(2) 기울기가 5이므로 $\quad y=5x+b \quad \cdots\cdots ①$

$x=-2$, $y=6$을 ①에 대입하면 $\quad b=16$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $\quad y=5x+16$

3 해석하기 | 하 중 상

주안점 일차함수의 그래프가 지나는 서로 다른 두 점의 좌표를 이용하여 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 기울기를 구하면 $\quad \dfrac{7-3}{4-2}=\dfrac{4}{2}=2$

이므로 일차함수의 식은 $\quad y=2x+b \quad \cdots\cdots ①$

$x=2$, $y=3$을 ①에 대입하면

$3=2\times2+b$, $b=-1$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $\quad y=2x-1$

(2) 기울기를 구하면 $\quad \dfrac{-2-2}{3-(-1)}=\dfrac{-4}{4}=-1$

이므로 일차함수의 식은 $\quad y=-x+b \quad \cdots\cdots ①$

$x=-1$, $y=2$를 ①에 대입하면 $\quad b=1$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $\quad y=-x+1$

4 해석하기 | 하 중 상

주안점 기울기와 y절편이 주어진 그래프가 나타내는 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

|풀이| 기울기는 $-\dfrac{1}{2}$, y절편은 -2이므로 구하는 일차함수의 식은 $y=-\dfrac{1}{2}x-2$이다.

5 활용하기 | 하 중 상

주안점 일차함수의 그래프의 성질을 활용하여 여러 가지 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

스스로 확인하기

정답 및 풀이 272쪽

1

다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 기울기가 -5이고, y절편이 1인 직선

(2) 기울기가 3이고, y절편이 -2인 직선

2

다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 기울기가 2이고, 점 $(1,\ 3)$을 지나는 직선

(2) 일차함수 $y=5x$의 그래프와 평행하고 점 $(-2,\ 6)$을 지나는 직선

3

다음 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) $(2,\ 3)$, $(4,\ 7)$

(2) $(-1,\ 2)$, $(3,\ -2)$

수업 보충 자료

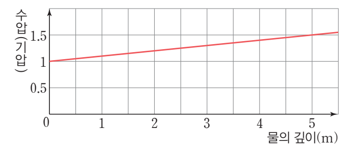
기초력 향상 문제 ⇨ 300~301쪽
소단원 평가 ⇨ 310쪽
활동지 ⇨ 319쪽

4

일차함수 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$의 그래프와 평행하고 일차함수 $y=-3x-2$의 그래프와 y축에서 만나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

5 창의•융합

다음 그림은 수면에서 기압이 1기압일 때, 물속으로 내려감에 따라 그 깊이에서의 수압을 나타낸 그래프이다. 수압이 2기압이 되는 지점은 수면으로부터 깊이가 몇 m인지 구하시오.



6 창의•융합

다음 표는 주전자의 물을 가열한 시간에 따른 물의 온도를 조사하여 나타낸 것이다. 가열한 시간에 따라 물의 온도가 일정하게 올라간다고 할 때, 물의 온도가 85 ℃가 되려면 몇 분 동안 가열하면 되는지 구하시오.

시간(분)	0	2	4	6	8
온도(℃)	8	22	36	50	64

이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

|풀이| 수면으로부터의 깊이를 x m, 이때의 수압을 y기압이라고 하자. 물의 깊이가 5 m로 깊어질 때, 수압은 0.5기압이 높아진다.

또, $x=0$일 때, $y=1$이므로 x와 y 사이의 관계식은

$y=0.1x+1 \quad \cdots\cdots ①$

①에 $y=2$를 대입하면 $\quad 2=0.1x+1$, $x=10$

따라서 수압이 2기압이 되는 지점은 수면으로부터의 깊이가 10 m가 되는 지점이다.

6 탐구하기 | 하 중 상

주안점 일차함수의 그래프의 성질을 활용하여 여러 가지 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| 가열한 시간을 x분, 이때의 물의 온도를 y ℃라고 하자.

가열한 시간에 따른 온도의 변화는 $\quad \dfrac{22-8}{2-0}=7$

또, $x=0$일 때, $y=8$이므로 x와 y 사이의 관계식은

$y=7x+8 \quad \cdots\cdots ①$

①에 $y=85$를 대입하면 $\quad 85=7x+8$, $x=11$

따라서 물의 온도가 85 ℃가 되려면 물을 11분 동안 가열하면 된다.

6 일차함수와 일차방정식

일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.

데카르트(Descartes, R., 1596~1650)에 의해 미지수가 2개인 일차방정식의 해를 좌표평면 위에 나타낼 수 있게 되었다.

탐구 학습

일차함수와 일차방정식 사이에는 어떤 관계가 있나요?

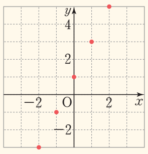
열기 일차방정식 $2x-y+1=0$을 만족시키는 x, y에 대하여 다음 표를 완성하고, 구한 방정식의 해의 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내 보자.

x	-2	-1	0	1	2
y					

다지기 표를 완성하면 다음과 같다.

x	-2	-1	0	1	2
y	-3				

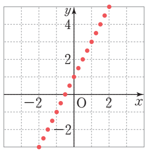
이때 표에서 얻어지는 해의 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



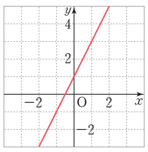
키우기 일차방정식의 모든 해를 좌표평면 위에 나타낸 그래프는 어떤 모양이 될까?

일차방정식의 그래프

일차방정식 $2x-y+1=0$에서 x의 값의 간격을 점점 작게 하여 구한 해의 순서쌍 (x, y)를 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 1〉과 같이 직선에 가까운 형태가 된다. 또, x의 값의 범위가 수 전체일 때 해의 순서쌍 (x, y)를 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 2〉와 같은 직선이 된다. 이때 일차방정식 $2x-y+1=0$의 해를 나타내는 이 직선을 일차방정식의 그래프라고 한다.



〈그림 1〉



〈그림 2〉

6 일차함수와 일차방정식

1 소단원 성취기준

[9수03-07] 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.

- 미지수가 2개인 일차방정식의 해를 좌표평면 위에 나타낼 수 있다.
- 일차함수의 그래프와 미지수가 2개인 일차방정식의 그래프 사이의 관계를 알 수 있다.
- 일차방정식 $x=p$, $y=q$의 그래프를 그릴 수 있다.

2 새로 나온 학습 요소

직선의 방정식

3 지도상의 유의점

- 미지수가 2개인 일차방정식의 해의 순서쌍을 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 일차함수의 그래프와 같은 직선이 됨을 직관적으로 이해하게 한다.
- 일차방정식의 그래프와 일차함수의 그래프는 그래프의 모양이 같으나 다른 개념임을 알게 한다.
- 일차방정식 $x=p$, $y=q$의 그래프는 일차함수의 그래프가 아님을 알게 한다.

탐구 학습 지도 방법

열기

주어진 일차방정식의 해를 구하고 그 해를 좌표평면 위에 나타낼 수 있게 한다.

다지기

표에 주어진 x의 값을 차례로 일차방정식 $2x-y+1=0$에 대입하여 y의 값을 구하게 한 후 표에서 얻어지는 해의 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내게 한다. 답 -1, 1, 3, 5

키우기

일차방정식에서 x의 값의 범위를 수 전체로 하여 계속 늘려 갈 때 얻어지는 해의 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 어떤 모양이 될지 직관적으로 추측해 보게 지도한다.

소단원 도입 글 지도 방법

데카르트가 좌표를 발견하게 되면서 미지수가 2개인 일차방정식의 해를 좌표평면에 시각적으로 나타낼 수 있게 되었다. 일차함수의 그래프를 그릴 때 함수식에 x의 값을 대입하여 얻어지는 y의 값의 순서쌍들을 좌표로 하는 점을 좌표평면에 나타내었던 것과 연관 지어 미지수가 2개인 일차방정식의 그래프를 그리는 방법을 생각해 보게 하고, 미지수가 2개인 일차방정식과 일차함수의 관계에 대하여 추측해 보게 함으로써 이 단원 학습에 흥미를 느낄 수 있도록 지도한다.

교과서 지도 방안

1 오개념 바로잡기 | 미지수가 2개인 일차방정식의 해를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타낼 때, x, y의 값의 범위에 따라 그 결과가 달라짐에도 불구하고 늘 몇 개의 점으로만 나타내거나 직선으로 그리는 경우가 있다. 그러므로 일차함수의 그래프를 그릴 때와 마찬가지로 x, y의 값의 범위를 확인하게 하고 특별한 언급이 없을 때에만 x, y의 값의 범위를 수 전체로 한다는 것을 알게 한다.

2 미지수가 2개인 일차방정식에서는 두 미지수를 서로 동등하게 보지만 일차함수에서는 독립변수와 종속변수로 구분한다. 즉, x, y를 일차방정식에서는 미지수라 하고, 일차함수에서는 변수라고 하며, 그 의미를 구별하여 사용하도록 한다. 따라서 일차방정식의 그래프와 일차함수의 그래프는 그 모양이 같으나 다른 개념임을 알게 한다.

3 일차방정식 $ax+by+c=0$에서 $a=0$ 또는 $b=0$인 경우는 그 그래프를 일차함수의 그래프로 나타낼 수 없다. 즉, 미지수가 2개인 일차방정식의 그래프를 모두 일차함수의 그래프로 나타낼 수 있는 것은 아님을 알게 한다.

1 이 직선은 기울기가 2이고 y절편이 1이므로 일차함수 $y=2x+1$의 그래프와 같은 직선이다. 따라서 일차방정식 $2x-y+1=0$의 그래프는 일차함수 $y=2x+1$의 그래프와 서로 같음을 알 수 있다.

2 일반적으로 $a\neq0$, $b\neq0$일 때, 일차방정식 $ax+by+c=0$에서 y를 x의 식으로 나타내면 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$와 같은 일차함수의 식을 얻는다.

따라서 일차방정식 $ax+by+c=0$의 그래프는 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$의 그래프와 같다.

3

일차방정식		일차함수
$ax+by+c=0$ (단, $a\neq0$, $b\neq0$)	함수의 식 → / ← 방정식	$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

이상을 정리하면 다음과 같다.

일차방정식의 그래프와 일차함수의 그래프
일차방정식 $ax+by+c=0$(단, $a\neq0$, $b\neq0$)의 그래프는 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$의 그래프와 같다.

| 일차방정식의 그래프 그리기

예제 1 일차방정식 $3x-2y+6=0$의 그래프를 그리시오.

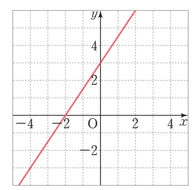
풀이 일차방정식 $3x-2y+6=0$에서 y를 x의 식으로 나타내면

$-2y=-3x-6$

$y=\frac{3}{2}x+3$

주어진 일차방정식의 그래프는 기울기가 $\frac{3}{2}$이고, y절편이 3인 일차함수의 그래프와 같다.

따라서 일차방정식 $3x-2y+6=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



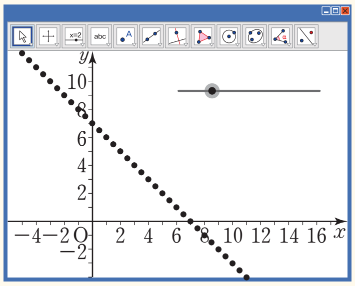
답 풀이 참조

128 16차시

수준별 지도 자료

■ **미지수가 2개인 일차방정식의 그래프**

하 수준 표를 이용하여 일차방정식의 해를 구하고, 해를 좌표평면 위에 나타내는 활동을 한 후, 컴퓨터 프로그램을 통해 x, y의 값의 범위를 수 전체로 확대하여 해를 나타내게 한다. 이를 통해 미지수가 2개인 일차방정식의 해의 그래프와 일차함수의 그래프가 같음을 이해하게 한다.



문제 풀이

문제 1

주안점 미지수가 2개인 일차방정식의 그래프와 일차함수의 그래프 사이의 관계를 알게 한다.

| 풀이 | $x+y=2$에서 y를 x의 식으로 나타내면 $y=-x+2$

$6x-3y+1=0$에서 y를 x의 식으로 나타내면

$-3y=-6x-1$, $y=2x+\frac{1}{3}$

$2x-4y+6=0$에서 y를 x의 식으로 나타내면

$-4y=-2x-6$, $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

따라서 그래프가 서로 같은 것을 찾아 연결하면 다음과 같다.

$x+y=2$ • ——— • $y=-x+2$

$6x-3y+1=0$ • ——— • $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

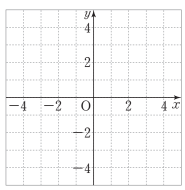
$2x-4y+6=0$ • ——— • $y=2x+\frac{1}{3}$

문제 1 다음 중에서 일차방정식의 해를 나타내는 직선과 일차함수의 그래프가 서로 같은 것을 찾아 선으로 연결하시오.

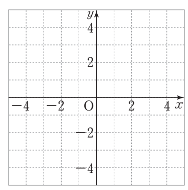
$x+y=2$	$y=-x+2$
$6x-3y+1=0$	$y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$
$2x-4y+6=0$	$y=2x+\frac{1}{3}$

문제 2 다음 일차방정식의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $3x-y-2=0$

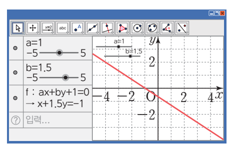


(2) $2x+3y-6=0$



생각 넓히기 정보 처리

일차방정식 $ax+by+1=0$(단, a, b는 상수, $a\neq0$, $b\neq0$)의 그래프를 컴퓨터 프로그램을 이용하여 그려 보고, a와 b의 부호에 따라 제몇 사분면을 지나는지 설명하여 보자.



	a>0	a<0
b>0		
b<0		

문제 2

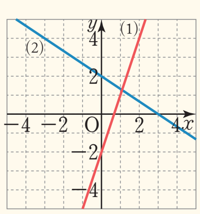
주안점 일차함수의 그래프를 이용하여 일차방정식의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

|풀이| (1) $3x-y-2=0$에서 y를 x의 식으로 나타내면 $y=3x-2$이다. 주어진 일차방정식의 그래프는 기울기가 3이고, y절편이 -2인 일차함수의 그래프와 같다.

(2) $2x+3y-6=0$에서 y를 x의 식으로 나타내면 $y=-\frac{2}{3}x+2$이다.

주어진 일차방정식의 그래프는 기울기가 $-\frac{2}{3}$이고, y절편이 2인 일차함수의 그래프와 같다.

따라서 일차방정식 (1), (2)의 그래프는 다음 그림과 같다.



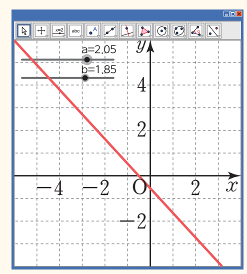
생각 넓히기 정보 처리

[지도 목표] 일차방정식 $ax+by+1=0$(단, a, b는 상수, $a\neq0$, $b\neq0$)의 그래프는 a와 b의 부호에 따라 어떤 모양이 되는지 알게 한다.

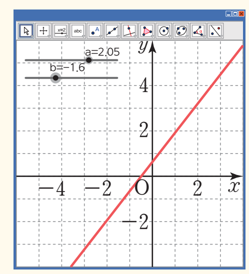
[지도 방법] 컴퓨터 프로그램을 이용하여 일차방정식 $ax+by+1=0$(단, a, b는 상수, $a\neq0$, $b\neq0$)의 a와 b의 부호를 달리하며 그래프를 그려 보고 그 그래프가 제몇 사분면을 지나는지 알아볼 수 있도록 지도한다.

[예시 답안] a, b의 부호를 변화시켜 $ax+by+1=0$의 그래프를 그려 보면 다음 그림과 같다.

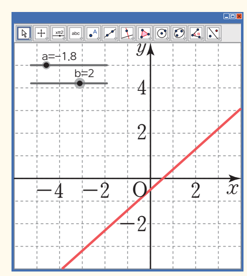
① $a>0$, $b>0$일 때



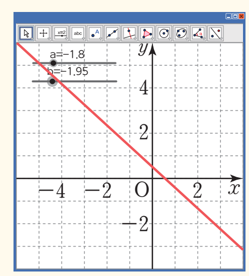
② $a>0$, $b<0$일 때



③ $a<0$, $b>0$일 때



④ $a<0$, $b<0$일 때



따라서 a, b의 부호에 따라 일차방정식의 그래프가 지나는 사분면은 다음 표와 같다.

	$a>0$	$a<0$
$b>0$	제2사분면 제3사분면 제4사분면	제1사분면 제3사분면 제4사분면
$b<0$	제1사분면 제2사분면 제3사분면	제1사분면 제2사분면 제4사분면

교과서 지도 방안

1 일차방정식 $x=p$, $y=q$(단, $p\neq0$, $q\neq0$)의 그래프는 각각 y축, x축에 평행한 직선임을 이해하게 한다. 예를 들어 $x=p$는 $x+0\times y-p=0$으로 생각할 수 있다. 이때 $(p, 0)$만이 일차방정식의 해인 것은 아니다. 임의의 t에 대하여 (p, t)는 모두 이 일차방정식의 해이다. 따라서 $x=p$의 그래프가 직선이 됨을 이해하도록 지도한다.

2 **오개념 바로잡기 |** $x=p$, $y=q$의 그래프가 직선으로 나타나기 때문에 일차함수라고 생각하는 경우가 있다. 일차방정식 $x=p$의 그래프에서 x의 값이 p일 때 y의 값이 여러 개로 정해지므로 $x=p$는 함수가 아님을 이해하게 한다.
또한, 일차방정식 $y=p$의 그래프에서 x의 값 하나에 y의 값이 하나씩 정해져 $y=p$는 함수이지만 일차함수가 아님을 알도록 지도한다.

3 일차방정식의 그래프는 직선이지만 모든 직선이 일차함수 $y=mx+n$(단, $m\neq0$)의 형태로 나타나는 것은 아님을 이해하게 한다.

4 **개념 확인 |** 일차방정식 $ax+by+c=0$에서 $a\neq0$, $b\neq0$인 경우, $a\neq0$, $b=0$인 경우, $a=0$, $b\neq0$인 경우로 나누어서 각각 $y=mx+n$, $x=p$, $y=q$의 형태로 바꾸어 그린다.

플러스 문제

문제 3 심화
x축과 y축을 나타내는 일차방정식을 구하고 그 이유를 설명하시오.
|풀이| x축 위의 모든 점은 y좌표가 0이므로 x축을 일차방정식으로 나타내면 $y=0$이다.
y축 위의 모든 점은 x좌표가 0이므로 y축을 일차방정식으로 나타내면 $x=0$이다.

직선의 방정식은 무엇인가요?

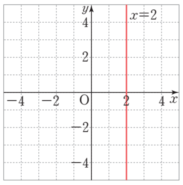
$x=p$, $y=q$의 그래프

1 일차방정식 $ax+by+c=0$에서 a, b 중 어느 하나가 0인 경우의 그래프를 그려 보자.

❶ $a\neq0$, $b=0$인 경우
일차방정식 $x=2$를 $ax+by+c=0$의 꼴로 나타내면

$$x+0\times y-2=0$$

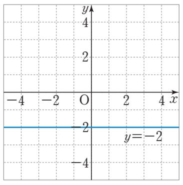
이고, 이 방정식의 y에 어떤 값을 대입하여도 x의 값은 항상 2이다.
따라서 $x=2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 점 $(2, 0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이 된다.



❷ $a=0$, $b\neq0$인 경우
일차방정식 $y=-2$를 $ax+by+c=0$의 꼴로 나타내면

$$0\times x+y+2=0$$

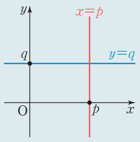
이고, 이 방정식의 x에 어떤 값을 대입하여도 y의 값은 항상 -2이다.
따라서 $y=-2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 점 $(0, -2)$를 지나고 x축에 평행한 직선이 된다.



2 일반적으로 일차방정식 $x=p$, $y=q$의 그래프는 다음과 같다.

➊ 일차방정식 $y=0$, $x=0$의 그래프는 각각 x축, y축을 나타낸다.

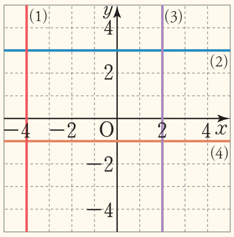
일차방정식 $x=p$, $y=q$의 그래프
❶ $x=p$(단, $p\neq0$)의 그래프는 점 $(p, 0)$을 지나고, y축에 평행한 직선이다.
❷ $y=q$(단, $q\neq0$)의 그래프는 점 $(0, q)$를 지나고, x축에 평행한 직선이다.



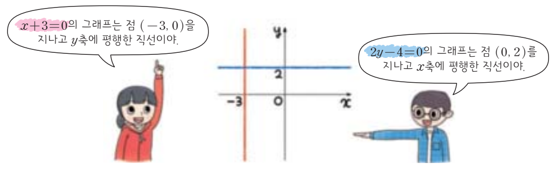
130 17차시

문제 풀이

문제 3
주안점 일차방정식 $x=p$, $y=q$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.
|풀이| (1) 일차방정식 $x=-4$의 그래프는 점 $(-4, 0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이다.
(2) 일차방정식 $y=3$의 그래프는 점 $(0, 3)$을 지나고 x축에 평행한 직선이다.
(3) 일차방정식 $3x=6$, 즉 $x=2$의 그래프는 점 $(2, 0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이다.
(4) 일차방정식 $2y=-2$, 즉 $y=-1$의 그래프는 점 $(0, -1)$을 지나고 x축에 평행한 직선이다.
따라서 일차방정식 (1), (2), (3), (4)의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



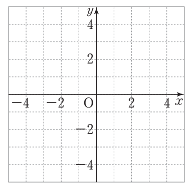
개념 확인



문제 3 다음 일차방정식의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $x=-4$　　(2) $y=3$

(3) $3x=6$　　(4) $2y=-2$



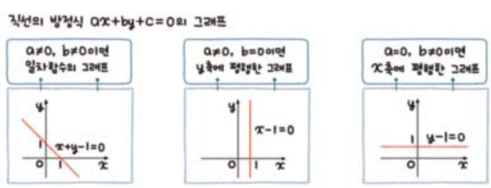
직선의 방정식　일반적으로 x, y의 값의 범위가 수 전체일 때, 일차방정식

$ax+by+c=0$ (단, a, b, c는 상수, $a\neq0$ 또는 $b\neq0$)

의 해는 무수히 많고, 이 해를 좌표평면 위에 나타내면 직선이 된다.

이때 일차방정식 $ax+by+c=0$을 **직선의 방정식**이라고 한다.

개념 확인

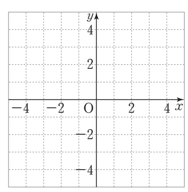


문제 4 다음 직선의 방정식이 나타내는 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $2x-y-2=0$

(2) $3x-9=0$

(3) $2y+6=0$



18차시 131

문제 4

주안점　주어진 직선의 방정식이 나타내는 그래프를 그릴 수 있게 한다.

|풀이| (1) $2x-y-2=0$에서 y를 x의 식으로 나타내면

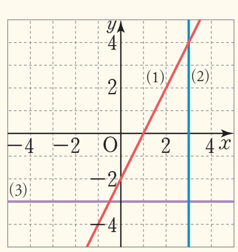
$$y=2x-2$$

이므로 주어진 일차방정식의 그래프는 기울기가 2이고 y절편이 -2인 일차함수의 그래프와 같다.

(2) $3x-9=0$을 정리하면 $x=3$이므로 주어진 일차방정식의 그래프는 점 $(3, 0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이다.

(3) $2y+6=0$을 정리하면 $y=-3$이므로 주어진 일차방정식의 그래프는 점 $(0, -3)$을 지나고 x축에 평행한 직선이다.

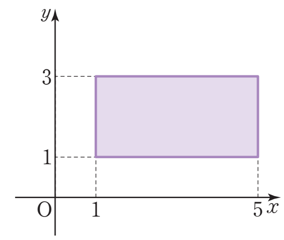
따라서 직선의 방정식 (1), (2), (3)이 나타내는 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



플러스 문제

문제 4 심화

다음 조건을 만족시키는 직선 중에서 아래 그림과 같은 직사각형의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 구하시오. 이때 이 직사각형의 두 대각선의 교점은 $\mathrm{M}(3, 2)$이다.



(1) x축에 평행한 직선

(2) y축에 평행한 직선

(3) 원점을 지나는 직선

(4) 기울기가 $-\frac{1}{2}$인 직선

|풀이| 직사각형의 넓이를 이등분하는 직선은 직사각형의 대각선의 교점 M을 지나는 직선임을 이용한다.

(1) x축에 평행한 직선이 점 $\mathrm{M}(3, 2)$를 지나므로 직선의 방정식은 $y=2$이다.

(2) y축에 평행한 직선이 점 $\mathrm{M}(3, 2)$를 지나므로 직선의 방정식은 $x=3$이다.

(3) 원점을 지나는 직선의 방정식을 $y=ax$라 놓으면 이 직선이 점 $\mathrm{M}(3, 2)$를 지나므로 직선의 방정식은

$$y=\frac{2}{3}x,\ 즉\ 2x-3y=0$$

이다.

(4) 기울기가 $-\frac{1}{2}$인 직선의 방정식을 $y=-\frac{1}{2}x+b$라 놓으면 이 직선이 점 $\mathrm{M}(3, 2)$를 지나므로 직선의 방정식은

$$y=-\frac{1}{2}x+\frac{7}{2},\ 즉\ x+2y-7=0$$

이다.

스스로 확인하기

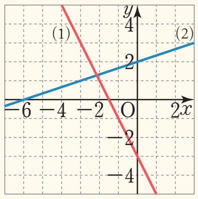
1 그래프 그리기 | 하 중 상

주안점 일차방정식의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

|풀이| (1) $2x+y+3=0$에서

$y=-2x-3$

따라서 주어진 일차방정식의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



(2) $x-3y+6=0$에서 $y=\frac{1}{3}x+2$

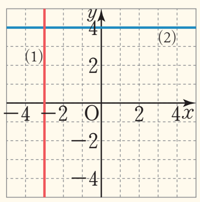
따라서 주어진 일차방정식의 그래프를 그리면 위의 그림과 같다.

2 그래프 그리기 | 하 중 상

주안점 일차방정식 $x=p$, $y=q$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

|풀이| (1) 일차방정식 $3x+9=0$의 그래프는 점 $(-3,\ 0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이다.

따라서 주어진 일차방정식의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



(2) 일차방정식 $2y-8=0$의 그래프는 점 $(0,\ 4)$를 지나고 x축에 평행한 직선이다.

따라서 주어진 일차방정식의 그래프를 그리면 위의 그림과 같다.

3 해석하기 | 하 중 상

주안점 주어진 조건을 만족시키는 직선의 방정식을 구할 수 있게 한다.

|풀이| 기울기가 1인 직선의 방정식을 $y=x+k$라 놓으면 직선이 점 $(2,\ 3)$을 지나므로 $3=2+k$, $k=1$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=x+1$이므로 $x-y+1=0$에서 $a=1$, $b=-1$이다.

4 해석하기 | 하 중 상

주안점 주어진 조건을 만족시키는 직선의 방정식을 구할 수 있게 한다.

|풀이| 점 $(3,\ -1)$을 지나고, 일차방정식 $x=-4$의 그래프와 평행한 직선은 y축에 평행하므로 $x=3$이다.

스스로 확인하기

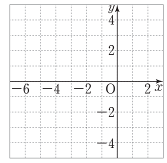
정답 및 풀이 273쪽

1

다음 일차방정식의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $2x+y+3=0$

(2) $x-3y+6=0$

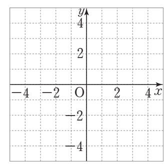


2

다음 일차방정식의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $3x+9=0$

(2) $2y-8=0$



3

점 $(2,\ 3)$을 지나고 기울기가 1인 직선의 방정식이 $ax+by+1=0$일 때, 상수 a, b의 값을 구하시오.

4

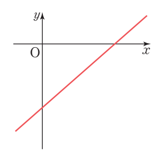
점 $(3,\ -1)$을 지나고, 일차방정식 $x=-4$의 그래프와 평행한 직선의 방정식을 구하시오.

5

일차방정식 $4x-2y+5=0$의 그래프와 평행하고 점 $(4,\ 1)$을 지나는 직선의 방정식이 $ax-y+b=0$일 때, 상수 a, b의 값을 구하시오.

6 발전 문제

직선 $x+ay+b=0$이 오른쪽 그림과 같을 때, 일차함수 $y=bx-a$의 그래프가 지나는 사분면을 모두 말하시오.



수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 302~303쪽
소단원 평가 ⇨ 311쪽

132 18차시

이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

5 해석하기 | 하 중 상

주안점 주어진 조건을 만족시키는 직선의 방정식을 구할 수 있게 한다.

|풀이| 일차방정식 $4x-2y+5=0$의 그래프와 평행한 직선의 방정식을 $y=2x+k$라 놓으면 직선이 점 $(4,\ 1)$을 지나므로

$1=2\times4+k$, $k=-7$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=2x-7$, 즉 $2x-y-7=0$이므로 $a=2$, $b=-7$이다.

6 그래프 그리기 | 하 중 상

주안점 직선의 모양을 통해 일차함수의 그래프가 지나는 사분면을 추측할 수 있게 한다.

|풀이| $x+ay+b=0$에서 $y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$이고, 이 직선의 기울기가 양수이고 y절편이 음수이므로 $a<0$, $b<0$이다.

그러므로 일차함수 $y=bx-a$의 그래프의 기울기 b는 음수이고, y절편 $-a$는 양수이다. 따라서 $y=bx-a$의 그래프는 제1사분면, 제2사분면, 제4사분면을 지난다.

7 두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식

두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 관계를 이해한다.

명사수는 직선으로 움직이는 과녁을 사격하여 맞힐 수 있다.

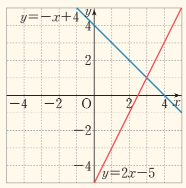
탐구 학습

두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 해는 어떤 관계가 있나요?

열기 오른쪽 그림은 두 일차함수 $y=-x+4$, $y=2x-5$의 그래프를 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 물음에 답하여 보자.

(1) 두 직선의 교점의 좌표를 말하여 보자.

(2) (1)에서 구한 교점의 x좌표와 y좌표의 값이 연립방정식 $\begin{cases} x+y=4 \\ 2x-y=5 \end{cases}$의 해가 되는지 확인하여 보자.



다지기 (1) 두 직선의 교점의 좌표는 ($\square$, $\square$)이다.

(2) 두 일차방정식 $x+y=4$, $2x-y=5$에 $x=\square$, $y=\square$을/를 각각 대입하면 $\square+\square=4$, $2\times\square-\square=5$가 되어 참이 되므로 (1)에서 구한 교점의 x좌표와 y좌표의 값이 주어진 연립방정식의 해가 된다.

키우기 두 일차함수의 그래프의 교점의 좌표와 연립일차방정식의 해는 항상 같을까?

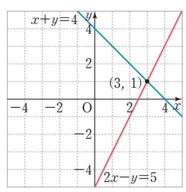
연립방정식의 해와 그래프 (1)

탐구 학습의 두 일차함수 $y=-x+4$, $y=2x-5$의 그래프 위의 점의 좌표는 각각 두 일차방정식 $x+y=4$, $2x-y=5$의 해이다.

따라서 두 일차함수 $y=-x+4$, $y=2x-5$의 그래프의 교점의 좌표 $(3,\ 1)$은 연립방정식

$$\begin{cases} x+y=4 \\ 2x-y=5 \end{cases}$$

의 해임을 알 수 있다.



19차시 133

7 두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식

1 소단원 성취기준

[9수03-08] 두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 관계를 이해한다.

- 두 일차함수의 그래프의 교점의 좌표가 연립일차방정식의 해가 됨을 이해할 수 있다.
- 연립방정식의 해가 한 개이거나 무수히 많거나 없는 경우를 두 일차함수의 그래프를 통해서 이해할 수 있다.

2 지도상의 유의점

- 두 일차함수의 그래프의 교점의 좌표와 연립일차방정식의 해 사이의 관계를 이해하는 것에 중점을 두어 지도한다.
- 연립방정식의 각 방정식을 일차함수의 그래프로 나타내어 교점을 확인해 보고, 연립방정식의 해가 무수히 많거나 없는 경우도 있음을 알게 한다.

탐구 학습 지도 방법

열기

두 일차함수의 그래프를 보고 두 직선의 교점을 구하고, 그 교점의 x좌표, y좌표의 값이 두 일차함수의 식으로 만든 연립방정식의 해와 같음을 확인하게 한다.

다지기

주어진 그림에서 두 직선의 교점의 좌표는 $(3,\ 1)$이고 두 일차방정식 $x+y=4$, $2x-y=5$에 $x=3$, $y=1$을 각각 대입하면 두 일차방정식을 만족시키므로 주어진 두 그래프의 교점 $(3,\ 1)$의 x좌표와 y좌표의 값이 주어진 연립방정식의 해가 됨을 알게 한다.

답 (1) 3, 1 (2) 3, 1, 3, 1, 3, 1

키우기

두 일차함수의 그래프의 교점의 좌표는 항상 그 두 일차함수의 식으로 이루어진 연립방정식의 해와 같음을 직관적으로 추측해 볼 수 있도록 지도한다.

소단원 도입 글 지도 방법

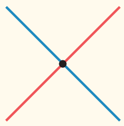
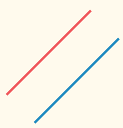
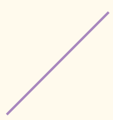
움직이는 과녁을 사격을 하여 정확히 맞히려면 과녁이 움직이는 궤적과 총알이 날아가는 궤적을 예상하여 일치하는 지점을 찾는 것이 중요하다. 이때 과녁이 움직이는 궤적과 총알이 날아가는 궤적이 모두 직선이라고 할 때, 두 직선의 교점을 예상해 보는 것과 같다. 이처럼 우리 주변에서 볼 수 있는 다양한 상황에서 두 직선의 교점을 대략적으로 찾아내야 하는 경우가 있다. 이를 통해 방정식을 풀지 않고도 그래프를 이용하여 대략적인 해를 찾을 수 있음을 알도록 지도한다.

교과서 지도 방안

❶ **개념 확인 |** 일차함수의 그래프를 이용하여 연립방정식의 해를 구할 때에는 방정식을 일차함수의 식으로 바꾸어서 그래프를 그릴 수 있도록 지도한다.
이때 두 일차함수의 그래프에서 교점의 좌표는 연립방정식의 해와 일치한다는 것을 알게 한다.

❷ 두 방정식의 그래프를 그려 교점의 좌표를 구하는 것은 두 방정식의 그래프를 정확하게 그려야 하기 때문에 어려울 수 있다. 또, 두 그래프의 교점의 좌표가 분수나 소수이면 그 좌표를 구하기가 쉽지 않다. 이런 경우에는 오히려 연립방정식을 직접 풀어서 해를 구하는 것이 더 간편할 수 있다. 따라서 그래프를 이용하여 연립방정식의 해를 구하는 것은 연립방정식의 해와 두 일차함수의 그래프의 관계를 이해하기 위한 정도로만 다룬다.

❸ 연립방정식에서 각 방정식의 그래프인 두 직선의 위치 관계를 통해 연립방정식의 해는 세 가지 경우로 분류됨을 이해할 수 있도록 지도한다.

두 직선의 위치 관계 (교점의 개수)	연립방정식의 해의 개수	두 일차함수의 그래프의 특징
 한 점에서 만난다. (1개)	1쌍	기울기: 다르다.
 평행하다. (없다.)	해가 없다.	기울기: 같다. y절편: 다르다.
 일치한다. (무수히 많다.)	해가 무수히 많다.	기울기: 같다. y절편: 같다.

이처럼 두 개의 일차방정식으로 이루어진 연립방정식의 해는 각 방정식의 그래프, 즉 일차함수의 그래프로 나타나는 두 직선의 교점의 좌표와 같다.

일반적으로 연립방정식의 해와 일차함수의 그래프 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

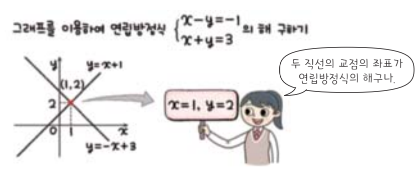
연립방정식의 해와 그래프 (1)

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ (단, $a\neq0$, $a'\neq0$, $b\neq0$, $b'\neq0$)의 해는 두 일차함수

$$y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b},\ y=-\frac{a'}{b'}x+\frac{c'}{b'}$$

의 그래프의 교점의 좌표와 같다.

❶ 개념 확인

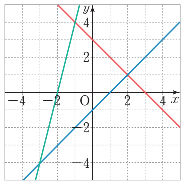


❷

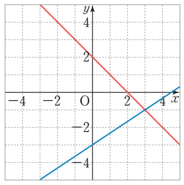
문제 1 오른쪽 그래프를 이용하여 다음 연립방정식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x-y=1 \\ 4x-y=-8 \end{cases}$



문제 2 오른쪽 그림의 두 직선의 방정식으로 이루어진 연립방정식을 세우고, 그 해를 구하시오.



문제 풀이

문제 1

주안점 일차함수의 그래프를 이용하여 연립방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 두 일차함수 $y=-x+3$, $y=x-1$의 그래프의 교점이 $(2,\ 1)$이므로 연립방정식의 해는 $x=2$, $y=1$이다.

(2) 두 일차함수 $y=x-1$, $y=4x+8$의 그래프의 교점이 $(-3,\ -4)$이므로 연립방정식의 해는 $x=-3$, $y=-4$이다.

연립방정식의 해와 그래프 (2)

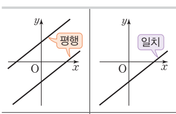
3 연립방정식의 해는 각 방정식의 해를 나타내는 두 직선의 교점의 좌표와 같다. 또, 한 평면 위에서 두 직선의 위치 관계는 한 점에서 만나거나 평행하거나 일치하는 세 가지 경우가 있으므로 다음이 성립한다.

> **연립방정식의 해와 그래프 (2)**
> 연립방정식에서 각 방정식의 그래프인 두 직선이
> ❶ 한 점에서 만나면 연립방정식의 해는 그 교점의 좌표 하나뿐이다.
> ❷ 평행하면 연립방정식의 해는 없다.
> ❸ 일치하면 연립방정식의 해는 무수히 많다.

| 그래프를 이용하여 해가 없거나 무수히 많은 연립방정식 풀기

예제 1 그래프를 이용하여 다음 연립방정식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} 3x+y=-2 \\ 6x+2y=8 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x-y=2 \\ 4x-2y=4 \end{cases}$

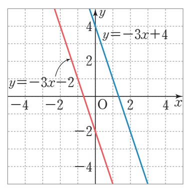


두 직선의 기울기는 같고 y절편이 다르다.	두 직선의 기울기와 y절편이 각각 같다.

풀이 (1) 주어진 방정식에서 각각 y를 x의 식으로 나타내면

$\begin{cases} y=-3x-2 \\ y=-3x+4 \end{cases}$

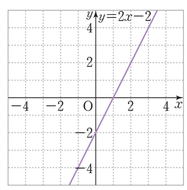
이므로 두 방정식의 그래프는 서로 평행하다.
따라서 두 직선의 교점이 없으므로 연립방정식의 해는 없다.



(2) 주어진 방정식에서 각각 y를 x의 식으로 나타내면

$\begin{cases} y=2x-2 \\ y=2x-2 \end{cases}$

이므로 두 방정식의 그래프는 일치한다.
따라서 두 직선의 교점이 무수히 많으므로 연립방정식의 해는 무수히 많다.



답 (1) 해가 없다. (2) 해가 무수히 많다.

20차시 135

문제 2

주안점 일차함수의 그래프를 이용하여 연립방정식을 세우고, 그 해를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 주어진 그래프는 두 점 $(0,\ 2)$, $(2,\ 0)$을 지나는 직선과 두 점 $(0,\ -3)$, $(3,\ -1)$을 지나는 직선이고 두 직선의 교점은 $(3,\ -1)$이다.

따라서 첫 번째 직선의 기울기는 $\frac{0-2}{2-0}=-1$, y절편은 2이므로 직선의 방정식은 $y=-x+2$이다.

두 번째 직선의 기울기는 $\frac{-1-(-3)}{3-0}=\frac{2}{3}$, y절편은 -3이므로 직선의 방정식은 $y=\frac{2}{3}x-3$이다.

따라서 주어진 두 직선의 방정식으로 이루어진 연립방정식은

$\begin{cases} y=-x+2 \\ y=\frac{2}{3}x-3 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x-3y=9 \end{cases}$

이고 그 해는 $x=3$, $y=-1$이다.

수준별 지도 자료

■ 함수를 이용한 연립방정식의 해의 개수 구하기

상 수준 연립방정식에서 각 방정식을 일차함수 $y=mx+n$, $y=m'x+n'$으로 나타낸 후 다음과 같이 그래프의 기울기 m과 m', y절편 n과 n'의 값을 비교하여 연립방정식의 해의 개수를 추측할 수 있음을 알게 한다.

(1) $m\neq m'$인 경우는 오직 한 개의 해를 갖는다.
(2) $m=m'$, $n\neq n'$인 경우는 해가 없다.
(3) $m=m'$, $n=n'$인 경우는 해가 무수히 많다.

플러스 문제

문제 2 유사

두 직선 $2x+y=8$, $2x-y=4$의 교점을 지나고 y축에 수직인 직선을 그래프로 하는 일차방정식을 구하시오.

답 $y=2$

문제 2 심화

두 직선 $3x-2y=-a$, $2x-y=a-5$의 교점이 직선 $y=-x$ 위의 점일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

|풀이| 두 직선

$3x-2y=-a$ ······ ①
$2x-y=a-5$ ······ ②

의 교점이 직선 $y=-x$ 위에 있으므로 교점의 좌표를 $(p,\ -p)$라고 하자.

$x=p$, $y=-p$를 ①, ②에 각각 대입하면

$3p+2p=-a$, $5p=-a$ ······ ③
$2p+p=a-5$, $3p=a-5$ ······ ④

③과 ④를 변끼리 더하면

$8p=-5$, $p=-\frac{5}{8}$

③에서 $-a=5\times\left(-\frac{5}{8}\right)$, $a=\frac{25}{8}$

생각 넓히기

문제 해결

[지도 목표] 두 직선의 교점의 좌표는 두 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식으로 이루어진 연립방정식의 해와 같음을 알게 한다.

[지도 방법] 주어진 두 직선 위의 두 점의 좌표를 각각 찾게 한 후 그 두 점을 이용하여 각 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하게 한다. 이때 두 직선의 교점의 좌표는 이 두 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식으로 이루어진 연립방정식의 해임을 이용하여 두 직선의 교점의 좌표를 구할 수 있도록 지도한다.

[예시 답안]

좌표평면 위의 두 직선은 각각 두 점 $(0,\ 4)$, $(2,\ 1)$과 두 점 $(-2,\ 2)$, $(1,\ 0)$을 지나므로 두 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 각각

$$y=-\frac{3}{2}x+4,\ y=-\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}$$

이다. 이때 두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식

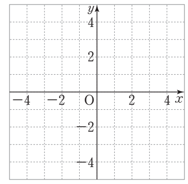
$$\begin{cases} y=-\dfrac{3}{2}x+4 \\ y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{2}{3} \end{cases}$$

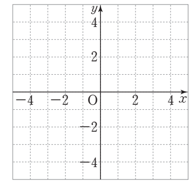
의 해와 같으므로 이 연립방정식의 해를 구하면 $x=4$, $y=-2$이다.

따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(4,\ -2)$이다.

문제 3 그래프를 이용하여 다음 연립방정식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} x+y=2 \\ -x-y=4 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} y=-x+3 \\ x+y=3 \end{cases}$

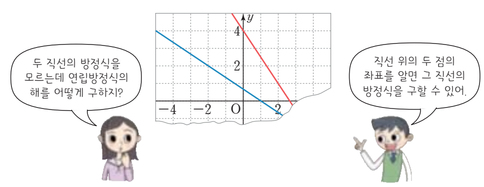




문제 4 연립방정식 $\begin{cases} 2x-3y=3 \\ 4x-6y=a \end{cases}$에서 각 방정식의 그래프를 그렸더니 두 직선이 서로 평행하였다. 이때 상수 a의 조건을 구하시오.

생각 넓히기 문제 해결

다음 그림과 같이 좌표평면의 일부가 찢어져서 두 직선의 교점이 보이지 않게 되었다. 이 두 직선의 교점의 좌표를 구하여 보자.



136 20차시

문제 풀이

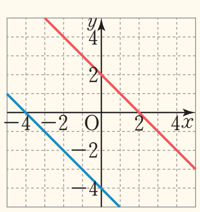
문제 3

주안점 일차함수의 그래프를 이용하여 연립방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 주어진 방정식에서 각각 y를 x의 식으로 나타내면

$$y=-x+2,\ y=-x-4$$

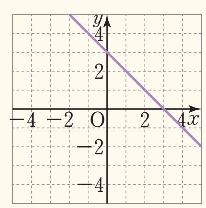
이므로 두 방정식의 그래프는 오른쪽 그림과 같다. 이때 두 방정식의 그래프는 서로 평행하고 두 직선의 교점은 없으므로 연립방정식의 해는 없다.



(2) 주어진 방정식에서 각각 y를 x의 식으로 나타내면

$$y=-x+3,\ y=-x+3$$

이므로 두 방정식의 그래프는 오른쪽 그림과 같다. 이때 두 방정식의 그래프는 일치하고 두 직선의 교점은 무수히 많으므로 연립방정식의 해는 무수히 많다.



문제 4

주안점 일차함수의 그래프와 연립방정식의 해 사이의 관계를 이해하게 한다.

|풀이| 연립방정식 $\begin{cases} 2x-3y=3 \\ 4x-6y=a \end{cases}$에서 각각 y를 x의 식으로 나타내면

$$y=\frac{2}{3}x-1,\ y=\frac{2}{3}x-\frac{a}{6}$$

이때 두 방정식의 그래프가 서로 평행하기 위해서는 기울기는 같고, y절편은 달라야 한다.

그런데 기울기는 같으므로 $-\frac{a}{6}\neq-1$, 즉 $a\neq6$이다.

스스로 확인하기

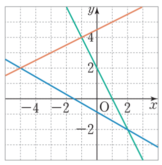
정답 및 풀이 274쪽

1

오른쪽 그래프를 이용하여 다음 연립방정식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} 2x+y=2 \\ x-2y=-9 \end{cases}$

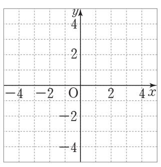
(2) $\begin{cases} x-2y=-9 \\ 4x+7y=-6 \end{cases}$

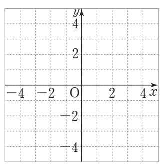


2

그래프를 이용하여 다음 연립방정식을 푸시오.

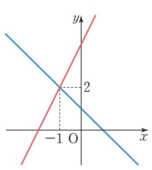
(1) $\begin{cases} 2x-y-1=0 \\ -4x+2y+2=0 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x-y+1=0 \\ 2x-y-2=0 \end{cases}$





3

연립방정식 $\begin{cases} ax-y=-4 \\ x+y=1 \end{cases}$ 의 해를 구하려고 그래프를 그렸더니 오른쪽 그림과 같았다. 이때 상수 a의 값을 구하시오.



4

연립방정식 $\begin{cases} 3x-y=-2 \\ 2x-ay=8 \end{cases}$ 에서 각 방정식의 그래프를 그렸더니 두 직선이 서로 평행하였다. 이때 상수 a의 값을 구하시오.

5

연립방정식 $\begin{cases} 10x+2y=-6 \\ ax-5y=b \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, 상수 a, b의 값을 구하시오.

6 발전 문제

두 일차방정식 $x+y-4=0$, $5x-y-2=0$의 그래프와 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 304~305쪽
소단원 평가 ⇨ 312쪽

이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

20차시 137

스스로 확인하기

1 해석하기 | 하 중 상

주안점 일차함수의 그래프를 이용하여 연립방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 주어진 연립방정식의 해는 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표 $(-1, 4)$와 같다.
따라서 $x=-1$, $y=4$이다.

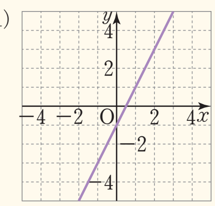
(2) 주어진 연립방정식의 해는 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표 $(-5, 2)$와 같다.
따라서 $x=-5$, $y=2$이다.

2 그래프 그리기 | 하 중 상

주안점 일차함수의 그래프를 이용하여 연립방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

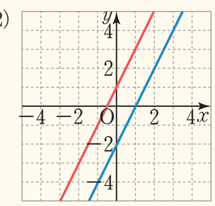
|풀이| 각 일차방정식의 그래프는 다음과 같다.

(1)



두 방정식의 그래프가 일치하므로 연립방정식의 해는 무수히 많다.

(2)



두 방정식의 그래프가 서로 평행하므로 연립방정식의 해는 없다.

3 해석하기 | 하 중 상

주안점 일차함수의 그래프와 연립방정식의 해 사이의 관계를 이용하여 상수 a의 값을 구할 수 있게 한다.

|풀이| 주어진 그래프에서 연립방정식의 해가 $(-1, 2)$이므로 $ax-y=-4$에 $x=-1$, $y=2$를 대입하면
$-a-2=-4$, $a=2$이다.

4 이해하기 | 하 중 상

주안점 일차함수의 그래프와 연립방정식의 해 사이의 관계를 이용하여 상수 a의 값을 구할 수 있게 한다.

|풀이| 주어진 연립방정식에서 y를 x의 식으로 나타내면

$$y=3x+2,\ y=\frac{2}{a}x-\frac{8}{a}$$

이고 두 방정식의 그래프가 서로 평행하기 위해서는 기울기는 같고, y절편은 달라야 한다.

따라서 $\frac{2}{a}=3$, $-\frac{8}{a}\neq 2$에서 $a=\frac{2}{3}$이다.

5 이해하기 | 하 중 상

주안점 일차함수의 그래프와 연립방정식의 해 사이의 관계를 이해하게 한다.

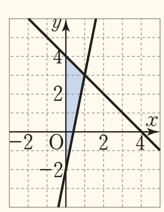
|풀이| 주어진 연립방정식의 해가 무수히 많으므로 $y=-5x-3$, $y=\frac{a}{5}x-\frac{b}{5}$의 그래프가 일치해야 한다.

따라서 $\frac{a}{5}=-5$, $-\frac{b}{5}=-3$, 즉 $a=-25$, $b=15$이다.

6 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 두 일차방정식의 그래프를 그려 도형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 두 일차방정식에서 y를 x의 식으로 나타내면 $y=-x+4$, $y=5x-2$이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 두 일차방정식의 그래프와 y축으로 둘러싸인 부분은 삼각형이므로 그 넓이는

$\frac{1}{2}\times 6\times 1=3$이다.

컴퓨터 & 수학

[지도 목표] 컴퓨터 프로그램을 이용하여 두 직선의 교점의 좌표를 찾고 일차함수의 그래프와 연립방정식의 해 사이의 관계를 이해하게 한다.

[지도 방법]

• 컴퓨터 프로그램의 사용 방법을 단계별로 알려 준 후 컴퓨터 프로그램으로 직접 두 일차방정식의 그래프를 그려보게 하고 두 직선의 교점의 좌표를 프로그램을 이용하여 찾게 한다. 이를 통해 연립방정식의 해와 두 그래프 사이의 관계를 알 수 있도록 지도한다.

수행 과제

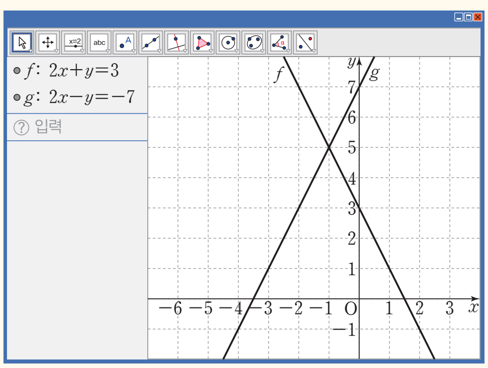
[예시 답안]

컴퓨터 프로그램을 이용하여 연립방정식

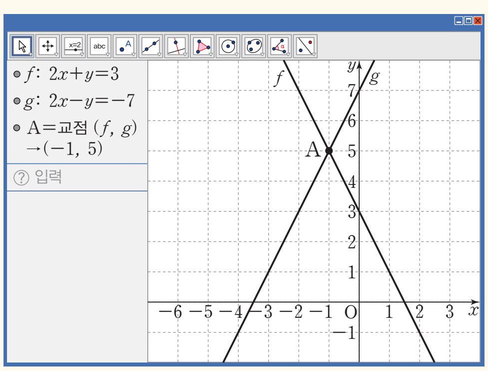
$$\begin{cases} 2x+y=3 \\ 2x-y=-7 \end{cases}$$

의 해를 구해 보면 다음과 같다.

❶ 왼쪽 입력란에 두 식 $2x+y=3$, $2x-y=-7$을 각각 입력한다.



❷ 두 직선의 교점을 누르고 왼쪽에서 교점의 좌표를 찾아보면 $(-1,\ 5)$이다.



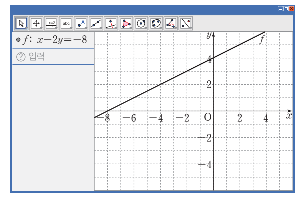
따라서 구하는 연립방정식의 해는 $x=-1$, $y=5$이다.

컴퓨터 & 수학

컴퓨터를 이용하여 두 직선의 교점 구하기

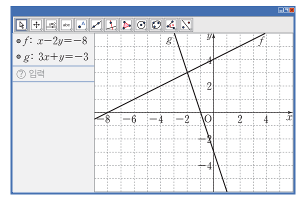
컴퓨터 프로그램을 이용하여 두 일차방정식 $x-2y=-8$, $3x+y=-3$의 그래프의 교점을 다음 순서에 따라 구하여 보자.

❶ 프로그램을 실행한 후 왼쪽 입력란에 $x-2y=-8$을 입력한 후 [Enter]를 누르면 〈그림 1〉과 같이 왼쪽에는 $x-2y=-8$이 표시되고 오른쪽 좌표평면에는 일차방정식 $x-2y=-8$의 그래프가 그려진다.



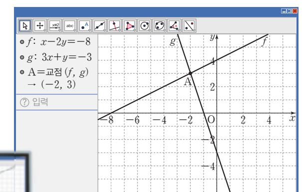
〈그림 1〉

❷ 왼쪽 입력란에 $3x+y=-3$을 입력한 후 [Enter]를 누르면 〈그림 2〉와 같이 왼쪽에는 $3x+y=-3$이 표시되고 오른쪽 좌표평면에는 일차방정식 $3x+y=-3$의 그래프가 그려진다.



〈그림 2〉

❸ 도구 메뉴에서 [교점]을 선택한 후 좌표평면에 그려진 두 직선의 교점을 누르면 〈그림 3〉과 같이 교점의 좌표 $(-2,\ 3)$이 왼쪽에 표시된다.



〈그림 3〉

수행 과제 정보 처리

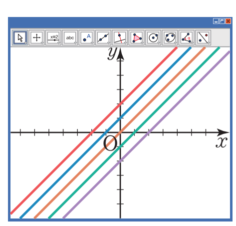
연립방정식을 만들고 위와 같이 컴퓨터 프로그램을 이용하여 그 해를 구하여 보자.

138 21차시

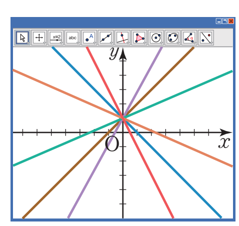
플러스 자료

컴퓨터 프로그램을 이용하여 $y=ax+b$의 그래프의 성질 탐구하기

함수식을 입력하면 좌표평면 위에 그래프를 그려 주는 컴퓨터 프로그램을 이용하여 일차함수의 그래프의 성질을 탐구할 수 있다. 특히, 컴퓨터 프로그램을 이용하면 여러 개의 그래프를 한 좌표평면 위에 그릴 수 있기 때문에 일차함수의 그래프가 갖는 특징을 쉽게 파악할 수 있다. 예를 들어 일차함수 $y=ax+b$(단, $a\neq0$)의 그래프에서 기울기는 같고 y절편이 다른 경우와 기울기는 다르고 y절편이 같은 경우를 다음과 같이 나타낼 수 있다.



기울기는 같고
y절편이 다른 경우



기울기는 다르고
y절편이 같은 경우

스스로 마무리하기

정답 및 풀이 274쪽

개념 콕콕

1 함수의 뜻

두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지는 대응 관계가 있을 때, y를 x의 함수라고 한다.

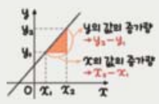
2 일차함수와 그 그래프

(1) 일차함수: $y=ax+b$(단, a, b는 상수, $a\neq0$)의 꼴로 나타나는 함수

(2) x절편: $y=0$일 때 x의 값

(3) y절편: $x=0$일 때 y의 값

(4) (기울기) $=\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$



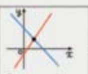
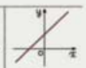
3 일차함수와 일차방정식

(1) $x=p$(단, $p\neq0$)의 그래프: 점 $(p, 0)$을 지나고, y축에 평행한 직선

(2) $y=q$(단, $q\neq0$)의 그래프: 점 $(0, q)$를 지나고, x축에 평행한 직선

(3) $ax+by+c=0$(단, a, b, c는 상수, $a\neq0$ 또는 $b\neq0$)을 직선의 방정식이라고 한다.

4 두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식

두 일차함수의 그래프	 한 점에서 만난다.	 평행하다.	 일치한다.
두 그래프의 교점	1개이다.	없다.	무수히 많다.
연립방정식의 해의 개수	한 쌍의 해를 갖는다.	해가 없다.	해가 무수히 많다.

01 다음 중에서 일차함수인 것은?

① $y=2-x$　② $y=\frac{4}{x}$

③ $y=7$　④ $y=2x-x^2$

⑤ $y=x(x-3)$

02 다음 일차함수 중에서 그 그래프가 일차함수 $y=-3x+2$의 그래프와 서로 평행한 것은?

① $y=3x-3$　② $y=-\frac{x}{3}+1$

③ $y=1-3x$　④ $y=-3+2x$

⑤ $y=-0.3x+2$

03 x절편이 5이고, y절편이 -1인 일차함수의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1사분면

② 제2사분면

③ 제4사분면

④ 제1사분면, 제3사분면

⑤ 제2사분면, 제4사분면

스스로 마무리하기

01 이해하기 | 하 중 상

주안점 일차함수의 뜻을 알고 일차함수를 찾을 수 있게 한다.

|풀이| $y=ax+b$(단, a, b는 상수, $a\neq0$)로 나타낼 수 있는 함수는 ① $y=2-x$뿐이다.

02 해석하기 | 하 중 상

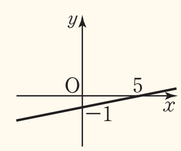
주안점 일차함수의 그래프의 기울기의 의미를 알고 평행한 그래프를 찾을 수 있게 한다.

|풀이| 일차함수 $y=-3x+2$의 그래프의 기울기가 -3이므로 그래프의 기울기가 -3이고 y절편이 2가 아닌 일차함수를 찾으면 ③ $y=1-3x$이다.

03 그래프 그리기 | 하 중 상

주안점 x절편과 y절편이 주어진 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

|풀이| 두 점 $(5, 0)$, $(0, -1)$을 지나는 일차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 ② 제2사분면을 지나지 않는다.



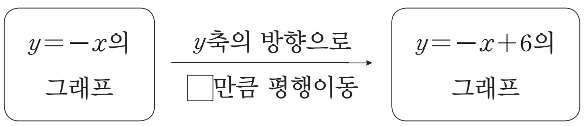
개념 콕콕 확인 문제

1 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) 함수 $y=f(x)$에서 $y=ax+b$(단, a, b는 상수, $a\neq0$)와 같이 y가 x에 대한 일차식으로 나타날 때, 이 함수를 x에 대한 □(이)라고 한다.

(2) 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표를 이 그래프의 □, y축과 만나는 점의 y좌표를 이 그래프의 □(이)라고 한다.

2 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.



3 다음은 서로 다른 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하는 과정을 설명한 것이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

① 기울기 $a=\dfrac{(\boxed{(1)}\text{의 값의 증가량})}{(\boxed{(2)}\text{의 값의 증가량})}=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

② $y=ax+b$에 $x=x_1$, $y=y_1$을 대입

⇨ $y_1=ax_1+b$를 정리하여 b의 값 구하기

4 연립방정식의 해의 개수와 각 방정식의 그래프인 두 직선의 관계를 바르게 짝 지으시오.

(1) 해가 한 개이다.　　① 일치한다.

(2) 해가 무수히 많다.　　② 평행하다.

(3) 해가 없다.　　③ 한 점에서 만난다.

답 **1** (1) 일차함수 (2) x절편, y절편 **2** 6 **3** (1) y (2) x **4** (1) ③ (2) ① (3) ②

04 이해하기 | 하 중 상

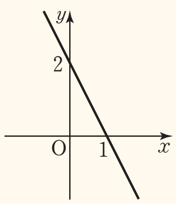
주안점 일차함수의 그래프의 기울기를 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| x의 값의 증가량이 2이므로 y의 값의 증가량은 8이다.

05 해석하기 | 하 중 상

주안점 일차함수의 그래프의 성질을 이해하게 한다.

|풀이| ㄷ. 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다.



따라서 옳은 것은 ② ㄱ, ㄴ이다.

06 표현하기 | 하 중 상

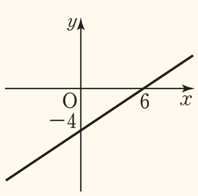
주안점 조건을 만족시키는 직선의 방정식을 구할 수 있게 한다.

|풀이| x축에 수직인 직선은 y축에 평행하고 점 $(2,\ -5)$를 지나므로 구하는 직선의 방정식은 ② $x=2$이다.

07 해석하기 | 하 중 상

주안점 미지수가 2개인 일차방정식의 그래프와 일차함수의 그래프 사이의 관계를 알게 한다.

|풀이| ③ $y=\frac{2}{3}x-4$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면, 제3사분면, 제4사분면을 지난다.



따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

08 이해하기 | 하 중 상

주안점 미지수가 2개인 일차방정식의 그래프와 일차함수의 그래프 사이의 관계를 알게 한다.

|풀이| 주어진 직선이 점 $(-3,\ 0)$을 지나므로 $x=-3$, $y=0$을 $ax+3y-6=0$에 대입하면

$-3a-6=0$, $a=-2$

09 해석하기 | 하 중 상

주안점 연립일차방정식의 해와 두 일차함수의 그래프의 교점 사이의 관계를 알게 한다.

|풀이| 두 일차함수의 그래프의 교점이 $(3,\ 1)$이므로 $x=3$, $y=1$을 $x+y=a$, $2x-y=b$에 대입하면

$3+1=a$, $2\times3-1=b$에서 $a=4$, $b=5$

스스로 마무리하기

04 일차함수 $y=4x-1$에서 x의 값의 증가량이 2일 때, y의 값의 증가량을 구하시오.

05 일차함수 $y=-2x+2$의 그래프에 대한 다음 보기의 설명 중에서 옳은 것을 모두 찾으면?

보기
ㄱ. x축 위의 점 $(1,\ 0)$을 지난다.
ㄴ. x의 값이 증가하면 y의 값이 감소한다.
ㄷ. 제2사분면을 지나지 않는다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

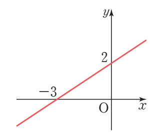
06 점 $(2,\ -5)$를 지나고, x축에 수직인 직선의 방정식은?

① $x=-5$ ② $x=2$ ③ $y=2$
④ $y=-5$ ⑤ $y=2x-1$

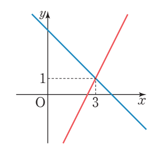
07 다음 중에서 일차방정식 $2x-3y=12$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① x절편은 6이다.
② y절편은 -4이다.
③ 제1사분면, 제2사분면, 제3사분면을 지난다.
④ 일차방정식 $-4x+6y=24$의 그래프와 서로 평행하다.
⑤ 점 $(3,\ -2)$를 지난다.

08 오른쪽 그림은 일차방정식 $ax+3y-6=0$의 그래프이다. 이때 상수 a의 값을 구하시오.



09 오른쪽 그래프는 연립방정식 $\begin{cases}x+y=a\\2x-y=b\end{cases}$를 풀려고 그린 것이다. 이때 상수 a, b의 값을 구하시오.



140 23차시

10 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 일차함수의 그래프가 지나는 서로 다른 두 점의 좌표를 이용하여 일차함수의 식을 구하고, 이를 이용하여 k의 값을 구할 수 있게 한다.

|풀이| 두 점 $(-1,\ 2)$, $(5,\ -4)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라 놓으면

$$a=\frac{-4-2}{5-(-1)}=\frac{-6}{6}=-1$$

(가)

그래프의 기울기가 -1인 일차함수의 식은 $y=-x+b$ ⋯⋯ ①

$x=-1$, $y=2$를 ①에 대입하면 $2=-1\times(-1)+b$, $b=1$

(나)

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-x+1$이고 점 $(k,\ -1)$이 직선 $y=-x+1$ 위에 있으므로 $-1=-k+1$, 즉 $k=2$이다.

(다)

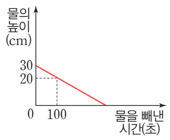
채점 기준	배점 비율
(가) 기울기 구하기	30 %
(나) y절편 구하기	30 %
(다) k의 값 구하기	40 %

정답 및 풀이 274쪽

서술형

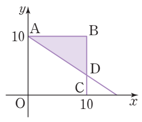
10 세 점 $(-1, 2)$, $(5, -4)$, $(k, -1)$이 한 직선 위에 있을 때, k의 값을 구하시오.

11 오른쪽 그림은 처음에 물이 30 cm 높이만큼 담긴 물통에서 물을 빼낼 때, 물의 높이가 일정하게 낮아지는 것을 나타낸 그래프이다. 처음 물통에 담긴 물을 모두 빼내는 데 몇 초가 걸리는지 구하시오.



사고력 높이기

12 오른쪽 그림과 같은 정사각형 OCBA에서 점 A를 지나고 변 BC 위의 한 점 D를 지나는 직선을 그을 때, 색칠한 부분의 넓이가 사다리꼴 OCDA의 넓이의 $\frac{1}{2}$이 되도록 하는 직선 AD의 기울기를 구하시오.



13 다음 두 조건을 동시에 만족시키는 상수 a, b의 값을 구하시오.

> (가) 직선 $x+ay-2=0$이 직선 $2x+by-4=0$과 두 점 이상에서 만난다.
> (나) 직선 $x+ay-2=0$이 직선 $x+(3-b)y+1=0$과 만나지 않는다.

학습 내용 점검

1. 함수의 뜻	▶01번	
2. 일차함수의 그래프	▶02번	
3. 일차함수의 그래프의 절편과 기울기	▶03, 04번	
4. 일차함수의 그래프의 성질	▶05번	
5. 일차함수의 식 구하기	▶10, 11, 12번	
6. 일차함수와 일차방정식	▶06, 07, 08번	
7. 두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식	▶09, 13번	

학습 태도 점검

흥미도 ☆☆☆☆☆ 집중도 ☆☆☆☆☆ 참여도 ☆☆☆☆☆ 협동심 ☆☆☆☆☆

나의 학습 일기

이 단원을 배우고 나서 새롭게 알게 된 점이나 부족한 점을 적어 보세요.

수업 보충 자료

단원 평가 ⇨ 313~315쪽
보충 문제 ⇨ 316쪽
심화 문제 ⇨ 317쪽

23차시 141

12 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 주어진 직선이 나타내는 일차함수의 식을 구하고 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| 직선 AD의 기울기를 m이라고 하면 두 점 A, D를 지나는 직선의 방정식은

$$y=mx+10$$

$D(10,\ 10m+10)$이므로 사다리꼴 OCDA의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times(10m+20)\times10=50(m+2)$$

색칠한 부분의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times10\times(-10m)=-50m$$

$\frac{50(m+2)}{2}=-50m$이므로

$$m+2=-2m,\ m=-\frac{2}{3}$$

따라서 직선 AD의 기울기는 $-\frac{2}{3}$이다.

13 탐구하기 | 하 중 상

주안점 일차함수의 그래프의 교점과 연립방정식의 해 사이의 관계를 알게 한다.

|풀이| (가)에서 두 직선이 일치하므로 $2a=b$ ⋯ ①

(나)에서 두 직선이 서로 평행하므로 $a=3-b$ ⋯ ②

②를 ①에 대입하면 $2(3-b)=b,\ b=2$

따라서 $a=1$, $b=2$이다.

11 활용하기 | 하 중 상

주안점 주어진 그래프가 나타내는 일차함수의 식을 구하고 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| 물을 빼내기 시작한 후 x초가 흘렀을 때 물의 높이를 y cm라고 하자.

⋯⋯ (가)

주어진 그래프가 직선이고 y절편이 30, 기울기가 $-\frac{1}{10}=-0.1$이므로 일차함수의 식은 $y=-0.1x+30$

⋯⋯ (나)

물을 모두 빼냈을 때, 물의 높이가 0 cm이므로 $0=-0.1x+30$에서

$x=300$

따라서 물을 모두 빼내는 데 걸리는 시간은 300초이다.

⋯⋯ (다)

채점 기준	배점 비율
(가) 두 변수 x, y 정하기	20 %
(나) 일차함수의 식 구하기	40 %
(다) 물을 모두 빼내는 데 걸리는 시간 구하기	40 %

자기 평가 지도 방법

학습 내용 점검 단원의 학습 내용을 얼마나 성취했는지 스스로 평가하게 하고, 성취도에 따라 보충 문제, 심화 문제를 과제로 주어 스스로 학습할 수 있게 한다.

성취도 체크

이 3개 이하인 경우 보충 → 지도서 316쪽

이 4개 이상인 경우 심화 → 지도서 317쪽

학습 태도 점검 자신의 수업 전반에 대한 태도를 반성하고, 이를 통해 보완해야 할 점을 스스로 점검해 보게 한다.

함께하는 프로젝트

[지도 목표] 자신에게 일어났던 사건과 앞으로 일어날 사건들을 생각하여 일차함수의 그래프로 나타내고, 일차함수의 그래프를 이해하게 한다.

[지도 방법] 예시 1 과 같이 자신에게 일어났던 주요 사건들을 정리하게 한 후 행복 점수를 부여하게 한다.
예시 2 와 같이 순서쌍 (나이, 행복 점수)를 좌표로 하는 점을 좌표평면에 나타낸 후 각 점을 순서대로 잇는 그래프를 그리도록 한다. 그리고 주어진 점 중 연속된 두 점을 이은 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구할 수 있도록 지도한다.

탐구 과제

[예시 답안]

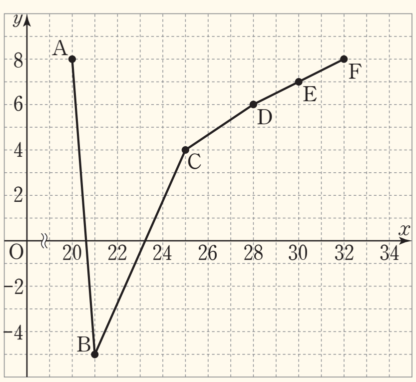
1 예시 1 참고

2 예시 2 참고

3 두 점 A(6, -2), B(7, 2)를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=4x-26$이다.
두 점 C(8, 5), D(9, -6)을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=-11x+93$이다.

4

나이	주요 사건	행복 점수
20	대학 입학	8
21	군대 입대	-5
25	해외 배낭여행	4
28	취직	6
30	결혼	7
32	자녀 생김	8



두 점 A(20, 8), B(21, -5)를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=-13x+268$이다.
두 점 C(25, 4), D(28, 6)을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=\frac{2}{3}x-\frac{38}{3}$이다.

함께하는 프로젝트

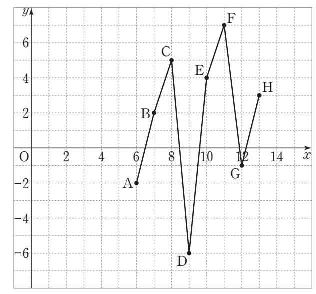
행복 점수 그래프

각자 자신에게 일어났던 주요 사건들을 생각해 보고 앞으로 나에게 어떤 사건들이 일어나게 될지 상상해 본 후, 이를 그래프로 나타내는 활동을 하여 보자.

예시 1

나이	주요 사건	행복 점수
6	강아지 잃어버림	-2
7	초등학교 입학	2
8	친한 친구 생김	5
9	전학	-6
10	자전거 선물 받음	4
11	축구 대회 우승	7
12	초등학교 졸업	-1
13	중학교 입학	3

예시 2



탐구 과제

1 예시 1 과 같이 지금까지 자신에게 일어났던 사건들을 나이별로 정리해 보고, 그 사건 당시의 행복 점수를 부여하여 보자.

2 예시 2 와 같이 과제 1에서 작성한 표를 보고 나이를 x좌표, 행복 점수를 y좌표로 하여 점을 찍어 나타내고, 그 각각의 점을 나이가 어릴 때부터 차례로 A, B, C, …로 이름을 붙인 후 순서대로 연결하여 보자.

3 그래프 위의 연속된 두 점을 선택하고 두 점을 이은 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여 보자.

4 자신에게 앞으로 어떤 일들이 일어나게 될지 상상해 보고 과제 1, 2, 3과 같이 표와 그래프로 나타낸 후 일차함수의 식을 구하여 보자.

142 24차시

성취기준

[9수03-06] 일차함수의 그래프의 성질을 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

탐구 과제 평가 기준

1. 자신에게 일어났던 사건을 정리하고 행복 점수를 부여할 수 있는지 평가한다.
2. 1에서 작성한 표를 보고 좌표평면 위에 점을 찍어 나타낼 수 있는지 평가한다.
3. 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구할 수 있는지 평가한다.

평가 시 유의 사항

❶ 평가는 보고서 평가와 자기 평가로 이루어진다. 보고서 평가의 경우 정보 처리, 의사소통, 문제 해결 역량을 평가하고, 자기 평가의 경우 표현, 태도를 중심으로 평가한다.

❷ 평가 항목의 의미를 사전에 간단히 설명하고 자기 평가 시 객관성을 유지하도록 지도한다.

❸ 보고서 평가는 수업 중에 하고, 자기 평가는 수업이 끝난 후에 한다.

❹ 보고서 평가와 자기 평가의 결과를 반영하여 생활기록부에 세부 능력 및 특기 사항을 기재할 수 있다.

보고서 평가 예시

학습 주제		행복 점수 그래프									특기 사항
핵심 역량		정보 처리			의사소통			문제 해결			
번호	성명	주어진 예시를 이해하고 자신에게 일어났던 사건과 앞으로 일어날 사건의 행복 점수를 부여할 수 있는가?			사건들을 나이별로 정리하여 그 당시의 행복 점수를 표로 정리하고, 이를 그래프로 올바르게 나타내었는가?			그래프를 보고 두 점을 이은 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 정확히 구하였는가?			
		상	중	하	상	중	하	상	중	하	

자기 평가 예시

작성자: 학년 반 번 이름 ( )

평가 내용	평가 항목	평가		
		상	중	하
표현	자신에게 일어났던 사건과 앞으로 일어날 사건들을 표로 잘 나타내었는가?			
	자신에게 일어났던 사건과 앞으로 일어날 사건들을 그래프로 잘 나타내었는가?			
태도	행복 점수 그래프를 그리는 활동에 적극적으로 참여하였는가?			
느낀 점				

학교 생활기록부 기재 예시

수준	세부 능력 및 특기 사항
상	자신에게 일어났던 사건과 앞으로 일어날 사건들에 행복 점수를 부여하여 표로 나타내고 잘 설명함. 표를 그래프로 나타내고 그 위의 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 정확히 구함.
중	자신에게 일어났던 사건과 앞으로 일어날 사건들을 표와 그래프로 나타내고 그 위의 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구함.
하	행복 점수 그래프를 그리고 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하는 활동에 적극적으로 참여함.

기초력 향상 문제

•정답 및 풀이 320쪽

1

다음 두 변수 x, y에 대하여 y가 x의 함수인 것에는 ○표, 함수가 아닌 것에는 ×표를 ( ) 안에 써넣으시오.

(1) 한 권에 1500원인 공책 x권의 가격 y원 ( )

(2) 자동차가 시속 x km로 70 km를 달렸을 때 걸린 시간 y ( )

(3) 자연수 x의 5배보다 1만큼 큰 수 y ( )

(4) 자연수 x보다 작은 짝수 y ( )

(5) 자연수 x의 소인수 y ( )

2

함수 $f(x)=-3x+4$에서 다음을 구하시오.

(1) $f(2)$

(2) $f(0)$

(3) $f\left(-\frac{1}{3}\right)$

(4) $f(1)+f(-1)$

(5) $f(3)-f(-2)$

(6) $f(-3)-f\left(\frac{1}{3}\right)$

3

다음 중에서 일차함수인 것에는 ○표, 일차함수가 아닌 것에는 ×표를 ( ) 안에 써넣으시오.

(1) $y=4x$ ( )

(2) $y=-3x+1$ ( )

(3) $y=x^2+2x+3$ ( )

(4) $y=x-(5+x)$ ( )

(5) $y=\frac{6}{x}$ ( )

(6) $y=\frac{x}{6}$ ( )

(7) $xy=1$ ( )

(8) $4x-5=0$ ( )

(9) $x+y=13$ ( )

(10) $y=x(x-1)$ ( )

4

다음과 같은 함수 $y=f(x)$에서 $f(a)=-2$일 때, a의 값을 구하시오.

(1) $f(x)=-x+2$

(2) $f(x)=\frac{1}{2}x-1$

(3) $f(x)=-\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}$

(4) $f(x)=4x-1$

5

다음에서 y를 x의 식으로 나타내고, y가 x에 대한 일차함수인지 말하시오.

(1) 한 변의 길이가 x cm인 정사각형의 넓이 y cm^2

(2) 초콜릿 50개를 x명에게 4개씩 나누어 주고 남은 초콜릿의 개수 y

(3) 합이 15인 두 정수 x, y

(4) 700원짜리 연필 x자루와 300원짜리 지우개 한 개를 살 때 필요한 총금액 y원

(5) 시속 x km로 3시간 동안 달린 거리 y km

(6) 넓이가 20 cm^2이고 밑변의 길이가 x cm인 삼각형의 높이 y cm

(7) 둘레의 길이가 10 cm이고 가로의 길이가 x cm인 직사각형의 세로의 길이 y cm

기초력 향상 문제

•정답 및 풀이 320쪽

1

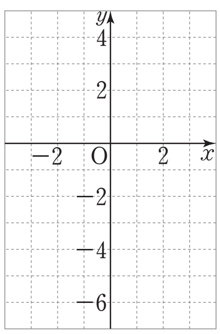
다음 일차함수에서 x, y 사이의 관계를 표로 나타내고 그 그래프를 아래 좌표평면 위에 그리시오.

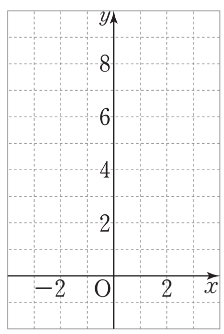
(1) $y=3x-1$

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
y	$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$

(2) $y=-x+5$

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
y	$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$



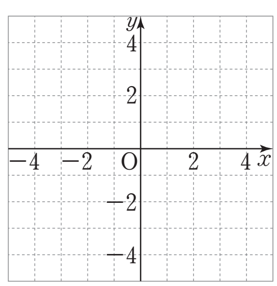


2

다음 일차함수에 대하여 □ 안에 알맞은 수를 써넣고, 두 점을 이용하여 그 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

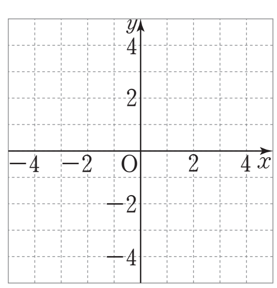
(1) $y=-x+3$

일차함수 $y=-x+3$의 그래프는 두 점 $(0,\ \square)$, $(1,\ \square)$을/를 지나므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



(2) $y=2x+1$

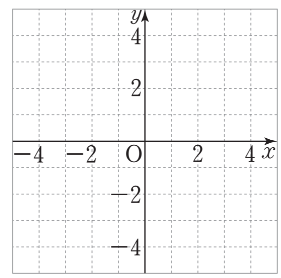
일차함수 $y=2x+1$의 그래프는 두 점 $(0,\ \square)$, $(1,\ \square)$을/를 지나므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



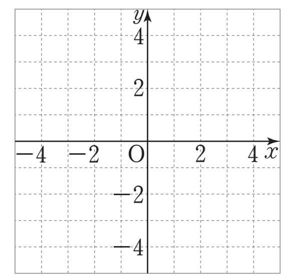
3

다음 일차함수의 그래프가 지나는 두 점을 이용하여 그 그래프를 아래 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $y=x+3$



(2) $y=\frac{3}{2}x+3$



4

다음 일차함수의 그래프는 일차함수 $y=-3x$의 그래프를 y축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하시오.

(1) $y=-3x+1$

(2) $y=-3x-2$

(3) $y=-3x+\frac{3}{2}$

(4) $y=-3x-\frac{5}{4}$

5

다음 일차함수의 그래프를 y축의 방향으로 [ ] 안의 수만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) $y=\frac{8}{3}x$ $\left[\frac{5}{4}\right]$

(2) $y=5x$ $[1]$

(3) $y=-4x$ $[-7]$

(4) $y=-\frac{1}{2}x+2$ $[-5]$

●정답 및 풀이 321쪽

1

다음은 일차함수 $y=2x-1$의 그래프의 x절편과 y절편을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) x절편 구하기

$y=2x-1$에 □$=0$을 대입하면

$0=2x-1$, $x=$□

따라서 x절편은 □이다.

(2) y절편 구하기

$y=2x-1$에 □$=0$을 대입하면

$y=2\times0-1=$□

따라서 y절편은 □이다.

2

다음 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편을 구하시오.

(1) $y=-3x+6$

(2) $y=\frac{1}{3}x+2$

(3) $y=x-2$

(4) $y=2x-8$

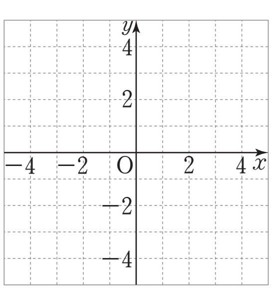
(5) $y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$

(6) $y=-\frac{4}{5}x+\frac{2}{3}$

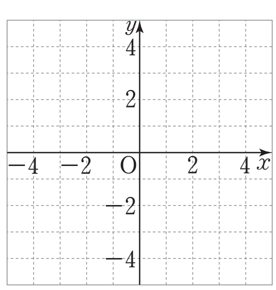
3

x절편과 y절편을 이용하여 다음 일차함수의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $y=3-2x$



(2) $y=\frac{4}{3}x-2$



4

다음 일차함수의 그래프의 기울기를 구하시오.

(1) $y=-x-1$

(2) $y=4x+2$

(3) $y=-\frac{1}{5}x+5$

(4) $y=-\frac{3}{8}x-4$

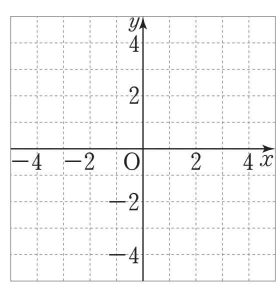
(5) $y=-2x-1$

(6) $y=3x+2$

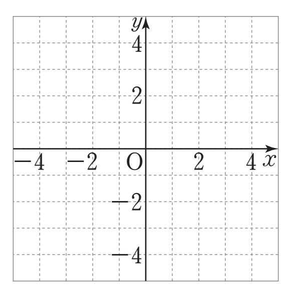
5

기울기와 y절편을 이용하여 다음 일차함수의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $y=-x+4$



(2) $y=\frac{1}{4}x+2$



기초력 향상 문제

●정답 및 풀이 322쪽

1

다음을 만족시키는 일차함수를 보기에서 모두 찾으시오.

보기

ㄱ. $y=-\frac{1}{3}x+3$　　ㄴ. $y=4x-3$

ㄷ. $y=\frac{1}{2}x-7$　　ㄹ. $y=-5x+2$

ㅁ. $y=x+3$　　ㅂ. $y=6x$

(1) 그래프가 오른쪽 위로 향하는 직선

(2) 그래프가 오른쪽 아래로 향하는 직선

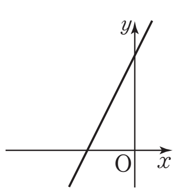
(3) x의 값이 증가할 때, y의 값이 증가하는 직선

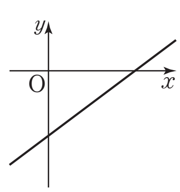
(4) x의 값이 증가할 때, y의 값이 감소하는 직선

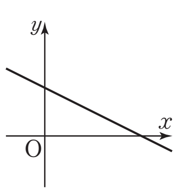
2

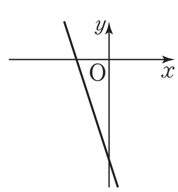
다음 일차함수의 그래프 모양으로 알맞은 것을 보기에서 찾으시오.

보기

ㄱ.


ㄴ.


ㄷ.


ㄹ.


(1) $y=-\frac{1}{2}x+1$　　(2) $y=2x+5$

(3) $y=-3x-4$　　(4) $y=\frac{3}{4}x-3$

3

보기의 일차함수의 그래프에 대하여 다음 물음에 답하시오.

보기

ㄱ. $y=-\frac{1}{2}x+4$　　ㄴ. $y=4(x+1)+5$

ㄷ. $y=-5x-2$　　ㄹ. $y=-\frac{1}{2}x+3$

ㅁ. $y=-3(1+x)$　　ㅂ. $y=\frac{1}{3}x-1$

ㅅ. $y=\frac{1}{3}x+6$　　ㅇ. $y=4x+9$

(1) 서로 평행한 것끼리 짝 지으시오.

(2) 일치하는 것끼리 짝 지으시오.

4

다음을 구하시오.

(1) 일차함수 $y=ax+1$의 그래프가 $y=\frac{1}{2}x+3$의 그래프와 평행할 때, 상수 a의 값

(2) 일차함수 $y=-ax+3$의 그래프가 $y=2x-1$의 그래프와 평행할 때, 상수 a의 값

(3) 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 $y=3x-5$의 그래프와 일치할 때, 상수 a, b의 값

(4) 일차함수 $y=ax-b$의 그래프가 $y=-5x+3$의 그래프와 일치할 때, 상수 a, b의 값

기초력 향상 문제

정답 및 풀이 322쪽

1

다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 기울기가 -1이고, y절편이 3인 직선

(2) 기울기가 2이고, y절편이 -3인 직선

(3) 기울기가 4이고, y절편이 6인 직선

(4) 기울기가 -3이고, y절편이 -7인 직선

2

다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) $y=-5x$의 그래프와 평행하고, y절편이 -2인 직선

(2) x의 값이 2만큼 증가할 때 y의 값은 6만큼 증가하고, y절편이 2인 직선

3

다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 기울기가 2이고, 점 $(2,\ 3)$을 지나는 직선

(2) 기울기가 -2이고, 점 $(1,\ 4)$를 지나는 직선

(3) 기울기가 -3이고, 점 $(-3,\ 5)$를 지나는 직선

4

다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) $y=-3x$의 그래프와 평행하고, 점 $(-1,\ 4)$를 지나는 직선

(2) x의 값이 2만큼 증가할 때 y의 값은 4만큼 감소하고, 점 $(4,\ -5)$를 지나는 직선

5

다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 두 점 $(-1,\ 1)$, $(2,\ 4)$를 지나는 직선

(2) 두 점 $(-2,\ 1)$, $(1,\ 8)$을 지나는 직선

(3) 두 점 $(-9,\ -4)$, $(9,\ 4)$를 지나는 직선

6

다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) x절편이 1, y절편이 4인 직선

(2) x절편이 2, y절편이 2인 직선

(3) x절편이 -3, y절편이 -3인 직선

(4) x절편이 4, y절편이 -6인 직선

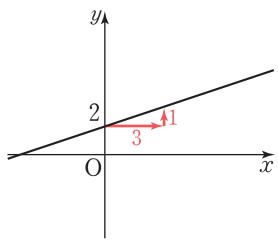
기초력 향상 문제

•정답 및 풀이 323쪽

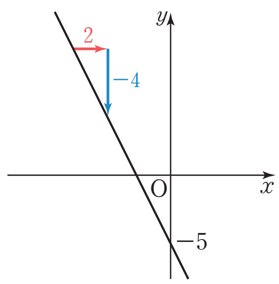
1

일차함수의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 그 일차함수의 식을 구하시오.

(1)



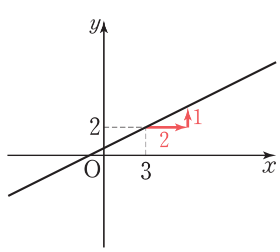
(2)



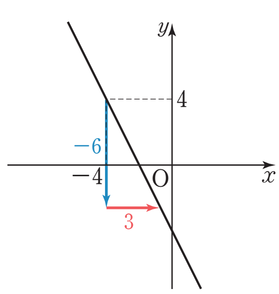
2

일차함수의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 그 일차함수의 식을 구하시오.

(1)



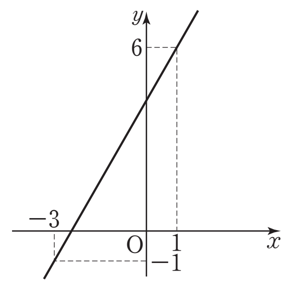
(2)



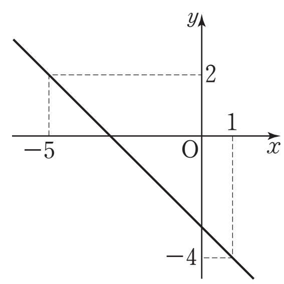
3

일차함수의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 그 일차함수의 식을 구하시오.

(1)



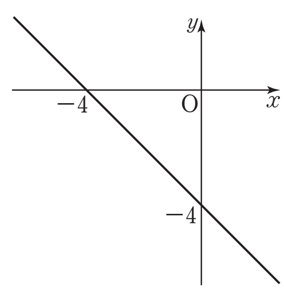
(2)



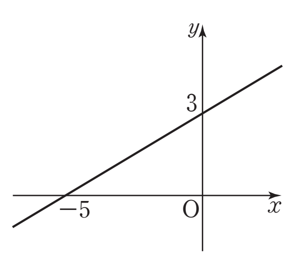
4

일차함수의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 그 일차함수의 식을 구하시오.

(1)



(2)



기초력 향상 문제

•정답 및 풀이 324쪽

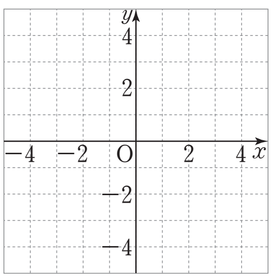
1

일차방정식 $x+2y+4=0$에 대하여 물음에 답하시오.

(1) 표를 완성하시오.

x	⋯	-4	⋯	-2	⋯	0	⋯	2	⋯	4	⋯
y	⋯		⋯		⋯		⋯		⋯		⋯

(2) x의 값의 범위가 수 전체일 때, 위의 표를 이용하여 일차방정식의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그리시오.



(3) 일차함수 $y=ax+b$의 꼴로 나타내시오.

$x+2y+4=0$

x항과 상수항을 우변으로 이항한다.

$2y=-x-4$

y의 계수로 양변을 나눈다.

$y=\boxed{}x-\boxed{}$

2

다음 일차방정식을 $y=ax+b$의 꼴로 나타내시오.

(1) $3x-5y+1=0$

(2) $x+2y-4=0$

(3) $-6x+4y+2=0$

(4) $2x-8y+2=0$

(5) $6x-9y-5=0$

(6) $\frac{x}{8}-\frac{y}{4}+1=0$

3

다음 일차방정식의 그래프의 기울기, x절편, y절편을 구하시오.

(1) $x-y+2=0$

(2) $2x-y+4=0$

(3) $5x+8y-2=0$

(4) $-x+12y+6=0$

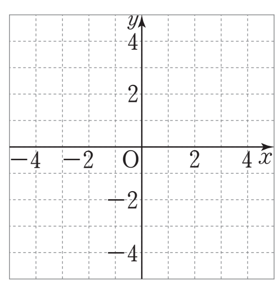
(5) $3x+\frac{1}{6}y=2$

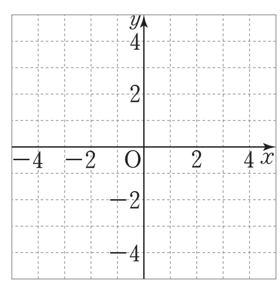
(6) $\frac{x}{2}-\frac{y}{4}=1$

4

다음 일차방정식의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $-x+5y+10=0$ (2) $3x-3y+6=0$





기초력 향상 문제

●정답 및 풀이 325쪽

1

다음 조건을 만족시키는 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 점 $(2,\ -4)$를 지나고, x축에 평행한 직선

(2) 점 $(5,\ 3)$을 지나고, y축에 평행한 직선

(3) 점 $(0,\ 4)$를 지나고, x축에 평행한 직선

(4) 점 $(1,\ -3)$을 지나고, y축에 평행한 직선

2

다음 조건을 만족시키는 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 점 $(2,\ -4)$를 지나고, x축에 수직인 직선

(2) 점 $(5,\ 3)$을 지나고, y축에 수직인 직선

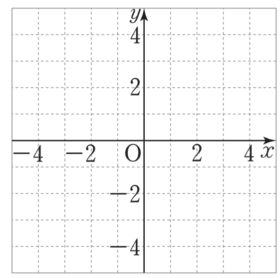
(3) 두 점 $(3,\ -1)$, $(5,\ -1)$을 지나는 직선

(4) 두 점 $\left(\frac{2}{3},\ -4\right)$, $\left(\frac{2}{3},\ 3\right)$을 지나는 직선

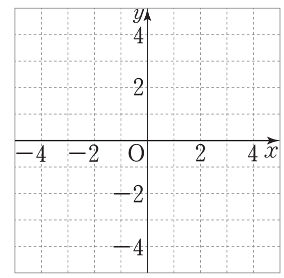
3

다음 일차방정식의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $x=3$



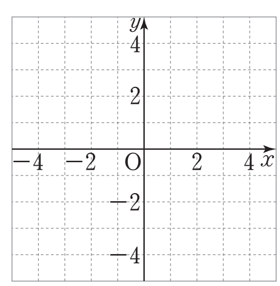
(2) $y=-2$



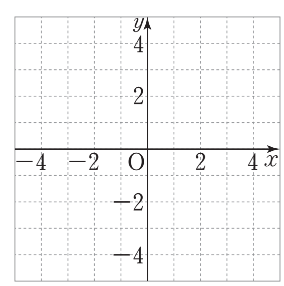
4

다음 일차방정식의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $3x+6=0$



(2) $6y-12=0$

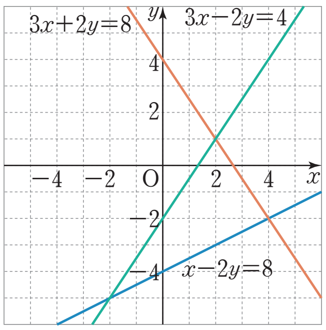


기초력 향상 문제

•정답 및 풀이 325쪽

1

아래 세 일차방정식의 그래프를 이용하여 다음 연립방정식을 푸시오.



(1) $\begin{cases} x-2y=8 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x-2y=8 \\ 3x-2y=4 \end{cases}$

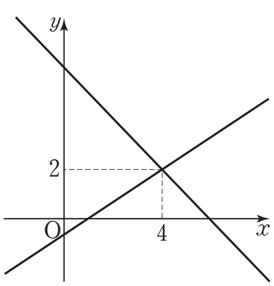
(3) $\begin{cases} 3x+2y=8 \\ 3x-2y=4 \end{cases}$

2

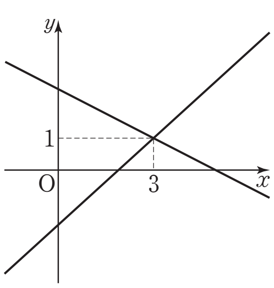
두 일차방정식 $ax+by=c$, $a'x+b'y=c'$의 그래프가 다음과 같을 때, 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$을 푸시오.

(단, a, b, c, a', b', c'은 상수)

(1)



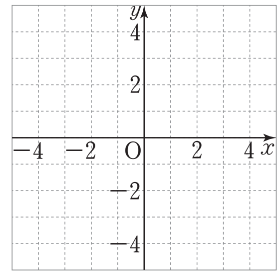
(2)



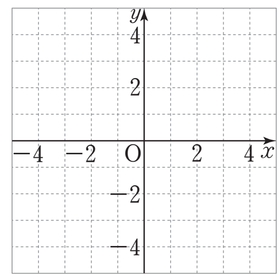
3

그래프를 이용하여 다음 연립방정식을 푸시오.

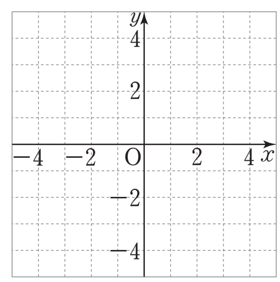
(1) $\begin{cases} 2x+y=5 \\ 3x-2y=4 \end{cases}$



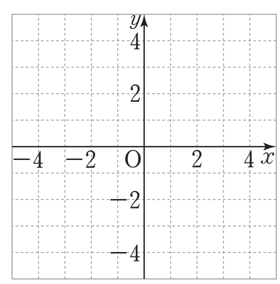
(2) $\begin{cases} x-2y=-8 \\ 3x+y=-3 \end{cases}$



(3) $\begin{cases} x+3y=-3 \\ 2x-3y=12 \end{cases}$



(4) $\begin{cases} x-y-2=0 \\ 2x-3y-3=0 \end{cases}$



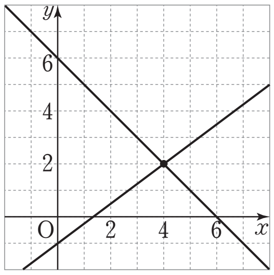
기초력 향상 문제

●정답 및 풀이 326쪽

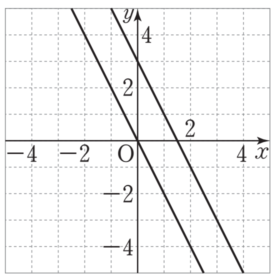
1

오른쪽 그래프를 보고 다음 연립방정식의 해의 개수를 구하시오.

(1) $\begin{cases} 3x-4y=4 \\ x+y=6 \end{cases}$



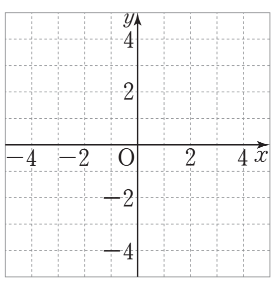
(2) $\begin{cases} 2x+y=0 \\ 4x+2y=6 \end{cases}$



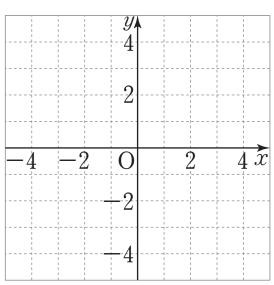
2

그래프를 이용하여 다음 연립방정식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} 2x+y-1=0 \\ 2x+y-3=0 \end{cases}$



(2) $\begin{cases} 2x+3y-1=0 \\ 4x+6y-2=0 \end{cases}$



3

다음을 만족시키는 연립방정식을 보기에서 모두 찾으시오.

보기

ㄱ. $\begin{cases} 3x-4y=1 \\ 3x+4y-2=0 \end{cases}$　ㄴ. $\begin{cases} 2x-y-1=0 \\ 2x+y+2=0 \end{cases}$

ㄷ. $\begin{cases} x-2y=3 \\ 3x+2y=-2 \end{cases}$　ㄹ. $\begin{cases} 2x+2y=4 \\ 6x+6y=12 \end{cases}$

ㅁ. $\begin{cases} 2x-y=3 \\ -4x+2y+4=0 \end{cases}$　ㅂ. $\begin{cases} 2x+3y+2=0 \\ 4x+6y+4=0 \end{cases}$

(1) 해가 한 쌍인 것

(2) 해가 없는 것

(3) 해가 무수히 많은 것

4

연립방정식 $\begin{cases} ax-y+4=0 \\ 4x+y-b=0 \end{cases}$의 해가 다음과 같을 때, 상수 a, b의 조건을 구하시오.

(1) 해가 한 쌍이다.

(2) 해가 없다.

(3) 해가 무수히 많다.

소단원 평가

•정답 및 풀이 326쪽

1

다음 두 변수 x, y에 대하여 y가 x의 함수인지 말하시오.

(1) 가로의 길이가 x cm, 세로의 길이가 4 cm인 직사각형의 둘레의 길이 y cm

(2) x각형의 대각선의 총개수 y

(3) 외각의 크기의 합이 $x°$인 y각형

2

다음과 같은 함수 $y=f(x)$에서 $f(-2)$의 값을 구하시오.

(1) $f(x)=2x$

(2) $f(x)=-\dfrac{12}{x}$

(3) $f(x)=-3x+4$

3

다음 보기 중에서 일차함수인 것을 찾으시오.

보기

ㄱ. $2x+y=2x+1$ ㄴ. $xy=5$

ㄷ. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=1$ ㄹ. $y=x(x-2)$

4

다음 보기 중에서 y가 x의 일차함수인 것을 모두 찾으시오.

보기

ㄱ. 600원짜리 아이스크림 x개와 1300원짜리 우유 한 개의 값은 y원이다.

ㄴ. 한 변의 길이가 x cm인 정사각형의 넓이는 $2y$ cm^{2}이다.

ㄷ. 농도가 x %인 소금물 300 g에 들어 있는 소금의 양은 y g이다.

ㄹ. 시속 x km로 y시간 동안 달린 거리는 50 km이다.

5

일차함수 $f(x)=3x-7$에서 $4f(2)-2f(4)$의 값을 구하시오.

6

일차함수 $f(x)=ax-5$에서 $f(2)=3$일 때, $f(-1)+f(3)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수)

•정답 및 풀이 327쪽

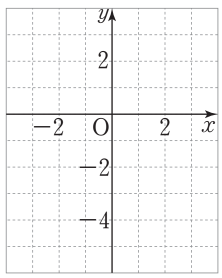
1

일차함수 $y=2x-1$에서 x, y 사이의 관계를 표로 나타낸 것이다. 물음에 답하시오.

x	⋯	-2	⋯	-1	⋯	0	⋯	1	⋯	2	⋯
y	⋯	-5	⋯		⋯		⋯		⋯		⋯

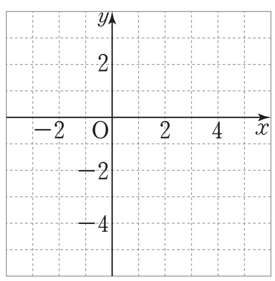
(1) 표를 완성하시오.

(2) (1)의 표를 이용하여 $y=2x-1$의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.



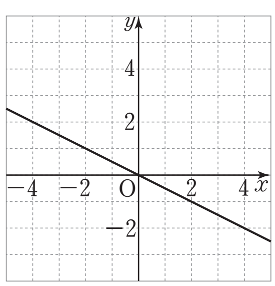
2

일차함수 $y=\frac{3}{2}x-5$의 그래프가 지나는 서로 다른 두 점을 찾아 그 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.



3

오른쪽 그림은 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x$의 그래프이다. 이 그래프를 이용하여 다음 일차함수의 그래프를 그리시오.



(1) $y=-\frac{1}{2}x+3$

(2) $y=-\frac{1}{2}x-1$

4

다음 조건을 만족시키는 그래프가 나타내는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 일차함수 $y=-4x$의 그래프를 y축의 방향으로 -7만큼 평행이동한 그래프

(2) 일차함수 $y=3x-1$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프

5

다음 보기의 일차함수 중에서 그래프가 일차함수 $y=2x+5$의 그래프를 평행이동하여 그릴 수 있는 것을 모두 찾으시오.

보기

ㄱ. $y=2x+1$　　ㄴ. $y=-2x+5$

ㄷ. $y=-\frac{1}{2}x$　　ㄹ. $y=3x$

ㅁ. $y=2x-\frac{1}{2}$　　ㅂ. $y=-\frac{1}{2}x+3$

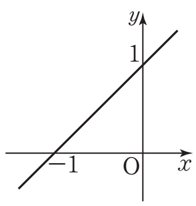
6

일차함수 $y=3x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동하면 점 $(2,\ -1)$을 지날 때, k의 값을 구하시오.

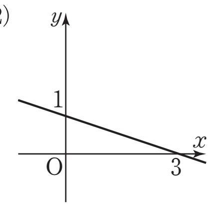
1

다음 일차함수의 그래프의 x절편, y절편, 기울기를 구하시오.

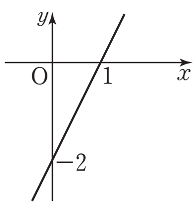
(1)



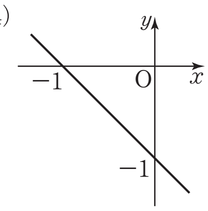
(2)



(3)



(4)



2

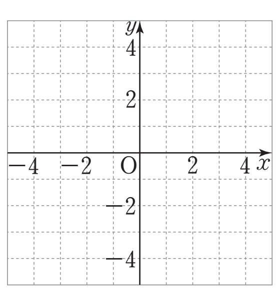
일차함수 $y=4x-8$의 그래프의 x절편, y절편, 기울기를 구하시오.

3

다음 일차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $y=-x-1$

(2) $y=4x+2$



4

다음 일차함수 중에서 x의 값이 2만큼 증가할 때, y의 값이 6만큼 감소하는 것은?

① $y=3x-6$ ② $y=x-3$

③ $y=\frac{1}{3}x-4$ ④ $y=-\frac{1}{3}x+2$

⑤ $y=-3x+4$

5

두 점 $(-2, -7)$, $(3, k)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기가 2일 때, k의 값을 구하시오.

6

일차함수 $y=ax+6$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 9일 때, 상수 a의 값을 구하시오. (단, $a>0$)

• 정답 및 풀이 328쪽

1

다음 일차함수 중에서 그래프의 모양이 오른쪽 아래로 향하는 직선인 것은?

① $y=3x+1$ ② $y=x-1$ ③ $y=5x-4$
④ $y=-3x+4$ ⑤ $y=2x+8$

2

다음 직선을 그래프로 하는 일차함수를 보기에서 모두 찾으시오.

보기

ㄱ. $y=-\frac{2}{3}x+2$ ㄴ. $y=2x-7$
ㄷ. $y=\frac{1}{4}x-9$ ㄹ. $y=-5x-2$
ㅁ. $y=x+1$ ㅂ. $y=4x$

(1) x의 값이 증가할 때, y의 값이 증가하는 직선
(2) x의 값이 증가할 때, y의 값이 감소하는 직선

3

다음 일차함수 중에서 그 그래프가 일차함수 $y=3x-1$의 그래프와 평행한 것은?

① $y=-3x+2$ ② $y=-x+3$ ③ $y=\frac{1}{3}x$
④ $y=3x-4$ ⑤ $y=3x-1$

4

두 일차함수 $y=\frac{a}{2}x+1$, $y=4x-1$의 그래프가 서로 평행할 때, 상수 a의 값을 구하시오.

5

$a<0$, $b>0$일 때, 일차함수 $y=-ax+b$의 그래프가 지나지 않는 사분면을 구하시오.

6

일차함수 $y=ax+2$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동하였더니 일차함수 $y=2x+4$의 그래프와 일치하였다. 이때 $a-b$의 값을 구하시오. (단, a는 상수)

●정답 및 풀이 328쪽

1

다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 일차함수 $y=-x+1$의 그래프와 평행하고, y절편이 3인 직선

(2) x의 값이 4만큼 감소할 때 y의 값은 2만큼 증가하고, 점 $(0,\ 5)$를 지나는 직선

2

일차함수 $y=-2x+4$의 그래프와 평행하고, 점 $(2,\ 3)$을 지나는 일차함수의 그래프의 y절편을 구하시오.

3

두 점 $(1,\ -1)$, $(3,\ -5)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 할 때, ab의 값을 구하시오.

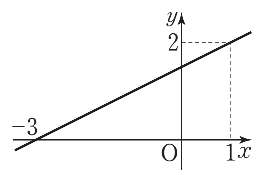
(단, a, b는 상수)

4

x절편이 3, y절편이 1인 직선이 점 $(-1,\ k)$를 지날 때, k의 값을 구하시오.

5

오른쪽 그림과 같은 직선이 점 $(2,\ a)$를 지날 때, a의 값을 구하시오.



6

처음 온도가 10 ℃인 물을 가열할 때, 물의 온도는 2분에 6 ℃씩 일정하게 오른다고 한다. x분 후에 y ℃가 된다고 할 때, y를 x의 식으로 나타내면 $y=ax+b$이다. 상수 a, b의 값을 구하시오.

•정답 및 풀이 329쪽

1

일차방정식 $2x+3y-9=0$의 그래프의 기울기를 a, x절편을 b, y절편을 c라고 할 때, abc의 값을 구하시오.

2

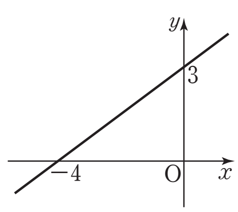
일차방정식 $-2x+y=4$의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1사분면 ② 제2사분면
③ 제3사분면 ④ 제4사분면
⑤ 제1사분면, 제2사분면

3

일차방정식 $x+ay=b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, ab의 값은?

(단, a, b는 상수)



① 5 ② $\frac{16}{3}$
③ $\frac{17}{3}$ ④ 6
⑤ $\frac{19}{3}$

4

다음 중에서 일차방정식 $4x+3y-6=0$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 점 $(-3,\ 6)$을 지난다.
② 제3사분면을 지나지 않는다.
③ 일차함수 $y=-\frac{4}{3}x-5$의 그래프와 평행하다.
④ x의 값이 3만큼 증가할 때 y의 값은 -4만큼 감소한다.
⑤ x절편은 $\frac{3}{2}$, y절편은 2이다.

5

다음 중에서 x축에 평행한 직선의 방정식은?

① $x-2y=0$ ② $2x+y=0$
③ $2x-8=0$ ④ $y-4=0$
⑤ $x+y=3$

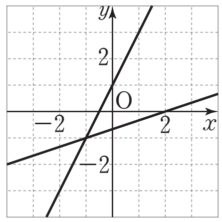
6

두 점 $(a-2,\ -2)$, $(2a-6,\ 1)$을 지나는 직선이 y축에 평행할 때, a의 값을 구하시오.

•정답 및 풀이 329쪽

1

오른쪽 그림은 연립방정식 $\begin{cases} x-3y=2 \\ 2x-y=-1 \end{cases}$을 풀기 위해 두 일차방정식의 그래프를 그린 것이다. 이 연립방정식의 해는?



① $x=-1,\ y=-1$　② $x=-1,\ y=0$
③ $x=0,\ y=-1$　④ $x=0,\ y=0$
⑤ $x=1,\ y=1$

2

두 일차방정식 $2x+y=-3$, $x+ay=10$의 그래프의 교점의 좌표가 $(b,\ -1)$일 때, ab의 값은? (단, a는 상수)

① -11　② -9　③ -6
④ 9　⑤ 11

3

연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=a \\ -4x+2y=4 \end{cases}$의 해가 없을 때, 다음 중에서 상수 a의 값으로 옳지 않은 것은?

① -4　② -2　③ 2
④ 4　⑤ 6

4

연립방정식 $\begin{cases} 6x+4y=8 \\ 3x-ay=b \end{cases}$의 해가 무수히 많을 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수)

5

두 직선 $(2-k)x+2y=0$, $(3k-4)x-3y=0$의 교점이 2개 이상이기 위한 상수 k의 값을 구하시오.

6

두 일차방정식 $x-y=-3$, $2x+y=6$의 그래프가 x축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 그래프의 교점을 C라고 할 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.

단원 평가

•정답 및 풀이 330쪽

01 다음 중에서 y가 x의 함수가 아닌 것은?

① x와 y의 합이 2
② 둘레의 길이가 x cm인 직사각형의 넓이 y cm^2
③ 정수 x의 절댓값 y
④ 시속 x km로 3시간 동안 간 거리 y km
⑤ x %의 소금물 100 g에 들어 있는 소금의 양 y g

02 다음 중에서 일차함수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $y=3$　② $y=-2x$
③ $y=x^2-x$　④ $y=2x-3$
⑤ $y=\frac{3}{x}$

03 일차함수 $f(x)=2x-1$에 대하여 다음 중에서 옳은 것은?

① $f(-1)=0$　② $f(0)=-2$
③ $f\left(\frac{1}{2}\right)=1$　④ $f\left(\frac{3}{2}\right)=2$
⑤ $f(1)=3$

04 일차함수 $y=4x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동하면 점 $(-2, 0)$을 지날 때, k의 값은?

① -8　② -7　③ 6
④ 7　⑤ 8

05 일차함수 $y=\frac{3}{2}x+a$의 그래프의 y절편과 일차함수 $y=2x-8$의 그래프의 x절편이 서로 같을 때, 상수 a의 값은?

① -4　② -2　③ 0
④ 2　⑤ 4

06 다음 일차함수의 그래프 중에서 x의 값이 3만큼 증가할 때, y의 값은 4만큼 감소하는 것은?

① $y=\frac{4}{3}x+2$
② $y=3x-4$
③ $y=-4x+3$
④ $y=-\frac{4}{3}x+2$
⑤ $y=-\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}$

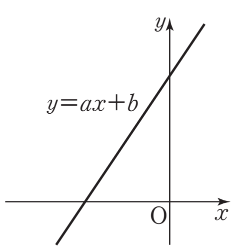
07 일차함수의 그래프가 두 점 $(2, 5)$, $(4, -3)$을 지날 때, 기울기는?

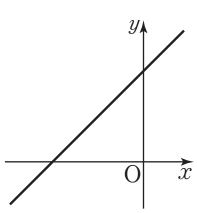
① 5 ② 2 ③ -1
④ -4 ⑤ -7

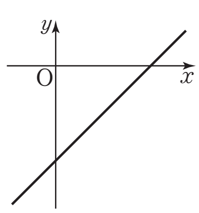
08 다음 중에서 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x+1$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

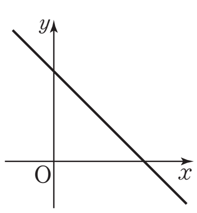
① 점 $(2, 1)$을 지난다.
② 원점을 지나는 직선이다.
③ 제4사분면을 지나지 않는다.
④ x절편은 -2, y절편은 3이다.
⑤ x의 값이 2만큼 증가할 때, y의 값은 1만큼 감소한다.

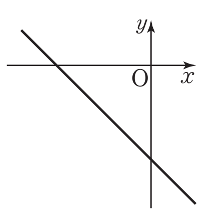
09 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 일차함수 $y=-bx+a$의 그래프로 알맞은 것은?
(단, a, b는 상수)

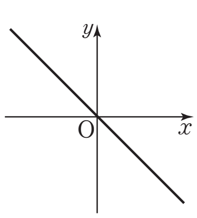


①


②


③


④


⑤


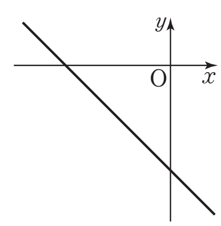
10 일차방정식 $x-2y=4$의 그래프와 평행하고, 점 $(2, -3)$을 지나는 직선이 나타내는 일차함수의 식은?

① $y=\frac{1}{2}x+2$ ② $y=2x-7$
③ $y=-2x-4$ ④ $y=\frac{1}{2}x-4$
⑤ $y=-\frac{1}{2}x-2$

11 다음 중에서 두 점 $(4, 0)$, $(0, -2)$를 지나는 직선 위의 점은?

① $(-3, -5)$ ② $(-2, -2)$
③ $(-1, -1)$ ④ $(2, -1)$
⑤ $(6, 2)$

12 오른쪽 그림은 일차방정식 $ax+y+b=0$의 그래프이다. 이때 상수 a, b의 부호로 옳은 것은?



① $a>0$, $b>0$
② $a>0$, $b<0$
③ $a<0$, $b>0$
④ $a<0$, $b<0$
⑤ $a<0$, $b=0$

•정답 및 풀이 330쪽

13 다음 중에서 일차방정식 $2x-3y+2=0$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 일차함수 $y=2x+2$의 그래프와 일치한다.

② 기울기와 y절편이 모두 $\frac{2}{3}$이다.

③ 일차함수 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}$의 그래프와 평행하다.

④ 점 $(1,\ 1)$을 지난다.

⑤ 제3사분면을 지나지 않는다.

14 x축에 평행한 직선에 수직이고 점 $(1,\ -3)$을 지나는 직선의 방정식은?

① $x+y=-3$　② $x-y=1$

③ $x=1$　④ $y=-3$

⑤ $x=-3$

15 다음 연립방정식 중에서 해가 무수히 많은 것은?

① $\begin{cases} 2x+y=1 \\ x-2y=-2 \end{cases}$　② $\begin{cases} 2x+3y=4 \\ 4x-6y=8 \end{cases}$

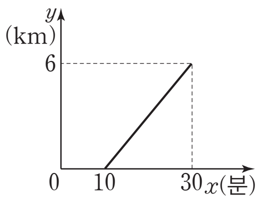
③ $\begin{cases} x-y=2 \\ 4x-4y=8 \end{cases}$　④ $\begin{cases} x-3y=-1 \\ 2x-6y=8 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x+5y=2 \\ 3x+8y=8 \end{cases}$

서술형

16 x절편과 y절편을 이용하여 일차함수 $y=-\frac{3}{4}x+3$의 그래프를 그리시오.

17 집에서 6 km 떨어진 도서관까지 가는데 동생은 걸어서 가고, 형은 동생이 출발한 지 10분 후에 자전거를 타고 갔다. 오른쪽 그래프는 동생이 출발한 지 x분 후에 형이 간 거리 y km를 나타낸 것이다. 형이 출발하여 집에서 3 km 떨어진 곳까지 가는 데 걸린 시간을 구하시오.



18 두 일차방정식 $x+y-3=0$, $2x-y-3=0$의 그래프와 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

보충 문제

●정답 및 풀이 331쪽

01 다음 보기 중에서 일차함수인 것을 모두 찾으시오.

보기

ㄱ. $y=-x$	ㄴ. $y=2x+1$
ㄷ. $y=-\frac{1}{x}-1$	ㄹ. $y=x^2-2x-1$
ㅁ. $y=4$	ㅂ. $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$

02 일차함수 $y=f(x)$에 대하여 $y=-2x+1$일 때, $f(1)-f(-1)$의 값을 구하시오.

03 일차함수 $y=ax+2$의 그래프에서 x의 값이 4만큼 증가할 때 y의 값은 8만큼 감소한다. 이때 상수 a의 값을 구하시오.

04 일차함수 $y=-x+2$의 그래프와 평행하고, 점 $(1, 3)$을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

05 일차방정식 $ax-4y=5$의 그래프가 점 $(1, -3)$을 지날 때, 상수 a의 값을 구하시오.

06 고층 빌딩의 어떤 엘리베이터가 150 m 높이에서 출발하여 매초 3 m의 속력으로 멈추지 않고 내려온다고 한다. 출발한 지 x분 후에 지상으로부터 엘리베이터까지의 높이를 y m라고 할 때, 엘리베이터의 높이가 60 m인 지점에 이르는 때는 출발한 지 몇 초 후인지 구하시오.

07 연립방정식 $\begin{cases} ax-y=5 \\ 2x-y=b \end{cases}$의 해가 무수히 많을 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수)

심화 문제

●정답 및 풀이 332쪽

01 일차함수 $y=4x+k$의 그래프를 y축의 음의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 x절편을 m, y절편을 n이라고 하자. $m+n=3$일 때, 상수 k의 값을 구하시오.

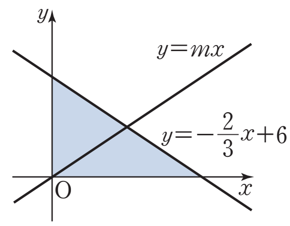
02 일차함수 $y=4x-1$의 그래프에서 x의 값이 $a-4$에서 $a+2$까지 증가할 때, y의 값의 증가량을 구하시오.

03 점 $(ab,\ b-a)$가 제2사분면 위의 점일 때, 일차함수 $y=\frac{b}{a}x+a$의 그래프가 지나지 않는 사분면을 말하시오.

04 직선 $y=ax+2$가 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 1)$, $\mathrm{B}(4,\ 5)$를 이은 선분 AB와 만나도록 하는 상수 a의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오.

05 세 직선 $x-y-3=0$, $x+2y-4=0$, $-ax+y+2=0$에 의하여 삼각형이 만들어지지 않도록 하는 상수 a의 값을 모두 구하시오.

06 오른쪽 그림과 같이 일차함수 $y=-\frac{2}{3}x+6$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 일차함수 $y=mx$의 그래프가 이등분할 때, 상수 m의 값을 구하시오.

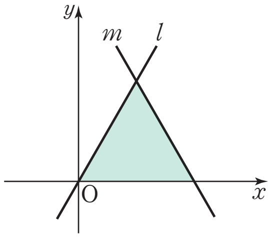


학년 반 번 이름 |

정다각형과 기울기, 절편

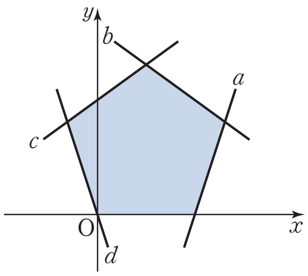
아래 그림과 같이 좌표평면 위에 한 변이 x축 위에 있는 정삼각형과 그 정삼각형의 각 변을 지나는 일차함수의 그래프를 그려 보고 다음을 생각해 보자.

정삼각형의 세 변을 지나는 직선은 3개 있지만 두 직선 l, m만 일차함수의 그래프이다. 이 두 직선 중 기울기가 큰 것은 l이고 기울기가 작은 것은 m이다. 또한, 두 직선 중 y절편이 큰 것은 m이고 y절편이 작은 것은 l이다.



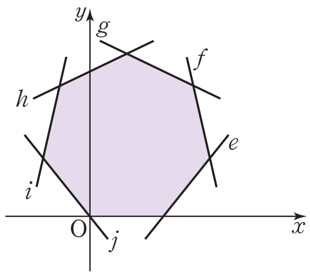
위와 같은 방법으로 좌표평면 위에 아래 그림과 같은 정오각형, 정칠각형의 각 변을 지나는 일차함수의 그래프를 각각 그릴 때, 물음에 답하여 보자.

정오각형



〈그림 1〉

정칠각형



〈그림 2〉

활동 과제

1 〈그림 1〉을 보고 다음 물음에 답하여 보자.

(1) 기울기가 가장 큰 그래프를 찾으시오.

(2) x절편이 가장 큰 그래프를 찾으시오.

(3) y절편이 가장 큰 그래프를 찾으시오.

2 〈그림 2〉를 보고 다음 물음에 답하여 보자.

(1) 기울기가 가장 작은 그래프를 찾으시오.

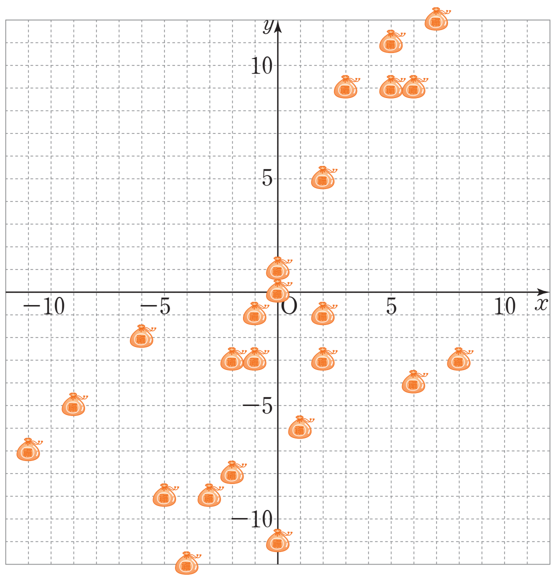
(2) x절편이 가장 작은 그래프를 찾으시오.

(3) y절편이 가장 작은 그래프를 찾으시오.

학년　반　번　이름 |

복주머니를 모아라!

다음 그림과 같이 좌표평면 위에 복주머니가 놓여 있다. 모둠별로 이 좌표평면 위에 서로 다른 두 개의 직선 l과 m을 긋자. 이때 이 두 직선 l과 m이 지나는 복주머니의 수의 합이 가장 많은 모둠이 이기는 것으로 하자. (단, 복주머니의 수는 일차함수의 식을 만족시키는 경우만 인정한다.)



활동 과제

1 두 직선 l과 m을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여 보자.

2 두 직선 l과 m이 지나는 복주머니 수의 합을 구하여 보자.

기초력 향상 문제 Ⅳ-1. 함수의 뜻

1 (1) ◯ (2) ◯ (3) ◯ (4) × (5) ×

2 (1) -2 (2) 4 (3) 5 (4) 8 (5) -15 (6) 10

3 (1) ◯ (2) ◯ (3) × (4) × (5) × (6) ◯ (7) × (8) ×
(9) ◯ (10) ×

4 (1) 4 (2) -2 (3) 1 (4) $-\frac{1}{4}$

5 (1) $y=x^2$, 일차함수가 아니다.
(2) $y=50-4x$, 일차함수이다.
(3) $y=-x+15$, 일차함수이다.
(4) $y=700x+300$, 일차함수이다.
(5) $y=3x$, 일차함수이다.
(6) $y=\frac{40}{x}$, 일차함수가 아니다.
(7) $y=5-x$, 일차함수이다.

1 (4) x의 값 5에 대응하는 y의 값이 2, 4로 2개이다.
(5) x의 값 6에 대응하는 y의 값이 2, 3으로 2개이다.

2 (1) $f(2)=-3\times2+4=-2$
(2) $f(0)=-3\times0+4=4$
(3) $f\left(-\frac{1}{3}\right)=-3\times\left(-\frac{1}{3}\right)+4=5$
(4) $f(1)=-3\times1+4=1$,
$f(-1)=-3\times(-1)+4=7$
따라서 $f(1)+f(-1)=8$이다.
(5) $f(3)=-3\times3+4=-5$,
$f(-2)=-3\times(-2)+4=10$
따라서 $f(3)-f(-2)=-15$이다.
(6) $f(-3)=-3\times(-3)+4=13$,
$f\left(\frac{1}{3}\right)=-3\times\frac{1}{3}+4=3$
따라서 $f(-3)-f\left(\frac{1}{3}\right)=10$이다.

3 (3) x^2+2x+3은 x에 대한 일차식이 아니므로 $y=x^2+2x+3$은 일차함수가 아니다.
(4) $x-(5+x)=-5$는 x에 대한 일차식이 아니므로 $y=x-(5+x)$는 일차함수가 아니다.
(5) $\frac{6}{x}$은 x에 대한 일차식이 아니므로 $y=\frac{6}{x}$은 일차함수가 아니다.
(7) $y=\frac{1}{x}$에서 $\frac{1}{x}$은 x에 대한 일차식이 아니므로 $xy=1$은 일차함수가 아니다.
(8) $4x-5=0$은 일차방정식이다.
(10) $x(x-1)=x^2-x$는 x에 대한 일차식이 아니므로 $y=x(x-1)$은 일차함수가 아니다.

4 (1) $f(a)=-a+2=-2$에서 $a=4$
(2) $f(a)=\frac{1}{2}a-1=-2$에서 $a=-2$
(3) $f(a)=-\frac{2}{3}a-\frac{4}{3}=-2$에서 $a=1$
(4) $f(a)=4a-1=-2$에서 $a=-\frac{1}{4}$

5 (2) 초콜릿을 x명에게 4개씩 나누어 준 총개수는 $4x$이므로 초콜릿 50개를 x명에게 4개씩 나누어 주고 남은 초콜릿의 개수 y를 x의 식으로 나타내면 $y=50-4x$이다.
(4) 700원짜리 연필 x자루를 살 때 필요한 금액은 $700x$원이므로 필요한 총금액은 $y=700x+300$이다.
(6) 밑변의 길이와 높이가 각각 x cm, y cm인 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}xy$ cm²이므로 $\frac{1}{2}xy=20$에서 $y=\frac{40}{x}$이다.

기초력 향상 문제 Ⅳ-2. 일차함수의 그래프

1 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조

2 (1) 3, 2, 풀이 참조 (2) 1, 3, 풀이 참조

3 풀이 참조

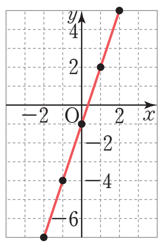
4 (1) 1 (2) -2 (3) $\frac{3}{2}$ (4) $-\frac{5}{4}$

5 (1) $y=\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$ (2) $y=5x+1$
(3) $y=-4x-7$ (4) $y=-\frac{1}{2}x-3$

1 (1) x, y 사이의 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	⋯	-2	⋯	-1	⋯	0	⋯	1	⋯	2	⋯
y	⋯	-7	⋯	-4	⋯	-1	⋯	2	⋯	5	⋯

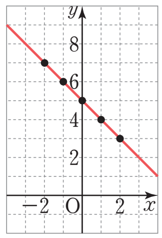
위의 표에서 얻어지는 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림의 점들이 된다. 따라서 x의 값의 범위가 수 전체일 때, $y=3x-1$의 그래프는 이 점들을 모두 지나는 직선이다.



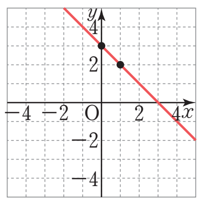
(2) x, y 사이의 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
y	$\cdots$	7	$\cdots$	6	$\cdots$	5	$\cdots$	4	$\cdots$	3	$\cdots$

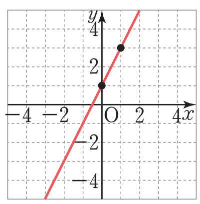
위의 표에서 얻어지는 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림의 점들이 된다.
따라서 x의 값의 범위가 수 전체일 때, $y=-x+5$의 그래프는 이 점들을 모두 지나는 직선이다.



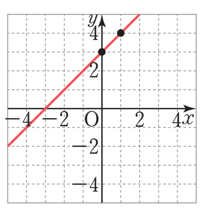
2 (1) 일차함수 $y=-x+3$에서
$x=0$일 때 $y=3$,
$x=1$일 때 $y=2$
이므로 이 일차함수의 그래프는 두 점 $(0, 3)$, $(1, 2)$를 지나는 직선이다.
따라서 $y=-x+3$의 그래프는 위의 그림과 같다.



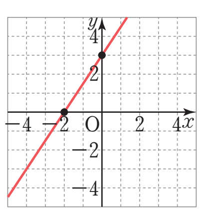
(2) 일차함수 $y=2x+1$에서
$x=0$일 때 $y=1$,
$x=1$일 때 $y=3$
이므로 이 일차함수의 그래프는 두 점 $(0, 1)$, $(1, 3)$을 지나는 직선이다.
따라서 $y=2x+1$의 그래프는 위의 그림과 같다.



3 (1) 일차함수 $y=x+3$에서
$x=0$일 때 $y=3$,
$x=1$일 때 $y=4$
이므로 이 일차함수의 그래프는 두 점 $(0, 3)$, $(1, 4)$를 지나는 직선이다.
따라서 $y=x+3$의 그래프는 위의 그림과 같다.



(2) 일차함수 $y=\frac{3}{2}x+3$에서
$x=-2$일 때 $y=0$,
$x=0$일 때 $y=3$
이므로 이 일차함수의 그래프는 두 점 $(-2, 0)$, $(0, 3)$을 지나는 직선이다.
따라서 $y=\frac{3}{2}x+3$의 그래프는 위의 그림과 같다.



기초력 향상 문제 Ⅳ-3. 일차함수의 그래프의 절편과 기울기

1 (1) y, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ (2) x, -1, -1

2 (1) x절편: 2, y절편: 6
(2) x절편: -6, y절편: 2
(3) x절편: 2, y절편: -2
(4) x절편: 4, y절편: -8
(5) x절편: 2, y절편: $-\frac{3}{2}$
(6) x절편: $\frac{5}{6}$, y절편: $\frac{2}{3}$

3 풀이 참조

4 (1) -1 (2) 4 (3) $-\frac{1}{5}$ (4) $-\frac{3}{8}$ (5) -2 (6) 3

5 풀이 참조

2 (1) $y=-3x+6$에
$y=0$을 대입하면 $0=-3x+6$, $x=2$
$x=0$을 대입하면 $y=-3\times0+6$, $y=6$
따라서 x절편과 y절편은 각각 2, 6이다.

(2) $y=\frac{1}{3}x+2$에
$y=0$을 대입하면 $0=\frac{1}{3}x+2$, $x=-6$
$x=0$을 대입하면 $y=\frac{1}{3}\times0+2$, $y=2$
따라서 x절편과 y절편은 각각 -6, 2이다.

(3) $y=x-2$에
$y=0$을 대입하면 $0=x-2$, $x=2$
$x=0$을 대입하면 $y=0-2$, $y=-2$
따라서 x절편과 y절편은 각각 2, -2이다.

(4) $y=2x-8$에
$y=0$을 대입하면 $0=2x-8$, $x=4$
$x=0$을 대입하면 $y=2\times0-8$, $y=-8$
따라서 x절편과 y절편은 각각 4, -8이다.

(5) $y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$에
$y=0$을 대입하면 $0=\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$, $x=2$
$x=0$을 대입하면 $y=\frac{3}{4}\times0-\frac{3}{2}$, $y=-\frac{3}{2}$
따라서 x절편과 y절편은 각각 2, $-\frac{3}{2}$이다.

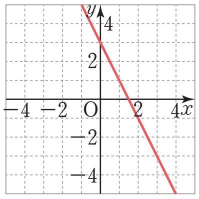
(6) $y=-\frac{4}{5}x+\frac{2}{3}$에

$y=0$을 대입하면 $\quad 0=-\frac{4}{5}x+\frac{2}{3},\ x=\frac{5}{6}$

$x=0$을 대입하면 $\quad y=-\frac{4}{5}\times 0+\frac{2}{3},\ y=\frac{2}{3}$

따라서 x절편과 y절편은 각각 $\frac{5}{6},\ \frac{2}{3}$이다.

3 (1) $y=3-2x$에

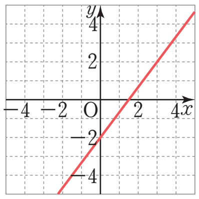


$y=0$을 대입하면 $x=\frac{3}{2}$이고,

$x=0$을 대입하면 $y=3$이므로 x절편과 y절편은 각각 $\frac{3}{2}$, 3이다.

따라서 $y=3-2x$의 그래프는 위의 그림과 같다.

(2) $y=\frac{4}{3}x-2$에

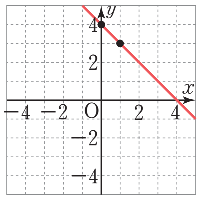


$y=0$을 대입하면 $x=\frac{3}{2}$이고,

$x=0$을 대입하면 $y=-2$이므로

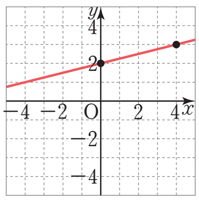
x절편과 y절편은 각각 $\frac{3}{2}$, -2이다. 따라서 $y=\frac{4}{3}x-2$의 그래프는 위의 그림과 같다.

5 (1) 일차함수 $y=-x+4$의 그래프의 y절편은 4이므로 이 그래프는 점 $(0,\ 4)$를 지난다. 또, 그래프의 기울기가 -1이므로 이 그래프는 점 $(0,\ 4)$에서 x의 값이 1만큼, y의 값이 -1만큼 증가한 점 $(1,\ 3)$을 지난다.



따라서 $y=-x+4$의 그래프는 위의 그림과 같다.

(2) 일차함수 $y=\frac{1}{4}x+2$의 그래프의 y절편은 2이므로 이 그래프는 점 $(0,\ 2)$를 지난다. 또, 그래프의 기울기가 $\frac{1}{4}$이므로 이 그래프는 점 $(0,\ 2)$에서 x의 값이 4만큼, y의 값이 1만큼 증가한 점 $(4,\ 3)$을 지난다.



따라서 $y=\frac{1}{4}x+2$의 그래프는 위의 그림과 같다.

기초력 향상 문제 Ⅳ－4. 일차함수의 그래프의 성질

1 (1) ㄴ, ㄷ, ㅁ, ㅂ (2) ㄱ, ㄹ (3) ㄴ, ㄷ, ㅁ, ㅂ (4) ㄱ, ㄹ

2 (1) ㄷ (2) ㄱ (3) ㄹ (4) ㄴ

3 (1) ㄱ－ㄹ, ㅂ－ㅅ (2) ㄴ－ㅇ

4 (1) $\frac{1}{2}$ (2) -2 (3) $a=3$, $b=-5$ (4) $a=-5$, $b=-3$

2 (1) 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x+1$의 그래프의 기울기는 $-\frac{1}{2}$로 음수이므로 오른쪽 아래로 향하는 직선이고, y절편은 1로 양수이므로 그 그래프는 ㄷ이다.

(2) 일차함수 $y=2x+5$의 그래프의 기울기는 2로 양수이므로 오른쪽 위로 향하는 직선이고, y절편은 5로 양수이므로 그 그래프는 ㄱ이다.

(3) 일차함수 $y=-3x-4$의 그래프의 기울기는 -3으로 음수이므로 오른쪽 아래로 향하는 직선이고, y절편은 -4로 음수이므로 그 그래프는 ㄹ이다.

(4) 일차함수 $y=\frac{3}{4}x-3$의 그래프의 기울기는 $\frac{3}{4}$으로 양수이므로 오른쪽 위로 향하는 직선이고, y절편은 -3으로 음수이므로 그 그래프는 ㄴ이다.

4 (1) 기울기가 같고 y절편이 다른 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하므로 $a=\frac{1}{2}$이다.

(3) 기울기와 y절편이 같은 두 일차함수의 그래프는 일치하므로 $a=3$, $b=-5$이다.

기초력 향상 문제 Ⅳ－5. 일차함수의 식 구하기 ①

1 (1) $y=-x+3$ (2) $y=2x-3$ (3) $y=4x+6$ (4) $y=-3x-7$

2 (1) $y=-5x-2$ (2) $y=3x+2$

3 (1) $y=2x-1$ (2) $y=-2x+6$ (3) $y=-3x-4$

4 (1) $y=-3x+1$ (2) $y=-2x+3$

5 (1) $y=x+2$ (2) $y=\frac{7}{3}x+\frac{17}{3}$ (3) $y=\frac{4}{9}x$

6 (1) $y=-4x+4$ (2) $y=-x+2$

(3) $y=-x-3$ (4) $y=\frac{3}{2}x-6$

3 (1) 그래프의 기울기가 2인 일차함수의 식은

$y=2x+b$

이 그래프가 점 $(2,\ 3)$을 지나므로

$3=2\times2+b,\ b=-1$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=2x-1$

(2) 그래프의 기울기가 -2인 일차함수의 식은

$y=-2x+b$

이 그래프가 점 $(1,\ 4)$를 지나므로

$4=-2\times1+b,\ b=6$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-2x+6$

(3) 그래프의 기울기가 -3인 일차함수의 식은

$y=-3x+b$

이 그래프가 점 $(-3,\ 5)$를 지나므로

$5=-3\times(-3)+b,\ b=-4$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-3x-4$

4 (1) 그래프의 기울기가 -3인 일차함수의 식은

$y=-3x+b$

이 그래프가 점 $(-1,\ 4)$를 지나므로

$4=-3\times(-1)+b,\ b=1$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-3x+1$

(2) 그래프의 기울기가 $\frac{-4}{2}=-2$인 일차함수의 식은

$y=-2x+b$

이 그래프가 점 $(4,\ -5)$를 지나므로

$-5=-2\times4+b,\ b=3$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-2x+3$

5 (1) 두 점을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는

$\frac{4-1}{2-(-1)}=\frac{3}{3}=1$이므로 $y=x+b$

이 그래프가 점 $(-1,\ 1)$을 지나므로

$1=-1+b,\ b=2$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=x+2$

(2) 두 점을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는

$\frac{8-1}{1-(-2)}=\frac{7}{3}$이므로 $y=\frac{7}{3}x+b$

이 그래프가 점 $(-2,\ 1)$을 지나므로

$1=\frac{7}{3}\times(-2)+b,\ b=\frac{17}{3}$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=\frac{7}{3}x+\frac{17}{3}$

(3) 두 점을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는

$\frac{4-(-4)}{9-(-9)}=\frac{8}{18}=\frac{4}{9}$이므로 $y=\frac{4}{9}x+b$

이 그래프가 점 $(9,\ 4)$를 지나므로

$4=\frac{4}{9}\times9+b,\ b=0$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=\frac{4}{9}x$

6 (1) 두 점 $(1,\ 0)$, $(0,\ 4)$를 지나므로 기울기는

$\frac{0-4}{1-0}=-4$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-4x+4$

(2) 두 점 $(2,\ 0)$, $(0,\ 2)$를 지나므로 기울기는

$\frac{0-2}{2-0}=-1$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-x+2$

(3) 두 점 $(-3,\ 0)$, $(0,\ -3)$을 지나므로 기울기는

$\frac{-3-0}{0-(-3)}=-1$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-x-3$

(4) 두 점 $(4,\ 0)$, $(0,\ -6)$을 지나므로 기울기는

$\frac{0-(-6)}{4-0}=\frac{3}{2}$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=\frac{3}{2}x-6$

기초력 향상 문제 Ⅳ-5. 일차함수의 식 구하기 ②

1 (1) $y=\frac{1}{3}x+2$ (2) $y=-2x-5$

2 (1) $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ (2) $y=-2x-4$

3 (1) $y=\frac{7}{4}x+\frac{17}{4}$ (2) $y=-x-3$

4 (1) $y=-x-4$ (2) $y=\frac{3}{5}x+3$

1 (1) 그래프에서 기울기가 $\frac{1}{3}$이고 y절편이 2이므로 구하는 일차함수의 식은 $y=\frac{1}{3}x+2$

(2) 그래프에서 기울기가 $\frac{-4}{2}=-2$이고 y절편이 -5이므로 구하는 일차함수의 식은 $y=-2x-5$

2 (1) 기울기가 $\frac{1}{2}$인 직선이므로

$y=\frac{1}{2}x+b$

이 그래프가 점 $(3,\ 2)$를 지나므로

$2=\frac{1}{2}\times3+b,\ b=\frac{1}{2}$

따라서 구하는 일차함수의 식은

$y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

(2) 기울기가 $\frac{-6}{3}=-2$인 직선이므로

$y=-2x+b$

이 그래프가 점 $(-4,\ 4)$를 지나므로

$4=-2\times(-4)+b,\ b=-4$

따라서 구하는 일차함수의 식은

$y=-2x-4$

3 (1) 직선이 두 점 $(-3,\ -1)$, $(1,\ 6)$을 지나므로 기울기가 $\frac{6-(-1)}{1-(-3)}=\frac{7}{4}$인 일차함수의 식은

$y=\frac{7}{4}x+b$

이 그래프가 점 $(1,\ 6)$을 지나므로

$6=\frac{7}{4}\times1+b,\ b=\frac{17}{4}$

따라서 구하는 일차함수의 식은

$y=\frac{7}{4}x+\frac{17}{4}$

(2) 직선이 두 점 $(-5,\ 2)$, $(1,\ -4)$를 지나므로 기울기가 $\frac{-4-2}{1-(-5)}=\frac{-6}{6}=-1$인 일차함수의 식은

$y=-x+b$

이 그래프가 점 $(1,\ -4)$를 지나므로

$-4=-1+b,\ b=-3$

따라서 구하는 일차함수의 식은

$y=-x-3$

4 (1) 두 점 $(-4,\ 0)$, $(0,\ -4)$를 지나므로 기울기는

$\frac{-4-0}{0-(-4)}=-1$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-x-4$

(2) 두 점 $(-5,\ 0)$, $(0,\ 3)$을 지나므로 기울기는

$\frac{3-0}{0-(-5)}=\frac{3}{5}$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=\frac{3}{5}x+3$

기초력 향상 문제 Ⅳ-6. 일차함수와 일차방정식 ①

1 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조 (3) $-\frac{1}{2}$, 2

2 (1) $y=\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$ (2) $y=-\frac{1}{2}x+2$

(3) $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$ (4) $y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}$

(5) $y=\frac{2}{3}x-\frac{5}{9}$ (6) $y=\frac{1}{2}x+4$

3 (1) 기울기: 1, x절편: -2, y절편: 2

(2) 기울기: 2, x절편: -2, y절편: 4

(3) 기울기: $-\frac{5}{8}$, x절편: $\frac{2}{5}$, y절편: $\frac{1}{4}$

(4) 기울기: $\frac{1}{12}$, x절편: 6, y절편: $-\frac{1}{2}$

(5) 기울기: -18, x절편: $\frac{2}{3}$, y절편: 12

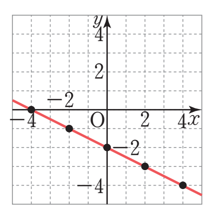
(6) 기울기: 2, x절편: 2, y절편: -4

4 풀이 참조

1 (1)

x	⋯	-4	⋯	-2	⋯	0	⋯	2	⋯	4	⋯
y	⋯	0	⋯	-1	⋯	-2	⋯	-3	⋯	-4	⋯

(2)



(3) $2y=-x-4$에서 양변을 2로 나누면

$y=-\frac{1}{2}x-2$

3 (1) $y=x+2$이므로 기울기는 1, x절편은 -2, y절편은 2

(2) $y=2x+4$이므로 기울기는 2, x절편은 -2, y절편은 4

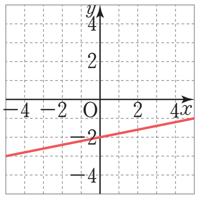
(3) $y=-\frac{5}{8}x+\frac{1}{4}$이므로 기울기는 $-\frac{5}{8}$, x절편은 $\frac{2}{5}$, y절편은 $\frac{1}{4}$

(4) $y=\frac{1}{12}x-\frac{1}{2}$이므로 기울기는 $\frac{1}{12}$, x절편은 6, y절편은 $-\frac{1}{2}$

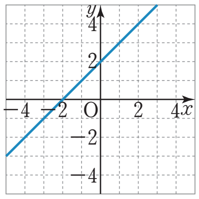
(5) $y=-18x+12$이므로 기울기는 -18, x절편은 $\frac{2}{3}$, y절편은 12

(6) $y=2x-4$이므로 기울기는 2, x절편은 2, y절편은 -4

4 (1)



(2)



기초력 향상 문제 Ⅳ－6. 일차함수와 일차방정식 ②

1 (1) $y=-4$ (2) $x=5$ (3) $y=4$ (4) $x=1$

2 (1) $x=2$ (2) $y=3$ (3) $y=-1$ (4) $x=\frac{2}{3}$

3 풀이 참조 **4** 풀이 참조

1 (1) y의 값이 일정한 직선이므로 $y=-4$

(2) x의 값이 일정한 직선이므로 $x=5$

(3) y의 값이 일정한 직선이므로 $y=4$

(4) x의 값이 일정한 직선이므로 $x=1$

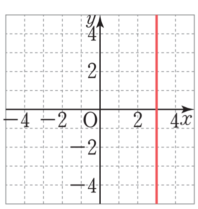
2 (1) x의 값이 일정한 직선이므로 $x=2$

(2) y의 값이 일정한 직선이므로 $y=3$

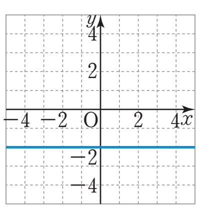
(3) y의 값이 일정한 직선이므로 $y=-1$

(4) x의 값이 일정한 직선이므로 $x=\frac{2}{3}$

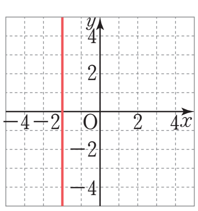
3 (1)



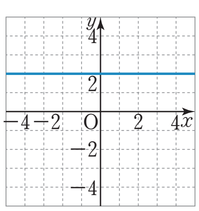
(2)



4 (1)



(2)



기초력 향상 문제 Ⅳ－7. 두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식 ①

1 (1) $x=4,\ y=-2$ (2) $x=-2,\ y=-5$ (3) $x=2,\ y=1$

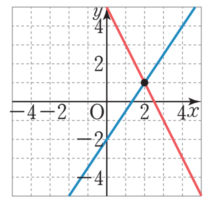
2 (1) $x=4,\ y=2$ (2) $x=3,\ y=1$

3 (1) $x=2,\ y=1$ (2) $x=-2,\ y=3$

(3) $x=3,\ y=-2$ (4) $x=3,\ y=1$

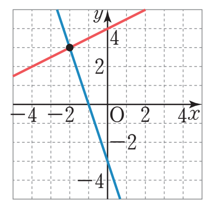
3 (1) $\begin{cases} y=-2x+5 \\ y=\frac{3}{2}x-2 \end{cases}$

따라서 각 일차방정식의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 연립방정식의 해는 $x=2,\ y=1$이다.



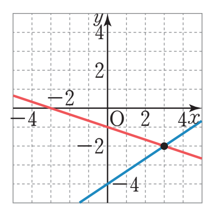
(2) $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+4 \\ y=-3x-3 \end{cases}$

따라서 각 일차방정식의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 연립방정식의 해는 $x=-2,\ y=3$이다.



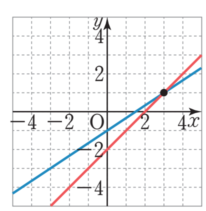
(3) $\begin{cases} y=-\frac{1}{3}x-1 \\ y=\frac{2}{3}x-4 \end{cases}$

따라서 각 일차방정식의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 연립방정식의 해는 $x=3,\ y=-2$이다.



(4) $\begin{cases} y=x-2 \\ y=\frac{2}{3}x-1 \end{cases}$

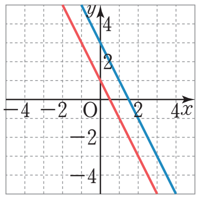
따라서 각 일차방정식의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 연립방정식의 해는 $x=3,\ y=1$이다.



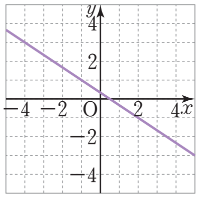
기초력 향상 문제 Ⅳ－7. 두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식 ②

1 (1) 1개 (2) 0개
2 (1) 해가 없다. (2) 해가 무수히 많다.
3 (1) ㄱ, ㄴ, ㄷ (2) ㅁ (3) ㄹ, ㅂ
4 (1) $a\neq-4$ (2) $a=-4$, $b\neq4$ (3) $a=-4$, $b=4$

2 (1) $\begin{cases} y=-2x+1 \\ y=-2x+3 \end{cases}$
따라서 연립방정식의 해는 없다.



(2) $\begin{cases} y=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3} \\ y=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3} \end{cases}$
따라서 연립방정식의 해는 무수히 많다.



3 ㄱ. $\begin{cases} y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{4} \\ y=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{2} \end{cases}$ 이므로 해는 한 쌍이다.

ㄴ. $\begin{cases} y=2x-1 \\ y=-2x-2 \end{cases}$ 이므로 해는 한 쌍이다.

ㄷ. $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2} \\ y=-\frac{3}{2}x-1 \end{cases}$ 이므로 해는 한 쌍이다.

ㄹ. $\begin{cases} y=-x+2 \\ y=-x+2 \end{cases}$ 이므로 해는 무수히 많다.

ㅁ. $\begin{cases} y=2x-3 \\ y=2x-2 \end{cases}$ 이므로 해는 없다.

ㅂ. $\begin{cases} y=-\frac{2}{3}x-\frac{2}{3} \\ y=-\frac{2}{3}x-\frac{2}{3} \end{cases}$ 이므로 해는 무수히 많다.

4 $\begin{cases} y=ax+4 \\ y=-4x+b \end{cases}$ 이므로
(1) $a\neq-4$이면 해가 한 쌍이다.
(2) $a=-4$, $b\neq4$이면 해가 없다.
(3) $a=-4$, $b=4$이면 해가 무수히 많다.

소단원 평가 Ⅳ－1. 함수의 뜻

1 (1) 함수이다. (2) 함수이다. (3) 함수가 아니다.
2 (1) -4 (2) 6 (3) 10 **3** ㄷ
4 ㄱ, ㄷ **5** -14 **6** -2

1 (1) $y=2(x+4)$이므로 y는 x의 함수이다.
(2) $y=\frac{x(x-3)}{2}$이므로 y는 x의 함수이다.
(3) 외각의 크기의 합은 항상 $360°$로 일정하므로 y는 x의 함수가 아니다.

2 (1) $f(-2)=2\times(-2)=-4$
(2) $f(-2)=-\frac{12}{-2}=6$
(3) $f(-2)=-3\times(-2)+4=6+4=10$

3 ㄱ. $y=1$이므로 일차함수가 아니다.
ㄴ. $y=\frac{5}{x}$이므로 일차함수가 아니다.
ㄷ. $\frac{y}{3}=-\frac{x}{2}+1$, $y=-\frac{3}{2}x+3$이므로 일차함수이다.
ㄹ. $y=x^2-2x$이므로 일차함수가 아니다.
따라서 일차함수인 것은 ㄷ이다.

4 ㄱ. $y=600x+1300$
ㄴ. $y=\frac{x^2}{2}$
ㄷ. $\frac{x}{100}\times300=y$, $y=3x$
ㄹ. $xy=50$, $y=\frac{50}{x}$
따라서 일차함수인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

5 $f(2)=3\times2-7=-1$, $f(4)=3\times4-7=5$이므로
$4f(2)-2f(4)=4\times(-1)-2\times5=-14$이다.

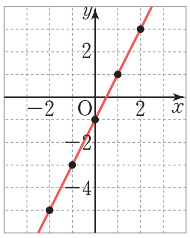
6 $f(2)=2a-5=3$이므로
$2a=8$, $a=4$
즉, $f(x)=4x-5$이므로
$f(-1)=4\times(-1)-5=-9$,
$f(3)=4\times3-5=7$
따라서 $f(-1)+f(3)=-2$이다.

소단원 평가 Ⅳ-2. 일차함수의 그래프

1 풀이 참조 2 풀이 참조 3 풀이 참조
4 (1) $y=-4x-7$ (2) $y=3x+2$
5 ㄱ, ㅁ 6 -8

1 (1)

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
y	$\cdots$	-5	$\cdots$	-3	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$

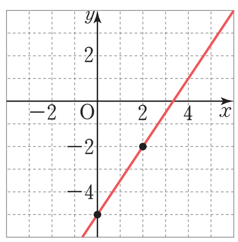
(2)


2 일차함수 $y=\frac{3}{2}x-5$에서

$x=0$일 때 $y=\frac{3}{2}\times0-5=-5$,

$x=2$일 때 $y=\frac{3}{2}\times2-5=-2$

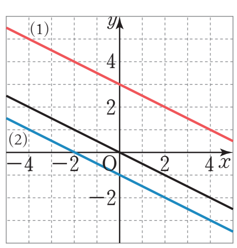
이므로 이 일차함수의 그래프는 두 점 $(0,\ -5)$, $(2,\ -2)$를 지난다. 따라서 일차함수 $y=\frac{3}{2}x-5$의 그래프는 위의 그림과 같이 두 점 $(0,\ -5)$, $(2,\ -2)$를 지나는 직선이다.



3 (1) 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x+3$의 그래프는 $y=-\frac{1}{2}x$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동하여 그린다.

(2) 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x-1$의 그래프는 $y=-\frac{1}{2}x$의 그래프를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하여 그린다.

따라서 일차함수 (1), (2)의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



5 일차함수 $y=2x+5$의 그래프를 평행이동하여 그릴 수 있는 그래프의 일차함수의 식은 $y=2x+k$(단, k는 상수)의 형태이다.
따라서 ㄱ, ㅁ이다.

6 일차함수 $y=3x+1+k$의 그래프가 점 $(2,\ -1)$을 지나므로 $x=2$, $y=-1$을 대입하면

$-1=3\times2+1+k$, $-1=7+k$

따라서 $k=-8$이다.

소단원 평가 Ⅳ-3. 일차함수의 그래프의 절편과 기울기

1 풀이 참조 2 x절편: 2, y절편: -8, 기울기: 4
3 풀이 참조 4 ⑤ 5 3 6 2

1 (1) x절편: -1, y절편: 1, 기울기: 1

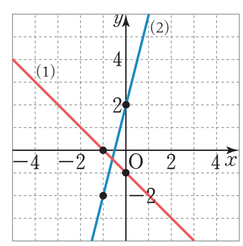
(2) x절편: 3, y절편: 1, 기울기: $-\frac{1}{3}$

(3) x절편: 1, y절편: -2, 기울기: 2

(4) x절편: -1, y절편: -1, 기울기: -1

2 $y=4x-8$에 $y=0$을 대입하면 $0=4x-8$, $4x=8$, $x=2$이므로 x절편은 2이다.
$y=4x-8$에 $x=0$을 대입하면 $y=4\times0-8$, $y=-8$이므로 y절편은 -8이다.
$y=4x-8$의 그래프의 기울기는 4이다.

3 (1) $y=-x-1$에서 $y=0$일 때 $x=-1$이므로 x절편은 -1이다. 또, $x=0$일 때 $y=-1$이므로 y절편은 -1이다. 따라서 일차함수 $y=-x-1$의 그래프는 두 점 $(-1,\ 0)$, $(0,\ -1)$을 지나는 직선이다.



(2) $y=4x+2$의 그래프는 기울기가 4이고 y절편이 2이므로 두 점 $(-1,\ -2)$, $(0,\ 2)$를 지나는 직선이다.

따라서 일차함수 (1), (2)의 그래프는 위의 그림과 같다.

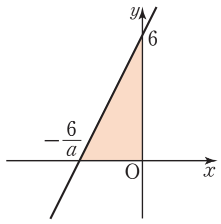
4 $(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{-6}{2}=-3$

따라서 기울기가 -3인 일차함수는 ⑤이다.

5 $(\text{기울기})=\frac{k-(-7)}{3-(-2)}=\frac{k+7}{5}=2$, $k+7=10$

따라서 $k=3$이다.

6 $y=ax+6$에서 $x=0$일 때 $y=6$이므로 y절편은 6이고, 기울기인 $a>0$이므로 일차함수 $y=ax+6$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



$y=ax+6$에서 $y=0$일 때

$x=-\frac{6}{a}$이므로 x절편은 $-\frac{6}{a}$이다. 일차함수 $y=ax+6$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 9이므로 $\frac{1}{2}\times\frac{6}{a}\times6=9$에서 $a=2$이다.

소단원 평가 Ⅳ-5. 일차함수의 그래프의 성질

1 ④ **2** (1) ㄴ, ㄷ, ㅁ, ㅂ (2) ㄱ, ㄹ **3** ④ **4** 8
5 제4사분면 **6** 0

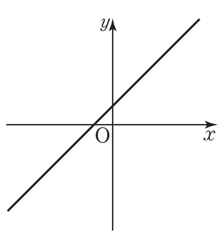
1 그래프의 모양이 오른쪽 아래로 향하는 직선의 기울기는 음수이므로 기울기가 -3인 ④이다.

2 (1) x의 값이 증가할 때, y의 값이 증가하는 직선은 기울기가 양수이므로 ㄴ, ㄷ, ㅁ, ㅂ이다.
(2) x의 값이 증가할 때, y의 값이 감소하는 직선은 기울기가 음수이므로 ㄱ, ㄹ이다.

3 $y=3x-1$의 그래프와 평행하려면 기울기는 3이고 y절편은 -1이 아니어야 한다. 따라서 ④이다.

4 두 일차함수의 그래프가 서로 평행하면 기울기가 같으므로 $\frac{a}{2}=4$이다. 따라서 $a=8$이다.

5 $a<0$, $b>0$이므로 일차함수 $y=-ax+b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같은 직선이 된다. 따라서 $y=-ax+b$의 그래프는 제4사분면을 지나지 않는다.



6 일차함수 $y=ax+2$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=ax+2+b$이므로
$a=2$, $2+b=4$
따라서 $a=2$, $b=2$이므로 $a-b=0$이다.

소단원 평가 Ⅳ-5. 일차함수의 식 구하기

1 (1) $y=-x+3$ (2) $y=-\frac{1}{2}x+5$ **2** 7 **3** -2 **4** $\frac{4}{3}$
5 $\frac{5}{2}$ **6** $a=3$, $b=10$

1 (1) 기울기가 -1이고 y절편이 3이므로 구하는 일차함수의 식은 $y=-x+3$
(2) (기울기)$=\frac{2}{-4}=-\frac{1}{2}$이고 y절편이 5이므로
$y=-\frac{1}{2}x+5$

2 $y=-2x+4$의 그래프와 평행하므로 구하는 직선의 기울기는 -2이고, 점 $(2, 3)$을 지난다.
$y=-2x+b$로 놓고 $x=2$, $y=3$을 대입하면
$3=-2\times2+b$, $b=7$이므로 $y=-2x+7$
따라서 구하는 일차함수의 그래프의 y절편은 7이다.

3 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 두 점 $(1, -1)$, $(3, -5)$를 지나므로
$$a=\frac{-5-(-1)}{3-1}=\frac{-4}{2}=-2$$
$y=-2x+b$에 $x=1$, $y=-1$을 대입하면 $b=1$
따라서 $ab=-2\times1=-2$이다.

4 두 점 $(3, 0)$, $(0, 1)$을 지나므로
$$(\text{기울기})=\frac{0-1}{3-0}=-\frac{1}{3}$$
따라서 $y=-\frac{1}{3}x+1$에 $x=-1$, $y=k$를 대입하면
$$k=-\frac{1}{3}\times(-1)+1=\frac{4}{3}$$

5 주어진 직선이 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 2)$를 지나므로
$$(\text{기울기})=\frac{2-0}{1-(-3)}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$
$y=\frac{1}{2}x+b$에 $x=1$, $y=2$를 대입하면 $b=\frac{3}{2}$
$$y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$
$y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$에 $x=2$, $y=a$를 대입하면
$$a=\frac{1}{2}\times2+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$$

6 물의 온도가 2분마다 6 ℃씩 오르므로 매 분 3 ℃씩 오른다. x분 후에는 물의 온도가 $3x$ ℃ 오르므로

$y=3x+10$

따라서 $a=3$, $b=10$이다.

소단원 평가 Ⅳ-6. 일차함수와 일차방정식

1 -9 **2** ④ **3** ② **4** ④ **5** ④ **6** 4

1 $2x+3y-9=0$에서 y를 x의 식으로 나타내면

$y=-\frac{2}{3}x+3$

이 그래프의 기울기는 $-\frac{2}{3}$, x절편은 $\frac{9}{2}$, y절편은 3이므로

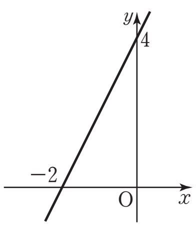
$a=-\frac{2}{3}$, $b=\frac{9}{2}$, $c=3$

따라서 $abc=-\frac{2}{3}\times\frac{9}{2}\times3=-9$이다.

2 $-2x+y=4$에서 y를 x의 식으로 나타내면 $y=2x+4$

이 그래프의 x절편이 -2, y절편이 4이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 제4사분면을 지나지 않는다.



3 $x+ay=b$에 $x=-4$, $y=0$을 대입하면 $b=-4$

$x+ay=-4$에 $x=0$, $y=3$을 대입하면 $a=-\frac{4}{3}$

따라서 $ab=-\frac{4}{3}\times(-4)=\frac{16}{3}$이다.

4 $4x+3y-6=0$에서 y를 x의 식으로 나타내면

$y=-\frac{4}{3}x+2$

따라서 x의 값이 3만큼 증가할 때 y의 값은 4만큼 감소한다.

5 x축에 평행한 직선의 방정식은 $y=l$(단, l은 상수)의 꼴로 나타난다.

① $y=\frac{1}{2}x$ ② $y=-2x$ ③ $x=4$

④ $y=4$ ⑤ $y=-x+3$

이므로 x축에 평행한 직선의 방정식은 ④이다.

6 y축에 평행한 직선 위의 점은 x좌표가 모두 같다.

따라서 $a-2=2a-6$에서 $a=4$이다.

소단원 평가 Ⅳ-7. 두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식

1 ① **2** ⑤ **3** ② **4** 2 **5** $\frac{2}{3}$ **6** 12

1 두 직선의 교점의 좌표가 $(-1, -1)$이므로 구하는 연립방정식의 해는 $x=-1$, $y=-1$이다.

2 $2x+y=-3$에 $x=b$, $y=-1$을 대입하면

$2b-1=-3$, $b=-1$

$x+ay=10$에 $x=-1$, $y=-1$을 대입하면

$-1-a=10$, $a=-11$

따라서 $ab=-11\times(-1)=11$이다.

3 $\begin{cases}2x-y=a\\-4x+2y=4\end{cases}$에서 $\begin{cases}y=2x-a\\y=2x+2\end{cases}$

이때 연립방정식의 해가 없으려면 두 일차함수의 그래프가 평행해야 하므로 $-a\neq2$, 즉 $a\neq-2$

4 $\begin{cases}6x+4y=8\\3x-ay=b\end{cases}$에서 $\begin{cases}y=-\frac{3}{2}x+2\\y=\frac{3}{a}x-\frac{b}{a}\end{cases}$

이때 연립방정식의 해가 무수히 많으려면 두 일차함수의 그래프가 일치해야 하므로

$-\frac{3}{2}=\frac{3}{a}$, $2=-\frac{b}{a}$에서 $a=-2$, $b=4$

따라서 $a+b=-2+4=2$이다.

5 y를 x의 식으로 나타내면

$y=\frac{k-2}{2}x$, $y=\frac{3k-4}{3}x$

이때 두 직선이 일치해야 하므로

$\frac{k-2}{2}=\frac{3k-4}{3}$, $3k-6=6k-8$

$3k=2$, 즉 $k=\frac{2}{3}$

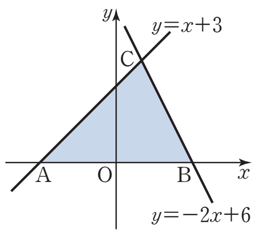
6 y를 x의 식으로 나타내면

$y=x+3$, $y=-2x+6$

두 일차함수의 그래프의 x절편은 각각 -3, 3이므로

$A(-3,\ 0)$, $B(3,\ 0)$

또, 두 그래프의 교점의 좌표는 $C(1,\ 4)$이다.



따라서 △ABC의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$

단원 평가 Ⅳ. 일차함수와 그래프

01 ②	02 ②, ④		03 ④	04 ④	05 ⑤	06 ④
07 ④	08 ⑤	09 ③	10 ④	11 ④	12 ①	13 ②
14 ③	15 ③	16 풀이 참조		17 10분	18 6	

01 ② 둘레의 길이가 12 cm인 직사각형의 넓이는 8 cm^2, 9 cm^2 등 다양하게 정해지므로 함수가 아니다.

02 ① $y=0\times x+3$이므로 일차함수가 아니다.
③ 최고차항의 차수가 2이므로 일차함수가 아니다.
⑤ 분모에 x가 있으므로 일차함수가 아니다.
따라서 일차함수인 것은 ②, ④이다.

03 ① $f(-1)=2\times(-1)-1=-3$
② $f(0)=2\times 0-1=-1$
③ $f\left(\frac{1}{2}\right)=2\times\frac{1}{2}-1=0$
④ $f\left(\frac{3}{2}\right)=2\times\frac{3}{2}-1=2$
⑤ $f(1)=2\times 1-1=1$
따라서 옳은 것은 ④이다.

04 $y=4x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=4x+1+k$
이때 이 그래프가 점 $(-2,\ 0)$을 지나므로
$0=4\times(-2)+1+k$, 즉 $k=7$

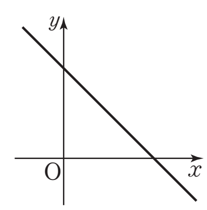
05 $y=\frac{3}{2}x+a$의 그래프의 y절편은 a이고 $y=2x-8$의 그래프의 x절편은 4이므로 $a=4$

06 $(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=-\frac{4}{3}$이므로 기울기가 $-\frac{4}{3}$인 것을 찾으면 ④이다.

07 두 점 $(2,\ 5)$, $(4,\ -3)$을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는 $\frac{-3-5}{4-2}=\frac{-8}{2}=-4$

08 ① $-\frac{1}{2}\times 2+1=0$이므로 점 $(2,\ 1)$을 지나지 않는다.
② $-\frac{1}{2}\times 0+1=1$이므로 원점을 지나지 않는다.
③ 제1사분면, 제2사분면, 제4사분면을 지난다.
④ x절편은 2, y절편은 1이다.
⑤ 기울기가 $-\frac{1}{2}$이므로 x의 값이 2만큼 증가할 때, y의 값은 1만큼 감소한다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

09 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 위로 향하는 직선이므로 $a>0$, y절편이 양수이므로 $b>0$이다.
따라서 $y=-bx+a$의 그래프를 그리면 기울기가 음수이므로 오른쪽 아래로 향하는 직선이고 y절편이 양수이므로 오른쪽 그림과 같다.



10 $x-2y=4$에서 y를 x의 식으로 나타내면

$y=\frac{1}{2}x-2$

이므로 이 그래프와 평행한 직선의 방정식은

$y=\frac{1}{2}x+b$

이 직선이 점 $(2,\ -3)$을 지나므로

$-3=\frac{1}{2}\times 2+b$, $b=-4$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}x-4$

11 두 점 $(4,\ 0)$, $(0,\ -2)$를 지나는 직선이 나타내는 일차함수의 식은 y절편이 -2이고 기울기가 $\frac{0-(-2)}{4-0}=\frac{1}{2}$이므로 $y=\frac{1}{2}x-2$이다.
따라서 이 일차함수의 그래프 위의 점은 $(2,\ -1)$이다.

12 $ax+y+b=0$에서 y를 x의 식으로 나타내면 $y=-ax-b$

이때 직선이 오른쪽 아래로 향하므로 $-a<0,\ a>0$

y절편이 음수이므로 $-b<0,\ b>0$

13 ① $2x-3y+2=0$에서 y를 x의 식으로 나타내면

$y=\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}$이다.

③ 기울기가 같지 않으므로 한 점에서 만난다.

④ $y=\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}$에 $x=1$을 대입하면 $y=\frac{4}{3}$이므로

점 $(1,\ 1)$을 지나지 않는다.

⑤ 제4사분면을 지나지 않는다.

따라서 옳은 것은 ②이다.

14 x축에 평행한 직선에 수직인 직선은 y축에 평행하고 이 직선이 점 $(1,\ -3)$을 지나므로 구하는 직선의 방정식은 $x=1$이다.

15 주어진 방정식에서 y를 x의 식으로 나타내면

① $\begin{cases} y=-2x+1 \\ y=\frac{1}{2}x+1 \end{cases}$ ② $\begin{cases} y=-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3} \\ y=\frac{2}{3}x-\frac{4}{3} \end{cases}$ ③ $\begin{cases} y=x-2 \\ y=x-2 \end{cases}$

④ $\begin{cases} y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3} \\ y=\frac{1}{3}x-\frac{4}{3} \end{cases}$ ⑤ $\begin{cases} y=-\frac{1}{5}x+\frac{2}{5} \\ y=-\frac{3}{8}x+1 \end{cases}$

이때 ③은 두 직선이 일치하므로 해가 무수히 많다.

16 $y=-\frac{3}{4}x+3$에 $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{3}{4}x+3,\ x=4$

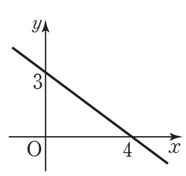
(가)

$y=-\frac{3}{4}x+3$에 $x=0$을 대입하면

$y=-\frac{3}{4}\times0+3=3$

(나)

즉, x절편이 4, y절편이 3이므로 일차함수 $y=-\frac{3}{4}x+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



(다)

채점 기준	배점 비율
(가) x절편 구하기	30 %
(나) y절편 구하기	30 %
(다) 일차함수 $y=-\frac{3}{4}x+3$의 그래프 그리기	40 %

17 그래프가 두 점 $(10,\ 0)$, $(30,\ 6)$을 지나므로 기울기는

$\frac{6-0}{30-10}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}=0.3$

이때 x와 y 사이의 관계식은 $y=0.3x+b$

이 식에 $x=10,\ y=0$을 대입하면 $b=-3$

그러므로 $y=0.3x-3$

(가)

$y=0.3x-3$에 $y=3$을 대입하면 $x=20$

(나)

동생이 출발한 지 20분 후에 형이 3 km 떨어진 곳까지 가므로 형이 출발하여 걸린 시간은 $20-10=10$(분)이다.

(다)

채점 기준	배점 비율
(가) 일차함수의 식 구하기	40 %
(나) $y=3$일 때 x의 값 구하기	30 %
(다) 형이 출발하여 걸린 시간 구하기	30 %

18 연립방정식 $\begin{cases} x+y-3=0 \\ 2x-y-3=0 \end{cases}$을 풀면 $x=2,\ y=1$

따라서 두 그래프의 교점의 좌표는 $(2,\ 1)$이다.

(가)

또, 두 그래프의 y절편은 각각 $3,\ -3$이므로

(나)

구하는 도형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times6\times2=6$

(다)

채점 기준	배점 비율
(가) 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표 구하기	40 %
(나) 두 일차방정식의 그래프의 y절편 구하기	30 %
(다) 도형의 넓이 구하기	30 %

보충 문제

Ⅳ. 일차함수와 그래프

01 ㄱ, ㄴ, ㅂ **02** -4 **03** -2 **04** $y=-x+4$

05 -7 **06** 30초 후 **07** 7

01 ㄷ. 분모에 x가 있으므로 일차함수가 아니다.

ㄹ. 최고차항의 차수가 2이므로 일차함수가 아니다.

ㅁ. $y=0\times x+4$이므로 일차함수가 아니다.

02 $f(1)=-2\times1+1=-1,\ f(-1)=-2\times(-1)+1=3$

따라서 $f(1)-f(-1)=-1-3=-4$이다.

03 (기울기)$=\frac{-8}{4}=-2$이므로 $\quad a=-2$

04 그래프의 기울기가 -1인 일차함수 $y=-x+b$에 $x=1$, $y=3$을 대입하면 $\quad 3=-1+b,\ b=4$
따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-x+4$이다.

05 $ax-4y=5$에 $x=1,\ y=-3$을 대입하면
$$a\times1-4\times(-3)=5,\ a+12=5$$
따라서 $a=-7$이다.

06 엘리베이터가 150 m 높이에서 매초 3 m의 속력으로 내려오므로 x와 y 사이의 관계식은
$$y=150-3x$$
$y=150-3x$에 $y=60$을 대입하면 $\quad x=30$
따라서 높이가 60 m인 지점에 이르는 때는 출발한 지 30초 후이다.

07 연립방정식의 해가 무수히 많으려면 두 일차방정식의 그래프가 일치해야 하므로 $\quad a=2,\ b=5$
따라서 $a+b=2+5=7$이다.

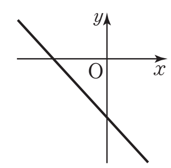
심화 문제
Ⅳ. 일차함수와 그래프

01 7 **02** 24 **03** 제1사분면 **04** $\frac{1}{4}$ **05** 1, $-\frac{1}{2}$, $\frac{7}{10}$
06 $\frac{2}{3}$

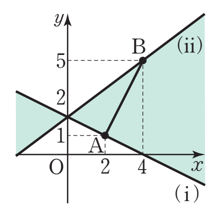
01 주어진 그래프를 y축의 음의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=4x+k-3$이므로
$y=0$일 때, $0=4x+k-3$
$$x=\frac{3-k}{4},\ \text{즉}\quad m=\frac{3-k}{4}$$
$x=0$일 때, $y=4\times0+k-3$
$$y=k-3,\ \text{즉}\quad n=k-3$$
따라서 $\quad m+n=\frac{3-k}{4}+k-3=\frac{3k-9}{4}=3$
$$3k-9=12,\ 3k=21,\ k=7$$

02 기울기가 4이므로
$$4=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{a+2-(a-4)}=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{6}$$
에서 (y의 값의 증가량)$=24$이다.

03 점 $(ab,\ b-a)$가 제2사분면 위의 점이므로
$ab<0,\ b-a>0$, 즉 $\quad a<0,\ b>0$
따라서 일차함수 $y=\frac{b}{a}x+a$의 그래프에서 기울기 $\frac{b}{a}$는 음수이고 y절편 a도 음수이므로 일차함수 $y=\frac{b}{a}x+a$의 그래프는 위의 그림과 같다. 따라서 제1사분면을 지나지 않는다.

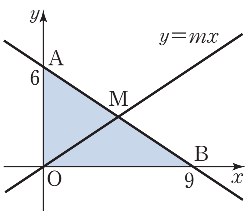


04 직선 $y=ax+2$가
(ⅰ) 점 A(2, 1)을 지날 때
$$1=2a+2,\ a=-\frac{1}{2}$$
(ⅱ) 점 B(4, 5)를 지날 때
$$5=4a+2,\ a=\frac{3}{4}$$
(ⅰ), (ⅱ)에서 $\quad -\frac{1}{2}\le a\le\frac{3}{4}$
따라서 a의 최댓값은 $\frac{3}{4}$, 최솟값은 $-\frac{1}{2}$이므로 그 합은
$$\frac{3}{4}+\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$$



05 세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않으려면 어느 두 직선이 평행하거나 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.
$x-y-3=0$에서 $\quad y=x-3 \quad\cdots\cdots$ ①
$x+2y-4=0$에서 $\quad y=-\frac{1}{2}x+2 \quad\cdots\cdots$ ②
$-ax+y+2=0$에서 $\quad y=ax-2 \quad\cdots\cdots$ ③
(ⅰ) ①과 ③의 그래프가 평행할 때 $\quad a=1$
(ⅱ) ②와 ③의 그래프가 평행할 때 $\quad a=-\frac{1}{2}$
(ⅲ) ①, ②, ③의 그래프가 한 점에서 만날 때
①과 ②를 연립하여 풀면 $\quad x=\frac{10}{3},\ y=\frac{1}{3}$
③에 $x=\frac{10}{3},\ y=\frac{1}{3}$을 대입하면
$$\frac{1}{3}=\frac{10}{3}a-2,\ a=\frac{7}{10}$$
따라서 세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않도록 하는 상수 a의 값은 $1,\ -\frac{1}{2},\ \frac{7}{10}$이다.

06 $y=-\frac{2}{3}x+6$의 그래프의 x절편은 9, y절편은 6이므로 $\triangle$AOB의 넓이는



$\frac{1}{2}\times9\times6=27$

두 직선 $y=-\frac{2}{3}x+6$, $y=mx$의 교점을 M이라고 하면 $\triangle$MOB의 넓이는

$\frac{1}{2}\triangle\mathrm{AOB}=\frac{27}{2}$

이므로 점 M의 y좌표는 3이다.

$y=-\frac{2}{3}x+6$에 $y=3$을 대입하면

$x=\frac{9}{2}$, 즉 $\mathrm{M}\left(\frac{9}{2},\ 3\right)$

따라서 $y=mx$에 $x=\frac{9}{2}$, $y=3$을 대입하면 $m=\frac{2}{3}$이다.

활동지 Ⅳ-3. 일차함수의 그래프의 절편과 기울기

정다각형과 기울기, 절편

[지도 목표]

일차함수의 그래프에서 x절편, y절편, 기울기의 뜻을 알고 그 크기를 비교할 수 있게 한다.

[지도 방법]

정삼각형에서 두 변을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 x절편, y절편, 기울기를 비교하는 방법을 알게 한다. 이를 바탕으로 정오각형, 정칠각형의 각 변을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 x절편, y절편, 기울기를 살펴보고 그 크기를 비교할 수 있도록 지도한다.

활동 과제

1 (1) a (2) b (3) b

2 (1) f (2) h (3) e

활동지 Ⅳ-5. 일차함수의 식 구하기

복주머니를 모아라!

[지도 목표]

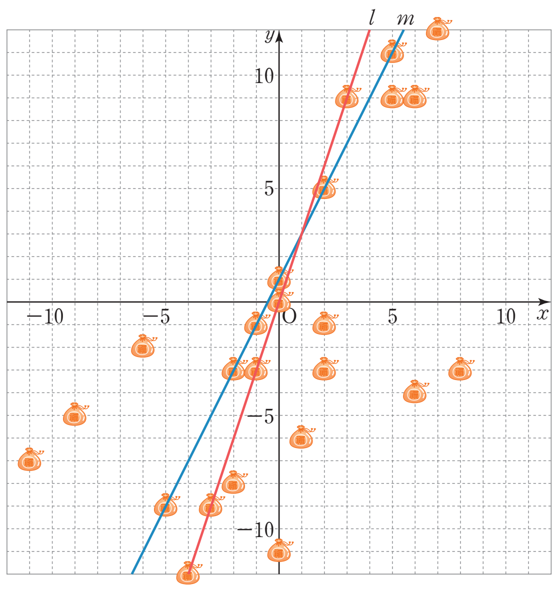
두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

[지도 방법]

주어진 그림에서 가능한 많은 복주머니를 지나도록 서로 다른 두 직선을 그리게 한다. 이때 두 직선이 지나는 두 점의 좌표를 이용하여 두 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하게 한 후 복주머니의 위치를 좌표로 찾아 자신이 구한 일차함수의 식을 만족시키는지 확인하도록 지도한다.

활동 과제

[예시 답안]



1 직선 l은 두 점 $(-4,\ -12)$, $(0,\ 0)$을 지나는 직선이므로 $y=3x$이고, 직선 m은 두 점 $(-5,\ -9)$, $(0,\ 1)$을 지나는 직선이므로 $y=2x+1$이다.

2 직선 l은 좌표가 $(-4,\ -12)$, $(-3,\ -9)$, $(-1,\ -3)$, $(0,\ 0)$, $(3,\ 9)$인 복주머니 5개를 지나고, 직선 m은 좌표가 $(-5,\ -9)$, $(-2,\ -3)$, $(-1,\ -1)$, $(0,\ 1)$, $(2,\ 5)$, $(5,\ 11)$인 복주머니 6개를 지난다.

따라서 복주머니 수의 합은 11개이다.