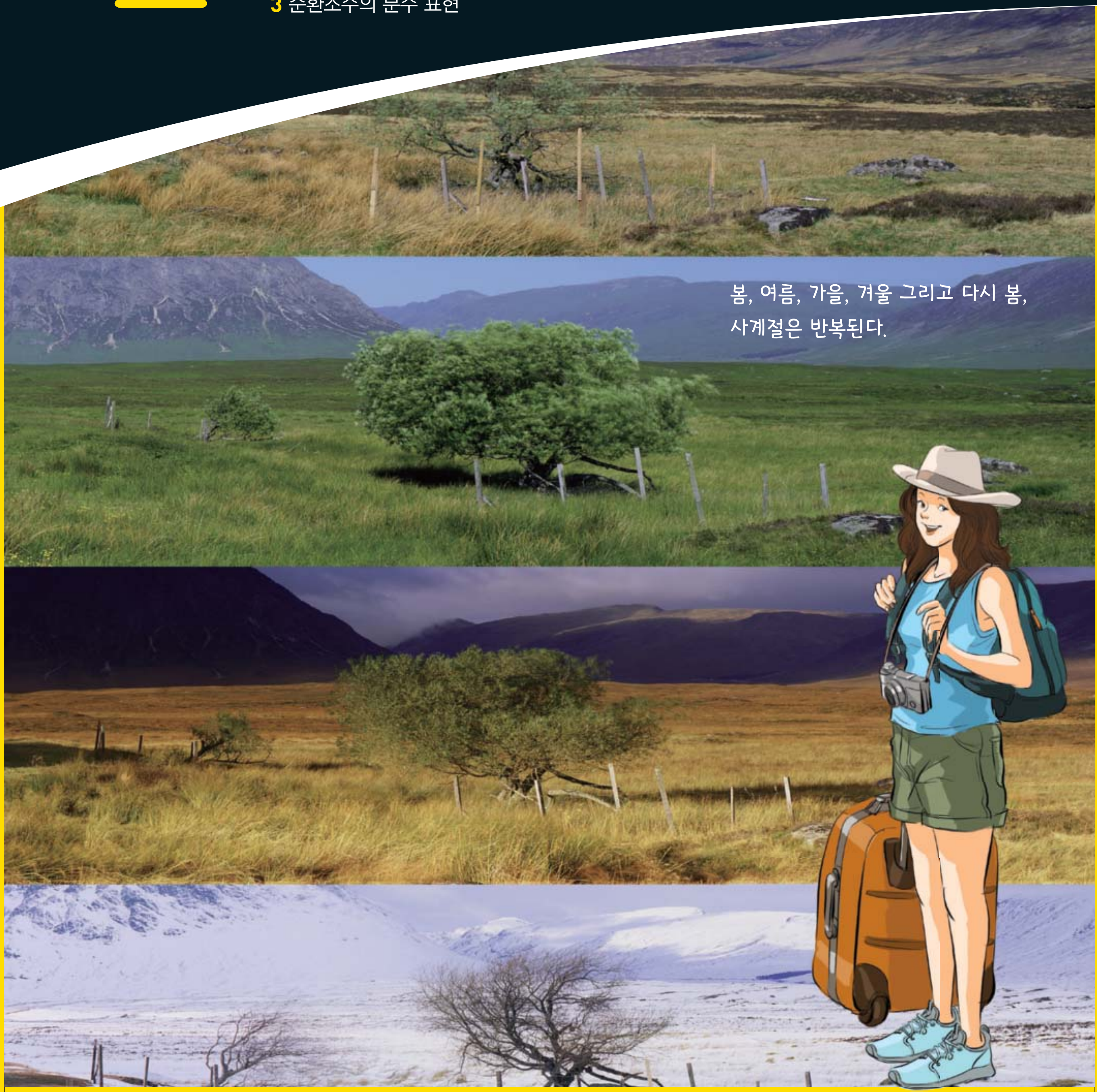
I 유리수와 순환소수



이 단원에서는 순환소수의 뜻, 유리수와 순환소수의 관계를 알아본다. 봄, 여름, 가을, 겨울, 봄, 여름, 가을, 겨울, …과 같이 사계절이 순환하는 현상을 통해 이 단원에서 배울 내용인 순환소수에 대해 흥미를 느낄 수 있도록 하였다. 단원 도입에서 사계절의 순환 이외에 일상생활에서 찾아볼 수 있는 순환되거나 반복되는 현상을 생각해 보도록 하여 학습 동기를 유발할 수 있도록 지도한다.

1 단원의 개관

1 단원의 개요

수는 방정식의 해의 존재를 보장하기 위해 정수, 유리수, 실수 등으로 확장되고, 각각의 수체계에서 사칙계산이 정의되고 연산의 성질이 일관되게 성립한다. 수는 수학에서 다루는 가장 기본적인 개념으로, 실생활뿐 아니라 타 교과나 수학의 다른 영역을 학습하는 데 필수적이다. 또한, 수의 연산은 수학 학습에서 습득해야 할 가장 기본적인 기능 중 하나로, 이후 학습을 위한 기초가 된다.

2 단원의 지도 목표

❶ 순환소수의 뜻을 알고, 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.

3 단원의 교수 · 학습 방법 및 유의 사항

❶ 수의 소수 표현과 분수 표현의 장단점을 생각해 보게 하여, 각각의 표현이 가지는 유용성을 인식하게 한다.

❷ 유한소수를 순환소수로 나타내는 것은 다루지 않는다.

❸ 순환소수를 분수로 고치는 것은 순환소수가 유리수임을 이해할 수 있는 정도로 다룬다.

4 단원의 평가 방법 및 유의 사항

❶ 순환소수와 관련하여 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

❷ 순환소수끼리의 대소 비교나 사칙계산과 관련된 문제는 다루지 않는다.

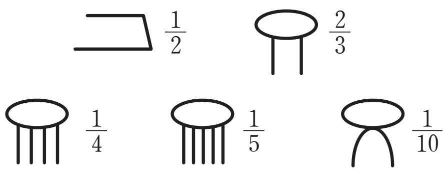
5 단원의 지도 계통

배운 내용	이 단원의 내용	배울 내용
초등학교 3~4학년 • 분수와 소수 **중학교 1학년** • 소인수분해 • 유리수	1 순환소수 2 유리수의 소수 표현 3 순환소수의 분수 표현	**중학교 3학년** • 제곱근과 실수 • 무리수

2 단원의 이론적 배경

1. 분수의 역사

분수는 기원전 1800년경에 이집트인들이 처음으로 사용하였으며, 물건을 나누는 개념으로 활용하였다. 이집트인들은 야자열매를 세 사람이 똑같이 나누었을 때의 한 사람의 몫, 즉 우리가 $\frac{1}{3}$이라고 하는 수를 와 같이 나타내었다. 그 외 몇 개의 특별한 분수를 다음과 같이 기호로 나타내었다.



한편, 이집트인들은 $\frac{2}{3}$를 제외한 모든 분수를 분자가 1인 단위분수의 합으로 표현하였다. 이집트의 오래된 수학책인 "린드 파피루스"에는 5부터 101까지의 모든 홀수 n에 대하여 $\frac{2}{n}$를 서로 다른 단위분수의 합으로 표현한 계산표가 수록되어 있다. 예를 들면 다음과 같다.

$$\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$$
$$\frac{2}{7}=\frac{1}{4}+\frac{1}{28}$$
$$\vdots$$
$$\frac{2}{101}=\frac{1}{101}+\frac{1}{202}+\frac{1}{303}+\frac{1}{606}$$

분자가 1보다 큰 일반적인 분수는 바빌로니아에서 처음으로 등장한 것으로 보이는데, 기원전 2000년경에 제작된 것으로 추정되는 점토판에는 $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{18}$, $\frac{4}{18}$, $\frac{5}{6}$ 등을 나타내는 특별한 기호가 나타난다. 현재와 같이 분자를 위에 적고 분모를 아래에 적는 분수 표기법은 인도에서 유래한 것으로 보인다. 브라마굽타(Brahmagupta, 598~665?)와 바스카라(Bhaskara, A., 1114~1185(1193?))는 $\frac{2}{3}$를 $\begin{matrix}2\\3\end{matrix}$와 같이 분모와 분자 사이에 선을 넣지 않고 나타낸 것으로 알려져 있다. 그 뒤 아라비아인들이 분모와 분자 사이에 선을 넣었지만, 활자 인쇄술이 발견된 뒤에도 인쇄상의 어려움 때문에 분모와 분자 사이의 선을 생략하는 경우가 많았다. 2/3와 같이 사선으로 분수를 나타내는 방법은 드모르간(De Morgan, A., 1806~1871)이 인쇄의 편의를 위하여 제안하였다고 한다.

(Gullberg, J., "Mathematics from the Birth of Numbers")

2. 소수의 역사

소수는 분수를 사용한 지 3000년도 더 지난 1584년에 네덜란드의 수학자 스테빈(Stevin, S., 1548~1620)에 의해 처음으로 발표되었다. 소수나 분수는 모두 0과 1 사이의 수를 나타낼 수 있으나 분수가 나눗셈을 할 때에 생긴 반면 소수는 물건의 길이를 재거나 양을 구하는 것에서 생겨났다. 분수와 소수의 계산법이 인류의 역사에 등장한 시간의 격차를 생각할 때, 사람들은 물건을 나누는 일을 정확히 재는 일보다 더 중요시했음을 알 수 있다.

지금으로부터 4백여 년 전인 1585년에 네덜란드의 수학자 스테빈은 "라디즘(La disme)"이라는 책을 출판하였는데, 이 책에서 스테빈은 단 여섯 쪽 속에서 소수에 대해 설명하였으며 수학적인 모든 계산에 이를 활용하고자 하였다. 이 당시에 스테빈은 현재 우리가 사용하고 있는 소수점 대신에 각 자리 수의 위 또는 뒤의 동그라미 속에 분모의 10의 거듭제곱의 지수를 써넣었다. 예를 들어 오늘날 5.912로 쓰는 소수를 스테빈은 다음과 같이 나타내었다.

$$\begin{matrix}⓪&①&②&③\\5&9&1&2\end{matrix}\quad \text{또는}\quad 5⓪9①1②2③$$

한편, 스위스의 수학자 뷔르기(Bürgi, J., 1552~1632)는 여러 개의 점을 이용하여 소수의 각 자리를 구분하여 나타내었다. 예를 들어 소수 123.459872를 뷔르기는 다음과 같이 나타내었다.

$$\begin{matrix}0&\mathrm{I}&\mathrm{II}&\mathrm{III}&\mathrm{IV}&\mathrm{V}&\mathrm{VI}\\123.&4.&5.&9.&8.&7.&2\end{matrix}$$

오늘날과 같이 정수 부분과 소수 부분 사이에 점을 찍어 소수를 나타내는 방법은 네이피어(Napier, J., 1550~1617)에 의해 개발되었다. 네이피어는 1616년 영어판 저작 "로그 체계의 기술"에서 정수 부분과 소수 부분을 마침표로 나누어 표기한 10진 소수를 사용하였고, 막대를 사용하는 계산법을 서술한 "막대 계산"에서 스테빈의 10진 산술을 다루고 소수점으로 마침표 또는 쉼표를 사용할 것을 제안하였다. 네이피어의 "로그 체계의 작성" 이래 영국에서는 표준적으로 소수점을 나타낼 때 마침표를 사용하지만 다른 유럽 국가에서는 오늘날까지도 쉼표를 사용하고 있다.

(Gullberg, J., "Mathematics from the Birth of Numbers")

3. 순환소수의 분수 표현

순환소수를 분수로 나타내기 위해서는 극한을 이용한 등비급수의 합을 구해야 한다. 예를 들어 순환소수 $0.\dot{1}\dot{9}$를 분수로 나타내 보자. $0.\dot{1}\dot{9}$를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} 0.\dot{1}\dot{9} &= 0.191919\cdots \\ &= 0.19+0.0019+0.000019+\cdots \\ &= \frac{19}{100}+\frac{19}{10000}+\frac{19}{1000000}+\cdots \end{aligned}$$

이것은 첫째항이 0.19이고 공비가 0.01인 등비급수이므로 다음이 성립한다.

$$0.\dot{1}\dot{9}=\frac{0.19}{1-0.01}=\frac{0.19}{0.99}=\frac{19}{99}$$

일반적으로 순환마디의 길이가 n인 순환소수 $0.\dot{b}_1b_2\cdots\dot{b}_n$은 첫째항이 $0.b_1b_2\cdots b_n$이고 공비가 $\frac{1}{10^n}$인 등비급수를 이루므로 분수로 나타내면 다음과 같다.

$$0.\dot{b}_1b_2\cdots\dot{b}_n=\frac{b_1b_2\cdots b_n}{\underbrace{99\cdots9}_{n\text{개}}}$$

이제 순환소수 $0.2\dot{1}\dot{9}$를 분수로 나타내 보자. $0.2\dot{1}\dot{9}$를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} 0.2\dot{1}\dot{9} &= 0.2191919\cdots \\ &= 0.2+0.019+0.00019+0.0000019+\cdots \\ &= \frac{2}{10}+\frac{19}{1000}+\frac{19}{100000}+\frac{19}{10000000}+\cdots \end{aligned}$$

이것은 0.2를 제외하면 첫째항이 0.019이고 공비가 0.01인 등비급수이므로 다음이 성립한다.

$$0.2\dot{1}\dot{9}=\frac{2}{10}+\frac{0.019}{1-0.01}=\frac{198+19}{990}=\frac{217}{990}$$

일반적으로 순환마디의 길이가 n인 순환소수 $0.a_1\cdots a_m\dot{b}_1\cdots\dot{b}_n$은 $0.a_1\cdots a_m$과 첫째항이 $0.\underbrace{0\cdots0}_{m\text{개}}b_1b_2\cdots b_n$이고 공비가 $\frac{1}{10^n}$인 등비급수의 합이므로 분수로 나타내면 다음과 같다.

$$0.a_1\cdots a_m\dot{b}_1\cdots\dot{b}_n=\frac{a_1\cdots a_mb_1\cdots b_n-a_1\cdots a_m}{\underbrace{9\cdots9}_{n\text{개}}\underbrace{0\cdots0}_{m\text{개}}}$$

단원의 수학자

• **스테빈**(Stevin, S., 1548~1620)

소수를 처음 사용한 사람은 네덜란드의 수학자 스테빈으로 알려져 있다. 스테빈은 분모가 10의 거듭제곱인 분수는 계산이 매우 쉽다는 것에 주목하여 정수와 마찬가지로 소수에서도 10진법을 사용하자고 주장하였다. 그는 1585년에 상업과 공학 및 수학의 기호법에 폭넓게 영향을 끼친 “10분의1(De thiende)”이라는 책을 라이덴에서 출판하였다. 이 책은 “라디즘(La disme)”이라는 제목의 프랑스어판으로 같은 해에 다시 출판되어 대단한 인기를 얻었다. 스테빈은 소수의 표기법과 계산법을 발명함으로써 계산술의 발전에 크게 공헌하였다.

(김용운 · 김용국, “재미있는 수학여행 1”)

• **네이피어**(Napier, J., 1550~1617)

소수를 오늘날과 같은 표기법으로 처음 사용한 사람은 영국의 수학자 네이피어이다. 네이피어는 1617년 막대를 사용하는 계산법을 서술한 “막대 계산(Rabdologia)”이라는 책에서 소수에 대하여 논하였고 오늘날과 같이 마침표를 사용하여 소수를 표현하였다.
또한, 네이피어는 천문학에도 커다란 열정을 가지고 있었는데, 이는 어렵고 힘든 계산을 좀 더 쉽고 경제적으로 하는 계산 방법을 찾는 계기가 되었으며 이러한 연구를 통해 로그를 발명하게 되었다.

(과학동아 편집실, “수학자를 알면 공식이 보인다”)

3 단원의 지도 계획

단원	차시	교과서 쪽수	지도 내용	학습 요소
단원 도입 글 되짚어 보기 단원을 시작하며	❶	9~11	• 단원의 학습 안내 • 되짚어 보기 문제의 풀이 • 투수의 승률에도 수학이?	
1 순환소수	❷ ❸	12~14	• 유한소수와 무한소수 • 순환소수	유한소수, 무한소수, 순환소수, 순환마디, 순환소수 표현(예. $7.\dot{2}1\dot{5}$)
생각 생각 활동	❹	15	• 순환마디의 신비한 성질	
2 유리수의 소수 표현	❺ ❻	16~19	• 유한소수로 나타낼 수 있는 유리수 • 순환소수로 나타낼 수 있는 유리수	
3 순환소수의 분수 표현	❼ ❽	20~23	• 순환소수를 분수로 나타내기 • 유리수와 순환소수의 관계	
놀이 & 수학	❾	24	• 순환소수를 도형으로 표현하기	
스스로 마무리하기	❿ ⓫	25~27	• 단원의 핵심 내용 정리 • 단원 문제와 학습 평가	
함께하는 프로젝트	⓬	28	• 소수를 이용한 주사위 게임 하기	

4 학습 지도안 예시

단원명	Ⅰ. 유리수와 순환소수	교과서 쪽수	12~13
소단원명	1 순환소수	차시	2/12
성취기준	순환소수의 뜻을 안다.		

단계	학습 과정	교수·학습 활동	지도상의 유의점
도입 (5분)	▶성취기준 인지 ▶선수 학습 확인	• 성취기준을 인지한다. • 유리수의 뜻을 알고 있는지 확인 · 점검한다.	
전개 (35분)	▶소단원 도입 (대집단 학습)	교과서 12~13쪽 ■ 소단원 도입 글 • 악보에서 특정 구간을 반복하는 것을 나타낼 때 도돌이표 기호를 활용한다는 도입 글을 통해 이 단원에서 학습하게 될 순환소수에 대해 흥미를 느낄 수 있도록 지도한다.	
		순환소수는 무엇인가요?	
	▶탐구하기 (소집단 모둠 학습)	■ 탐구 학습 • 분수로 나타낸 현악기의 현의 길이를 소수로 나타내는 활동을 통해 유한소수와 무한소수의 차이를 직관적으로 생각해 볼 수 있게 한다.	
	▶유한소수와 무한소수 (대집단 학습)	■ 개념 설명 • 유리수 $\frac{a}{b}$(단, a, b는 정수, $b \neq 0$)는 $a \div b$라는 사실을 이용하여 분자를 분모로 나누어 몫을 구하게 하고, 이를 통하여 유한소수와 무한소수를 구분할 수 있게 한다. • 정수가 아닌 유리수를 소수로 나타낼 때, 즉 분자를 분모로 나누었을 때 나누어떨어지는 수는 유한소수, 나누어떨어지지 않는 수는 무한소수로 나타남을 알게 한다. • 개념 확인을 통해 유한소수와 무한소수를 분명하게 구별할 수 있도록 지도한다. • 문제 1을 통해 주어진 분수의 분자를 분모로 나누어 소수로 나타낸 후 유한소수와 무한소수로 구분함으로써 유한소수와 무한소수의 뜻을 알게 한다.	• 무한소수는 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 무한 번 나타나는 소수임에 유의하도록 한다.
	▶순환소수 (대집단 학습)	■ 개념 설명 • 순환소수와 순환마디의 뜻을 이해하도록 하고 순환소수 표현법을 익히도록 한다. • 개념 확인을 통해 순환소수로 잘못 나타낸 예시를 보고 순환소수 표현법에 따라 바르게 나타낼 수 있도록 지도한다. • 문제 2를 통해 순환마디에 점을 찍어 순환소수를 나타내는 방법을 익히게 한다. • 수근수근을 통해 소수점이 발명된 과정을 살펴보고 이 단원의 학습에 흥미를 느낄 수 있게 한다.	
정리 및 예고 (5분)	▶학습 내용 정리 ▶차시 예고	• 유한소수와 무한소수, 순환소수 • 스스로 확인하기	

되짚어 보기

1 주안점 분수를 소수로 나타낼 수 있는지 확인한다.

|풀이| (1) $\frac{17}{10}=1.7$

(2) $\frac{3}{5}=\frac{3\times2}{5\times2}=\frac{6}{10}=0.6$

(3) $\frac{11}{25}=\frac{11\times4}{25\times4}=\frac{44}{100}=0.44$

(4) $\frac{153}{100}=1.53$

2 주안점 소수를 기약분수로 나타낼 수 있는지 확인한다.

|풀이| (1) $1.5=\frac{15}{10}=\frac{3}{2}$

(2) $0.13=\frac{13}{100}$

(3) $0.9=\frac{9}{10}$

(4) $2.135=\frac{2135}{1000}=\frac{427}{200}$

3 주안점 자연수를 소인수분해할 수 있는지 확인한다.

|풀이| (1) $30=2\times3\times5$

(2) $58=2\times29$

(3) $108=2^2\times3^3$

(4) $180=2^2\times3^2\times5$

4 주안점 자연수, 정수, 정수가 아닌 유리수를 구분할 수 있는지 확인한다.

|풀이| (1) 자연수: $+1$, $\frac{12}{3}$

(2) 정수: -3, $+1$, 0, $\frac{12}{3}$

(3) 정수가 아닌 유리수: $-\frac{2}{5}$, -0.44, $\frac{3}{4}$, 1.9

되짚어 보기

분수를 소수로 나타내기
초 3~4

1 다음 분수를 소수로 나타내시오.

(1) $\frac{17}{10}$ (2) $\frac{3}{5}$

(3) $\frac{11}{25}$ (4) $\frac{153}{100}$

소수를 기약분수로 나타내기
초 5~6
▶ 분모와 분자의 공약수가 1뿐인 분수를 기약분수라고 한다.

2 다음 소수를 기약분수로 나타내시오.

(1) 1.5 (2) 0.13

(3) 0.9 (4) 2.135

소인수분해 중 1
▶ 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타내는 것을 소인수분해한다고 한다.

3 다음 수를 소인수분해하시오.

(1) 30 (2) 58

(3) 108 (4) 180

정수와 유리수 중 1

4 다음 수를 보고, 물음에 답하시오.

-3, $+1$, $-\frac{2}{5}$, -0.44, $\frac{3}{4}$, 0, $\frac{12}{3}$, 1.9

(1) 자연수를 모두 찾으시오.
(2) 정수를 모두 찾으시오.
(3) 정수가 아닌 유리수를 모두 찾으시오.

10 1차시

이전에 배운 내용의 이해도를 표시해 보세요. 0 50 100

플러스 문제

1 2와 3 사이에 있는 유리수를 세 개 말하시오.

2 다음 분수를 소수로, 소수를 분수로 나타내시오.

(1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{3}{20}$

(3) $\frac{7}{25}$ (4) 2.15

(5) -2.312 (6) 0.018

답 **1** (예시) $\frac{5}{2}$, $\frac{8}{3}$, $\frac{13}{5}$

2 (1) 0.2 (2) 0.15 (3) 0.28 (4) $\frac{43}{20}$ (5) $-\frac{289}{125}$ (6) $\frac{9}{500}$

투수의 승률에도 수학이?

야구에서는 투수의 실력을 나타내기 위해 승률을 사용하기도 하는데, 투수의 승률은 이긴 경기의 수와 진 경기의 수를 이용하여 구한대.

어떤 투수가 16경기를 이기고 4경기를 졌다고 하면 그 승률은 $\frac{16}{20}=0.8$이겠네.

만약 어떤 투수가 10경기를 이기고 1경기를 졌다면 승률이 $\frac{10}{11}=0.909090\cdots$이지.

잠깐만, 어떤 경우에 소수점 아래의 숫자가 무한히 계속되는 거지?

이 단원에서는 분수를 소수로, 소수를 분수로 나타내는 활동을 통해 유리수와 소수 사이의 관계를 알아본다.

1차시 11

단원을 시작하며

[단원 도입의 목표]

투수의 승률을 소수로 나타낼 때 어떤 특징이 있는지 생각해 보고, 이를 통해 분수를 소수로 나타내면 유한소수로 나타나는 경우와 무한소수로 나타나는 경우가 있음을 직관적으로 이해하게 한다.

[단원 도입의 지도 방법]

- 야구에서 투수의 실력을 나타내는 지표 중 하나인 승률은 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 경우와 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 무한 번 나타나는 경우가 있음을 구체적인 예를 통해 알아보도록 한다.
- 일상생활에서 분수를 소수로 나타내어 활용하는 예를 찾아보게 하여 이 단원의 학습에 흥미를 느낄 수 있도록 한다.

단원 도입 예시 자료

실생활에서 분수를 소수로 나타내어 활용하는 예를 통해 학생들이 학습의 필요성을 느낄 수 있도록 단원을 도입할 수 있다.

- **기계 체조 점수와 소수**

  기계 체조 공식 대회에서는 심판 8명이 점수를 매기는데 심사 결과는 16.8과 같이 소수로 표현된다고 한다. 각 종목은 완벽성을 심사하는 심판 6명과 기술을 심사하는 심판 2명이 점수를 매긴다. 이때 완벽성을 심사한 심판 6명의 점수 중에서 최고 점수와 최저 점수를 제외한 4명의 평균 점수에 기술을 심사한 심판 2명의 점수를 더하면 선수의 최종 점수가 된다. 예를 들어 어떤 기계 체조 선수의 완벽성을 심사한 심판 6명의 점수가 각각 9.5, 9.1, 9.3, 9.6, 9.5, 9.3이고, 기술을 심사한 심판 2명의 점수의 합이 7.4라면 이 선수의 최종 점수는 다음과 같다.

$$\frac{9.5+9.3+9.5+9.3}{4}+7.4=16.8(\text{점})$$

(대한체조협회, 2017년)

플러스 자료

타율과 소수

야구에서 소수는 투수의 승률뿐만 아니라 타자의 타율과도 관련이 깊다. 야구 선수의 타율은 공격한 타수에 대한 안타 수의 비율을 말하는 것으로 $\frac{(\text{안타 수})}{(\text{타수})}$와 같이 계산하여 소수로 나타낸다. 2017년 현재까지 우리나라 타율 최고 기록은 1982년 백인천 선수가 세운 250타수 103안타로 $\frac{103}{250}=0.412$(4할 1푼 2리)라고 한다. 타자의 타율도 투수의 승률과 마찬가지로 소수점 아래의 수가 무한히 계속되는 경우가 있다. 예를 들어 어떤 타자의 공격 타수가 144개일 때, 안타 수가 32개이면 타율은 $\frac{32}{144}=\frac{2}{9}=0.2222\cdots$이다. 야구에서는 보통 타자의 타율을 소수점 아래 넷째 자리에서 반올림하여 표현하기 때문에 위와 같은 경우 이 타자의 타율은 2할 2푼 2리로 부른다고 한다.

(한국야구위원회, 2017년)

순환소수

1 소단원 성취기준

[9수01-06] 순환소수의 뜻을 알고, 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.

- 유한소수, 무한소수의 뜻을 안다.
- 순환소수의 뜻을 안다.

2 새로 나온 학습 요소

유한소수, 무한소수, 순환소수, 순환마디,
순환소수 표현(예. $7.\dot{2}1\dot{5}$)

3 지도상의 유의점

- 분수를 소수로 나타내 보고 유한소수와 무한소수의 뜻을 이해하게 한다.
- 분수를 소수로 나타낼 때, 복잡한 나눗셈은 계산기를 사용하여 계산할 수 있도록 지도한다.
- 순환소수에서 순환마디는 소수점 아래에서 일정하게 되풀이되며 나타나는 처음 한 부분을 의미한다는 것에 유의하게 한다.
- 무한소수 중에는 순환소수가 아닌 것도 있음을 예를 들어 알게 하되, 무리수에 대한 자세한 언급은 하지 않는다.

소단원 도입 글 지도 방법

후크 송(Hook Song)은 도돌이표처럼 짧은 후렴구와 반복된 가사를 반복하여 불러 듣는 사람에게 흥겨움을 주는 노래로 우리나라 아이돌 그룹의 음악에서 많이 들을 수 있다. 후크 송은 사람이 가장 편하게 즐길 수 있는 4분의4 박자로 이루어졌으며 사람이 가벼운 달리기를 마쳤을 때와 비슷한 심장 박동 수의 빠르기로 흥겨우면서 즐거운 느낌을 전해 준다. 이처럼 도돌이표나 사람들이 좋아하는 음악 중에 멜로디와 가사들이 되풀이되는 노래를 소개함으로써 순환소수의 순환마디를 자연스럽게 이해할 수 있도록 지도한다.

(과학동아, 2011년 8월 호)

순환소수

순환소수의 뜻을 안다.

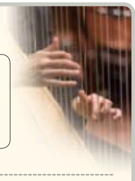
악보에 도돌이표가 있으면 해당 구간을 반복하여 연주하거나 노래해야 한다.

탐구 학습

순환소수는 무엇인가요?

열기 다음 글에서 분수를 모두 찾아 소수로 나타내 보자.

> 현악기의 소리는 현의 길이에 따라 높낮이가 달라진다. 현의 길이가 $\frac{2}{3}$배이면 5도 높은 음이 나고, $\frac{1}{2}$배이면 8도 높은 음이 난다.



다지기 위의 글에 있는 분수를 소수로 나타내면 $\frac{2}{3}=\square$, $\frac{1}{2}=\square$이다.

키우기 위에서 구한 두 소수의 차이점은 무엇일까?

유한소수와 무한소수

음의 유리수인 경우에는 $-\frac{(\text{자연수})}{(\text{자연수})}$로 나타낸다.

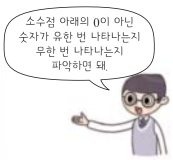
1 유리수는 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $-\frac{14}{11}$, …와 같이 분수 $\frac{a}{b}$(단, a, b는 정수, $b\neq0$)로 나타낼 수 있는 수이다. 이러한 분수는 분자를 분모로 나누어 정수 또는 소수로 나타낼 수 있다. 예를 들어

2 $\frac{1}{4}=1\div4=0.25$, $\frac{1}{3}=1\div3=0.333\cdots$, $-\frac{14}{11}=-(14\div11)=-1.272727\cdots$

이다. 이때 0.25와 같이 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 소수를 **유한소수**, 0.333…, −1.272727…과 같이 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 무한 번 나타나는 소수를 **무한소수**라고 한다.

개념 확인

유한소수	무한소수
0.75	0.444…
2.841	0.010101…



12 2차시

탐구 학습 지도 방법

열기

분수인 $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$을 소수로 나타내 봄으로써 유한소수, 무한소수의 의미를 자연스럽게 이해하게 한다.

다지기

분수인 $\frac{2}{3}$를 소수로 나타내면 0.666…이고, 분수인 $\frac{1}{2}$을 소수로 나타내면 0.5가 됨을 알게 한다.

답 0.666…, 0.5

키우기

분수를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래에 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 경우와 무한 번 나타나는 경우가 있음을 알 수 있도록 지도한다.

문제 1 다음 분수를 소수로 나타내고, 유한소수와 무한소수로 구분하시오.

(1) $\frac{5}{8}$　(2) $-\frac{2}{9}$　(3) $\frac{7}{40}$　(4) $-\frac{3}{11}$

순환소수

❸ 무한소수 중에서 0.131313⋯, 7.215215215⋯와 같이 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 한없이 되풀이되는 것을 **순환소수**라고 한다. 이때 한없이 되풀이되는 가장 짧은 한 부분을 **순환마디**라고 한다. 예를 들어 0.131313⋯의 순환마디는 13, 7.215215215⋯의 순환마디는 215이다.

또한, 순환소수는 그 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 다음과 같이 간단히 나타낸다.

$$0.131313\cdots=0.\dot{1}\dot{3}$$
$$7.215215215\cdots=7.\dot{2}1\dot{5}$$

무한소수 중에는 0.101100111000⋯, 원주율 π=3.141592⋯와 같이 순환소수가 아닌 무한소수도 있다.

개념 확인

순환소수의 표현

$0.135135135\cdots=0.\dot{1}\dot{3}\dot{5}$ (×)

$0.135135135\cdots=0.\dot{1}3\dot{5}$ (○)

$0.2979797\cdots=0.29\dot{7}\dot{9}$ (×)

$0.2979797\cdots=0.2\dot{9}79\dot{7}$ (×)

$0.2979797\cdots=0.2\dot{9}\dot{7}$ (○)

문제 2 다음 순환소수를 순환마디에 점을 찍어 간단히 나타내시오.

(1) 0.797979⋯　(2) 2.2353535⋯

(3) −2.3777⋯　(4) −1.031031031⋯

數 수군수군 — **소수의 표기법**

소수에 대한 법칙을 처음으로 세운 사람은 스테빈(Stevin, S., 1548∼1620)이었으며, 그 후 네이피어(Napier, J., 1550∼1617)가 오늘날 우리가 사용하는 것과 똑같은 소수점 표기법을 최초로 발명하였다. 또, 포트(Pott, R., 1805∼1885)와 프리드(Pryde, J., 1802∼1879)는 소수점을 나타내는 기호로 가운뎃점(·)을 사용하고, 순환소수는 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 0.454545⋯를 $\cdot\dot{4}\dot{5}$와 같이 나타내었다.

(박교식, "수학기호 다시보기")

2차시 13

교과서 지도 방안

❶ 주어진 분수 이외에도 다양한 분수를 소수로 고쳐 보게 하여 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 경우와 무한 번 나타나는 경우가 있음을 확인하게 한다. 이처럼 간단한 예를 통하여 이러한 경우를 확인하게 하고, 각각을 유한소수와 무한소수라고 함을 이해하게 한다. 이때 계산이 복잡한 나눗셈은 계산기를 사용하여 소수로 나타낼 수 있도록 지도한다.

❷ **오개념 바로잡기 |** 소수점 아래의 어느 자리에서부터 0만 계속되는 0.200⋯, 2.145000⋯과 같은 수를 무한소수라고 생각하는 경우가 있다. 무한소수는 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 무한 번 나타나는 소수임을 강조하여 지도한다.

❸ 순환소수 $0.\dot{1}\dot{3}$에서 순환마디 13은 '순환마디 일삼'으로 읽게 하고 '순환마디 십삼'으로 읽지 않게 지도한다.

문제 풀이

문제 1

주안점 분수를 소수로 나타내어 유한소수와 무한소수를 구분해 보게 한다.

|풀이| (1) $\frac{5}{8}=0.625$, 유한소수

(2) $-\frac{2}{9}=-0.222\cdots$, 무한소수

(3) $\frac{7}{40}=0.175$, 유한소수

(4) $-\frac{3}{11}=-0.272727\cdots$, 무한소수

문제 2

주안점 순환소수를 순환마디를 이용하여 표현해 보게 한다.

|풀이| (1) 순환마디는 79이므로　$0.\dot{7}\dot{9}$

(2) 순환마디는 35이므로　$2.2\dot{3}\dot{5}$

(3) 순환마디는 7이므로　$-2.3\dot{7}$

(4) 순환마디는 031이므로　$-1.\dot{0}3\dot{1}$

수군수군

[지도 목표] 수학사를 통해 소수의 표기법에 대하여 알아보게 한다.

[보충 설명] 유럽에서 십진법에 의하여 소수를 표기하는 방법을 도입한 스테빈(Stevin, S., 1548∼1620)은 분모가 10의 거듭제곱인 분수이면 계산이 매우 쉽다는 것에 주목하여 정수에서처럼 10진 소수의 표기를 처음으로 사용하였다. 예를 들어 2.316을 2⓪3①1②6③과 같이 각 자리 숫자의 뒤쪽 동그라미 안에 분모의 10의 거듭제곱의 지수를 써넣어 나타내었다.

(박교식, "수학기호 다시보기")

스스로 확인하기

1 판단하기 | 하 중 상

주안점 유한소수와 무한소수의 뜻을 알게 한다.

|풀이| ㄱ. 유한소수 ㄴ. 무한소수
ㄷ. 무한소수 ㄹ. 유한소수
ㅁ. 유한소수 ㅂ. 무한소수
따라서 무한소수인 것은 ㄴ, ㄷ, ㅂ이다.

2 이해하기 | 하 중 상

주안점 순환소수의 순환마디를 이용하여 순환소수를 간단히 나타내게 한다.

|풀이|

순환소수	순환마디	순환소수의 표현
(1) 0.222⋯	2	$0.\dot{2}$
(2) 0.545454⋯	54	$0.\dot{5}\dot{4}$
(3) 0.2777⋯	7	$0.2\dot{7}$
(4) 0.251125112511⋯	2511	$0.\dot{2}51\dot{1}$

3 계산하기 | 하 중 상

주안점 순환소수의 순환마디를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $\frac{5}{2}=2.5$, 유한소수

(2) $\frac{1}{6}=0.1666\cdots=0.1\dot{6}$, 순환마디: 6

(3) $\frac{8}{15}=0.5333\cdots=0.5\dot{3}$, 순환마디: 3

4 판단하기 | 하 중 상

주안점 순환마디를 이용하여 순환소수의 소수점 아래의 수를 예측할 수 있게 한다.

|풀이| $0.\dot{5}=0.555\cdots$에서 5의 1개의 숫자가 반복되어 나타나므로 소수점 아래 100째 자리 수는 5이다.
$0.\dot{7}\dot{3}=0.737373\cdots$에서 7, 3의 2개의 숫자가 반복되어 나타나므로 소수점 아래 100째 자리 수는 3이다.
$0.\dot{7}1\dot{4}=0.714714714\cdots$에서 7, 1, 4의 3개의 숫자가 반복되어 나타나고 $100=3\times33+1$이므로 소수점 아래 100째 자리 수는 7이다.
따라서 소수점 아래 100째 자리 수가 가장 큰 것은 $0.\dot{7}1\dot{4}$이다.

스스로 확인하기

정답 및 풀이 256쪽

1
다음 보기 중에서 무한소수를 모두 찾으시오.

보기
ㄱ. 2.3 ㄴ. 3.222⋯
ㄷ. 3.1415415415⋯ ㄹ. 0.4444444
ㅁ. 1.3027654324 ㅂ. 3.1415926535⋯

2
다음 표에서 순환소수의 순환마디를 찾고, 순환소수를 순환마디에 점을 찍어 간단히 나타내시오.

순환소수	순환마디	순환소수의 표현
(1) 0.222⋯		
(2) 0.545454⋯		
(3) 0.2777⋯		
(4) 0.251125112511⋯		

3
다음 분수를 소수로 나타내고, 순환소수로만 나타낼 수 있는 경우에는 그 순환마디를 구하시오.

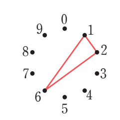
(1) $\frac{5}{2}$ (2) $\frac{1}{6}$ (3) $\frac{8}{15}$

4
다음 순환소수 중에서 소수점 아래 100째 자리 수가 가장 큰 것을 찾으시오.

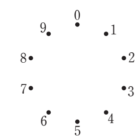
$0.\dot{5}$, $0.\dot{7}\dot{3}$, $0.\dot{7}1\dot{4}$

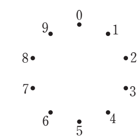
5 창의•융합
다음 분수를 오른쪽과 같이 소수로 간단히 나타낸 후, 주어진 그림에서 그 소수의 소수점 아래 각 자리 숫자를 차례로 찾아 선으로 연결하시오.

$\frac{6}{37}=0.162162162\cdots$
$=0.\dot{1}6\dot{2}$



(1) $\frac{41}{111}$ (2) $\frac{7}{54}$





수업 보충 자료
기초력 향상 문제 ⇨ 76쪽
소단원 평가 ⇨ 80쪽

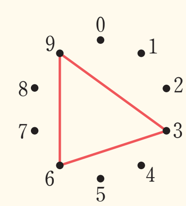
14 3차시

이 단원의 이해도를 표시해 보세요. 0 50 100

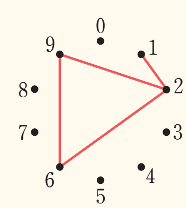
5 계산하기 | 하 중 상

주안점 순환마디가 반복되는 성질을 이용하여 해당되는 숫자를 연결한 그림을 그리게 한다.

|풀이| (1) $\frac{41}{111}=0.\dot{3}6\dot{9}$에서 3, 6, 9의 3개의 숫자가 반복되므로 소수점 아래 각 자리 숫자를 차례로 찾아 선으로 연결하면 오른쪽 그림과 같다.



(2) $\frac{7}{54}=0.1\dot{2}9\dot{6}$에서 1이 한 번 나오고 2, 9, 6의 3개의 숫자가 반복되므로 소수점 아래 각 자리 숫자를 차례로 찾아 선으로 연결하면 오른쪽 그림과 같다.



생각 생각 활동

순환마디의 신비한 성질

프랑스 작가 베르나르 베르베르(Bernard Werber, 1961~)의 소설 "신"에는 '142857'이라는 수가 등장한다. 142857은 이 소설의 주인공 미카엘 팽송이 사는 빌라의 주소인데, 이 수에 1부터 6까지의 어떤 자연수를 곱해도 그 결과는 1, 4, 2, 8, 5, 7이 숫자 배열의 순서만 달라진 값이라는 특징이 있다. 이러한 특징은 분모가 7인 분수 $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$의 순환마디에서도 나타난다.

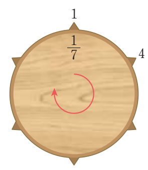
$142857\times1=142857$
$142857\times2=285714$
$142857\times3=428571$
$142857\times4=571428$
$142857\times5=714285$
$142857\times6=857142$

〈그림 1〉

과제 1 계산기를 이용하여 $\frac{1}{7}$을 순환소수로 나타내고, 순환마디를 구하여 보자.

과제 2 〈그림 1〉을 이용하여 $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$의 순환마디를 각각 구하고, 다음 규칙에 따라 원판의 안쪽과 바깥쪽에 알맞은 수를 써 보자.

규칙
1. 원판의 바깥쪽에 $\frac{1}{7}$의 순환마디인 142857을 순서대로 적는다.
2. 142857의 첫 번째 숫자인 1이 적혀 있는 원판의 안쪽에 $\frac{1}{7}$을 적는다.
3. $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$을 각 순환마디의 첫 번째 숫자가 적혀 있는 원판의 안쪽에 각각 적는다.



수행 과제 추론·의사소통

위의 규칙으로 원판의 안쪽에 있는 수 사이에 어떤 특징이 있는지 알아보자. 또, 원판의 바깥쪽에 있는 수 사이에 어떤 특징이 있는지 말하여 보자.

수행 과제

[예시 답안] 원판의 안쪽에 있는 마주 보는 두 분수의 합은 1이고 바깥쪽에 있는 마주 보는 두 수의 합은 9이다.

플러스 자료

분수 $\frac{1}{7}$의 순환마디와 같은 성질을 가지는 분수

1보다 큰 자연수 n에 대하여 순환소수로 나타나는 분수 $\frac{1}{n}$은 $\frac{1}{n}=1\div n$을 계산하는 과정에서 나머지로 나타나는 수의 개수가 $(n-1)$보다 작거나 같다. 따라서 $\frac{1}{n}$을 소수로 나타낼 때, 순환마디를 이루는 숫자의 개수가 $(n-1)$인 수는 분수 $\frac{1}{7}$의 순환마디 142857과 같은 성질을 가진다. 100보다 작은 자연수 중에서 이러한 성질을 가지는 수는 7, 17, 19, 23, 29, 47, 59, 61, 97이 있다.

(이타카시게루, "불가사의한 수의 세계"; 김용운 · 김용국, "재미있는 수학여행 1")

4차시 15

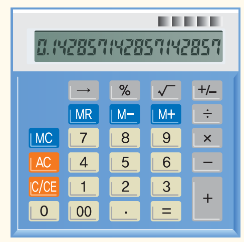
생각 생각 활동

[지도 목표] $\frac{1}{7}$을 순환소수로 나타내어 순환마디의 성질을 탐구할 수 있게 한다.

[지도 방법] 계산기를 이용하여 $\frac{1}{7}$을 순환소수로 나타내어 순환마디를 구할 수 있도록 한다. $\frac{1}{7}$의 순환마디와 〈그림 1〉을 이용하여 $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$의 순환마디를 구하고 규칙에 따라 각 순환마디의 첫 번째 숫자를 원판에 나타내어 분수 $\frac{n}{7}$ (단, $n=1, 2, 3, \cdots, 6$)의 순환마디의 성질을 직접 탐구할 수 있도록 지도한다.

[풀이]

과제 1 계산기를 이용하여 $\frac{1}{7}$을 소수로 나타내면 다음과 같으므로 $\frac{1}{7}$의 순환마디는 142857이다.

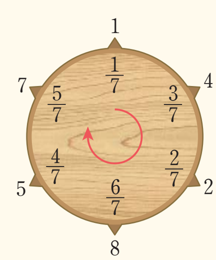


과제 2 〈그림 1〉에 의하면 $142857\times2=285714$이므로 $\frac{2}{7}$의 순환마디는 285714이고 $\frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}$와 같이 나타낼 수 있다. 마찬가지 방법으로 $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$의 순환마디는 각각 428571, 571428, 714285, 857142이고, 순환소수로 나타내면 각각 다음과 같다.

$\frac{3}{7}=0.\dot{4}2857\dot{1}$, $\frac{4}{7}=0.\dot{5}7142\dot{8}$,

$\frac{5}{7}=0.\dot{7}1428\dot{5}$, $\frac{6}{7}=0.\dot{8}5714\dot{2}$

주어진 규칙에 따라 $\frac{1}{7}$의 순환마디인 142857을 원판의 바깥쪽에 순서대로 적고, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$을 각 순환마디의 첫 번째 숫자가 적혀 있는 원판의 안쪽에 써 보면 오른쪽과 같다.



2 유리수의 소수 표현

1 소단원 성취기준

[9수01-06] 순환소수의 뜻을 알고, 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.

- 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 판별할 수 있다.
- 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 순환소수로 나타낼 수 있음을 알 수 있다.

2 지도상의 유의점

- 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 판별할 때에는 먼저 기약분수로 고친 후 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인지 알아보도록 지도한다.
- 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 무한소수로 나타낼 수 있으며, 이때의 무한소수는 모두 순환소수임을 알게 한다.

2 유리수의 소수 표현

유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.

사랑을 Love, 愛로 표현할 수 있듯이 유리수도 분수, 소수로 표현할 수 있다.

탐구 학습 어떤 유리수를 유한소수로 나타낼 수 있나요?

열기 $\frac{1}{2}, \frac{3}{20}, \frac{1}{8}, \frac{5}{6}$의 분모의 소인수를 구하여 보고, 분수를 소수로 나타내 보자.

다지기 표로 나타내면 다음과 같다.

분수	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{6}$
분모의 소인수		2, 5	2	
소수 표현	0.5			0.8333⋯

키우기 분수를 소수로 나타낼 때 유한소수가 되는 수의 특징은 무엇일까?

유한소수로 나타낼 수 있는 유리수

1 유한소수 0.5, 0.15, 0.125는 다음과 같이 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 각각 나타낼 수 있다.

$$0.5=\frac{5}{10},\quad 0.15=\frac{15}{100}=\frac{15}{10^2},\quad 0.125=\frac{125}{1000}=\frac{125}{10^3}$$

이때 $10=2\times5$, $100=10^2=2^2\times5^2$, $1000=10^3=2^3\times5^3$이므로 유한소수를 분수로 나타내면 분모의 소인수는 2 또는 5뿐임을 알 수 있다.

한편, 분수 $\frac{1}{2}, \frac{3}{20}, \frac{1}{8}$은 다음과 같이 분모를 10의 거듭제곱으로 고쳐서 유한소수로 각각 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{2}=\frac{1\times5}{2\times5}=\frac{5}{10}=0.5$$

$$\frac{3}{20}=\frac{3}{2^2\times5}=\frac{3\times5}{2^2\times5\times5}=\frac{15}{100}=\frac{15}{10^2}=0.15$$

$$\frac{1}{8}=\frac{1}{2^3}=\frac{1\times5^3}{2^3\times5^3}=\frac{125}{1000}=\frac{125}{10^3}=0.125$$

16 5차시

소단원 도입 글 지도 방법

'사랑'은 영어로 'Love'라 쓰고, 한자로는 '愛'라고 쓴다. 세상에는 다양한 언어가 있는데 같은 뜻이라도 사용하는 언어에 따라 표현이 다르다. 분수와 소수도 수의 분류가 다른 것이 아니라 같은 수를 필요에 따라 다르게 표현한 것이다. 분수는 물건을 나누는 데 주로 사용하는 반면 소수는 물건의 길이를 재거나 양을 측정하는 데 주로 사용한다. '사랑'을 표현하는 방법에 여러 가지가 있듯이 유리수를 표현하는 방법으로 분수와 소수가 있음을 알게 한다.

탐구 학습 지도 방법

열기

주어진 분수에서 분모의 소인수를 구하여 보고, 분수를 소수로 나타내게 한다.

다지기

$\frac{1}{2}, \frac{3}{20}, \frac{1}{8}, \frac{5}{6}$의 분모의 소인수를 구하여 보고, 분수를 소수로 나타내면 다음과 같음을 알게 한다.

분수	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{6}$
분모의 소인수	2	2, 5	2	2, 3
소수 표현	0.5	0.15	0.125	0.8333⋯

답 표 참조

키우기

위의 표에서 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 유리수는 유한소수로, 그 이외의 소인수를 가지는 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있음을 직관적으로 알 수 있도록 지도한다.

이처럼 어떤 분수를 기약분수로 나타낼 때, 분모가 2 또는 5만을 소인수로 가지는 유리수는 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 고칠 수 있으므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

분모에 2와 5 이외의 소인수가 있는 기약분수는 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 고칠 수 없으므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

2 **유한소수로 나타낼 수 있는 유리수**

정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타낼 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 유리수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

| 유한소수로 나타낼 수 있는 유리수 판단하기

예제 1 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오.

(1) $\frac{3}{2^2\times5}$　(2) $\frac{42}{180}$　(3) $\frac{18}{45}$　(4) $-\frac{15}{70}$

풀이 각 분수를 기약분수로 나타낸 다음 분모를 소인수분해하면 다음과 같다.

(1) $\frac{3}{2^2\times5}$　(2) $\frac{42}{180}=\frac{7}{30}=\frac{7}{2\times3\times5}$

(3) $\frac{18}{45}=\frac{2}{5}$　(4) $-\frac{15}{70}=-\frac{3}{14}=-\frac{3}{2\times7}$

따라서 $\frac{3}{2^2\times5}$, $\frac{18}{45}$은 기약분수로 나타낼 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 (1), (3)이다.

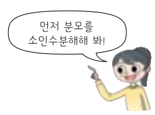
답 (1), (3)

문제 1 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오.

(1) $\frac{39}{2^3\times3\times5}$　(2) $\frac{7}{3^2\times5}$　(3) $\frac{6}{70}$　(4) $\frac{21}{112}$

생각 넓히기　문제 해결

정수가 아닌 유리수 $\frac{n}{28}$, $\frac{n}{45}$을 모두 유한소수로 나타낼 수 있을 때, n의 값이 될 수 있는 자연수 중에서 1000에 가장 가까운 수를 구하여 보자.



5차시 17

문제 풀이

문제 1

주안점 주어진 분수를 기약분수로 나타낸 후, 분모를 소인수분해하여 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 찾을 수 있게 한다.

|풀이| 주어진 분수를 기약분수로 나타낸 후, 분모를 소인수분해하면

(1) $\frac{39}{2^3\times3\times5}=\frac{13}{2^3\times5}$　(2) $\frac{7}{3^2\times5}$

(3) $\frac{6}{70}=\frac{3}{35}=\frac{3}{5\times7}$　(4) $\frac{21}{112}=\frac{3}{16}=\frac{3}{2^4}$

따라서 $\frac{39}{2^3\times3\times5}$, $\frac{21}{112}$은 기약분수로 나타낼 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 (1), (4)이다.

교과서 지도 방안

1 유한소수의 분모는 10의 거듭제곱을 사용하여 나타낼 수 있으므로 주어진 분수를 기약분수로 고쳤을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있고, 그렇지 않으면 유한소수로 나타낼 수 없다. 즉, 유한소수는 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 나타낼 수 있으며 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 분수임을 알 수 있다. 거꾸로 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 분수는 분모, 분자에 2 또는 5를 적당히 곱하여 분모를 10의 거듭제곱으로 고쳐서 유한소수로 나타낼 수 있다.

2 **오개념 바로잡기 |** 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이라는 것은 2와 5를 소인수로 모두 가져야 하는 것이 아니라, 2나 5 이외의 다른 소인수를 가지지 않는다는 뜻임을 알 수 있도록 지도한다.

생각 넓히기　문제 해결

[지도 목표] 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 알고, 이를 활용하여 문제를 풀 수 있게 한다.

[지도 방법] 주어진 분수를 기약분수로 고쳐서 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있고, 그렇지 않으면 유한소수로 나타낼 수 없음을 알도록 지도한다.

[풀이] 두 분수 $\frac{n}{28}=\frac{n}{2^2\times7}$, $\frac{n}{45}=\frac{n}{3^2\times5}$을 소수로 나타낼 때, 유한소수가 되도록 하는 n의 값은 7과 9의 공배수이므로 63의 배수이다. 또, 정수가 아닌 유리수이려면 4의 배수 또는 5의 배수가 아니어야 한다. 따라서 63의 배수 중에서 1000에 가까운 수는 …, $63\times14=882$, $63\times15=945$, $63\times16=1008$, $63\times17=1071$, …이고, 이 중에서 4의 배수 또는 5의 배수가 아니고 1000에 가장 가까운 수는 1071이다.

⁚⁚ 교과서 지도 방안

❶ 순환소수를 관찰하여 유한개의 숫자의 배열이 규칙적으로 반복됨을 발견할 수 있게 한다. 3을 7로 나눌 때 나머지가 0이 나오면 유한소수가 되지만 계속해서 0이 나오지 않으므로 무한소수가 되고, 나머지는 7보다 작은 수인 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 하나가 된다. 이러한 나눗셈을 계속하다 보면 나머지가 $\frac{3}{7}$의 분자인 3과 같은 수가 나오고 이때부터 앞의 과정이 반복됨을 알게 한다.

❷ 유한소수로 나타나지 않는 정수가 아닌 유리수는 항상 순환소수로 나타남을 강조하여 지도한다.

❸ **개념 확인** | 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있는 분수는 다음과 같은 순서로 찾을 수 있도록 지도한다.

① 주어진 분수를 약분하여 기약분수로 나타낸다.

② 분모를 소인수분해한다.

③ 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있고, 그 이외의 소인수를 가지면 순환소수로 나타낼 수 있다.

수준별 지도 자료

■ 순환마디의 길이

상 수준 정수가 아닌 유리수 $\frac{a}{b}$ (단, a, b는 정수, $b \neq 0$)는 $a \div b$를 계산하여 소수로 나타낼 수 있다. 이때 나타나는 소수는 다음 두 가지 중 한 가지가 됨을 알게 한다.

(1) 언젠가 나머지가 0이 나오면 더 이상 나눗셈을 계속할 수 없으므로 유한소수가 된다.

(2) 계속 나머지가 0이 나오지 않으면 순환소수가 된다. 왜냐하면 나눗셈의 과정에서 나머지로 나오는 것은 b보다 작은 1, 2, 3, ⋯, $b-1$ 중 하나이므로 b번의 나눗셈 과정을 수행하면 반드시 앞에서 나왔던 나머지가 다시 나오게 된다. 이때 같은 나머지가 나오면 그때부터 같은 배열의 숫자가 묶으로 되풀이되므로 순환소수가 된다.

⁚ 어떤 유리수를 순환소수로 나타낼 수 있나요?

순환소수로 나타낼 수 있는 유리수

❶ $\frac{3}{7}$을 소수로 나타내기 위하여 오른쪽과 같이 계속 나누면 소수점 아래 각 자리에서 나머지는 차례로

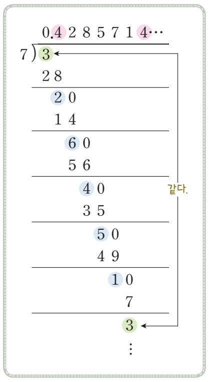
2, 6, 4, 5, 1, 3, ⋯

이 나타난다.

이때 $\frac{3}{7}$은 유한소수가 아니므로 0을 제외한 6개의 자연수만 나머지가 될 수 있다. 따라서 적어도 7번째 안에는 같은 수가 다시 나타나게 되며, 그 때부터 같은 몫이 되풀이된다.

즉, $\frac{3}{7}$은 다음과 같은 순환소수로 나타낼 수 있다.

$$\frac{3}{7}=0.428571428571428571\cdots$$
$$=0.\dot{4}2857\dot{1}$$



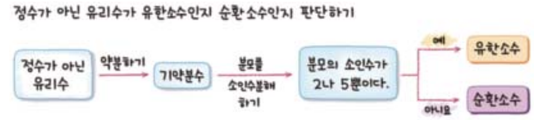
일반적으로 기약분수로 나타낸 유리수에서 분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지면 그 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

❷ **순환소수로 나타낼 수 있는 유리수**
정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타낼 때, 분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지는 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

❸ 개념 확인

정수가 아닌 유리수가 유한소수인지 순환소수인지 판단하기



문제 **2** 다음 분수 중에서 순환소수로만 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오.

(1) $\frac{8}{9}$　(2) $-\frac{11}{50}$　(3) $\frac{63}{90}$　(4) $\frac{7}{22}$

18 6차시

문제 풀이

문제 **2**

주안점 주어진 분수를 기약분수로 나타낸 후, 분모를 소인수분해하여 순환소수로만 나타낼 수 있는 분수를 찾을 수 있게 한다.

|풀이| 주어진 분수를 기약분수로 나타낸 후, 분모를 소인수분해하면

(1) $\frac{8}{9}=\frac{8}{3^2}$　(2) $-\frac{11}{50}=-\frac{11}{2\times5^2}$

(3) $\frac{63}{90}=\frac{7}{10}=\frac{7}{2\times5}$　(4) $\frac{7}{22}=\frac{7}{2\times11}$

따라서 $\frac{8}{9}$, $\frac{7}{22}$은 기약분수로 나타낼 때, 분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지므로 순환소수로만 나타낼 수 있는 것은 (1), (4)이다.

스스로 확인하기

정답 및 풀이 257쪽

1

다음은 분수의 분모를 10의 거듭제곱으로 고쳐서 분수를 소수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $\frac{75}{60}=\frac{5}{4}=\frac{5}{2^2}=\frac{5\times5^2}{2^2\times\square^2}=\frac{125}{\square}$
$=\square$

(2) $\frac{3}{40}=\frac{3}{2^{\square}\times5}=\frac{3\times5^2}{2^{\square}\times5\times\square^2}=\frac{75}{\square}$
$=\square$

2

다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오.

(1) $\frac{3}{2\times7}$　(2) $\frac{6}{2\times3\times5^2}$

(3) $\frac{7}{2^2\times5}$　(4) $\frac{21}{2^3\times5\times7^2}$

3

다음 분수 중에서 순환소수로만 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오.

(1) $\frac{12}{75}$　(2) $\frac{13}{150}$

(3) $\frac{42}{176}$　(4) $\frac{81}{720}$

4

분수 $\frac{11}{2^2\times3^2\times5}\times x$를 유한소수로 나타낼 수 있을 때, x가 될 수 있는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하시오.

5

다음 두 조건을 만족시키는 A의 값을 구하시오.

(가) A는 11의 배수이고, 두 자리 자연수이다.
(나) 분수 $\frac{A}{280}$는 유한소수로 나타낼 수 있다.

6 창의•융합

우리 학급에서 학생들의 번호를 n이라고 할 때, 분수 $\frac{1}{n}$을 정수로 나타낼 수 있는 번호, 유한소수로 나타낼 수 있는 번호, 순환소수로만 나타낼 수 있는 번호로 분류하여 다음 표를 완성하시오.

정수로 나타낼 수 있는 번호	1
유한소수로 나타낼 수 있는 번호	2, 4, 5
순환소수로만 나타낼 수 있는 번호	3, 6

수업 보충 자료
기초력 향상 문제 ⇨ 77~78쪽
소단원 평가 ⇨ 81쪽
활동지 ⇨ 88쪽

이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

6차시 19

스스로 확인하기

1 이해하기 | 하 중 상

주안점 분수를 유한소수로 나타낼 수 있게 한다.

|풀이| (1) $\frac{75}{60}=\frac{5}{4}=\frac{5}{2^2}=\frac{5\times5^2}{2^2\times\boxed{5}^2}=\frac{125}{\boxed{100}}$
$=\boxed{1.25}$

(2) $\frac{3}{40}=\frac{3}{2^{\boxed{3}}\times5}=\frac{3\times5^2}{2^{\boxed{3}}\times5\times\boxed{5}^2}=\frac{75}{\boxed{1000}}$
$=\boxed{0.075}$

2 판단하기 | 하 중 상

주안점 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 찾을 수 있게 한다.

|풀이| 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 $\frac{6}{2\times3\times5^2}=\frac{1}{5^2}$, $\frac{7}{2^2\times5}$이다. 따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 (2), (3)이다.

3 판단하기 | 하 중 상

주안점 순환소수로만 나타낼 수 있는 분수를 찾을 수 있게 한다.

|풀이| 주어진 분수를 기약분수로 나타낸 후, 분모를 소인수분해하면

(1) $\frac{12}{75}=\frac{4}{25}=\frac{4}{5^2}$　(2) $\frac{13}{150}=\frac{13}{2\times3\times5^2}$

(3) $\frac{42}{176}=\frac{21}{88}=\frac{21}{2^3\times11}$　(4) $\frac{81}{720}=\frac{9}{80}=\frac{9}{2^4\times5}$

따라서 $\frac{13}{150}$, $\frac{42}{176}$는 기약분수로 나타낼 때, 분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지므로 순환소수로만 나타낼 수 있는 것은 (2), (3)이다.

4 이해하기 | 하 중 상

주안점 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 알고, 이를 활용하여 문제를 풀 수 있게 한다.

|풀이| $\frac{11}{2^2\times3^2\times5}\times x$를 유한소수로 나타낼 수 있으려면 x가 9의 배수이어야 한다.
9의 배수 중 가장 작은 자연수는 9이다.

5 이해하기 | 하 중 상

주안점 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 알게 한다.

|풀이| (가)에서 A는 11, 22, ⋯, 88, 99이다.
(나)에서 $\frac{A}{280}=\frac{A}{2^3\times5\times7}$를 유한소수로 나타낼 수 있으려면 A는 7의 배수이어야 한다.
따라서 구하는 A의 값은 77이다.

6 판단하기 | 하 중 상

주안점 유한소수와 순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 알게 한다.

|예시| 어떤 학급의 학생들의 번호가 1번부터 25번까지 있다고 하자.

① 번호가 1일 때　$\frac{1}{1}=1$ ⇨ 정수

② 번호가 2^a일 때 (단, a는 자연수)　$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ ⇨ 유한소수

③ 번호가 5^b일 때 (단, b는 자연수)　$\frac{1}{5}$, $\frac{1}{25}$ ⇨ 유한소수

④ 번호가 $2^a\times5^b$일 때 (단, a, b는 자연수)　$\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$ ⇨ 유한소수

⑤ 그 외의 번호 ⇨ 순환소수

따라서 표를 완성하면 다음과 같다.

정수로 나타낼 수 있는 번호	1
유한소수로 나타낼 수 있는 번호	2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 25
순환소수로만 나타낼 수 있는 번호	3, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24

3 순환소수의 분수 표현

1 소단원 성취기준

[9수01-06] 순환소수의 뜻을 알고, 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.

- 순환소수를 분수로 나타낼 수 있다.
- 유리수와 순환소수의 관계를 이해할 수 있다.

2 지도상의 유의점

- 유한소수를 순환소수로 나타내는 것은 다루지 않는다.
- 순환소수를 분수로 고치는 것은 순환소수가 유리수임을 이해할 수 있는 정도로 다룬다.
- 순환소수를 분수로 고칠 때 공식화하는 것을 강조하지 않는다. 또한, 순환마디의 특성에 따라 순환소수를 분수로 고치는 방법이 다름을 이해하게 한다.
- 순환소수의 대소 관계와 순환소수끼리의 사칙계산은 다루지 않는다.

3 순환소수의 분수 표현

순환소수를 분수로 나타내고, 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.

고사리잎의 일부분은 고사리잎 전체와 그 모양이 비슷하다.

탐구 학습 순환소수를 분수로 어떻게 나타내나요?

열기 다음 두 순환소수를 보고, 물음에 답하여 보자.

$5.555\cdots$, $0.555\cdots$

(1) 두 순환소수의 공통점을 말하여 보자.
(2) $5.555\cdots$에서 $0.555\cdots$를 뺀 값은 얼마인지 구하여 보자.

다지기 (1) 두 순환소수는 소수점 아래의 부분이 $\square$.
(2) $5.555\cdots$에서 $0.555\cdots$를 뺀 값은 소수점 아래의 부분이 같으므로 $\square$이/가 된다.

$$\begin{array}{r} 5.555\cdots \\ -)\ 0.555\cdots \\ \hline 5 \end{array}$$

키우기 위를 이용하여 순환소수를 분수로 어떻게 나타낼까?

순환소수를 분수로 나타내기

1 어떤 순환소수에 10의 거듭제곱을 적당히 곱하면 소수점 아래의 부분이 같은 순환소수를 얻을 수 있다. 이를 이용하여 순환소수 $0.\dot{5}$를 분수로 나타내 보자.

소수점 아래의 부분이 같은 두 수의 차는 정수이다.

1단계 | 순환소수를 x로 놓기

$0.\dot{5}$를 x라고 하면 $\quad x=0.555\cdots \quad \cdots\cdots ①$

2단계 | 등식의 양변에 10의 거듭제곱을 곱하기

①의 양변에 10을 곱하면 $\quad 10x=5.555\cdots \quad \cdots\cdots ②$

3단계 | 두 식을 변끼리 빼서 x의 값 구하기

②에서 ①을 변끼리 빼면 $\quad 9x=5,\ x=\frac{5}{9}$

따라서 $0.\dot{5}=\frac{5}{9}$임을 알 수 있다.

$$\begin{array}{r} 10x=5.555\cdots \\ -)\quad x=0.555\cdots \\ \hline 9x=5 \end{array}$$

위와 같은 방법으로 모든 순환소수를 분수로 나타낼 수 있다.

20 7차시

소단원 도입 글 지도 방법

우리를 둘러싸고 있는 자연에는 복잡한 모양이 반복하여 나타나는 경우가 많다. 고사리잎의 모양을 살펴보면 그 일부분이 전체와 유사한 모양을 띠고 있는데, 번개, 강줄기, 해안선, 나무의 줄기, 인간의 뇌, 허파 꽈리 등의 경우도 그 일부분이 전체와 유사한 형태를 띤다. 또, 원자 세계에서의 전자의 분포와 우주에서의 별들의 분포 양상은 매우 비슷한데, 부분과 전체의 모양이 유사한 구조를 갖는다. 이처럼 부분과 전체의 모양이 유사한 고사리잎을 소개함으로써 순환소수를 분수로 나타내는 방법에 대해 자연스럽게 이해할 수 있도록 지도한다.

(김용운 · 김용국, "프랙탈과 카오스의 세계")

탐구 학습 지도 방법

열기

두 순환소수의 공통점을 찾아보게 하고, $5.555\cdots$에서 $0.555\cdots$를 뺀 값을 구할 수 있게 한다.

다지기

두 순환소수의 소수점 아래의 부분이 같으므로 $5.555\cdots$에서 $0.555\cdots$를 뺀 값은 5가 됨을 알게 한다.

답 (1) 같다 (2) 5

키우기

소수점 아래의 부분이 같은 두 순환소수의 뺄셈을 통해 순환소수를 분수로 고치는 과정을 직관적으로 이해하도록 지도한다.

예제 1 순환소수 $1.\dot{2}$를 분수로 나타내시오.

풀이 1단계 $1.\dot{2}$를 x라고 하면

$x=1.222\cdots$ $\cdots\cdots$ ①

2단계 ①의 양변에 10을 곱하면

$10x=12.222\cdots$ $\cdots\cdots$ ②

3단계 ②에서 ①을 변끼리 빼면

$$\begin{array}{rr} & 10x=12.222\cdots \\ -) & x=\ \ 1.222\cdots \\ \hline & 9x=11,\ x=\frac{11}{9} \end{array}$$

답 $\frac{11}{9}$

2 따라 하기 | 순환소수를 분수로 나타내기

순환소수 $0.\dot{1}\dot{3}$을 분수로 나타내시오.

풀이 1단계 $0.\dot{1}\dot{3}$을 x라고 하면

______ $\cdots\cdots$ ①

2단계 ①의 양변에 100을 곱하면

______ $\cdots\cdots$ ②

3단계 ②에서 ①을 변끼리 빼면

−) ______

______

답 ______

문제 **1** 다음 순환소수를 분수로 나타내시오.

(1) $0.\dot{4}\dot{6}$　　(2) $2.\dot{1}5\dot{3}$

3 | 순환소수를 분수로 나타내기

예제 2 순환소수 $1.2\dot{8}$을 분수로 나타내시오.

풀이 1단계 $1.2\dot{8}$을 x라고 하면

$x=1.2888\cdots$ $\cdots\cdots$ ①

2단계 ①의 양변에 10을 곱하면

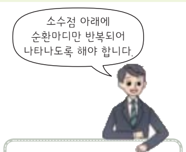
$10x=12.888\cdots$ $\cdots\cdots$ ②

①의 양변에 100을 곱하면

$100x=128.888\cdots$ $\cdots\cdots$ ③

3단계 ③에서 ②를 변끼리 빼면

$90x=116,\ x=\frac{116}{90}=\frac{58}{45}$



$$\begin{array}{rr} & 100x=128.888\cdots \\ -) & 10x=\ \ 12.888\cdots \\ \hline & 90x=116 \end{array}$$

답 $\frac{58}{45}$

문제 **2** 다음 순환소수를 분수로 나타내시오.

(1) $0.2\dot{3}$　　(2) $1.3\dot{5}\dot{7}$

7차시 21

문제 풀이

문제 1

주안점 순환소수를 분수로 나타낼 수 있게 한다.

|풀이| (1) $0.\dot{4}\dot{6}$을 x라 하고, $100x-x$를 계산하면

$99x=46,\ x=\frac{46}{99}$

(2) $2.\dot{1}5\dot{3}$을 x라 하고, $1000x-x$를 계산하면

$999x=2151,\ x=\frac{239}{111}$

문제 2

주안점 순환소수를 분수로 나타낼 수 있게 한다.

|풀이| (1) $0.2\dot{3}$을 x라 하고, $100x-10x$를 계산하면

$90x=21,\ x=\frac{7}{30}$

(2) $1.3\dot{5}\dot{7}$을 x라 하고, $1000x-10x$를 계산하면

$990x=1344,\ x=\frac{224}{165}$

교과서 지도 방안

1 어떤 순환소수에 10의 거듭제곱을 적당히 곱하면 소수점 아래의 부분에 있는 숫자의 배열은 그대로이면서 소수점의 위치가 변함을 알게 한다. 이를 통하여 순환소수에 10의 거듭제곱을 적당히 곱하여 소수점 아래의 부분이 같은 두 순환소수를 만들어 순환소수를 분수로 나타내는 방법을 알도록 지도한다.

2 **따라 하기 |** 학생들이 예제의 풀이 과정과 같이 순환마디를 이용하여 순환소수에 10의 거듭제곱을 적당히 곱하고, 소수점 아래의 부분이 같은 두 순환소수를 만들어 순환소수를 분수로 나타내는 것을 연습할 수 있도록 지도한다. 이때 소수점 아래의 부분이 같은 두 순환소수의 차를 구할 때에는 세로 셈을 이용하도록 지도한다.

|풀이| 1단계 $0.\dot{1}\dot{3}$을 x라고 하면

$x=0.131313\cdots$ $\cdots\cdots$ ①

2단계 ①의 양변에 100을 곱하면

$100x=13.131313\cdots$ $\cdots\cdots$ ②

3단계 ②에서 ①을 변끼리 빼면

$$\begin{array}{rr} & 100x=13.131313\cdots \\ -) & x=\ \ 0.131313\cdots \\ \hline & 99x=13,\ x=\frac{13}{99} \end{array}$$

답 $\frac{13}{99}$

3 순환마디가 소수점 아래 첫째 자리부터 시작되지 않는 순환소수는 10, 100, 1000, …을 차례로 곱하면서 소수점 아래의 부분에 있는 숫자의 배열이 같아지는 경우를 찾을 수 있도록 하고, 이후 순환마디에 있는 숫자의 개수에 따라 적당한 10의 거듭제곱을 곱하도록 지도한다.

플러스 자료

순순환소수와 혼순환소수

$0.\dot{3}\dot{2}$나 $3.\dot{2}45\dot{6}$과 같이 소수점 아래 첫째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수를 순순환소수라 하고, $0.8\dot{2}$, $2.13\dot{7}\dot{8}$과 같이 소수점 아래에 순환하지 않는 숫자의 배열이 있는 순환소수를 혼순환소수라고 한다.

분수를 기약분수로 고쳐 순환소수로 나타낼 수 있을 때, 분모의 소인수에 2와 5가 없으면 순순환소수가 되고, 2 또는 5가 있으면 혼순환소수가 된다.

⁚ 교과서 지도 방안

❶ 순환소수를 분수로 고치는 것은 모든 순환소수가 유리수임을 보이기 위한 것임을 알 수 있도록 지도한다. 유한소수는 분수로 나타낼 수 있고, 순환소수도 분수로 나타낼 수 있으므로 유한소수와 순환소수는 모두 유리수임을 알게 한다.

❷ **개념 확인 |** 유한소수와 순환소수는 모두 분수로 나타낼 수 있으므로 유리수이다. 하지만 순환소수가 아닌 무한소수는 분수로 나타낼 수 없으므로 유리수가 아니다.
유리수와 소수의 관계를 정리하면 다음과 같다.

- 소수
  - 유한소수 ─ 유리수
  - 무한소수
    - 순환소수 ─ 유리수
    - 순환소수가 아닌 무한소수

생각 넓히기 　　추론·의사소통

[지도 목표] 수의 소수 표현과 분수 표현의 장단점을 생각해 보고 각각의 표현이 가지는 유용성을 인식하게 한다.

[지도 방법] 생활 속에서 다루는 수를 분수로 표현하였을 때나 소수로 표현하였을 때 어떤 장단점이 있는지 친구들에게 설명해 보도록 지도한다.

[예시 답안] 소수는 달리기 기록이나 타율 등과 같이 수의 크기를 비교하거나 작은 단위까지 측정하는 데 편리하다. 소수는 분수에 비해 덧셈과 뺄셈이 간단하다는 장점이 있다. 그러나 소수는 곱셈과 나눗셈을 할 때 분수보다 불편하다는 단점이 있다.
한편, 분수는 피자 한 판을 8조각으로 균등하게 나눌 때 그중 한 조각의 양을 $\frac{1}{8}$로 표현하는 것처럼 상대적인 양 또는 비를 나타내는 데 편리하다. 분수는 소수에 비해 곱셈과 나눗셈이 간단하다는 장점이 있다. 그러나 분모가 다른 분수는 크기를 비교하거나 덧셈과 뺄셈을 할 때 소수보다 불편하다는 단점이 있다.

⁚ 유리수와 순환소수 사이에는 어떤 관계가 있나요?

유리수와 순환소수의 관계

❶ 정수가 아닌 유리수를 소수로 나타내면 유한소수 또는 순환소수가 되고, 유한소수와 순환소수는 모두 분수 $\frac{a}{b}$(단, a, b는 정수, $b\neq 0$)로 나타낼 수 있으므로 유리수이다.

일반적으로 유리수와 순환소수 사이에는 다음이 성립한다.

> **유리수와 순환소수**
> ❶ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
> ❷ 유한소수와 순환소수는 모두 유리수이다.

❷ 개념 확인

모둠 활동 **문제 3** 다음 대화를 읽고, 틀리게 말한 학생을 모두 찾은 후 틀린 이유를 모둠별로 토론하시오.

승빈: 모든 순환소수는 분수로 나타낼 수 있어.
하윤: 모든 무한소수는 유리수야.
성호: 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있어.

생각 넓히기 　　추론·의사소통

수를 분수로 표현하는 것과 소수로 표현하는 것의 장단점을 생각해 보고, 각각의 표현이 가지는 유용성을 친구들에게 설명하여 보자.

22 8차시

문제 풀이

문제 3

주안점 유리수와 소수의 관계를 이해하게 한다.

|풀이| 유리수와 소수의 관계에 대하여 틀리게 말한 학생과 틀린 이유는 다음과 같다.

• 하윤
π와 같이 순환소수가 아닌 무한소수는 분수로 나타낼 수 없으므로 유리수가 아니다.

• 성호
$\frac{1}{3}$과 같은 유리수를 소수로 나타내면 무한소수이므로 정수가 아닌 유리수 중에는 유한소수로 나타낼 수 없는 것이 있다.

스스로 확인하기

정답 및 풀이 257쪽

1

다음은 순환소수 $0.\dot{3}\dot{7}$을 분수로 나타내는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$0.\dot{3}\dot{7}$을 x라고 하면

$x=0.373737\cdots$

$$\begin{array}{rrl} & 100x= & \boxed{} \\ -) & x= & 0.373737\cdots \\ \hline & 99x= & \boxed{} \\ & x= & \boxed{} \end{array}$$

2

다음은 순환소수 $0.1\dot{4}$를 분수로 나타내는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$0.1\dot{4}$를 x라고 하면

$x=0.1444\cdots$

$$\begin{array}{rrl} & 100x= & \boxed{} \\ -) & 10x= & 1.444\cdots \\ \hline & 90x= & \boxed{} \\ & x= & \boxed{} \end{array}$$

3

다음 순환소수를 분수로 나타내시오.

(1) $0.\dot{6}$　　(2) $0.\dot{2}\dot{7}$

(3) $0.4\dot{8}$　　(4) $1.1\dot{3}\dot{4}$

4

다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 찾으시오.

보기

ㄱ. 모든 유한소수는 유리수이다.
ㄴ. 모든 무한소수는 유리수가 아니다.
ㄷ. 순환소수는 무한소수이다.
ㄹ. 유리수는 정수 또는 유한소수로만 나타낼 수 있다.

5

기약분수 $\frac{a}{36}$를 소수로 나타내면 $0.13\dot{8}$일 때, 자연수 a의 값을 구하시오.

6 발전 문제

어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 진희는 분모를 잘못 보고 계산하여 0.4로, 현수는 분자를 잘못 보고 계산하여 $0.\dot{5}$로 나타내었다. 처음의 기약분수를 찾아 소수로 나타내시오.

수업 보충 자료
기초력 향상 문제 ⇨ 79쪽
소단원 평가 ⇨ 82쪽
활동지 ⇨ 89쪽

이 단원의 이해도를 표시해 보세요. 0 50 100

8차시 23

스스로 확인하기

1 계산하기 | 하 중 상

주안점 순환소수를 분수로 나타내는 방법을 알게 한다.

|풀이| $0.\dot{3}\dot{7}$을 x라고 하면

$x=0.373737\cdots$

$$\begin{array}{rrl} & 100x= & \boxed{37.373737\cdots} \\ -) & x= & 0.373737\cdots \\ \hline & 99x= & \boxed{37} \\ & x= & \boxed{\frac{37}{99}} \end{array}$$

2 계산하기 | 하 중 상

주안점 순환소수를 분수로 나타내는 방법을 알게 한다.

|풀이| $0.1\dot{4}$를 x라고 하면

$x=0.1444\cdots$

$$\begin{array}{rrl} & 100x= & \boxed{14.444\cdots} \\ -) & 10x= & 1.444\cdots \\ \hline & 90x= & \boxed{13} \\ & x= & \boxed{\frac{13}{90}} \end{array}$$

3 계산하기 | 하 중 상

주안점 순환소수를 분수로 나타낼 수 있게 한다.

|풀이| (1) $0.\dot{6}$을 x라 하고, $10x-x$를 계산하면

$9x=6$, $x=\frac{2}{3}$

(2) $0.\dot{2}\dot{7}$을 x라 하고, $100x-x$를 계산하면

$99x=27$, $x=\frac{3}{11}$

(3) $0.4\dot{8}$을 x라 하고, $100x-10x$를 계산하면

$90x=44$, $x=\frac{22}{45}$

(4) $1.1\dot{3}\dot{4}$를 x라 하고, $1000x-10x$를 계산하면

$990x=1123$, $x=\frac{1123}{990}$

4 판단하기 | 하 중 상

주안점 유리수와 소수의 관계를 알게 한다.

|풀이| ㄴ. 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.

ㄹ. 유리수는 정수 또는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

5 계산하기 | 하 중 상

주안점 순환소수를 분수로 나타내어 다양한 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| $0.13\dot{8}$을 x라 하고, $1000x-100x$를 계산하면

$900x=125$, $x=\frac{5}{36}$

$\frac{a}{36}=\frac{5}{36}$이므로 $a=5$이다.

6 이해하기 | 하 중 상

주안점 순환소수를 분수로 나타내어 다양한 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| $0.4=\frac{2}{5}$이고 진희는 분자를 바르게 보았으므로 처음 기약분수의 분자는 2이다. $0.\dot{5}=\frac{5}{9}$이고 현수는 분모를 바르게 보았으므로 처음 기약분수의 분모는 9이다.

따라서 처음 기약분수는 $\frac{2}{9}$이고, 소수로 나타내면 $0.\dot{2}$이다.

놀이 & 수학

[지도 목표] 순환소수를 분수로 나타낼 수 있게 한다.

[지도 방법] 주어진 순환소수를 분수로 고치고, 분수를 나타낼 수 있는 도형을 찾아 연결하도록 한다.

[풀이]

• $0.5\dot{3}$을 x라고 하면

$x=0.5333\cdots$ …… ①

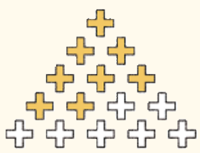
①의 양변에 10, 100을 각각 곱하면

$10x=5.333\cdots$ …… ②

$100x=53.333\cdots$ …… ③

③에서 ②를 변끼리 빼면

$90x=48,\ x=\dfrac{8}{15}$



• $0.\dot{4}$를 x라고 하면

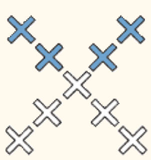
$x=0.444\cdots$ …… ①

①의 양변에 10을 곱하면

$10x=4.444\cdots$ …… ②

②에서 ①을 변끼리 빼면

$9x=4,\ x=\dfrac{4}{9}$



• $0.\dot{4}\dot{5}$를 x라고 하면

$x=0.454545\cdots$ …… ①

①의 양변에 100을 곱하면

$100x=45.454545\cdots$ …… ②

②에서 ①을 변끼리 빼면

$99x=45,\ x=\dfrac{5}{11}$


놀이 & 수학

순환소수를 도형으로 표현하기

다음은 순환소수를 분수로 나타낸 후, 그 분수를 나타낼 수 있는 도형에 분수만큼 색칠한 것이다.

예시 $0.\dot{6}=\dfrac{2}{3}$

아래 순환소수를 분수로 나타낸 후, 그 분수를 나타낼 수 있는 도형을 찾아 선으로 연결하고 그 도형에 분수만큼 색칠하여 보자.

$0.5\dot{3}=\square$

$0.\dot{4}=\square$

$0.\dot{4}\dot{5}=\square$

$0.41\dot{6}=\square$

24 9차시

• $0.41\dot{6}$을 x라고 하면

$x=0.41666\cdots$ …… ①

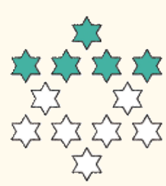
①의 양변에 100, 1000을 각각 곱하면

$100x=41.666\cdots$ …… ②

$1000x=416.666\cdots$ …… ③

③에서 ②를 변끼리 빼면

$900x=375,\ x=\dfrac{5}{12}$



스스로 마무리하기

정답 및 풀이 258쪽

개념 콕콕

1 순환소수

(1) 유한소수: 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 소수

(2) 무한소수: 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 무한 번 나타나는 소수

(3) 순환소수: 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 한없이 되풀이되는 무한소수

예 $0.326326326\cdots=0.\dot{3}2\dot{6}$ → 순환마디: 326

2 유리수의 소수 표현

정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타낼 때,

(1) 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 유리수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

(2) 분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지는 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

3 순환소수의 분수 표현

순환소수 $0.3\dot{1}$을 분수로 나타내기

1단계 순환소수 $0.3\dot{1}$을 x라고 하면

$x=0.3111\cdots$ ……①

2단계 ①의 양변에 10을 곱하면

$10x=3.111\cdots$ ……②

①의 양변에 100을 곱하면

$100x=31.111\cdots$ ……③

3단계 ③에서 ②를 변끼리 빼면

$90x=28,\ x=\frac{28}{90}=\frac{14}{45}$

4 유리수와 순환소수

(1) 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

(2) 유한소수와 순환소수는 모두 유리수이다.

01 다음 중에서 순환소수를 간단히 나타낸 것으로 옳지 않은 것은?

① $0.444\cdots=0.\dot{4}$

② $2.707070\cdots=2.\dot{7}\dot{0}$

③ $0.4858585\cdots=0.4\dot{8}\dot{5}$

④ $2.312312312\cdots=\dot{2}.3\dot{1}$

⑤ $3.142142142\cdots=3.\dot{1}4\dot{2}$

02 분수 $\frac{5}{12}$를 소수로 나타낼 때, 순환마디는?

① 5 ② 6 ③ 12 ④ 15 ⑤ 416

03 다음 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{7}{2\times3\times5}$ ② $\frac{3}{2^3\times7}$ ③ $\frac{2^2\times11^2}{2\times11^3\times5^2}$ ④ $\frac{2^2}{2\times3\times5}$ ⑤ $\frac{13^3}{2\times13\times5^2}$

04 다음 분수를 소수로 나타낼 때, 순환소수로만 나타낼 수 있는 것의 개수는?

$\frac{7}{4},\ \frac{15}{6},\ \frac{13}{15},\ \frac{22}{55},\ \frac{5}{60}$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10차시 25

개념 콕콕 확인 문제

1 다음 설명이 옳으면 ○표, 틀리면 ×표를 ( ) 안에 써넣으시오.

(1) 정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타낼 때, 분모의 소인수가 2뿐인 유리수는 유한소수로 나타낼 수 있다. ( )

(2) 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다. ( )

2 다음 순환소수를 분수로 옳게 나타낸 것과 짝 지으시오.

(1) $0.\dot{3}$ (2) $0.\dot{1}\dot{2}$ (3) $1.5\dot{7}$ (4) $0.0\dot{5}\dot{4}$

① $\frac{4}{33}$ ② $\frac{71}{45}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{37}$

답 1 (1) ○ (2) ○

2 (1) - ③, (2) - ①, (3) - ②, (4) - ④

스스로 마무리하기

01 이해하기 | 하 중 상

주안점 순환마디를 이용하여 순환소수를 나타내는 방법을 알게 한다.

|풀이| ④ $2.312312312\cdots=2.\dot{3}1\dot{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

02 계산하기 | 하 중 상

주안점 분수를 순환소수로 나타내어 순환마디를 찾게 한다.

|풀이| $\frac{5}{12}=0.41666\cdots$이므로 순환마디는 6이다.

따라서 ② 6이다.

03 판단하기 | 하 중 상

주안점 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 알게 한다.

|풀이| 기약분수로 나타낸 분수에서 분모의 소인수가 2 또는 5뿐일 때 유한소수로 나타낼 수 있다.

③ $\frac{2^2\times11^2}{2\times11^3\times5^2}=\frac{2}{11\times5^2}$

④ $\frac{2^2}{2\times3\times5}=\frac{2}{3\times5}$

⑤ $\frac{13^3}{2\times13\times5^2}=\frac{13^2}{2\times5^2}$

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은

⑤ $\frac{13^3}{2\times13\times5^2}$이다.

04 판단하기 | 하 중 상

주안점 순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 알게 한다.

|풀이| 분수를 기약분수로 고친 후 분모를 소인수분해하였을 때, 분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지면 순환소수로 나타낼 수 있다.

$\frac{7}{4}=\frac{7}{2^2}$ ⇨ 유한소수

$\frac{15}{6}=\frac{5}{2}$ ⇨ 유한소수

$\frac{13}{15}=\frac{13}{3\times5}$ ⇨ 순환소수

$\frac{22}{55}=\frac{2}{5}$ ⇨ 유한소수

$\frac{5}{60}=\frac{1}{12}=\frac{1}{2^2\times3}$ ⇨ 순환소수

따라서 순환소수로만 나타낼 수 있는 것의 개수는 ② 2이다.

05 계산하기 | 하 중 상

주안점 분수와 유한소수의 관계를 알게 한다.

|풀이| 수직선 위에서 두 수 0, 1을 나타내는 두 점 사이의 거리를 12등분 하는 11개의 점에 대응하는 유리수는

$$\frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \frac{5}{12}, \frac{6}{12}, \frac{7}{12}, \frac{8}{12}, \frac{9}{12}, \frac{10}{12}, \frac{11}{12}$$

이다. 각 분수들을 기약분수로 고친 후 분모를 소인수분해하였을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.

따라서 $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2}$, $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$, $\frac{9}{12}=\frac{3}{4}=\frac{3}{2^2}$이므로 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수는 ① 3이다.

06 이해하기 | 하 중 상

주안점 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 알게 한다.

|풀이| 기약분수로 나타낸 분수에서 분모의 소인수가 2 또는 5뿐일 때 유한소수로 나타낼 수 있다. 따라서 주어진 분수를 소수로 나타낼 때 유한소수가 되기 위해서는 A가 3의 배수이어야 하므로 A의 값이 될 수 있는 것은 ③ 21이다.

07 계산하기 | 하 중 상

주안점 순환소수를 분수로 나타내는 방법을 알게 한다.

|풀이| $0.\dot{1}2\dot{7}$을 x라고 하면

$x=0.1272727\cdots$ ······ ㉠

㉠의 양변에 $\boxed{1000}$을 곱하면

$\boxed{1000}\,x=127.272727\cdots$ ······ ㉡

㉠의 양변에 10을 곱하면

$10x=\boxed{1.272727\cdots}$ ······ ㉢

㉡에서 ㉢을 변끼리 빼면

$\boxed{990}\,x=\boxed{126}$, $x=\boxed{\frac{7}{55}}$

08 판단하기 | 하 중 상

주안점 순환소수를 분수로 나타내는 방법을 알게 한다.

|풀이| $x=1.262626\cdots$ ······ ㉠

㉠의 양변에 100을 곱하면

$100x=126.262626\cdots$ ······ ㉡

㉠과 ㉡의 우변에서 소수점 아래에 있는 숫자의 배열이 일치하므로 ㉡에서 ㉠을 변끼리 빼면 $x=1.\dot{2}\dot{6}$을 분수로 나타낼 때 편리하다.

따라서 가장 편리한 식은 ② $100x-x$이다.

스스로 마무리하기

05 수직선 위에서 두 수 0, 1을 나타내는 두 점 사이의 거리를 12등분 하면 11개의 점이 생기는데 이 점이 대응하는 유리수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수는?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

06 분수 $\frac{A}{2^2\times3\times5}$를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 다음 중에서 A의 값이 될 수 있는 것은?

① 5 ② 7 ③ 21
④ 32 ⑤ 35

07 다음은 순환소수 $0.\dot{1}2\dot{7}$을 분수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$0.\dot{1}2\dot{7}$을 x라고 하면
$x=0.1272727\cdots$ ······ ㉠
㉠의 양변에 □을/를 곱하면
$\square\,x=127.272727\cdots$ ······ ㉡
㉠의 양변에 10을 곱하면
$10x=\square$ ······ ㉢
㉡에서 ㉢을 변끼리 빼면
$\square\,x=\square$, $x=\square$

08 다음 중에서 순환소수 $x=1.\dot{2}\dot{6}$을 분수로 나타낼 때 가장 편리한 식은?

① $10x-x$ ② $100x-x$
③ $100x-10x$ ④ $1000x-x$
⑤ $1000x-100x$

09 다음 중에서 순환소수를 분수로 나타낸 것으로 옳지 않은 것은?

① $0.\dot{3}\dot{5}=\frac{35}{99}$ ② $0.4\dot{6}=\frac{7}{15}$
③ $0.1\dot{8}=\frac{2}{11}$ ④ $2.\dot{3}\dot{4}=\frac{232}{99}$
⑤ $1.02\dot{6}=\frac{77}{75}$

10 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 찾은 것은?

보기
ㄱ. 무한소수는 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 무한 번 나타나는 소수이다.
ㄴ. 유한소수로 나타낼 수 있는 기약분수는 분모의 소인수가 3 또는 5뿐이다.
ㄷ. 모든 정수는 유리수이다.
ㄹ. 모든 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

26 11차시

09 계산하기 | 하 중 상

주안점 순환소수를 분수로 나타낼 수 있게 한다.

|풀이| ③ $0.1\dot{8}=\frac{17}{90}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

10 판단하기 | 하 중 상

주안점 유리수와 소수의 관계를 알게 한다.

|풀이| ㄴ. 유한소수로 나타낼 수 있는 기약분수는 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이다.

따라서 옳은 것은 ④ ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

11 이해하기 | 하 중 상

주안점 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 활용할 수 있게 한다.

|풀이| 두 분수 $\frac{x}{12}$와 $\frac{x}{55}$의 분모를 소인수분해하여 나타내면 각각 $\frac{x}{2^2\times3}$와 $\frac{x}{5\times11}$이다. ······ (가)

정답 및 풀이 258쪽

서술형

11 두 분수 $\frac{x}{12}$와 $\frac{x}{55}$를 모두 유한소수로 나타낼 수 있을 때, x의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

12 어떤 자연수에 $0.\dot{8}$을 곱해야 할 것을 잘못하여 0.8을 곱하였더니 정답과 오답의 차가 8이 되었다. 어떤 자연수를 구하시오.

사고력 높이기

13 분수 $\frac{5}{13}$를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 50째 자리 수와 소수점 아래 100째 자리 수의 합을 구하시오.

14 분수 $\frac{a}{450}$를 소수로 나타내면 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{b}$이라고 한다. a가 $40<a<50$인 자연수일 때, $a+b$의 값을 구하시오.

수업 보충 자료
단원 평가 ⇨ 83~85쪽
보충 문제 ⇨ 86쪽
심화 문제 ⇨ 87쪽

학습 내용 점검

1. 순환소수	▶01, 02, 13번	☺ 😐 ☹
2. 유리수의 소수 표현	▶03, 04, 05, 06, 11, 14번	☺ 😐 ☹
3. 순환소수의 분수 표현	▶07, 08, 09, 10, 12번	☺ 😐 ☹

학습 태도 점검

흥미도 ☆☆☆☆☆ 집중도 ☆☆☆☆☆ 참여도 ☆☆☆☆☆ 협동심 ☆☆☆☆☆

나의 학습 일기

이 단원을 배우고 나서 새롭게 알게 된 점이나 부족한 점을 적어 보세요.

11차시 27

그런데 기약분수로 나타낸 분수에서 분모의 소인수가 2 또는 5뿐일 때 유한소수로 나타낼 수 있으므로 x는 3과 11의 공배수이어야 한다. ······ (나)

따라서 x의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 3과 11의 최소공배수인 33이다. ······ (다)

채점 기준	배점 비율
(가) 분모를 소인수분해하여 나타내기	30 %
(나) 유한소수로 나타나는 분수의 특징을 이용하여 x의 조건 찾기	50 %
(다) x의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수 구하기	20 %

12 이해하기 | 하 **중** 상

주안점 순환소수를 분수로 나타내어 활용 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| 어떤 자연수를 x라고 하면 $x\times0.\dot{8}-x\times0.8=8$ ······ (가)

$0.\dot{8}=\frac{8}{9}$이므로 $x\times\frac{8}{9}-x\times\frac{4}{5}=8$ ······ (나)

양변에 45를 곱하면

$40x-36x=360$, $4x=360$

따라서 $x=90$ ······ (다)

채점 기준	배점 비율
(가) 문제의 조건에 맞게 식 세우기	50 %
(나) 순환소수를 분수로 나타내기	30 %
(다) 어떤 자연수 구하기	20 %

13 이해하기 | 하 중 **상**

주안점 순환소수의 뜻을 알고, 순환마디에 대한 활용 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| $\frac{5}{13}=0.384615384615\cdots=0.\dot{3}8461\dot{5}$이므로 순환마디는 384615이고, 소수점 아래 첫째 자리부터 3, 8, 4, 6, 1, 5의 6개의 숫자가 반복되어 나타난다.

$50=6\times8+2$이므로 소수점 아래 50째 자리 수는 8이다.

또, $100=6\times16+4$이므로 소수점 아래 100째 자리 수는 6이다.

따라서 구하는 수의 합은 $8+6=14$이다.

14 이해하기 | 하 중 **상**

주안점 유리수와 소수의 관계를 활용하여 문제를 해결하게 한다.

|풀이| $450=2\times3^2\times5^2$이므로 a는 9의 배수이어야 한다. 이때 $40<a<50$이므로 $a=45$이다.

또, $\frac{a}{450}=\frac{45}{450}=\frac{1}{10}$이므로 $b=10$이다.

따라서 $a+b=45+10=55$이다.

자기 평가 지도 방법

학습 내용 점검 단원의 학습 내용을 얼마나 성취했는지 스스로 평가하게 하고, 성취도에 따라 보충 문제, 심화 문제를 과제로 주어 스스로 학습할 수 있게 한다.

성취도 체크

☺이 1개 이하인 경우 보충 → 지도서 86쪽

☺이 2개 이상인 경우 심화 → 지도서 87쪽

학습 태도 점검 자신의 수업 전반에 대한 태도를 반성하고, 이를 통해 보완해야 할 점을 스스로 점검해 보게 한다.

함께하는 프로젝트

[지도 목표] 게임을 통하여 유한소수와 순환소수로 나타나는 분수의 특징에 익숙해지게 한다.

[지도 방법] 주사위 한 개를 두 번 던져서 규칙에 따라 나온 눈의 수로 분수를 만들고 이를 자연수 또는 소수로 나타낼 때 일일이 나눗셈을 하지 않아도 기약분수로 고친 후 분모의 소인수만으로 해당 분수가 유한소수로 나타날지, 순환소수로 나타날지를 판단할 수 있도록 지도한다.

탐구 과제

[풀이]

1 (1) $\frac{4}{2}=2$로 자연수이다.

따라서 말을 1칸 움직인다.

(2) $\frac{5}{3}$로 분모의 소인수가 3이므로 순환소수이다.

따라서 말을 3칸 움직인다.

(3) $\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$으로 분모의 소인수가 2뿐이므로 유한소수이다.

따라서 말을 2칸 움직인다.

2 말 A를 가진 모둠이 이기기 위해서는 말을 3칸 움직여야 한다.

즉, 규칙 ❶에 의해 만든 분수가 순환소수이어야 한다.

따라서 주사위 한 개를 두 번 던져서 나온 눈의 수가 차례로 다음과 같으면 말 A를 가진 모둠이 이기게 된다.

(첫 번째 나온 눈의 수, 두 번째 나온 눈의 수)

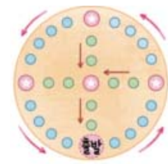
⇨ (1, 3), (2, 3), (4, 3), (5, 3),

(1, 6), (2, 6), (4, 6), (5, 6)

함께하는 프로젝트

소수를 이용한 주사위 게임 하기

모둠별로 주사위 던지는 순서를 정하고, 오른쪽 그림과 같은 말판의 '출발'이라고 적힌 칸에 각 모둠의 말을 놓은 다음 아래 규칙에 따라 게임을 하여 보자.



규칙

❶ 주사위 한 개를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 분자, 두 번째 나온 눈의 수를 분모로 하는 분수를 만든다.

❷ ❶에서 만든 분수를 자연수 또는 소수로 나타낼 때, 각 경우에 따라 다음과 같이 말을 움직인다.
- 자연수이면 1칸을 움직인다.
- 유한소수이면 2칸을 움직인다.
- 순환소수이면 3칸을 움직인다.

❸ 말은 '출발'이라고 적힌 칸에서 시작하여 규칙에 따라 화살표 방향으로 움직인다. 단, 말이 분홍색 칸에 멈출 경우에는 '출발'이라고 적힌 칸과 가까운 방향으로 진행 방향을 바꾼다.

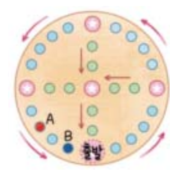
❹ 각 모둠이 순서대로 주사위를 던진 다음 말을 움직여 다시 출발 칸에 먼저 돌아오는 모둠이 이긴다.

탐구 과제

1 주사위 한 개를 두 번 던져서 나온 눈의 수가 차례로 다음과 같다면, 말을 몇 칸 움직여야 하는지 설명하여 보자.

(1) 4, 2　　(2) 5, 3　　(3) 6, 4

2 오른쪽 그림과 같이 말 A와 말 B가 놓여 있고, 말 A를 가진 모둠이 주사위를 던질 순서라고 하자. 주사위를 두 번 던져서 차례로 어떤 눈의 수가 나와야 말 A를 가진 모둠이 이길 수 있을지 친구들에게 설명하여 보자.



28 12차시

성취기준

[9수01-06] 순환소수의 뜻을 알고, 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.

탐구 과제 평가 기준

1. 유한소수와 순환소수로 나타낼 수 있는 분수를 분모의 소인수로 판단할 수 있는지 평가한다.
2. 순환소수로 나타낼 수 있는 분수를 분모의 소인수로 판단할 때, 주어진 분수를 우선 기약분수로 나타내어야 함에 유의하는지 평가한다.

평가 시 유의 사항

❶ 평가는 구술 평가와 동료 평가로 이루어진다. 구술 평가의 경우 의사소통, 태도 및 실천 역량을 평가하고, 동료 평가의 경우 참여도, 기여도를 중심으로 평가한다.

❷ 평가 항목의 의미를 사전에 간단히 설명하고 동료 평가 시 객관성을 유지하도록 지도한다.

❸ 구술 평가는 수업 중에 하고, 동료 평가는 수업이 끝난 후에 한다.

❹ 구술 평가와 동료 평가의 결과를 반영하여 생활기록부에 세부 능력 및 특기 사항을 기재할 수 있다.

구술 평가 예시

학습 주제		소수를 이용한 주사위 게임 하기						특기 사항
핵심 역량		의사소통			태도 및 실천			
번호	성명	분수가 유한소수로 나타날지, 순환소수로 나타날지를 분모의 소인수를 활용하여 설명할 수 있는가?			탐구 과제를 해결하는 과정에서 모둠원의 의견을 존중하며 모둠원들과 서로 협력하는 태도를 보이는가?			
		상	중	하	상	중	하	

동료 평가 예시

작성자:　　학년　　반　　번　　이름 (　　　　　　　)

평가 내용		참여도			기여도		
번호	성명	주사위의 눈의 수를 이용하여 만든 분수를 자연수나 소수로 나타내는 활동에 적극적으로 참여하였는가?			순환소수가 나오는 경우를 구하는 데 도움을 주었는가?		
		상	중	하	상	중	하

학교 생활기록부 기재 예시

수준	세부 능력 및 특기 사항
상	기약분수로 나타낸 분수에서 분모의 소인수를 보고 주어진 분수가 유한소수로 나타나는지, 순환소수로 나타나는지를 모둠원들에게 논리적으로 설명함. 주사위의 눈의 수를 이용하여 만든 분수를 자연수나 소수로 나타내는 활동에 적극적으로 참여하였으며 탐구 과제를 해결하는 과정에서 모둠원들의 의견을 존중함. 또한, 순환소수로 나타나는 분수를 찾는 탐구 과제를 해결하는 데 의미 있는 기여를 하여 모둠원들로부터 좋은 평가를 받음.
중	기약분수로 나타낸 분수에서 분모의 소인수를 보고 주어진 분수가 유한소수로 나타나는지, 순환소수로 나타나는지를 모둠원들에게 설명함. 주사위의 눈의 수를 이용하여 만든 분수를 자연수나 소수로 나타내는 활동에 성실하게 참여함. 또한, 순환소수로 나타나는 분수를 찾는 탐구 과제를 해결하는 데 의미 있는 기여를 하고자 노력함.
하	기약분수로 나타낸 분수에서 분모의 소인수를 보고 주어진 분수가 유한소수로 나타나는지, 순환소수로 나타나는지를 모둠원들에게 설명하려고 노력함. 주사위의 눈의 수를 이용하여 만든 분수를 자연수나 소수로 나타내는 활동에 참여함.

기초력 향상 문제

●정답 및 풀이 90쪽

1

다음 소수가 유한소수이면 '유', 무한소수이면 '무'를 (　　) 안에 써넣으시오.

(1) 0.12 (　　　)

(2) $0.696969\cdots$ (　　　)

(3) -1.269 (　　　)

(4) $-3.1415926\cdots$ (　　　)

(5) 0.286286 (　　　)

(6) $0.010010001\cdots$ (　　　)

2

다음 분수를 나눗셈을 이용하여 소수로 나타내고, 유한소수, 무한소수로 구분하시오.

(1) $\frac{4}{5}$ $5\overline{)4}$

(2) $\frac{5}{6}$ $6\overline{)5}$

(3) $\frac{7}{8}$ $8\overline{)7}$

(4) $\frac{4}{9}$ $9\overline{)4}$

3

다음 순환소수의 순환마디를 찾고, 순환마디에 점을 찍어 순환소수로 간단히 나타내시오.

(1) $0.464646\cdots$

(2) $2.666\cdots$

(3) $-0.3555\cdots$

(4) $0.5292929\cdots$

(5) $-1.423423423\cdots$

(6) $3.1257257257\cdots$

4

다음 분수를 순환소수로 간단히 나타내시오.

(1) $\frac{7}{6}$

(2) $-\frac{3}{11}$

(3) $\frac{8}{9}$

(4) $-\frac{5}{13}$

기초력 향상 문제

•정답 및 풀이 90쪽

1

다음은 분수의 분모를 소인수분해하여 나타낸 것이다. 분모의 소인수를 말하고, 옳은 것에 ○표를 하시오.

(1) $\frac{3}{8}=\frac{3}{2^3}$

분모의 소인수는 ______이고, 유한소수로 나타낼 수 (있다, 없다).

(2) $\frac{1}{24}=\frac{1}{2^3\times3}$

분모의 소인수는 ______이고, 유한소수로 나타낼 수 (있다, 없다).

(3) $\frac{9}{50}=\frac{9}{2\times5^2}$

분모의 소인수는 ______이고, 유한소수로 나타낼 수 (있다, 없다).

(4) $\frac{7}{60}=\frac{7}{2^2\times3\times5}$

분모의 소인수는 ______이고, 유한소수로 나타낼 수 (있다, 없다).

(5) $\frac{7}{28}=\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2}$

분모의 소인수는 ______이고, 유한소수로 나타낼 수 (있다, 없다).

(6) $\frac{34}{66}=\frac{17}{33}=\frac{17}{3\times11}$

분모의 소인수는 ______이고, 유한소수로 나타낼 수 (있다, 없다).

2

다음 분수를 기약분수로 나타낸 후 분모를 소인수분해하시오. 또, 그 분수를 소수로 나타낼 때, 유한소수로 나타낼 수 있는 것에는 '유', 순환소수로만 나타낼 수 있는 것에는 '순'을 (　　) 안에 써넣으시오.

	기약분수로 나타내기		분모를 소인수분해하기

(1) $\frac{6}{20}=$ ________ $=$ ________

⇨ (　　　　)

(2) $\frac{12}{75}=$ ________ $=$ ________

⇨ (　　　　)

(3) $\frac{32}{66}=$ ________ $=$ ________

⇨ (　　　　)

(4) $\frac{46}{176}=$ ________ $=$ ________

⇨ (　　　　)

(5) $\frac{3}{210}=$ ________ $=$ ________

⇨ (　　　　)

(6) $\frac{36}{270}=$ ________ $=$ ________

⇨ (　　　　)

기초력 향상 문제

•정답 및 풀이 90쪽

1

다음은 분수의 분모를 10의 거듭제곱으로 고쳐서 소수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $\frac{2}{5}=\frac{2\times\square}{5\times\square}=\frac{\square}{10}=\square$

(2) $\frac{3}{8}=\frac{3}{2^3}=\frac{3\times\square^3}{2^3\times\square^3}$
$=\frac{375}{\square}=\square$

(3) $\frac{7}{20}=\frac{7}{2^\square\times5}=\frac{7\times\square}{2^\square\times5\times\square}$
$=\frac{35}{\square}=\square$

(4) $\frac{14}{80}=\frac{7}{40}=\frac{7}{2^\square\times5}=\frac{7\times\square^2}{2^\square\times5\times\square^2}$
$=\frac{175}{\square}=\square$

(5) $\frac{9}{25}=\frac{9}{5^\square}=\frac{9\times\square^2}{5^\square\times\square^2}$
$=\frac{36}{\square}=\square$

(6) $\frac{18}{250}=\frac{9}{125}=\frac{9}{5^\square}=\frac{9\times\square^3}{5^\square\times\square^3}$
$=\frac{72}{\square}=\square$

2

다음 분수에 어떤 자연수를 곱하면 유한소수로 나타낼 수 있다. 어떤 자연수 중 가장 작은 자연수를 □ 안에 써넣으시오.

(1) $\frac{2}{5\times7}\times\square$

(2) $\frac{3}{2^3\times11}\times\square$

(3) $\frac{3}{2\times3^3\times5}\times\square$

(4) $\frac{7}{5\times7\times11}\times\square$

(5) $\frac{11}{60}\times\square$

(6) $\frac{6}{140}\times\square$

기초력 향상 문제

●정답 및 풀이 91쪽

1

다음 보기와 같이 순환소수를 분수로 나타내시오.

보기

$0.\dot{4}\dot{3}$

$x=0.\dot{4}\dot{3}=0.434343\cdots$으로 놓으면

$$\begin{array}{rrl} & 100x= & 43.434343\cdots \\ -) & x= & 0.434343\cdots \\ \hline & 99x= & 43 \\ & x= & \dfrac{43}{99} \end{array}$$

(1) $0.\dot{8}$

(2) $0.\dot{2}\dot{9}$

(3) $1.\dot{3}\dot{2}$

(4) $0.\dot{7}5\dot{6}$

2

다음 보기와 같이 순환소수를 분수로 나타내시오.

보기

$0.5\dot{2}$

$x=0.5\dot{2}=0.5222\cdots$로 놓으면

$$\begin{array}{rrl} & 100x= & 52.222\cdots \\ -) & 10x= & 5.222\cdots \\ \hline & 90x= & 47 \\ & x= & \dfrac{47}{90} \end{array}$$

(1) $0.5\dot{6}$

(2) $1.8\dot{7}$

(3) $0.2\dot{3}\dot{4}$

(4) $2.4\dot{3}\dot{5}$

•정답 및 풀이 91쪽

1

다음 소수 중에서 유한소수를 모두 찾으시오.

(1) 3.5 (2) 1.2343434…

(3) 3.1415926… (4) 0.1236912369

2

다음 순환소수의 순환마디를 찾고, 순환마디에 점을 찍어 순환소수를 간단히 나타내시오.

(1) 0.888… (2) 0.3777…

(3) 0.242424… (4) 0.3424242…

3

다음 분수를 소수로 나타낸 후, 순환마디에 점을 찍어 간단히 나타내시오.

(1) $\dfrac{5}{3}$ (2) $\dfrac{8}{11}$

4

두 분수 $\dfrac{5}{11}$와 $\dfrac{4}{37}$를 소수로 나타낼 때, 순환마디의 숫자의 개수를 각각 a, b라 하자. 이때 $a+b$의 값을 구하시오.

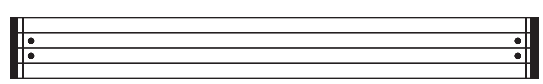
5

분수 $\dfrac{5}{13}$를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100째 자리 수를 구하시오.

6

다음은 각 음계에 0부터 9까지의 숫자를 대응시킨 것이다.

분수 $\dfrac{4}{7}$를 소수로 나타낼 때, 순환마디를 아래의 도돌이표가 그려진 오선지 위에 음계로 나타내시오.



•정답 및 풀이 91쪽

1

다음 보기 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오.

보기

ㄱ. $\dfrac{1}{2^2\times5^3}$ ㄴ. $\dfrac{2}{5}$ ㄷ. $\dfrac{15}{2\times7}$

ㄹ. $\dfrac{21}{3\times5^2\times7}$ ㅁ. $\dfrac{14}{48}$

2

다음은 분수 $\dfrac{9}{50}$의 분모를 10의 거듭제곱으로 고쳐서 유한소수로 나타내는 과정이다. 이때 $A+B$의 값을 구하시오.

$$\frac{9}{50}=\frac{9}{2\times5^2}=\frac{9\times A}{2\times5^2\times A}=\frac{18}{B}=0.18$$

3

분수 $\dfrac{3}{125}$을 $\dfrac{a}{10^n}$의 형태로 바꾸어 유한소수로 나타내려고 한다. a, n이 자연수일 때, $a+n$의 최솟값을 구하시오.

4

분수 $\dfrac{5}{30}\times A$를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 가장 작은 자연수 A의 값을 구하시오.

5

분수 $\dfrac{3}{2\times a}$을 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. a의 값이 될 수 있는 한 자리 자연수의 개수를 구하시오.

6

두 분수 $\dfrac{1}{6}$과 $\dfrac{3}{5}$ 사이의 분수 중에서 분모가 30이고, 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하시오.

•정답 및 풀이 92쪽

1

다음은 순환소수 $0.2\dot{6}\dot{3}$을 분수로 나타내는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$0.2\dot{6}\dot{3}$을 x라고 하면

$x=0.2636363\cdots$

$$\begin{array}{rl} 1000x= & \square \\ -\big)\ \square x= & 2.636363\cdots \\ \hline 990x= & \square \\ x= & \square \end{array}$$

2

다음 보기 중에서 순환소수 $x=0.\dot{8}$에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 찾으시오.

보기

ㄱ. 순환마디는 8이다.

ㄴ. $100x-10x=8$이다.

ㄷ. 분수로 나타내면 $\frac{8}{9}$이다.

ㄹ. 0.888보다 작다.

3

다음 순환소수를 분수로 나타내시오.

(1) $0.\dot{7}$ (2) $0.1\dot{4}\dot{2}$

4

순환소수 $0.\dot{3}\dot{6}$에 자연수 a를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때 가장 작은 자연수 a의 값을 구하시오.

5

다음 보기 중에서 옳지 않은 것을 모두 찾으시오.

보기

ㄱ. 모든 정수는 유리수이다.

ㄴ. 원주율 π는 유리수이다.

ㄷ. 모든 순환소수는 무한소수이다.

ㄹ. 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.

6

순환소수 $2.2\dot{6}$을 분수로 나타내면 $\frac{a}{90}$이고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{34}{b}$이다. 이때 $a-b$의 값을 구하시오.

단원 평가

•정답 및 풀이 92쪽

01 다음 중에서 순환소수와 그 순환마디를 잘못 짝 지은 것은?

① 0.727272⋯, 27
② 0.2343434⋯, 34
③ 1.212121⋯, 21
④ 34.34434343⋯, 43
⑤ 120.080808⋯, 08

02 다음 분수를 소수로 나타낼 때, 유한소수인 것은?

① $\frac{5}{30}$ ② $\frac{2}{64}$ ③ $\frac{4}{2^2\times3}$
④ $\frac{15}{3^2\times5}$ ⑤ $\frac{2}{15}$

03 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기
ㄱ. 0.42는 분수로 나타낼 수 없다.
ㄴ. $\frac{3}{8}$을 소수로 나타내면 순환소수이다.
ㄷ. $0.\dot{2}4\dot{6}$은 무한소수이다.
ㄹ. $\frac{11}{33}$은 유한소수로 나타낼 수 있다.

① ㄷ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄹ
④ ㄷ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

04 다음 보기 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기
ㄱ. $\frac{17}{33}$ ㄴ. $\frac{15}{2^2\times3\times5^2}$
ㄷ. $\frac{12}{60}$ ㄹ. $\frac{25}{5^2\times7}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

05 분수 $\frac{17}{280}\times A$가 유한소수로 나타날 때, 가장 작은 자연수 A의 값은?

① 2 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

06 분수 $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \cdots, \frac{1}{100}$ 중에서 순환소수로만 나타낼 수 있는 수는 모두 몇 개인가?

① 15개 ② 30개 ③ 50개
④ 70개 ⑤ 85개

07 분수 $\frac{x}{450}$를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{6}{y}$이 된다. x가 100보다 크고 110보다 작은 자연수일 때, $x-y$의 값은?

① 81 ② 82 ③ 83
④ 84 ⑤ 85

08 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① 분모의 소인수가 2뿐인 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
② 분모의 소인수가 2와 3뿐인 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 없다.
③ 순환소수로만 나타낼 수 있는 기약분수는 그 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있다.
④ 분모가 30인 모든 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
⑤ 분모가 50인 모든 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

09 다음은 순환소수 $0.\dot{4}\dot{7}$을 분수로 나타내는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수로 짝 지어진 것은?

> 순환소수 $0.\dot{4}\dot{7}$을 x라고 하면
> $x=0.474747\cdots$ ······ ㉠
> ㉠의 양변에 $\square$을/를 곱하면
> $\square x=47.474747\cdots$ ······ ㉡
> ㉡$-$㉠을 하면
> $\square x=\square$, $x=\square$

① 10, 100, 99, 47, $\frac{47}{99}$
② 100, 10, 100, 47, $\frac{47}{100}$
③ 100, 100, 99, 47, $\frac{47}{99}$
④ 1000, 1000, 900, 47, $\frac{47}{900}$
⑤ 1000, 1000, 999, 47, $\frac{47}{999}$

10 순환소수 $4.\dot{5}$에 자연수 a를 곱한 값이 자연수가 될 때, a가 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

• 정답 및 풀이 93쪽

11 순환소수 $0.\dot{6}$의 역수를 a, $0.\dot{2}\dot{7}$의 역수를 b라고 할 때, ab의 값은?

① $\frac{1}{3}$　　② $\frac{27}{8}$　　③ $\frac{27}{7}$

④ $\frac{9}{2}$　　⑤ $\frac{27}{5}$

12 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ. 순환소수는 무한소수이다.
ㄴ. 무한소수는 순환소수이다.
ㄷ. 순환소수는 유리수이다.
ㄹ. 유한소수는 유리수이다.
ㅁ. 무한소수는 유리수이다.

① ㄱ, ㄴ　　② ㄴ, ㄷ　　③ ㄱ, ㄷ, ㄹ

④ ㄴ, ㄷ, ㅁ　　⑤ ㄷ, ㄹ, ㅁ

13 $0.\dot{1}$과 0.6 사이의 분수 중에서 분모가 45이고, 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 모두 몇 개인지 구하시오.

서술형

14 분수 $\frac{3}{250}$을 $\frac{a}{10^n}$의 형태로 고칠 때, $a+n$의 최솟값을 구하시오. (단, a, n은 자연수)

15 순환소수 $0.1\dot{3}$을 기약분수로 나타낼 때, 분자와 분모의 합을 구하시오.

16 서로소인 두 자연수 a, b에 대하여 $0.0\dot{8}\times\frac{b}{a}=0.\dot{3}$일 때, $b-a$의 값을 구하시오.

보충 문제

•정답 및 풀이 94쪽

01 분수 $\frac{6}{11}$을 나눗셈을 이용하여 소수로 나타내면 오른쪽과 같다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 순환마디를 말하시오.

(2) 순환소수 0.545454…를 순환마디에 점을 찍어 간단히 나타내시오.

$$\begin{array}{r} 0.5\,4\,5\,4\,\cdots \\ 11\,\overline{)\,6} \\ \underline{5\,5} \\ 5\,0 \\ \underline{4\,4} \\ 6\,0 \\ \underline{5\,5} \\ 5\,0 \\ \underline{4\,4} \\ 6 \\ \vdots \end{array}$$

02 다음 순환소수의 순환마디를 말하시오.

(1) 0.233333…

(2) 1.949494…

(3) 0.3275275275…

03 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오.

(1) $\frac{9}{4}$　　(2) $\frac{3}{51}$

(3) $\frac{5}{3\times4}$　　(4) $\frac{9}{2\times3\times5}$

04 다음은 각 분수의 분모, 분자에 가장 작은 자연수를 곱하여 분모를 10의 거듭제곱으로 고쳐서 소수로 나타내는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $\frac{7}{20}=\frac{7\times\square}{2^2\times5\times\square}=\frac{\square}{10^2}=\square$

(2) $\frac{3}{8}=\frac{3\times\square}{2^3\times\square}=\frac{\square}{10^3}=\square$

(3) $\frac{6}{125}=\frac{6\times\square}{5^3\times\square}=\frac{\square}{10^{\square}}=\square$

05 다음 각 분수에 어떤 자연수를 곱하여 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 곱하는 자연수 중에서 가장 작은 수를 $\square$ 안에 써넣으시오.

(1) $\frac{1}{2\times3}\times\square$

(2) $\frac{3}{2^2\times3\times7}\times\square$

(3) $\frac{2}{3\times5\times11}\times\square$

심화 문제

•정답 및 풀이 94쪽

01 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$를 분수로 나타내면 $\frac{17}{33}$일 때, 순환소수 $0.\dot{b}\dot{a}$를 기약분수로 나타내시오.

(단, a, b는 한 자리 자연수이다.)

02 분수 $\frac{4}{27}$를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 101째 자리 수를 a라 하고, 순환소수 $2.00\dot{1}\dot{7}$의 소수점 아래 100째 자리 수를 b라고 하자. 이때 $a+b$의 값을 구하시오.

03 분수 $\frac{6}{x\times5^2}$을 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. x가 10 미만의 자연수일 때, x의 값이 될 수 있는 것을 모두 구하시오.

04 두 수 a, b가 각각 한 자리 자연수일 때, 분수 $\frac{a}{2^2\times3\times5\times b}$를 소수로 나타내면 유한소수가 되도록 하는 순서쌍 (a, b)의 개수를 구하시오.

05 두 자연수 a, b에 대하여 정수가 아닌 유리수 $\frac{a}{b}$를 소수로 나타내면 그 소수는 유한소수 또는 무한소수가 된다. $\frac{a}{b}$를 소수로 나타내어 무한소수가 될 때, a를 계속하여 b로 나누면 소수점 아래 각 자리에서 나타나는 나머지는 적어도 b번째 안에 같은 수가 다시 나타나게 된다. 그 이유를 설명하시오.

활동지

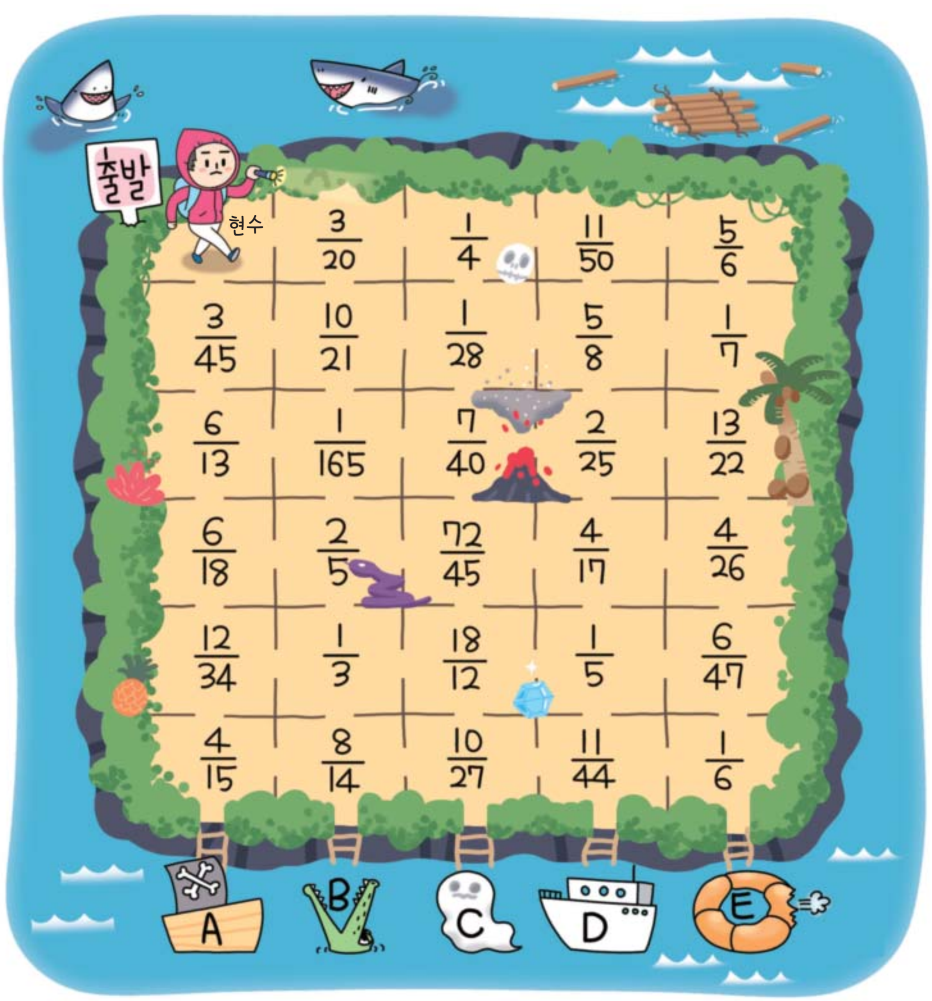
학년 반 번 이름 |

유한소수와 무한소수 미로 탈출하기

다음 그림은 어떤 무인도에 있는 미로의 일부분이다. 이 미로에서 이동하는 규칙이 다음과 같을 때, 현수는 A, B, C, D, E 중 어느 출구로 나가게 되는지 찾아보자.

규칙

- 유한소수로 나타낼 수 있는 분수가 적혀 있는 방으로 들어가면 그 옆방이나 그 아랫방으로 갈 수 있다.
- 무한소수로 나타낼 수 있는 분수가 적혀 있는 방으로 들어가면 더 이상 진행할 수 없다.



활동지

학년 반 번 이름 |

순환소수로 만들어진 암호 풀기

다음에서 왼쪽의 순환소수를 분수로 나타낸 후, 오른쪽에서 답을 찾아 선을 그어 해당하는 알파벳을 문제 번호 순서대로 적어 보자.

1	$0.\dot{4}$	$\frac{622}{99}$	(U)
2	$3.\dot{1}$	$\frac{13}{55}$	(Y)
3	$6.\dot{2}\dot{8}$	$\frac{4}{9}$	(S)
4	$0.4\dot{8}$	$\frac{2}{37}$	(H)
5	$0.2\dot{3}\dot{6}$	$\frac{173}{55}$	(R)
6	$0.\dot{0}5\dot{4}$	$\frac{197}{450}$	(D)
7	$0.\dot{7}\dot{2}$	$\frac{28}{9}$	(T)
8	$3.1\dot{4}\dot{5}$	$\frac{8}{11}$	(A)
9	$0.43\dot{7}$	$\frac{22}{45}$	(D)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
____	____	____	____	____	____	____	____	____

기초력 향상 문제 — Ⅰ-1. 순환소수

1 (1) 유 (2) 무 (3) 유 (4) 무 (5) 유 (6) 무

2 (1) 0.8, 유한소수 (2) 0.8333…, 무한소수

(3) 0.875, 유한소수 (4) 0.444…, 무한소수

3 (1) 46, $0.\dot{4}\dot{6}$ (2) 6, $2.\dot{6}$ (3) 5, $-0.3\dot{5}$ (4) 29, $0.5\dot{2}\dot{9}$

(5) 423, $-1.\dot{4}2\dot{3}$ (6) 257, $3.1\dot{2}5\dot{7}$

4 (1) $1.1\dot{6}$ (2) $-0.\dot{2}\dot{7}$ (3) $0.\dot{8}$ (4) $-0.\dot{3}8461\dot{5}$

2 (1) $\frac{4}{5}=0.8$ ⇨ 유한소수 (2) $\frac{5}{6}=0.8333\cdots$ ⇨ 무한소수

(3) $\frac{7}{8}=0.875$ ⇨ 유한소수 (4) $\frac{4}{9}=0.444\cdots$ ⇨ 무한소수

3 (1) 순환마디: 46, $0.464646\cdots=0.\dot{4}\dot{6}$

(2) 순환마디: 6, $2.666\cdots=2.\dot{6}$

(3) 순환마디: 5, $-0.3555\cdots=-0.3\dot{5}$

(4) 순환마디: 29, $0.5292929\cdots=0.5\dot{2}\dot{9}$

(5) 순환마디: 423, $-1.423423423\cdots=-1.\dot{4}2\dot{3}$

(6) 순환마디: 257, $3.1257257257\cdots=3.1\dot{2}5\dot{7}$

기초력 향상 문제 — Ⅰ-2. 유리수의 소수 표현 ①

1 (1) 2, 있다 (2) 2, 3, 없다 (3) 2, 5, 있다

(4) 2, 3, 5, 없다 (5) 2, 있다 (6) 3, 11, 없다

2 (1) $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{2\times5}$, 유 (2) $\frac{4}{25}$, $\frac{4}{5^2}$, 유 (3) $\frac{16}{33}$, $\frac{16}{3\times11}$, 순

(4) $\frac{23}{88}$, $\frac{23}{2^3\times11}$, 순 (5) $\frac{1}{70}$, $\frac{1}{2\times5\times7}$, 순 (6) $\frac{2}{15}$, $\frac{2}{3\times5}$, 순

2 (1) $\frac{6}{20}=\frac{3}{10}=\frac{3}{2\times5}$ ⇨ 유한소수

(2) $\frac{12}{75}=\frac{4}{25}=\frac{4}{5^2}$ ⇨ 유한소수

(3) $\frac{32}{66}=\frac{16}{33}=\frac{16}{3\times11}$ ⇨ 순환소수

(4) $\frac{46}{176}=\frac{23}{88}=\frac{23}{2^3\times11}$ ⇨ 순환소수

(5) $\frac{3}{210}=\frac{1}{70}=\frac{1}{2\times5\times7}$ ⇨ 순환소수

(6) $\frac{36}{270}=\frac{2}{15}=\frac{2}{3\times5}$ ⇨ 순환소수

기초력 향상 문제 — Ⅰ-2. 유리수의 소수 표현 ②

1 (1) 2, 2, 4, 0.4 (2) 5, 5, 1000, 0.375

(3) 2, 5, 2, 5, 100, 0.35 (4) 3, 5, 3, 5, 1000, 0.175

(5) 2, 2, 2, 2, 100, 0.36 (6) 3, 2, 3, 2, 1000, 0.072

2 (1) 7 (2) 11 (3) 9 (4) 11 (5) 3 (6) 7

1 (1) $\frac{2}{5}=\frac{2\times\boxed{2}}{5\times\boxed{2}}=\frac{\boxed{4}}{10}=\boxed{0.4}$

(2) $\frac{3}{8}=\frac{3}{2^3}=\frac{3\times\boxed{5}^3}{2^3\times\boxed{5}^3}=\frac{375}{\boxed{1000}}=\boxed{0.375}$

(3) $\frac{7}{20}=\frac{7}{2^{\boxed{2}}\times5}=\frac{7\times\boxed{5}}{2^{\boxed{2}}\times5\times\boxed{5}}$

$=\frac{35}{\boxed{100}}=\boxed{0.35}$

(4) $\frac{14}{80}=\frac{7}{40}=\frac{7}{2^{\boxed{3}}\times5}=\frac{7\times\boxed{5}^2}{2^{\boxed{3}}\times5\times\boxed{5}^2}$

$=\frac{175}{\boxed{1000}}=\boxed{0.175}$

(5) $\frac{9}{25}=\frac{9}{5^{\boxed{2}}}=\frac{9\times\boxed{2}^2}{5^{\boxed{2}}\times\boxed{2}^2}=\frac{36}{\boxed{100}}=\boxed{0.36}$

(6) $\frac{18}{250}=\frac{9}{125}=\frac{9}{5^{\boxed{3}}}=\frac{9\times\boxed{2}^3}{5^{\boxed{3}}\times\boxed{2}^3}$

$=\frac{72}{\boxed{1000}}=\boxed{0.072}$

2 (1) 분모의 소인수가 5가 되도록 하는 가장 작은 자연수 7을 곱한다.

(2) 분모의 소인수가 2가 되도록 하는 가장 작은 자연수 11을 곱한다.

(3) $\frac{3}{2\times3^3\times5}=\frac{1}{2\times3^2\times5}$이므로 분모의 소인수가 2 또는 5가 되도록 하는 가장 작은 자연수 9를 곱한다.

(4) $\frac{7}{5\times7\times11}=\frac{1}{5\times11}$이므로 분모의 소인수가 5가 되도록 하는 가장 작은 자연수 11을 곱한다.

(5) $\frac{11}{60}=\frac{11}{2^2\times3\times5}$이므로 분모의 소인수가 2 또는 5가 되도록 하는 가장 작은 자연수 3을 곱한다.

(6) $\frac{6}{140}=\frac{3}{70}=\frac{3}{2\times5\times7}$이므로 분모의 소인수가 2 또는 5가 되도록 하는 가장 작은 자연수 7을 곱한다.

기초력 향상 문제 Ⅰ-3. 순환소수의 분수 표현

1 (1) $\frac{8}{9}$ (2) $\frac{29}{99}$ (3) $\frac{131}{99}$ (4) $\frac{28}{37}$

2 (1) $\frac{17}{30}$ (2) $\frac{169}{90}$ (3) $\frac{116}{495}$ (4) $\frac{2411}{990}$

1 (1) $x=0.\dot{8}=0.888\cdots$로 놓으면

$$\begin{array}{rl} 10x=8.888\cdots & \\ -\big)\quad x=0.888\cdots & \\ \hline 9x=8 & \qquad x=\frac{8}{9} \end{array}$$

(2) $x=0.\dot{2}\dot{9}=0.292929\cdots$로 놓으면

$$\begin{array}{rl} 100x=29.292929\cdots & \\ -\big)\quad x=\ \ 0.292929\cdots & \\ \hline 99x=29 & \qquad x=\frac{29}{99} \end{array}$$

(3) $x=1.\dot{3}\dot{2}=1.323232\cdots$로 놓으면

$$\begin{array}{rl} 100x=132.323232\cdots & \\ -\big)\quad x=\ \ \ 1.323232\cdots & \\ \hline 99x=131 & \qquad x=\frac{131}{99} \end{array}$$

(4) $x=0.\dot{7}5\dot{6}=0.756756\cdots$으로 놓으면

$$\begin{array}{rl} 1000x=756.756756\cdots & \\ -\big)\quad x=\ \ \ 0.756756\cdots & \\ \hline 999x=756 & \qquad x=\frac{28}{37} \end{array}$$

2 (1) $x=0.5\dot{6}=0.5666\cdots$으로 놓으면

$$\begin{array}{rl} 100x=56.666\cdots & \\ -\big)\quad 10x=\ \ 5.666\cdots & \\ \hline 90x=51 & \qquad x=\frac{17}{30} \end{array}$$

(2) $x=1.8\dot{7}=1.8777\cdots$로 놓으면

$$\begin{array}{rl} 100x=187.777\cdots & \\ -\big)\quad 10x=\ \ 18.777\cdots & \\ \hline 90x=169 & \qquad x=\frac{169}{90} \end{array}$$

(3) $x=0.2\dot{3}\dot{4}=0.2343434\cdots$로 놓으면

$$\begin{array}{rl} 1000x=234.343434\cdots & \\ -\big)\quad 10x=\ \ \ 2.343434\cdots & \\ \hline 990x=232 & \qquad x=\frac{116}{495} \end{array}$$

(4) $x=2.4\dot{3}\dot{5}=2.4353535\cdots$로 놓으면

$$\begin{array}{rl} 1000x=2435.353535\cdots & \\ -\big)\quad 10x=\ \ \ 24.353535\cdots & \\ \hline 990x=2411 & \qquad x=\frac{2411}{990} \end{array}$$

소단원 평가 Ⅰ-1. 순환소수

1 (1), (4) **2** (1) 8, $0.\dot{8}$ (2) 7, $0.3\dot{7}$ (3) 24, $0.\dot{2}\dot{4}$ (4) 42, $0.3\dot{4}\dot{2}$

3 (1) $1.666\cdots$, $1.\dot{6}$ (2) $0.727272\cdots$, $0.\dot{7}\dot{2}$ **4** 5

5 6 **6** 풀이 참조

1 (1) 유한소수 (2) 무한소수 (3) 무한소수 (4) 유한소수
따라서 유한소수인 것은 (1), (4)이다.

2 (1) $0.888\cdots$에서 순환마디는 8이고 순환마디에 점을 찍어 간단히 나타내면 $0.\dot{8}$이다.

(2) $0.3777\cdots$에서 순환마디는 7이고 순환마디에 점을 찍어 간단히 나타내면 $0.3\dot{7}$이다.

(3) $0.242424\cdots$에서 순환마디는 24이고 순환마디에 점을 찍어 간단히 나타내면 $0.\dot{2}\dot{4}$이다.

(4) $0.3424242\cdots$에서 순환마디는 42이고 순환마디에 점을 찍어 간단히 나타내면 $0.3\dot{4}\dot{2}$이다.

3 (1) $\frac{5}{3}=1.666\cdots=1.\dot{6}$

(2) $\frac{8}{11}=0.727272\cdots=0.\dot{7}\dot{2}$

4 $\frac{5}{11}=0.454545\cdots$에서 4, 5의 2개의 숫자가 반복되므로 $a=2$이고, $\frac{4}{37}=0.108108108\cdots$에서 1, 0, 8의 3개의 숫자가 반복되므로 $b=3$이다. 따라서 $a+b=2+3=5$이다.

5 $\frac{5}{13}=0.\dot{3}8461\dot{5}$에서 3, 8, 4, 6, 1, 5의 6개의 숫자가 반복된다. $100=6\times16+4$이므로 소수점 아래 100째 자리 수는 6이다.

6 $\frac{4}{7}=0.\dot{5}7142\dot{8}$이므로 이 소수의 순환마디를 도돌이표가 그려진 오선지 위에 음계로 나타내면 다음과 같다.

라 도 레 솔 미 레

소단원 평가 Ⅰ-2. 유리수의 소수 표현

1 ㄱ, ㄴ, ㄹ **2** 102 **3** 27 **4** 3 **5** 7 **6** 4

1 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 $\frac{1}{2^2\times5^3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{21}{3\times5^2\times7}=\frac{1}{5^2}$이다.
따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

2 $\frac{9}{50}=\frac{9}{2\times5^2}=\frac{9\times2}{2\times5^2\times2}=\frac{18}{100}=0.18$이므로
$A=2$, $B=100$이다. 따라서 $A+B=102$이다.

3 $\frac{3}{125}=\frac{3}{5^3}=\frac{3\times2^3}{5^3\times2^3}=\frac{24}{10^3}$이므로 a의 최솟값은 24이고 n의 최솟값은 3이다.
따라서 $a+n$의 최솟값은 $24+3=27$이다.

4 $\frac{5}{30}=\frac{1}{6}=\frac{1}{2\times3}$이므로 A의 값은 3의 배수이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 A의 값은 3이다.

5 $\frac{3}{2\times a}$을 유한소수로 나타낼 수 있으려면 a의 값은 소인수가 2나 5뿐인 수 또는 3의 약수 또는 이들의 곱으로 이루어진 수이어야 한다. 따라서 a의 값이 될 수 있는 한 자리 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8로 그 개수는 7이다.

6 $\frac{1}{6}=\frac{5}{30}$, $\frac{3}{5}=\frac{18}{30}$이므로 분모가 30인 분수를 $\frac{A}{30}$라고 하면 A는 5와 18 사이에 있는 자연수이다. 이때
$\frac{A}{30}=\frac{A}{2\times3\times5}$를 유한소수로 나타낼 수 있으려면 A는 3의 배수이어야 한다. 따라서 A는 5와 18 사이의 자연수 중에서 3의 배수인 6, 9, 12, 15이므로 구하는 분수의 개수는 4이다.

소단원 평가 I-3. 순환소수의 분수 표현

1 263.636363⋯, 10, 261, $\frac{29}{110}$ **2** ㄴ, ㄹ
3 (1) $\frac{7}{9}$ (2) $\frac{47}{330}$ **4** 11 **5** ㄴ, ㄹ **6** 189

1 $0.2\dot{6}\dot{3}$을 x라고 하면
$x=0.2636363\cdots$

$$\begin{array}{rrl} & 1000x= & \boxed{263.636363\cdots} \\ -) & \boxed{10}\,x= & \quad 2.636363\cdots \\ \hline & 990x= & \boxed{261} \\ & x= & \boxed{\frac{29}{110}} \end{array}$$

2 ㄴ. $10x-x=8$이다.
ㄹ. $0.\dot{8}=0.888\cdots$이므로 0.888보다 크다.
따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

3 (1) $0.\dot{7}$을 x라 하고, $10x-x$를 계산하면
$9x=7$, $x=\frac{7}{9}$
(2) $0.\dot{1}4\dot{2}$를 x라 하고, $1000x-10x$를 계산하면
$990x=141$, $x=\frac{47}{330}$

4 $0.\dot{3}\dot{6}$을 x라 하고, $100x-x$를 계산하면
$99x=36$, $x=\frac{4}{11}$
$\frac{4}{11}\times a$가 자연수이므로 a의 값은 11의 배수이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 a의 값은 11이다.

5 ㄴ. 원주율 π는 순환소수가 아닌 무한소수이므로 유리수가 아니다.
ㄹ. 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

6 $2.2\dot{6}$을 x라 하고, $100x-10x$를 계산하면
$90x=204$, $x=\frac{204}{90}=\frac{34}{15}$
즉, $a=204$, $b=15$이므로 $a-b=204-15=189$

단원 평가 I. 유리수와 순환소수

01 ①	**02** ②	**03** ①	**04** ③	**05** ④	**06** ⑤	**07** ③
08 ④	**09** ③	**10** ③	**11** ⑤	**12** ③	**13** 2개	**14** 15
15 17	**16** 11					

01 ① $0.727272\cdots=0.\dot{7}\dot{2}$, 순환마디 72

02 ① $\frac{5}{30}=\frac{1}{6}=\frac{1}{2\times3}$ ⇨ 무한소수
② $\frac{2}{64}=\frac{1}{32}=\frac{1}{2^5}$ ⇨ 유한소수
③ $\frac{4}{2^2\times3}=\frac{1}{3}$ ⇨ 무한소수
④ $\frac{15}{3^2\times5}=\frac{1}{3}$ ⇨ 무한소수
⑤ $\frac{2}{15}=\frac{2}{3\times5}$ ⇨ 무한소수
따라서 유한소수인 것은 ②이다.

03 ㄱ. $0.42=\frac{21}{50}$　　ㄴ. $\frac{3}{8}=0.375$ ⇨ 유한소수

ㄷ. $0.\dot{2}4\dot{6}=0.246246246\cdots$ ⇨ 무한소수

ㄹ. $\frac{11}{33}=\frac{1}{3}=0.\dot{3}$ ⇨ 무한소수

따라서 옳은 것은 ① ㄷ이다.

04 ㄱ. $\frac{17}{33}=\frac{17}{3\times11}$　　ㄴ. $\frac{15}{2^2\times3\times5^2}=\frac{1}{2^2\times5}$

ㄷ. $\frac{12}{60}=\frac{1}{5}$　　ㄹ. $\frac{25}{5^2\times7}=\frac{1}{7}$

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 ③ ㄴ, ㄷ이다.

05 $280=2^3\times5\times7$이므로 유한소수가 되려면 A가 7의 배수이어야 한다. 따라서 가장 작은 자연수 A의 값은 ④ 7이다.

06 순환소수로만 나타낼 수 있는 수의 개수는 $\frac{1}{1}$과 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{40}$, $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{64}$, $\frac{1}{80}$, $\frac{1}{100}$의 14개를 제외한 ⑤ 85개이다.

07 $\frac{x}{450}=\frac{x}{2\times3^2\times5^2}$이므로 x는 9의 배수이어야 한다.

따라서 x는 9의 배수이면서 100보다 크고 110보다 작은 자연수이어야 하므로 $x=108$이다.

$\frac{x}{450}$에 $x=108$을 대입하면 $\frac{108}{450}=\frac{6}{25}$이므로 $y=25$

따라서 $x-y=83$이다.

08 ④ $30=2\times3\times5$에서 분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

09 순환소수 $0.\dot{4}\dot{7}$을 x라고 하면

$x=0.474747\cdots$　　$\cdots\cdots$ ㉠

㉠의 양변에 $\boxed{100}$을 곱하면

$\boxed{100}\,x=47.474747\cdots$　　$\cdots\cdots$ ㉡

㉡−㉠을 하면　$\boxed{99}\,x=\boxed{47}$, $x=\boxed{\frac{47}{99}}$

10 $x=4.\dot{5}$라 하고, $10x-x$를 계산하면　$9x=41$, $x=\frac{41}{9}$

따라서 a가 될 수 있는 가장 작은 자연수는 9이다.

11 $0.\dot{6}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$이므로 $a=\frac{3}{2}$이고, $0.2\dot{7}=\frac{25}{90}=\frac{5}{18}$이므로 $b=\frac{18}{5}$이다. 따라서 $ab=\frac{3}{2}\times\frac{18}{5}=\frac{27}{5}$이다.

12 ㄴ. 무한소수 중에는 π와 같이 순환소수가 아닌 무한소수도 있다.

ㅁ. 순환소수가 아닌 무한소수는 유리수가 아니다.

따라서 옳은 것은 ③ ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

13 $0.\dot{1}=\frac{1}{9}=\frac{5}{45}$, $0.6=\frac{3}{5}=\frac{27}{45}$이므로 분모가 45인 분수를 $\frac{A}{45}$라고 하면 A는 5와 27 사이에 있는 자연수이다. 이때 $\frac{A}{45}=\frac{A}{3^2\times5}$를 유한소수로 나타낼 수 있으려면 A는 9의 배수이어야 한다. 따라서 A는 5와 27 사이에 있는 자연수 중에서 9의 배수인 9, 18이므로 구하는 분수는 2개이다.

14 $\frac{3}{250}=\frac{3}{2\times5^3}$이므로 이를 $\frac{a}{10^n}$의 형태로 고칠 때, n의 값이 최소이려면 분자, 분모에 2^2을 곱해야 한다.　(가)

$\frac{3}{250}=\frac{3}{2\times5^3}=\frac{3\times2^2}{2\times5^3\times2^2}=\frac{12}{10^3}$에서 a와 n의 최솟값은 $a=12$, $n=3$이다.

따라서 $a+n$의 최솟값은 15이다.　(나)

채점 기준	배점 비율
(가) 250을 소인수분해하여 2^2을 분자, 분모에 곱해야 함을 알기	70 %
(나) 조건을 만족시키는 $a+n$의 최솟값 구하기	30 %

15 $0.1\dot{3}$을 x라고 하면

$x=0.1333\cdots$

$$\begin{array}{rl} & 100x=13.333\cdots \\ -) & 10x=\ \ 1.333\cdots \\ \hline & 90x=12 \end{array}$$

$x=\frac{12}{90}=\frac{2}{15}$　(가)

따라서 분자와 분모의 합은 $2+15=17$이다.　(나)

채점 기준	배점 비율
(가) $0.1\dot{3}$을 기약분수로 나타내기	80 %
(나) 조건을 만족시키는 값 구하기	20 %

16 $0.0\dot{8}\times\frac{b}{a}=0.\dot{3}$에서 $\frac{4}{45}\times\frac{b}{a}=\frac{1}{3}$이므로 $\frac{b}{a}=\frac{15}{4}$이다.　(가)

따라서 $a=4$, $b=15$이므로 $b-a=11$이다.　(나)

채점 기준	배점 비율
(가) $0.0\dot{8}$과 $0.\dot{3}$을 분수로 나타내어 $\frac{b}{a}$ 구하기	80 %
(나) 조건을 만족시키는 $b-a$의 값 구하기	20 %

보충 문제　Ⅰ. 유리수와 순환소수

01 (1) 54 (2) $0.\dot{5}\dot{4}$　**02** (1) 3 (2) 94 (3) 275　**03** (1), (4)
04 (1) 5, 5, 35, 0.35 (2) 5^3, 5^3, 375, 0.375
(3) 2^3, 2^3, 48, 3, 0.048
05 (1) 3 (2) 7 (3) 33

01 (1) 0.545454⋯에서 되풀이되는 부분은 54이므로 순환마디는 54이다.
(2) $0.545454\cdots=0.\dot{5}\dot{4}$

02 (1) 0.23333⋯의 순환마디는 3이다.
(2) 1.949494⋯의 순환마디는 94이다.
(3) 0.3275275275⋯의 순환마디는 275이다.

03 (1) $\dfrac{9}{4}=\dfrac{9}{2^2}$
(2) $\dfrac{3}{51}=\dfrac{1}{17}$
(3) $\dfrac{5}{3\times4}=\dfrac{5}{3\times2^2}$
(4) $\dfrac{9}{2\times3\times5}=\dfrac{3}{2\times5}$
따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 기약분수로 나타낼 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 (1), (4)이다.

04 (1) $\dfrac{7}{20}=\dfrac{7\times\boxed{5}}{2^2\times5\times\boxed{5}}=\dfrac{\boxed{35}}{10^2}=\boxed{0.35}$
(2) $\dfrac{3}{8}=\dfrac{3\times\boxed{5^3}}{2^3\times\boxed{5^3}}=\dfrac{\boxed{375}}{10^3}=\boxed{0.375}$
(3) $\dfrac{6}{125}=\dfrac{6\times\boxed{2^3}}{5^3\times\boxed{2^3}}=\dfrac{\boxed{48}}{10^{\boxed{3}}}=\boxed{0.048}$

05 (1) 곱하는 자연수는 3의 배수이어야 한다. 따라서 구하는 가장 작은 자연수는 3이다.
(2) $\dfrac{3}{2^2\times3\times7}=\dfrac{1}{2^2\times7}$이므로 곱하는 자연수는 7의 배수이어야 한다. 따라서 구하는 가장 작은 자연수는 7이다.
(3) 곱하는 자연수는 3×11의 배수이어야 한다. 따라서 구하는 가장 작은 자연수는 33이다.

심화 문제　Ⅰ. 유리수와 순환소수

01 $\dfrac{5}{33}$　**02** 11　**03** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8　**04** 17
05 풀이 참조

01 $\dfrac{17}{33}=0.515151\cdots=0.\dot{5}\dot{1}$이므로 $a=5$, $b=1$이다. 따라서 $0.\dot{b}\dot{a}=0.\dot{1}\dot{5}$이다. $0.\dot{1}\dot{5}$를 x라고 하면

$$\begin{array}{rl} x=0.151515\cdots & \\ 100x=15.151515\cdots & \\ -\big)\quad x=0.151515\cdots & \\ \hline 99x=15 & \\ x=\dfrac{15}{99}=\dfrac{5}{33} & \end{array}$$

02 $\dfrac{4}{27}=0.148148148\cdots=0.\dot{1}4\dot{8}$이므로 순환마디는 148이고 1, 4, 8의 3개의 숫자가 소수점 아래 첫째 자리부터 반복되어 나타난다. $101=3\times33+2$이므로 소수점 아래 101째 자리 수는 4이다. 또, $2.00\dot{1}\dot{7}$의 순환마디는 17이고, 1, 7의 2개의 숫자가 소수점 아래 셋째 자리부터 반복되어 나타난다. $98=2\times49$이므로 소수점 아래 100째 자리 수는 7이다.
따라서 $a=4$, $b=7$이므로 $a+b=4+7=11$이다.

03 기약분수로 나타낼 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다. 따라서 주어진 조건을 만족시키는 자연수 x의 값은 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8이다.

04 $\dfrac{a}{2^2\times3\times5\times b}$가 유한소수가 되려면 기약분수로 나타낼 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다. 따라서 a는 3의 배수이고 한 자리 자연수이므로 a의 값은 3, 6, 9이다.
(ⅰ) $a=3$일 때, b의 값은 1, 2, 4, 5, 8이므로 순서쌍 (a, b)는 (3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5), (3, 8)의 5개이다.
(ⅱ) $a=6$일 때, b의 값은 1, 2, 4, 5, 8이므로 순서쌍 (a, b)는 (6, 1), (6, 2), (6, 4), (6, 5), (6, 8)의 5개이다.
(ⅲ) $a=9$일 때, b의 값은 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8이므로 순서쌍 (a, b)는 (9, 1), (9, 2), (9, 3), (9, 4), (9, 5), (9, 6), (9, 8)의 7개이다.
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여 순서쌍 (a, b)의 개수는
$5+5+7=17$이다.

05 $\dfrac{a}{b}$를 소수로 나타내어 무한소수가 될 때, a를 계속하여 b로 나누면 소수점 아래 각 자리에서 나머지는 일정한 숫자가 차례로 반복되어 나타난다. 그런데 a를 b로 나눌 때, 나머지는 모두 b보다 작아야 하고, 나머지가 될 수 있는 수는 0, 1, 2, 3, ⋯, $b-1$의 b개이다. 따라서 0이 아닌 수 중에서 어느 한 나머지의 수가 다시 반복하여 나오려면 최대 b번의 나누는 과정을 반복하여야 한다. 즉, 적어도 b번째 안에는 같은 수가 다시 나타난다.

활동지 Ⅰ－2. 유리수의 소수 표현

유한소수와 무한소수 미로 탈출하기

[지도 목표]

유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 이해하게 한다.

[지도 방법]

각 방에 적혀 있는 분수를 기약분수로 고친 다음 분모를 소인수 분해하여 유한소수로 나타낼 수 있는지 판단하도록 지도한다.

[풀이]

$\frac{3}{20}=\frac{3}{2^2\times5}$ ⇨ 유한소수　　$\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2}$ ⇨ 유한소수

$\frac{11}{50}=\frac{11}{2\times5^2}$ ⇨ 유한소수　　$\frac{5}{6}=\frac{5}{2\times3}$ ⇨ 무한소수

$\frac{3}{45}=\frac{1}{15}=\frac{1}{3\times5}$ ⇨ 무한소수

$\frac{10}{21}=\frac{10}{3\times7}$ ⇨ 무한소수　　$\frac{1}{28}=\frac{1}{2^2\times7}$ ⇨ 무한소수

$\frac{5}{8}=\frac{5}{2^3}$ ⇨ 유한소수　　$\frac{1}{7}$ ⇨ 무한소수

$\frac{6}{13}$ ⇨ 무한소수

$\frac{1}{165}=\frac{1}{3\times5\times11}$ ⇨ 무한소수

$\frac{7}{40}=\frac{7}{2^3\times5}$ ⇨ 유한소수　　$\frac{2}{25}=\frac{2}{5^2}$ ⇨ 유한소수

$\frac{13}{22}=\frac{13}{2\times11}$ ⇨ 무한소수　　$\frac{6}{18}=\frac{1}{3}$ ⇨ 무한소수

$\frac{2}{5}$ ⇨ 유한소수　　$\frac{72}{45}=\frac{8}{5}$ ⇨ 유한소수

$\frac{4}{17}$ ⇨ 무한소수　　$\frac{4}{26}=\frac{2}{13}$ ⇨ 무한소수

$\frac{12}{34}=\frac{6}{17}$ ⇨ 무한소수

$\frac{1}{3}$ ⇨ 무한소수　　$\frac{18}{12}=\frac{3}{2}$ ⇨ 유한소수

$\frac{1}{5}$ ⇨ 유한소수　　$\frac{6}{47}$ ⇨ 무한소수

$\frac{4}{15}=\frac{4}{3\times5}$ ⇨ 무한소수　　$\frac{8}{14}=\frac{4}{7}$ ⇨ 무한소수

$\frac{10}{27}=\frac{10}{3^3}$ ⇨ 무한소수　　$\frac{11}{44}=\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2}$ ⇨ 유한소수

$\frac{1}{6}=\frac{1}{2\times3}$ ⇨ 무한소수

따라서 규칙에 따라 이동하는 경로는 다음과 같고, 나가는 출구는 D이다.

활동지 Ⅰ－3. 순환소수의 분수 표현

순환소수로 만들어진 암호 풀기

[지도 목표]

순환소수를 분수로 바르게 나타낼 수 있게 한다.

[지도 방법]

순환소수를 분수로 나타내어 암호를 풀 수 있도록 지도한다.

[풀이]

1 $0.\dot{4}=\frac{4}{9}$ (S)　　**2** $3.\dot{1}=\frac{28}{9}$ (T)

3 $6.\dot{2}\dot{8}=\frac{622}{99}$ (U)　　**4** $0.4\dot{8}=\frac{44}{90}=\frac{22}{45}$ (D)

5 $0.2\dot{3}\dot{6}=\frac{234}{990}=\frac{13}{55}$ (Y)　　**6** $0.\dot{0}5\dot{4}=\frac{54}{999}=\frac{2}{37}$ (H)

7 $0.\dot{7}\dot{2}=\frac{72}{99}=\frac{8}{11}$ (A)　　**8** $3.1\dot{4}\dot{5}=\frac{3114}{990}=\frac{173}{55}$ (R)

9 $0.43\dot{7}=\frac{394}{900}=\frac{197}{450}$ (D)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
S	T	U	D	Y	H	A	R	D