V 삼각형과 사각형의 성질

삼각형과 사각형의 성질을 이용하여 안정적이고 아름다운 건축물을 만들 수 있다.

이 단원에서는 이등변삼각형의 성질과 직각삼각형의 합동 조건을 알아보고, 삼각형과 사각형의 성질을 이해하고 설명하는 방법을 학습한다. 세계 각국의 건축물의 모양을 살펴보면 각 나라마다 건축 양식의 차이는 있지만 삼각형 모양과 직사각형 모양을 찾아볼 수 있다. 건축물의 구조가 삼각형 모양인 이유는 삼각형의 구조가 힘을 가해도 모양이 쉽게 변하지 않고 안정적이기 때문이고, 직사각형 모양인 이유는 직사각형의 구조가 공간 활용도가 높기 때문이다. 이처럼 도형은 건축물의 내부 구조와 외부 디자인에 다양하게 활용됨을 인식하도록 하여 학습 동기를 유발할 수 있도록 지도한다.

1 단원의 개관

1 단원의 개요

생활 주변에 있는 여러 사물은 도형에 의해 범주화되며 각각의 도형에는 고유의 성질이 있다. 삼각형과 사각형의 성질에 대한 이해는 기하적인 문제를 해결하는 데 토대가 되며, 수학의 다른 영역과도 밀접하게 관련된다. 삼각형과 사각형의 성질을 정당화하는 과정에서 요구하는 연역적 추론은 수학적 소양을 기르는 데 도움이 된다.

2 단원의 지도 목표

❶ 이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.
❷ 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.
❸ 사각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

3 단원의 교수 · 학습 방법 및 유의 사항

❶ 이등변삼각형의 성질과 이등변삼각형이 되는 조건을 구분하여 설명할 수 있게 한다.
❷ 삼각형의 외심과 내심의 차이점을 비교하여 외심과 내심의 뜻과 성질을 명확하게 구분할 수 있도록 한다.
❸ 사각형의 성질은 대각선에 관한 성질을 위주로 다룬다.
❹ 공학적 도구나 다양한 교구를 이용하여 도형을 그리거나 만들어 보는 활동을 통해 삼각형과 사각형의 성질을 추론하고 토론할 수 있게 한다.
❺ 삼각형과 사각형의 성질을 이해하고 설명하는 활동은 관찰이나 실험을 통해 확인하기, 사례나 근거를 제시하며 설명하기, 유사성에 근거하여 추론하기, 연역적으로 논증하기 등과 같은 다양한 정당화 방법을 학생 수준에 맞게 활용할 수 있다.

4 단원의 평가 방법 및 유의 사항

❶ 정확한 용어와 기호의 사용, 복잡한 형식 논리 규칙의 이용을 요구하는 연역적 정당화 문제는 다루지 않는다.

5 단원의 지도 계통

배운 내용

초등학교 3~4학년
- 여러 가지 삼각형
- 여러 가지 사각형

중학교 1학년
- 기본 도형
- 작도와 합동
- 평면도형의 성질

이 단원의 내용

1 이등변삼각형의 성질
2 직각삼각형의 합동 조건
3 삼각형의 외심
4 삼각형의 내심
5 평행사변형의 성질
6 평행사변형이 되는 조건
7 여러 가지 사각형의 성질

배울 내용

중학교 2학년
- 도형의 닮음
- 피타고라스 정리

중학교 3학년
- 삼각비

2 단원의 이론적 배경

1. 추론과 증명

추론이란 몇 개의 명제로부터 다른 명제를 유도하는 것으로 이때 전자를 전제 또는 가정이라 하고, 후자를 결론이라고 한다. 가정과 결론이 모두 참일 때 타당한 추론이라고 한다. 증명은 타당한 추론을 이용하여 참인 명제로부터 참인 결론을 이끌어 내는 일련의 과정으로 다음과 같은 규칙을 지켜야 한다.

(1) 논의에 사용되는 단어와 기호의 의미에 대한 상호 이해가 있어야 한다.

(2) 더 이상 그 정당성을 보일 필요가 없는 '공리' 또는 '공준'이라고 불리는 명제를 인정해야 한다.

(3) 추론에 대한 어떤 규칙에 동의해야 한다. 즉,

① 서술되지 않은 가정은 증명 속에 사용될 수 없다.

② 귀류법: $p \Longrightarrow q$의 증명은 q를 부정하고(즉, $\sim q$), p를 사용하였을 때 모순이 생김을 유도해도 된다.

③ 모든 명제 p에 대하여 p가 성립하거나 $\sim p$가 성립해야 한다.

④ 추론에서는 다음과 같은 동치명제를 사용할 수 있다.

- 이중부정의 법칙(law of double negation)

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

- 교환법칙(commutative law)

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$
$$p \vee q \equiv q \vee p$$

- 멱등법칙(idempotent law)

$$p \wedge p \equiv p$$
$$p \vee p \equiv p$$

- 대우법칙(contrapositive law)

$$(p \longrightarrow q) \equiv (\sim q \longrightarrow \sim p)$$

- 드모르간의 법칙(De Morgan's law)

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$
$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

- 결합법칙(associative law)

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$
$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

- 분배법칙(distributive law)

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$
$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

⑤ 추론에서는 다음과 같은 규칙을 적용할 수 있다.

- 추이법칙(transitive law) 혹은 삼단논법

$$[(p \longrightarrow q) \wedge (q \longrightarrow r)] \Longrightarrow (p \longrightarrow r)$$

- 덧셈법칙(law of addition)

$$p \Longrightarrow (p \vee q)$$

- 단순화법칙(law of simplification)

$$(p \wedge q) \Longrightarrow p,\ (p \wedge q) \Longrightarrow q$$

- 선언적 삼단논증(disjunctive syllogism)

$$(p \vee q) \wedge \sim p \Longrightarrow q$$

- 전건긍정식(Modus Ponens)

$$(p \longrightarrow q) \wedge p \Longrightarrow q$$

- 후건부정식(Modus Tollens)

$$(p \longrightarrow q) \wedge \sim q \Longrightarrow \sim p$$

2. 분석법과 종합법

분석법과 종합법은 기하학 문제의 증명 방법으로서 중요한 도구가 되는데, 증명 방법은 출발점에 따라 달라진다.

분석법 ($\longleftarrow$)

$$P_n \Longrightarrow \cdots \Longrightarrow P_3 \Longrightarrow P_2 \Longrightarrow P_1 \Longrightarrow C$$

(C이기 위한 충분조건)

종합법 ($\longrightarrow$)

P: 명제, 조건
C: 결론

(1) 분석법

분석법은 증명하려는 결론을 출발점으로 삼아 증명하는 방법이다. 즉, 우리가 찾고 있는 것을 이미 이루어진 것처럼, 구하고자 하는 것을 이미 찾은 것처럼, 증명해야 할 것이 이미 증명되어 참인 것으로 가정하고 선행 조건을 계속 찾아 초기의 조건에 이르는 방법이다. 문제에 따라 선행 조건이 충분조건이나 필요조건이 될 수 있다.

(2) 종합법

분석의 과정을 거꾸로 하여 분석에서 마지막에 도달한 지점, 곧 이미 알려져 있거나 참인 것으로 가정한 명제로부터 출발하여 분석 과정을 거꾸로 되밟아 감으로써 마지막에 요구하는 명제에 도달하는 연역 과정을 종합법이라고 한다. 분석은 증명이나 풀이의 계획을 발견하는 과정이고 종합은 그 계획을 실현하는 과정이다. 분석의 과정을 거꾸로 되밟아 모든 단계의 연역적 관계를 밝히는 연역적인 종합이 곧 증명이다.

(3) **명제의 증명에서의 분석과 종합**

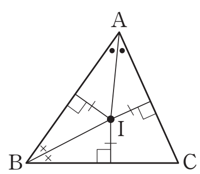
'모든 삼각형에는 내접원이 하나 존재한다.'를 분석법과 종합법으로 다음과 같이 증명할 수 있다.

• 분석법

(C) △ABC의 내접원이 하나 존재한다.

(P_1) △ABC의 세 변으로부터 같은 거리에 있는 점이 있다.

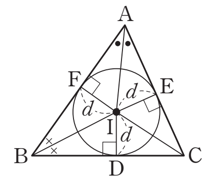
(P_2) ∠A의 이등분선 위에 있는 모든 점은 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$로부터 같은 거리에 있고 ∠B의 이등분선 위에 있는 모든 점은 $\overline{BA}$와 $\overline{BC}$로부터 같은 거리에 있기 때문에



∠A의 이등분선과∠B의 이등분선은 한 점에서 만나고 그 교점은 △ABC의 세 변으로부터 같은 거리에 있다.

• 종합법

∠A의 이등분선과 ∠B의 이등분선은 한 점에서 만나는데 이 점을 I라고 하자. 점 I는 ∠A의 이등분선 위에 있기 때문에 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$로부터 같은 거리에 있고, 또한 점 I는 ∠B의 이등분선 위에 있기 때문에 $\overline{BC}$와 $\overline{BA}$로부터 같은 거리에 있다. 따라서 점 I는 삼각형의 세 변으로부터 같은 거리에 있다. 이 거리를 d라고 하면 $\overline{AB}$ 위에 점 I와의 거리가 d가 되는 점 F가 존재하고, $\overline{BC}$ 위에 점 I와의 거리가 d가 되는 점 D가 존재하며, $\overline{AC}$ 위에 점 I와의 거리가 d가 되는 점 E가 존재한다. $\overline{IF}\perp\overline{AB}$, $\overline{ID}\perp\overline{BC}$, $\overline{IE}\perp\overline{AC}$이므로 점 I를 중심으로 하고 d를 반지름으로 하는 원은 △ABC의 세 변과 접하므로 △ABC의 내접원이다.



(박혜향, "박혜향의 수학교육론 바이블")

단원의 수학자

• **유클리드**(Euclid, B.C. 325?~B.C. 265?)

유클리드는 기원전 300년경 알렉산드리아에서 활동한 그리스·로마 시대의 으뜸가는 수학자이다. 그의 생애에 대해서는 프톨레마이오스 1세(Ptolemaeos I, B.C. 367~B.C. 283) 시대에 알렉산드리아에서 학교를 설립하고 가르쳤다는 사실만 알려져 있을 뿐이다. 그의 저서 "원론(Elements)"은 총 13권으로 이루어져 있으며 기하학과 산술에 관한 내용이 담겨 있다. 1권~4권은 평면 기하, 5권~9권은 정수론, 10권~13권은 입체 기하의 내용으로 구성되어 있으며 플라톤의 수학론을 기초로 평면과 입체, 기하 도형의 여러 가지 측면과 그들의 측정 및 상호 관계를 다루고 있다. (두산백과, 2017년)

• **힐베르트**(Hilbert, D., 1862~1943)

힐베르트는 독일의 수학자로 현대 수학의 여러 분야를 창시하여 크게 발전시켰다.
그의 업적은 수학의 거의 모든 부분에 미치고 있는데, 특히 저서 "기하학의 기초(Grundlagen der Geometrie)"는 기하학을 공리에 의해 다루는 전환점이 되었다. 그는 1900년 파리에서 열린 국제 수학자 회의에서 발표한 23가지의 연구 과제로 명성을 얻었다. '수학의 문제들(The Problems of Mathematics)'이라는 발표에서 그 당시의 거의 모든 수학 문제를 조사하여 20세기 수학자들에게 중요하다고 생각되는 문제들을 설명하려고 노력하였다. (위키백과, 2017년)

3 단원의 지도 계획

단원	차시	교과서 쪽수	지도 내용	학습 요소
단원 도입 글 되짚어 보기 단원을 시작하며	❶	143~145	• 단원의 학습 안내 • 되짚어 보기 문제의 풀이 • 우리의 모임 장소는 어디일까?	
1 이등변삼각형의 성질	❷ ❸ ❹	146~151	• 이등변삼각형의 성질 • 이등변삼각형이 되는 조건	
2 직각삼각형의 합동 조건	❺ ❻	152~155	• 직각삼각형의 합동 조건	
3 삼각형의 외심	❼ ❽	156~159	• 삼각형의 외심	외심, 외접, 외접원
4 삼각형의 내심	❾ ❿	160~163	• 삼각형의 내심	접선, 접점, 접한다, 내심, 내접, 내접원
생각 생각 활동	⓫	164	• 모래를 이용하여 삼각형의 외심과 내심 찾기	
5 평행사변형의 성질	⓬ ⓭ ⓮	165~170	• 평행사변형의 대변, 대각의 성질 • 평행사변형의 대각선의 성질	□ABCD
6 평행사변형이 되는 조건	⓯ ⓰ ⓱	171~175	• 평행사변형이 되는 조건 찾기 • 평행사변형이 되는 조건	
컴퓨터 & 수학	⓲	176	• 넓이가 같은 삼각형 만들기	
7 여러 가지 사각형의 성질	⓳ ⓴ ㉑	177~183	• 직사각형의 성질 • 마름모의 성질 • 정사각형의 성질 • 여러 가지 사각형 사이의 관계	
놀이 & 수학	㉒	184	• 사각형의 성질을 이용하여 숫자 퍼즐 풀기	
스스로 마무리하기	㉓ ㉔	185~187	• 단원의 핵심 내용 정리 • 단원 문제와 학습 평가	
함께하는 프로젝트	㉕	188	• 이등변삼각형의 성질을 이용하여 수평계 만들기	

4 학습 지도안 예시

단원명	Ⅴ. 삼각형과 사각형의 성질	교과서 쪽수	146~148
소단원명	1 이등변삼각형의 성질	차시	2/25
성취기준	이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.		

단계	학습 과정	교수·학습 활동	지도상의 유의점
도입 (5분)	▶성취기준 인지 ▶선수 학습 확인	• 성취기준을 인지한다. • 이등변삼각형의 정의와 삼각형의 합동 조건을 알고 있는지 확인·점검한다.	
전개 (35분)	▶소단원 도입 (대집단 학습) ▶탐구하기 (소집단 모둠 학습) ▶이등변삼각형의 성질 (대집단 학습)	교과서 146~148쪽 ■ 소단원 도입 글 • 우리나라의 전통 지붕 양식인 맞배지붕은 이등변삼각형 모양이고 전국의 유명한 사찰에서 이 양식을 찾아볼 수 있음을 알게 하여 이 단원의 학습에 흥미를 느낄 수 있도록 지도한다. 이등변삼각형의 성질은 무엇인가요? ■ 탐구 학습 • 색종이를 이용하여 이등변삼각형을 만들어 보고, 이등변삼각형에서 크기가 같은 두 각을 찾아보게 한다. ■ 개념 설명 • 생각 열기에서는 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 보이기 위해서는 밑각을 각각 포함한 두 삼각형이 합동임을 보이면 된다. 이러한 두 삼각형을 만들기 위해서는 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선을 그으면 되는 것을 이해하게 한다. • 설명 하기에서는 생각 열기의 내용을 각 단계별로 나누어 학생들이 쉽게 이해할 수 있도록 설명한다. • 개념 확인을 통해 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 이용하여 이등변삼각형의 세 내각 중에서 한 내각의 크기를 알면 나머지 두 내각의 크기를 구할 수 있다는 것을 알게 한다. • 문제 1을 통해 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같음을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다. • 문제 2를 통해 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분함을 정확히 이해하고 이를 이용하여 각의 크기와 변의 길이를 구할 수 있게 한다.	• 색종이를 이용한 활동을 통하여 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 직관적으로 알게 한다.
정리 및 예고 (5분)	▶학습 내용 정리 ▶차시 예고	• 이등변삼각형의 성질 • 이등변삼각형이 되는 조건	

되짚어 보기

1 주안점 여러 가지 삼각형의 이름을 말할 수 있는지 확인한다.

|풀이| (1) 두 변의 길이가 같으므로 이등변삼각형이다.

(2) 세 변의 길이가 같으므로 정삼각형이다.

(3) 한 내각의 크기가 90°이므로 직각삼각형이다.

2 주안점 두 직선이 평행하면 동위각의 크기와 엇각의 크기가 각각 같음을 이용하여 $\angle x$의 크기를 구할 수 있는지 확인한다.

|풀이| (1) $l /\!/ m$이므로 동위각의 크기는 서로 같다.

따라서 $\angle x=130^\circ$

(2) $l /\!/ m$이므로 엇각의 크기는 서로 같다.

따라서 $\angle x=50^\circ$

3 주안점 합동인 삼각형을 찾고, 합동 조건을 말할 수 있는지 확인한다.

|풀이| 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 $\triangle$GIH에서 $\angle \mathrm{G}=60^\circ$이다.

$\triangle$DEF와 $\triangle$GIH에서

$\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{GI}}=10\text{ cm}$

$\angle \mathrm{D}=\angle \mathrm{G}=60^\circ$

$\angle \mathrm{E}=\angle \mathrm{I}=30^\circ$

따라서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 $\triangle\mathrm{DEF}\equiv\triangle\mathrm{GIH}$이다.

4 주안점 삼각형의 세 내각의 크기의 합과 외각의 크기의 성질을 이용하여 $\angle x$의 크기를 구할 수 있는지 확인한다.

|풀이| (1) 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 $60^\circ+50^\circ+\angle x=\angle 180^\circ$

$\angle x=70^\circ$

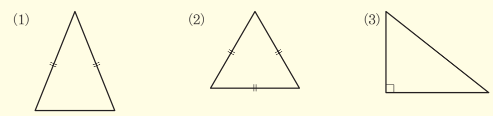
(2) 삼각형에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않은 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$\angle x=80^\circ+40^\circ=120^\circ$

되짚어 보기

여러 가지 삼각형 초3~4

1 다음 삼각형의 이름을 각각 말하시오.



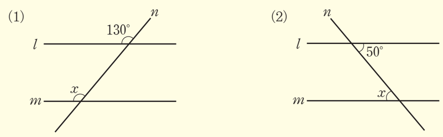
평행선의 성질 중1

▶ 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때

① 동위각의 크기는 서로 같다.

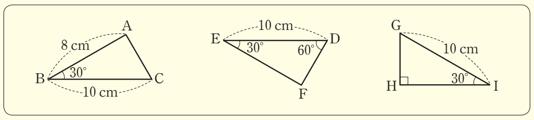
② 엇각의 크기는 서로 같다.

2 다음 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



삼각형의 합동 조건 중1

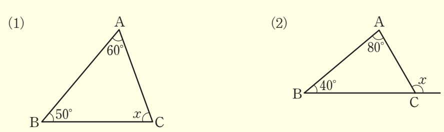
3 다음 삼각형 중에서 서로 합동인 것을 찾아 기호 ≡을 써서 나타내고, 그때의 합동 조건을 말하시오.



삼각형의 내각과 외각 중1

▶ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이고, 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않은 두 내각의 크기의 합과 같다.

4 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.

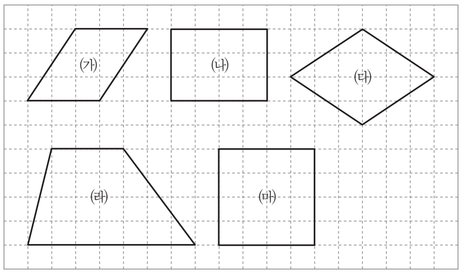


144 1차시

이전에 배운 내용의 이해도를 표시해 보세요.

플러스 문제

1 다음 사각형의 이름을 각각 말하시오.



답 1 (가) 평행사변형 (나) 직사각형 (다) 마름모 (라) 사다리꼴 (마) 정사각형

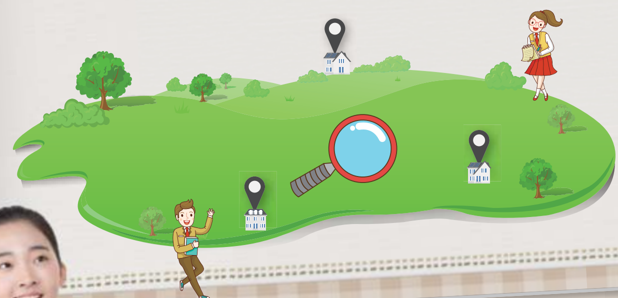
단원을 시작하며 우리의 모임 장소는 어디일까?

가은이의 수학 일기

9월 ○ ○일

오늘 수학 시간에 선생님께서 조별 과제를 내 주셨다.
나는 지효, 유찬이와 같은 조가 되어 발표를 준비하게 되었다.
우리는 토요일까지 각자 맡은 자료를 수집한 후 일요일에 만나 내용을 정리하기로 했다.
어디에서 만나는 것이 좋을까?
우리 집 근처에서 만나면 나는 좋지만 다른 친구들은 거리가 멀어서 내가 미안할 것 같다.
아! 각자의 집에서 같은 거리에 있는 곳을 모임 장소로 정하면 되겠구나.

그럼 그 위치를 어떻게 찾을 수 있을까?



이 단원에서는 세 지점에서 같은 거리에 있는 장소를 찾아보는 활동을 통해 삼각형과 사각형의 성질을 알아본다.

1차시 145

단원을 시작하며

[단원 도입의 목표]

세 학생의 집에서 같은 거리에 있는 모임 장소를 어떻게 찾을 수 있을지 생각해 보게 함으로써 학생들이 삼각형의 외심의 뜻과 성질을 접할 수 있게 한다.

[단원 도입의 지도 방법]

- 세 지점에서 같은 거리에 있는 장소를 정하는 소재를 통해 이 단원의 학습에 흥미를 느낄 수 있도록 지도한다.
- 각자의 집에서 같은 거리에 있는 모임 장소를 정하는 방법을 생각해 보게 한다.
- 삼각형의 외심과 내심의 성질이 이용되는 예를 실생활에서 찾아보게 한다.

단원 도입 예시 자료

실생활에서 삼각형의 외심과 내심의 성질이 쓰이는 예를 소개하여 학생들이 학습의 필요성을 느낄 수 있도록 단원을 도입할 수 있다.

- **삼각형의 내심과 아레시보 천문대**

  남아메리카에 위치한 국가인 푸에르토리코의 아레시보 천문대에는 외계의 생명체에게 지구의 전파 신호를 보내는 지름의 길이가 305 m인 전파 망원경이 있다. 이 전파 망원경은 세 개의 기둥에 의지해 공중에 떠 있는데 삼각형의 내심을 이용해서 내접원 형태로 만들어졌다.

(EBSMath, 2017년)

플러스 자료

삼각형의 외심과 내심의 용어의 뜻

- '외심'을 한자로 쓰면 '外心'이고, '삼각형의 외접원의 중심'을 간단히 한 것이다. 영어로는 'circumcenter'라고 하는데 'center of circumscribed circle'을 줄인 것이고, 일반적으로 외심을 기호로 나타낼 때는 알파벳 O를 사용한다.
- '내심'을 한자로 쓰면 '内心'이고, '삼각형의 내접원의 중심'을 간단히 한 것이다. 영어로는 'incenter'라고 하는데 'center of inscribed circle'을 줄인 것이고, 일반적으로 내심을 기호로 나타낼 때는 알파벳 I를 사용한다.

(박교식, "수학용어 다시보기")

이등변삼각형의 성질

1 소단원 성취기준

[9수04-10] 이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

- 이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.
- 이등변삼각형이 되는 조건을 이해할 수 있다.

2 지도상의 유의점

- 이등변삼각형의 성질을 설명할 때 명제, 가정, 결론, 증명이라는 용어는 사용하지 않는다.
- 종이접기와 같은 구체적인 활동을 통하여 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 직관적으로 알게 한다.
- 공학적 도구나 다양한 교구를 이용하여 도형을 그리거나 만들어 보는 활동을 통해 이등변삼각형의 성질을 추론하고 토론할 수 있게 한다.
- 이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명하는 활동은 관찰이나 실험을 통해 확인하기, 연역적으로 논증하기 등과 같은 다양한 정당화 방법을 학생 수준에 맞게 활용할 수 있게 한다.
- 이등변삼각형의 성질과 이등변삼각형이 되는 조건을 구분하여 설명할 수 있게 한다.

이등변삼각형의 성질

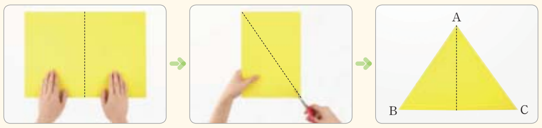
이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

전통 지붕 양식인 맞배지붕은 좌우대칭인 이등변삼각형 모양이다.

탐구 학습

이등변삼각형의 성질은 무엇인가요?

열기 색종이로 다음과 같은 활동을 한 후, 물음에 답하여 보자.



❶ 직사각형 모양의 색종이를 반으로 접는다. ❷ 접은 색종이를 대각선을 따라 자른다. ❸ 색종이를 펼쳐서 △ABC를 만든다.

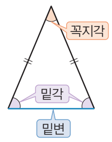
(1) △ABC는 어떤 삼각형인지 말하여 보자.
(2) △ABC에서 ∠B와 크기가 같은 각을 말하여 보자.

다지기
(1) △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\boxed{}$이다.
(2) △ABC에서 ∠B와 크기가 같은 각은 $\boxed{}$이다.

키우기 이등변삼각형은 어떤 성질이 있을까?

이등변삼각형의 성질

이등변삼각형은 두 변의 길이가 서로 같은 삼각형이다.
❶ 이때 길이가 같은 두 변 사이의 끼인각을 꼭지각, 꼭지각의 대변을 밑변, 밑변의 양 끝 각을 밑각이라고 한다.



탐구 학습에서 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같음을 알 수 있다.

146 2차시

소단원 도입 글 지도 방법

맞배지붕은 한옥 건물 중에서 가장 간단한 지붕 양식으로 마치 책을 엎어 놓은 것과 같은 이등변삼각형 모양이다. 국보 제49호인 예산 수덕사 대웅전, 국보 제15호인 안동 봉정사 극락전 등에서 맞배지붕을 찾아볼 수 있다. 이를 통해 초등학교에서 배운 이등변삼각형의 뜻을 상기해 볼 수 있도록 지도한다.

(김왕직, "알기 쉬운 한국건축 용어사전")

탐구 학습 지도 방법

열기

색종이를 이용하여 이등변삼각형을 만들어 보고, ∠B와 크기가 같은 각을 말하게 한다.

다지기

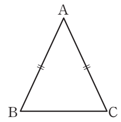
△ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 이등변삼각형이고, ∠B와 크기가 같은 각은 ∠C임을 알게 한다.

답 (1) 이등변삼각형 (2)∠C

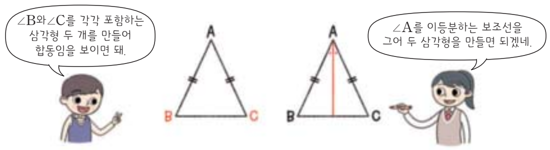
키우기

색종이를 이용한 활동을 통해 이등변삼각형의 성질을 직관적으로 이해하도록 지도한다.

이제 다음과 같이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이면 $\angle B=\angle C$임을 설명하여 보자.



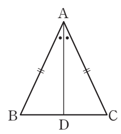
2 생각 열기



3 설명하기

1 단계 | **보조선 긋기**

$\angle A$의 이등분선을 그어 변 BC와의 교점을 D라고 하자.



2 단계 | **두 삼각형이 합동임을 보이기**

$\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$ …… ①

$\angle BAD=\angle CAD$ …… ②

$\overline{AD}$는 공통 …… ③

①, ②, ③에서 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 $\triangle ABD\equiv\triangle ACD$이다.

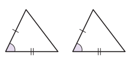
3 단계 | **이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 서로 같음을 보이기**

따라서 $\angle B=\angle C$이다.

즉, 이등변삼각형에서 두 밑각의 크기는 서로 같다.

이전에 배운 내용

대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때, 두 삼각형은 서로 합동이다.



한편, 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분함을 알아보자.

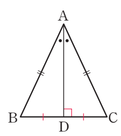
앞에서 $\triangle ABD\equiv\triangle ACD$이므로

$\overline{BD}=\overline{CD}$

이다. 또, $\angle ADB=\angle ADC$이고 $\angle ADB+\angle ADC=180^\circ$이므로

$\angle ADB=\angle ADC=90^\circ$

이다. 즉, 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.



2차시 147

교과서 지도 방안

1 **오개념 바로잡기 |** 이등변삼각형에서 두 밑각은 삼각형의 아래쪽에 있는 두 각이라고 잘못 이해하는 경우가 있다. 이등변삼각형에서 놓인 모양과 관계없이 길이가 같은 두 변의 대각이 밑각이고, 길이가 같은 두 변이 아닌 변의 대각이 꼭지각임을 유의하게 한다.

2 **생각 열기 |** 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 보이기 위해서는 밑각을 각각 포함한 두 삼각형이 합동임을 보이면 된다. 이러한 두 삼각형을 만들기 위해서는 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선을 그으면 되는 것을 이해하게 한다.

3 이등변삼각형의 성질을 설명할 때에는 삼각형의 합동 조건이 이용되므로 이를 충분히 복습하여 이해하게 한다.

수준별 지도 자료

■ 이등변삼각형의 성질

상 수준 이등변삼각형의 성질을 여러 가지 방법으로 설명할 수 있도록 지도한다.

성질 1 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 서로 같음을 다음과 같은 방법으로 설명할 수 있다.

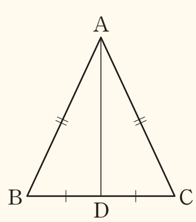
오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A와 $\overline{BC}$의 중점 D를 연결하는 선분을 그으면

$\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{AD}$는 공통

즉, 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로 $\triangle ABD\equiv\triangle ACD$이다.

따라서 $\angle B=\angle C$이다.



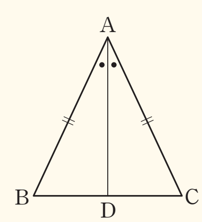
성질 2 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분함을 다음과 같은 방법으로 설명할 수 있다.

오른쪽 그림과 같이 $\angle A$의 이등분선과 밑변 BC의 교점을 D라고 하면

$\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle B=\angle C$,

$\angle BAD=\angle CAD$



즉, 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 $\triangle ABD\equiv\triangle ACD$이다.

따라서 $\overline{BD}=\overline{CD}$ …… ①

이때 $\angle ADB=\angle ADC$이고, $\angle ADB+\angle ADC=180^\circ$이므로 $\angle ADB=\angle ADC=90^\circ$

따라서 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$ …… ②

①, ②에서 $\overline{AD}$는 $\overline{BC}$를 수직이등분한다.

교과서 지도 방안

1 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 다음 직선들과 일치함을 알게 한다.

• 밑변의 수직이등분선
• 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선
• 꼭짓점과 밑변의 중점을 지나는 직선

2 **생각 열기 |** 두 내각의 크기가 같은 삼각형이 이등변삼각형임을 보이기 위해서는 두 내각을 각각 포함한 두 삼각형이 합동임을 보이면 된다. 이러한 두 삼각형을 만들기 위해서는 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선을 그으면 되는 것을 이해하게 한다.

3 $\angle ADB$와 $\angle ADC$의 크기가 같음을 보이는 과정에서 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°임을 이용해야 함을 알게 한다.

4 삼각형이 이등변삼각형임을 보일 때, 두 변의 길이가 서로 같음을 보이거나 두 내각의 크기가 서로 같음을 보이면 된다는 것을 알게 한다.

플러스 자료

보조선과 증명

이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 증명하기 위해서 보조선을 사용한 것처럼 도형의 성질을 증명할 때는 보조선이 많이 사용된다. 보조선을 그으면 그림이 복잡해 보이지만 설명하고자 하는 것의 본질적인 부분을 보여 준다. 즉, 보조선을 그으면 그림을 부분으로 나누어 볼 수 있게 되어 정확한 추론이 가능해진다. 따라서 보조선을 어떻게 그어야 하는지를 찾는 것 자체가 도형의 성질을 수학적으로 증명하는 한 부분이 된다.

중학교 수학에서 도형의 성질은 대체로

① 보조선을 그어
② 합동인 삼각형을 찾아
③ 합동인 삼각형의 성질을 이용하여

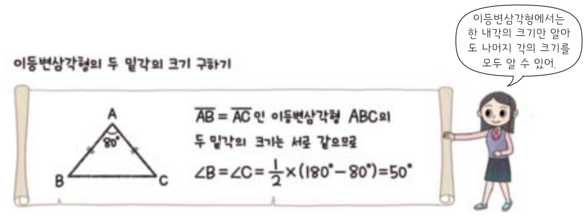
설명하는 경우가 많다.

(우정호, "학교수학의 교육적 기초")

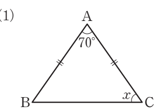
이상을 정리하면 다음과 같다.

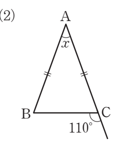
1 **이등변삼각형의 성질**
이등변삼각형에서
❶ 두 밑각의 크기는 서로 같다.
❷ 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

개념 확인 이등변삼각형의 두 밑각의 크기 구하기



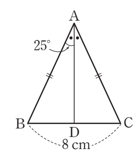
문제 1 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)


(2)


문제 2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 밑변 BC의 교점을 D라고 하자. $\angle BAD=25^\circ$, $\overline{BC}=8$ cm일 때, 다음을 구하시오.

(1) $\angle ADC$의 크기
(2) $\angle C$의 크기
(3) $\overline{BD}$의 길이



문제 풀이

문제 1

주안점 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같음을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$$70^\circ+2\angle x=180^\circ$$

따라서 $\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$

(2) 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같으므로

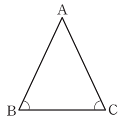
$$\angle B=\angle ACB=180^\circ-110^\circ=70^\circ$$

따라서 $\angle x=180^\circ-2\times70^\circ=40^\circ$

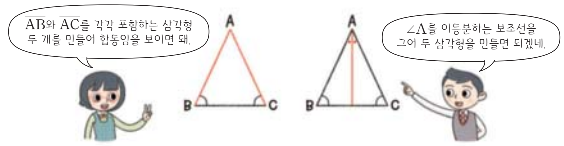
이등변삼각형이 되는 조건은 무엇인가요?

이등변삼각형이 되는 조건

다음과 같이 $\triangle ABC$에서 $\angle B=\angle C$이면 $\overline{AB}=\overline{AC}$임을 설명하여 보자.



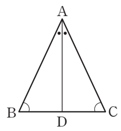
2 생각 열기



3 설명하기

1단계 | 보조선 긋기

$\angle A$의 이등분선을 그어 변 BC와의 교점을 D라고 하자.



2단계 | 두 삼각형이 합동임을 보이기

$\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서

$\angle B=\angle C$

$\angle BAD=\angle CAD$ …… ①

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle ADB=\angle ADC$ …… ②

$\overline{AD}$는 공통 …… ③

①, ②, ③에서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 $\triangle ABD\equiv\triangle ACD$이다.

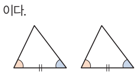
3단계 | 두 내각의 크기가 같은 삼각형이 이등변삼각형임을 보이기

따라서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이다.

즉, 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

이전에 배운 내용

대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때, 두 삼각형은 서로 합동이다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

4

이등변삼각형이 되는 조건

❶ 두 변의 길이가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

❷ 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

3차시 149

문제 2

주안점 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분함을 이용하여 각의 크기와 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$$\angle ADC=90^\circ$$

(2) $\angle A=2\times 25^\circ=50^\circ$이므로

$$\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)$$
$$=65^\circ$$

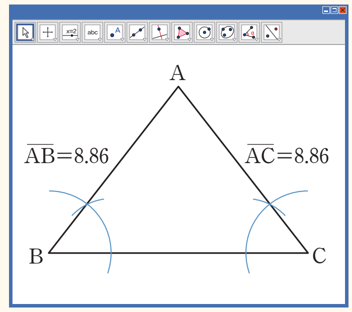
(3) 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$$\overline{BD}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}$$
$$=\frac{1}{2}\times 8$$
$$=4\ (\mathrm{cm})$$

수준별 지도 자료

■ 이등변삼각형이 되는 조건 확인하기

하 수준 컴퓨터 프로그램을 이용하여 $\angle B$, $\angle C$의 크기가 같은 삼각형 ABC를 작도한다. 이때 변 AB와 변 AC의 길이를 측정하여 두 길이가 항상 같음을 직관적으로 확인해 보게 한다.



플러스 자료

정삼각형이 되는 조건

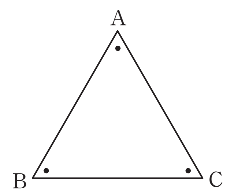
세 내각의 크기가 같은 $\triangle ABC$에서

$\angle A=\angle B$이므로

$\overline{AC}=\overline{BC}$ … ①

$\angle B=\angle C$이므로

$\overline{AB}=\overline{AC}$ … ②



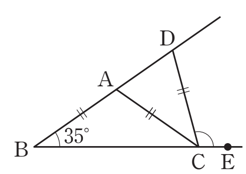
①, ②에서 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{AC}$이므로 $\triangle ABC$는 정삼각형이다.

따라서 세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.

플러스 문제

문제 1 심화

다음 그림에서 $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{CD}$이고, $\angle ABC=35^\circ$일 때, $\angle DCE$의 크기를 구하시오.



답 105°

생각 넓히기 정보 처리

[지도 목표] 선분의 수직이등분선의 성질을 직관적으로 이해하게 한다.

[지도 방법] 컴퓨터 프로그램을 이용하여 직선 l 위의 한 점 P에 대하여 $\overline{PA}$와 $\overline{PB}$의 길이를 비교하고 점 P의 위치를 움직여 보면서 선분의 수직이등분선 위의 한 점에서 그 선분의 양 끝 점에 이르는 거리가 서로 같음을 이해하게 한다.

[예시 답안] 컴퓨터 프로그램을 이용하여 두 선분 PA, PB를 각각 선택한 후 그 길이를 측정하면 두 선분의 길이는 서로 같다. 또, 직선 l 위에서 점 P의 위치를 움직이면서 두 선분 PA, PB의 길이를 측정해 보아도 그 길이는 서로 같다.
따라서 선분의 수직이등분선 위의 한 점에서 그 선분의 양 끝 점에 이르는 거리는 같다.

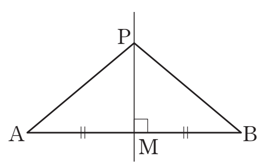
생각 넓히기 플러스 추론

선분의 수직이등분선 위의 한 점에서 그 선분의 양 끝 점에 이르는 거리가 같음을 설명하여 보자.

[지도 목표] 선분의 수직이등분선의 성질을 이해하고 설명할 수 있게 한다.

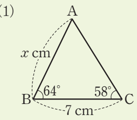
[지도 방법] 선분의 수직이등분선 위의 한 점과 선분의 양 끝 점을 각각 이어서 만든 삼각형에 보조선을 그어 기호를 사용하여 설명하게 한다.

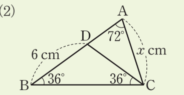
[예시 답안] 선분 AB의 수직이등분선 위의 한 점 P와 선분 AB의 양 끝 점 A, B를 연결하면 △PAM과 △PBM에서



$\overline{AM}=\overline{BM}$,
$\overline{PM}$은 공통,
$\angle PMA=\angle PMB$이다. 즉, 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 $\triangle PAM \equiv \triangle PBM$이다.
따라서 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 선분의 수직이등분선 위의 한 점에서 그 선분의 양 끝 점에 이르는 거리는 같다.

예제 1 다음 그림에서 x의 값을 구하시오.

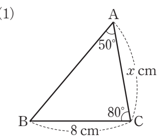
(1) 

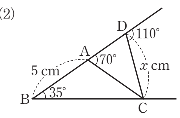
(2) 

풀이 (1) 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle A=180^\circ-(64^\circ+58^\circ)=58^\circ$
따라서 두 내각의 크기가 같으므로 △ABC는 이등변삼각형이다.
즉, $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $x=7$이다.
(2) △DBC에서 $\angle DBC=\angle DCB$이므로 $\overline{DC}=\overline{DB}=6\text{ cm}$
또, △DBC에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않은 두 내각의 크기의 합과 같으므로
$\angle ADC=\angle DBC+\angle DCB=36^\circ+36^\circ=72^\circ$
따라서 두 내각의 크기가 같으므로 △CAD는 이등변삼각형이다.
즉, $\overline{AC}=\overline{DC}$이므로 $x=6$이다.

답 (1) 7 (2) 6

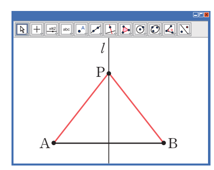
문제 3 다음 그림에서 x의 값을 구하시오.

(1) 

(2) 

생각 넓히기 정보 처리

오른쪽 그림은 컴퓨터 프로그램을 이용하여 선분 AB의 수직이등분선 l을 그린 후 그 위에 점 P를 잡은 것이다. 직선 l 위에서 점 P의 위치를 움직이면서 두 선분 PA, PB의 길이를 측정하여 비교해 보자.



150 3차시

문제 풀이

문제 3

주안점 이등변삼각형이 되는 조건을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle B=180^\circ-(50^\circ+80^\circ)=50^\circ$
즉, △ABC에서 ∠A=∠B이므로 $\overline{CA}=\overline{CB}$인 이등변삼각형이다.
따라서 $x=8$

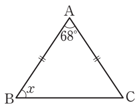
(2) △ABC에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않은 두 내각의 크기의 합과 같으므로 $\angle CAD=\angle B+\angle ACB$
$70^\circ=35^\circ+\angle ACB$, $\angle ACB=35^\circ$
즉, ∠B=∠ACB이므로 $\overline{AC}=\overline{AB}=5\text{ cm}$
또, △CDA에서 $\angle CDA=180^\circ-110^\circ=70^\circ$
즉, ∠CAD=∠CDA이므로 $\overline{DC}=\overline{AC}=5\text{ cm}$
따라서 $x=5$

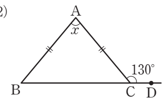
스스로 확인하기

정답 및 풀이 276쪽

1

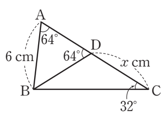
다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1) 

(2) 

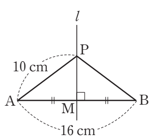
2

오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle A=64°$, $\angle ADB=64°$, $\angle C=32°$이고 $\overline{AB}=6$ cm일 때, x의 값을 구하시오.



3

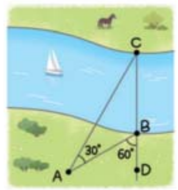
오른쪽 그림에서 직선 l은 선분 AB의 수직이등분선이다. $\overline{PA}=10$ cm, $\overline{AB}=16$ cm일 때, $\overline{AM}+\overline{BP}$의 값을 구하시오.



수업 보충 자료
기초력 향상 문제 ⇨ 386~387쪽
소단원 평가 ⇨ 396쪽

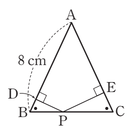
4

오른쪽 그림은 강의 폭을 구하기 위하여 측정한 것을 나타낸 것이다. 강의 폭 $\overline{BC}$의 길이가 $\overline{AB}$의 길이와 같음을 설명하시오.



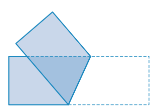
5

오른쪽 그림과 같이 $\angle B=\angle C$인 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}$ 위의 점 P에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 하자. $\overline{AB}=8$ cm, $\triangle ABC$의 넓이가 24 cm^2일 때, $\overline{PD}+\overline{PE}$의 값을 구하시오.



6 발전 문제

오른쪽 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 접었을 때, 종이가 겹치는 부분은 어떤 삼각형인지 구하고, 그렇게 생각하는 이유를 말하시오.



이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

4차시 151

스스로 확인하기

1 계산하기 | 하 중 상

주안점 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$$68°+2\angle x=180°$$

따라서 $\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-68°)=56°$

(2) $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$$\angle B=\angle ACB=180°-130°=50°$$

따라서 $\angle x=180°-2\times50°=80°$

2 이해하기 | 하 중 상

주안점 이등변삼각형이 되는 조건을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\triangle ABD$에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않은 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$$64°=\angle DBC+32°,\ \angle DBC=32°$$

또, $\triangle ABD$에서 $\angle BAD=\angle BDA$이므로

$$\overline{DB}=\overline{AB}=6\text{ cm}$$

$\triangle DBC$에서 $\angle DBC=\angle C$이므로

$$\overline{DC}=\overline{DB}=6\text{ cm}$$

따라서 $x=6$

3 계산하기 | 하 중 상

주안점 선분의 수직이등분선의 성질을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 직선 l은 선분 AB의 수직이등분선이므로

$$\overline{AM}=\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times16=8\text{ (cm)}$$

점 P는 선분 AB의 수직이등분선인 직선 l 위에 있으므로 $\overline{BP}=\overline{PA}=10$ cm

따라서 $\overline{AM}+\overline{BP}=8+10=18$ (cm)

4 설명하기 | 하 중 상

주안점 이등변삼각형이 되는 조건을 이용하여 설명하게 한다.

|풀이| $\triangle ABC$에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않은 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$$60°=30°+\angle C,\ \angle C=30°$$

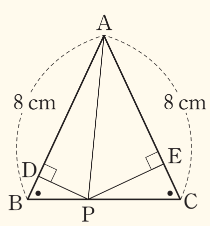
따라서 $\triangle ABC$는 두 밑각의 크기가 서로 같으므로 이등변삼각형이고, $\overline{AB}=\overline{BC}$이다.

5 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 이등변삼각형이 되는 조건을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\triangle ABC$에서 $\angle B=\angle C$이므로 $\overline{AC}=\overline{AB}=8$ cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$를 그으면 $\triangle ABC$의 넓이는 $\triangle ABP$의 넓이와 $\triangle ACP$의 넓이의 합과 같으므로



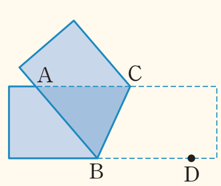
$$\frac{1}{2}\times8\times\overline{PD}+\frac{1}{2}\times8\times\overline{PE}=24\ (\text{cm}^2)$$

따라서 $\overline{PD}+\overline{PE}=6$ (cm)

6 추론하기 | 하 중 상

주안점 이등변삼각형이 되는 조건을 이용하여 설명하게 한다.

|풀이| 오른쪽 그림과 같이 접은 종이에 점 A, B, C, D를 잡으면



$\angle ACB=\angle CBD$ (엇각),

$\angle ABC=\angle CBD$ (접은 각)

이므로 $\angle ACB=\angle ABC$이다.

따라서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

2 직각삼각형의 합동 조건

1 소단원 성취기준

[9수04-10] 이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

- 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같은 두 직각삼각형은 합동임을 알 수 있다.
- 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같은 두 직각삼각형은 합동임을 알 수 있다.

2 지도상의 유의점

- 삼각형의 합동 조건과 이등변삼각형의 성질을 이용하여 직각삼각형의 합동 조건을 알게 한다.
- 직각삼각형의 합동 조건에는 반드시 빗변의 길이가 서로 같다는 조건이 포함된다는 것을 알게 한다.

2 직각삼각형의 합동 조건

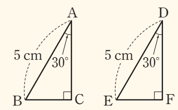
직각삼각형의 합동 조건을 이해하고, 설명할 수 있다.

바레인 국제 무역 센터는 두 개의 직각삼각형이 좌우대칭을 이루고 있는 모양이다.

탐구 학습

직각삼각형의 합동 조건은 무엇인가요?

열기 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=\angle F=90^\circ$인 두 직각삼각형 ABC와 DEF는 $\overline{AB}=\overline{DE}=5\,\text{cm}$, $\angle A=\angle D=30^\circ$이다. $\angle B$와 $\angle E$의 크기를 구하고, 두 삼각형이 서로 합동인지 말하여 보자.



다지기 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle B=\angle E=\boxed{}$

두 삼각형 ABC와 DEF에서

$\overline{AB}=\overline{DE}=5\,\text{cm}$

$\angle A=\angle D=30^\circ$

따라서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 두 삼각형 ABC와 DEF는 서로 합동이다.

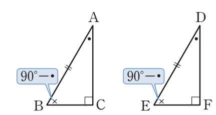
키우기 두 직각삼각형은 어떤 조건이 주어질 때 서로 합동일까?

직각삼각형의 합동 조건

직각삼각형에서 직각의 대변을 빗변이라고 한다.

1 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 직각삼각형에서 한 예각의 크기를 알면 다른 예각의 크기를 알 수 있다.

따라서 빗변의 길이가 같은 두 직각삼각형 ABC와 DEF에서 한 예각의 크기가 같으면 두 삼각형은 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$는 서로 합동이 된다.



즉, 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같은 두 직각삼각형은 서로 합동이다.

152 5차시

소단원 도입 글 지도 방법

바레인에 있는 국제 무역 센터는 높이 240 m의 좌우대칭을 이루는 직각삼각형 모양의 건물 두 동으로 이루어져 있다. 건물 사이에 세 개의 풍력 발전기가 설치되어 있는데 단순히 상징성뿐만 아니라 초고층 빌딩에서 요구하는 엄청난 전력 사용량을 일부라도 자급하기 위한 실용적인 대안으로서의 가능성을 보여준 사례이다. 이처럼 합동인 직각삼각형 모양의 건물을 통해 학습에 흥미를 느낄 수 있도록 지도한다.

(김현구, '풍력 융복합발전 기술동향')

탐구 학습 지도 방법

열기

두 직각삼각형에서 한 예각의 크기가 같으면 대응하는 다른 한 예각의 크기도 같다는 것을 알게 한다.

다지기

삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180°임을 이용하여

$\angle B=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$,

$\angle E=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$임을 알게 한다.

따라서 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$는 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 서로 합동임을 알게 한다.

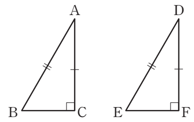
답 60°

키우기

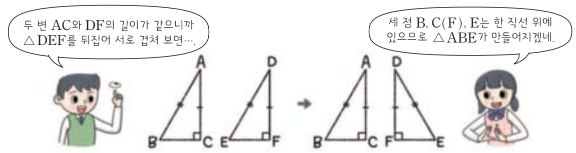
삼각형의 합동 조건을 이용하여 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같은 두 직각삼각형은 서로 합동임을 이해할 수 있도록 지도한다.

이제 이등변삼각형의 성질을 이용하여 직각삼각형의 또 다른 합동 조건을 알아보자.

$\angle C=\angle F=90^\circ$인 두 직각삼각형 ABC와 DEF에서 $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$이면 $\triangle ABC\equiv\triangle DEF$임을 설명하여 보자.



2 생각 열기



설명하기

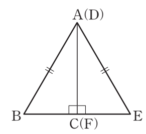
1단계 | 이등변삼각형 만들기

오른쪽 그림과 같이 △DEF를 뒤집어 길이가 같은 두 변 AC와 DF가 서로 겹치도록 놓으면

$$\angle ACB+\angle DFE=90^\circ+90^\circ$$
$$=180^\circ$$

이다. 따라서 세 점 B, C(F), E는 한 직선 위에 있으므로 △ABE가 만들어진다.

이때 △ABE는 $\overline{AB}=\overline{AE}$이므로 이등변삼각형이다.



2단계 | 두 삼각형이 합동임을 보이기

△ABC와 △DEF에서

$\angle C=\angle F=90^\circ$ ...... ①

$\overline{AB}=\overline{DE}$ ...... ②

또, △ABE는 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle E$ ...... ③

①, ②, ③에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 $\triangle ABC\equiv\triangle DEF$이다.

3 즉, 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같은 두 직각삼각형은 서로 합동이다.

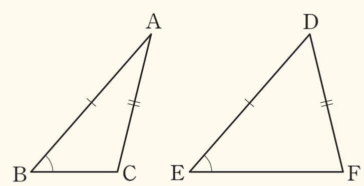
5차시 153

교과서 지도 방안

1 직각삼각형에서 한 각은 직각으로 정해져 있으므로, 두 직각삼각형에서 한 예각의 크기가 같으면 두 직각삼각형의 대응하는 각의 크기는 모두 같음을 알게 한다. 따라서 두 직각삼각형이 합동임을 설명할 때에는 직각의 조건을 빠뜨리지 않게 한다.

2 **생각 열기 |** 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같은 두 직각삼각형이 합동임을 설명하기 위해서는 이등변삼각형의 성질을 사용하기 위하여 도형을 뒤집는 변환을 사용하면 된다. 본문에 제시되어 있는 것처럼 세 점 B, C(F), E가 한 직선 위에 있어야 이등변삼각형이 됨을 이해하게 한다.

3 두 직각삼각형에서 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으면 서로 합동이지만 일반적으로 두 변의 길이와 한 각의 크기가 각각 같은 두 삼각형은 서로 합동이 되지 않는다. 다음 그림에서 △ABC와 △DEF는 $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$, $\angle B=\angle E$이지만 서로 합동이 아니다.

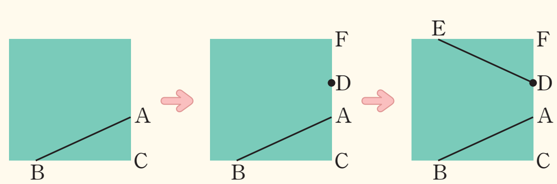


수준별 지도 자료

■ 직각삼각형의 합동 조건

하 수준 조작 활동을 통하여 직각삼각형의 합동 조건을 이해하도록 지도한다.

예 색종이를 이용하여 다음과 같이 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같은 두 직각삼각형을 만들어 보자.



❶ ∠C를 포함하는 △ABC를 만든다.

❷ $\overline{AC}=\overline{DF}$인 점 D를 정한다.

❸ $\overline{AB}=\overline{DE}$인 점 E를 정하여 △DEF를 만든다.

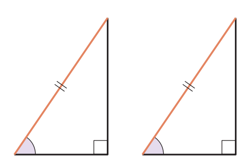
❹ △ABC를 오려 내어 △DEF 위에 포개어 두 삼각형이 서로 합동임을 확인해 본다.

플러스 자료

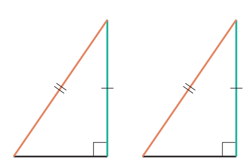
직각삼각형의 합동 조건 간단히 표현하기

직각삼각형의 합동 조건을 Side(변), Angle(각), Hypotenuse(빗변), Right angle(직각)의 첫 글자를 사용하여 다음과 같이 간단히 나타내기도 한다.

(1) 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같을 때
➡ RHA 합동



(2) 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같을 때
➡ RHS 합동



교과서 지도 방안

❶ 개념 확인 | 삼각형의 합동 조건에서는 세 변의 길이와 세 각의 크기 중 3가지 조건이 필요하였으나 직각삼각형의 합동 조건은 이미 한 내각이 직각이라는 조건이 있으므로 2가지 조건만 더 알아도 두 직각삼각형이 합동이 됨을 이해하게 한다.

생각 넓히기 — 정보 처리

[지도 목표] 각의 이등분선의 성질을 직관적으로 이해하게 한다.

[지도 방법] 컴퓨터 프로그램을 이용하여 각의 이등분선 위의 한 점 P에서 그 각의 두 변에 이르는 거리가 같음을 이해하게 한다.

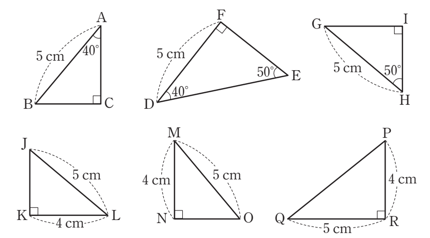
[예시 답안] 컴퓨터 프로그램을 이용하여 두 선분 PA, PB를 각각 선택한 후 그 길이를 측정하면 두 선분의 길이는 서로 같다. 또, 직선 l 위에서 점 P의 위치를 움직이면서 두 선분 PA, PB의 길이를 측정해 보아도 그 길이는 서로 같다.
따라서 각의 이등분선 위의 한 점에서 그 각의 두 변에 이르는 거리는 같다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

직각삼각형의 합동 조건
❶ 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같은 두 직각삼각형은 서로 합동이다.
❷ 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같은 두 직각삼각형은 서로 합동이다.

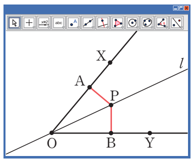
❶ 개념 확인

문제 1 다음 직각삼각형 중에서 서로 합동인 것을 모두 찾아 기호 ≡을 써서 나타내시오.



생각 넓히기 — 정보 처리

오른쪽 그림은 컴퓨터 프로그램을 이용하여 ∠XOY의 이등분선 l을 그린 후 그 위에 점 P를 잡은 것이다. 점 P에서 두 반직선 OX와 OY에 내린 수선의 발을 각각 A, B라고 할 때, 직선 l 위에서 점 P의 위치를 움직이면서 두 선분 PA, PB의 길이를 측정하여 비교해 보자.



154 6차시

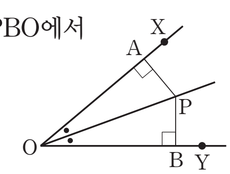
생각 넓히기 플러스 — 추론

각의 이등분선 위의 한 점에서 그 각의 두 변에 이르는 거리가 같음을 설명하여 보자.

[지도 목표] 각의 이등분선의 성질을 이해하고 설명할 수 있게 한다.

[지도 방법] 각의 이등분선 위의 한 점에서 각의 두 변에 수선을 그어서 만든 두 삼각형이 서로 합동임을 기호를 사용하여 설명하게 한다.

[예시 답안] △PAO와 △PBO에서



∠PAO=∠PBO=90°,
$\overline{\mathrm{PO}}$는 공통,
∠POA=∠POB
이므로 △PAO≡△PBO이다.
따라서 $\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}$이므로 각의 이등분선 위의 한 점에서 그 각의 두 변에 이르는 거리는 같다.

문제 풀이

문제 1

주안점 직각삼각형의 합동 조건을 이용하여 서로 합동인 직각삼각형을 찾게 한다.

| 풀이 | △ABC와 △GHI에서

∠C=∠I=90° ...... ①
$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{GH}}=5\ \mathrm{cm}$ ...... ②
∠A=∠G=40° ...... ③

①, ②, ③에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 △ABC≡△GHI이다.

△JKL과 △ONM에서

∠K=∠N=90° ...... ④
$\overline{\mathrm{JL}}=\overline{\mathrm{OM}}=5\ \mathrm{cm}$ ...... ⑤
$\overline{\mathrm{KL}}=\overline{\mathrm{NM}}=4\ \mathrm{cm}$ ...... ⑥

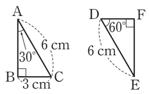
④, ⑤, ⑥에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 △JKL≡△ONM이다.

스스로 확인하기

정답 및 풀이 276쪽

1

오른쪽 그림과 같이 $\angle B=\angle F=90^{\circ}$인 두 직각삼각형 ABC, DEF에 대하여 물음에 답하시오.



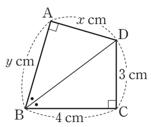
(1) 합동인 두 삼각형을 기호 ≡을 써서 나타내고, 합동 조건을 말하시오.

(2) $\overline{DF}$의 길이를 구하시오.

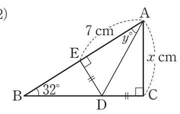
2

다음 그림에서 x, y의 값을 구하시오.

(1)

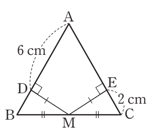


(2)



3

오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{BC}$의 중점을 M이라 하고, 점 M에서 두 변 AB, AC에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 하자. $\overline{AD}=6$ cm, $\overline{CE}=2$ cm, $\overline{MD}=\overline{ME}$일 때, $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.

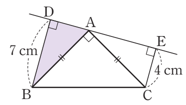


수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 388~389쪽
소단원 평가 ⇨ 397쪽

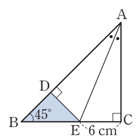
4

오른쪽 그림과 같이 $\angle A=90^{\circ}$, $\overline{AB}=\overline{AC}$인 직각이등변삼각형 ABC의 두 꼭짓점 B, C에서 꼭짓점 A를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 하자. $\overline{BD}=7$ cm, $\overline{CE}=4$ cm일 때, △ADB의 넓이를 구하시오.



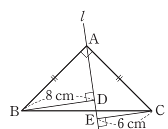
5

오른쪽 그림과 같이 $\angle B=45^{\circ}$, $\angle C=90^{\circ}$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AE}$는 ∠A의 이등분선이고 $\overline{AB}\perp\overline{DE}$, $\overline{CE}=6$ cm일 때, △BED의 넓이를 구하시오.



6 발전 문제

오른쪽 그림과 같이 $\angle A=90^{\circ}$, $\overline{AB}=\overline{AC}$인 직각이등변삼각형 ABC에서 꼭짓점 A를 지나는 직선 l을 긋고, 두 꼭짓점 B, C에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 하자. $\overline{BD}=8$ cm, $\overline{CE}=6$ cm일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하시오.



이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

스스로 확인하기

1 이해하기 | 하 중 상

주안점 직각삼각형의 합동 조건을 이해하게 한다.

|풀이| (1) △ABC와 △EFD에서 $\angle B=\angle F=90^{\circ}$,

$\overline{AC}=\overline{ED}=6$ cm, $\angle A=\angle E=30^{\circ}$

따라서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 △ABC≡△EFD이다.

(2) 합동인 삼각형에서 대응하는 변의 길이는 같으므로

$\overline{DF}=\overline{CB}=3$ cm

2 계산하기 | 하 중 상

주안점 직각삼각형의 합동 조건을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) △ABD와 △CBD에서 $\angle A=\angle C=90^{\circ}$,

$\overline{BD}$는 공통, $\angle ABD=\angle CBD$이므로

△ABD≡△CBD이다.

따라서 $x=3$, $y=4$

(2) △AED와 △ACD에서 $\angle AED=\angle C=90^{\circ}$,

$\overline{AD}$는 공통, $\overline{DE}=\overline{DC}$이므로

△AED≡△ACD이다.

따라서 $\overline{AC}=\overline{AE}=7$ cm이므로 $x=7$

또, $\angle EAD=\angle CAD$이므로 △ABC에서

$$\angle EAD=\frac{1}{2}\times(90^{\circ}-32^{\circ})=29^{\circ}$$

따라서 $y=29$

3 이해하기 | 하 중 상

주안점 직각삼각형의 합동 조건을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| △BMD와 △CME에서

$\angle BDM=\angle CEM=90^{\circ}$, $\overline{BM}=\overline{CM}$, $\overline{MD}=\overline{ME}$

이므로 △BMD≡△CME이다.

따라서 $\overline{BD}=\overline{CE}=2$ cm이므로

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=6+2=8$ (cm)

4 이해하기 | 하 중 상

주안점 직각삼각형의 합동 조건을 이용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| △ADB와 △CEA에서 $\angle ADB=\angle CEA=90^{\circ}$,

$\overline{AB}=\overline{CA}$, $\angle BAD=180^{\circ}-(90^{\circ}+\angle CAE)=\angle ACE$

이므로 △ADB≡△CEA이다. 따라서

$\overline{AD}=\overline{CE}=4$ cm이므로

$$(\triangle ADB\text{의 넓이})=\frac{1}{2}\times7\times4=14\ (\text{cm}^2)$$

5 이해하기 | 하 중 상

주안점 직각삼각형의 합동 조건을 이용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| △ADE와 △ACE에서 $\angle ADE=\angle ACE=90^{\circ}$, $\overline{AE}$는 공통, $\angle DAE=\angle CAE$이므로 △ADE≡△ACE이다.

따라서 $\overline{DE}=\overline{CE}=6$ cm이고 △BED는 직각이등변삼각형이므로

$$(\triangle BED\text{의 넓이})=\frac{1}{2}\times6\times6=18\ (\text{cm}^2)$$

6 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 직각삼각형의 합동 조건을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| △ABD와 △CAE에서 $\angle ADB=\angle CEA=90^{\circ}$, $\overline{AB}=\overline{CA}$,

$\angle ABD=90^{\circ}-\angle EAB=\angle CAE$이므로 △ABD≡△CAE이다.

따라서 $\overline{AE}=\overline{BD}=8$ cm, $\overline{AD}=\overline{CE}=6$ cm이므로

$\overline{DE}=\overline{AE}-\overline{AD}=8-6=2$ (cm)

3 삼각형의 외심

1 소단원 성취기준

[9수04-11] 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

- 삼각형의 외심과 외접원의 뜻을 알 수 있다.
- 삼각형의 외심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

2 새로 나온 학습 요소

외심, 외접, 외접원

3 지도상의 유의점

- 컴퓨터 프로그램과 같은 공학적 도구나 다양한 교구를 이용하여 모든 삼각형에서 세 변의 수직이등분선이 항상 한 점에서 만남을 직관적으로 확인하게 한다.
- 삼각형의 외심의 성질을 설명할 때 선분의 수직이등분선의 성질을 이용하게 한다.
- 외심, 외접, 외접원의 용어의 뜻을 그림을 통하여 직관적으로 이해하게 한다.

3 삼각형의 외심

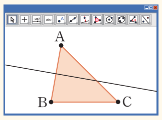
삼각형의 외심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

전통 지붕에 사용되었던 기와인 수막새가 원 모양이라고 할 때, 깨진 부분은 원의 중심을 찾아 복원할 수 있다.

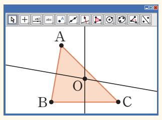
삼각형의 외심은 무엇인가요?

탐구 학습

열기 컴퓨터 프로그램을 이용하여 다음 순서에 따라 활동을 하고, 물음에 답하여 보자.



❶ 삼각형 ABC를 그리고, 변 AB의 수직이등분선을 그린다.



❷ 변 BC의 수직이등분선을 그린다.

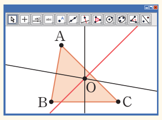
(1) 활동 ❶, ❷에서 그린 선의 교점을 O라고 할 때, 변 CA의 수직이등분선이 점 O를 지나는지 확인하여 보자.

(2) 점 O에서 세 꼭짓점 A, B, C에 이르는 거리를 재어 비교하여 보자.

다지기

(1) 컴퓨터 프로그램을 이용하여 그린 변 CA의 수직이등분선은 점 O를 $\boxed{}$.

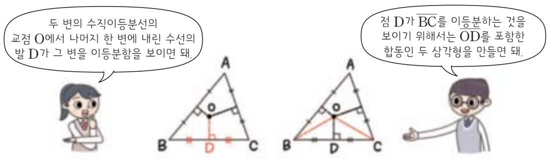
(2) 점 O에서 세 꼭짓점 A, B, C에 이르는 거리를 재어 보면 그 거리는 $\boxed{}$.



키우기 모든 삼각형에서 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만날까?

삼각형의 외심 1

생각 열기 △ABC의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만남을 알아보자.



156 7차시

소단원 도입 글 지도 방법

경주 영묘사 터에서 발견된 사람 얼굴 무늬의 기와인 수막새는 '신라의 미소'라고 불리며 현재 국립신라박물관에 보관되어 있다. 기왓장에 그려진 얼굴 한쪽이 깨졌지만 웃음은 깨지지 않고 초승달처럼 웃고 있다. 원 모양의 문화재가 훼손되었을 때, 삼각형의 외심의 성질을 이용하면 원래 모양대로 복원할 수 있다는 사실을 통해 삼각형의 외심의 성질을 배울 필요성을 느낄 수 있도록 지도한다. (정목일, "나의 한국미 산책")

탐구 학습 지도 방법

열기

컴퓨터 프로그램을 이용하여 삼각형의 세 변의 수직이등분선을 그려 한 점에서 만나는지 확인하고, 그 교점에서 세 꼭짓점에 이르는 거리를 재어 보게 한다.

다지기

컴퓨터 프로그램을 이용하여 변 CA의 수직이등분선이 점 O를 지나고, 점 O에서 세 꼭짓점 A, B, C에 이르는 거리가 같음을 알게 한다.

답 (1) 지난다 (2) 같다

키우기

컴퓨터 프로그램을 이용하여 삼각형의 세 꼭짓점을 움직여 봄으로써 삼각형의 모양에 관계없이 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만남을 알도록 지도한다.

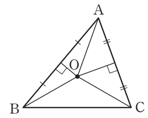
설명하기

1 단계 | 두 변의 수직이등분선의 교점 찾기

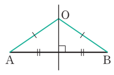
△ABC에서 변 AB와 변 AC의 수직이등분선의 교점을 O라고 하자.

이때 점 O는 두 변 AB, AC의 수직이등분선 위의 점이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}$, $\overline{OA}=\overline{OC}$ ...... ①



$\overline{AB}$의 수직이등분선 위의 한 점 O에서 두 점 A, B에 이르는 거리는 같다.



2 단계 | 두 삼각형이 합동임을 보이기

이제 점 O에서 변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 하면

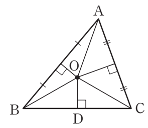
△OBD와 △OCD에서

$\angle ODB=\angle ODC=90^\circ$ ...... ②

①에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$ ...... ③

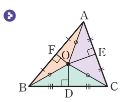
$\overline{OD}$는 공통 ...... ④

②, ③, ④에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 △OBD≡△OCD이다.



3 단계 | 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 보이기

$\overline{BD}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OD}$는 $\overline{BC}$의 수직이등분선이다. 따라서 △ABC의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.

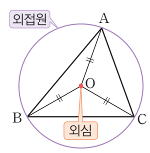


△OAF≡△OBF
△OBD≡△OCD
△OCE≡△OAE

2 한편, $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 점 O에서 △ABC의 세 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같고, 점 O를 중심으로 하고 $\overline{OA}$를 반지름으로 하는 원을 그리면 이 원은 △ABC의 세 꼭짓점을 모두 지난다.

이처럼 △ABC의 모든 꼭짓점이 원 O 위에 있을 때, 이 원 O는 △ABC에 **외접**한다고 한다.

이때 원 O를 △ABC의 **외접원**이라 하고, 외접원의 중심 O를 △ABC의 **외심**이라고 한다.



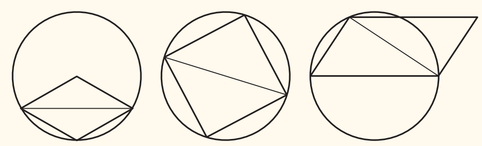
이상을 정리하면 다음과 같다.

> **삼각형의 외심**
> ❶ 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점(외심)에서 만난다.
> ❷ 외심에서 삼각형의 세 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같다.

교과서 지도 방안

1 **생각 열기 |** 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만난다는 것을 설명하기 위해서는 두 변의 수직이등분선의 교점 O에서 나머지 한 변에 내린 수선의 발이 그 변을 이등분함을 보이면 된다. 그 수선의 발이 변 BC를 이등분함을 보이기 위해서는 선분 OD를 포함하고 점 O와 두 점 B, C를 각각 이어 만든 두 삼각형 OBD와 OCD가 서로 합동이 됨을 보여야 함을 알게 한다.

2 모든 삼각형에서 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만나지만 사각형에서는 항상 성립하지는 않는다. 사각형의 네 꼭짓점을 지나는 원이 존재할 수 있는가에 대한 발문을 통해 사각형의 외접원의 존재 여부를 생각해 보게 한다.

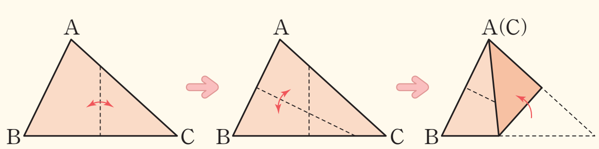


수준별 지도 자료

■ **삼각형의 외심 찾기**

(하 수준) 공학적 도구나 다양한 교구 활동을 통하여 삼각형의 외심의 성질을 직관적으로 알도록 지도한다.

(예) 먼저 예각삼각형 모양의 색종이를 두 꼭짓점이 만나도록 접었을 때 접힌 선이 변의 수직이등분선임을 이해할 수 있도록 충분히 설명하고, 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 직관적으로 알 수 있도록 한다. 이때 이 점이 외심임을 알게 한다.



플러스 자료

선분의 수직이등분선 작도

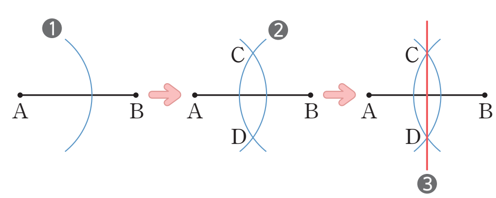
다음 과정을 따라 자와 컴퍼스를 이용하면 선분 AB의 수직이등분선을 작도할 수 있다.

• 선분 AB의 수직이등분선 작도하기

❶ 점 A를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 $\overline{AB}$의 길이의 반보다 큰 원을 그린다.

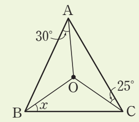
❷ 점 B를 중심으로 하고, ❶에서 그린 원과 반지름의 길이가 같은 원을 그려서 두 원의 교점을 C, D라고 한다.

❸ 두 점 C, D를 연결하여 그린 직선 CD가 선분 AB의 수직이등분선이다.



예제 1

오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OAB=30^\circ$, $\angle OCA=25^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



풀이 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이다. 즉, $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$는 모두 이등변삼각형이므로

$\angle OBA=30^\circ$, $\angle OCB=\angle x$,
$\angle OAC=25^\circ$

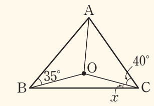
이때 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$2(30^\circ+\angle x+25^\circ)=180^\circ$
$\angle x=35^\circ$

답 35°

1 따라 하기 | 삼각형의 외심의 성질 이해하기

오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OBA=35^\circ$, $\angle OCA=40^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



풀이 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이다. 즉, $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$는 모두 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=$___, $\angle OBC=$___,
$\angle OAC=$___

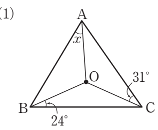
이때 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

___$=180^\circ$
$\angle x=$___

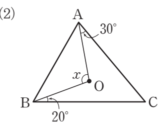
답 ___

문제 1 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)

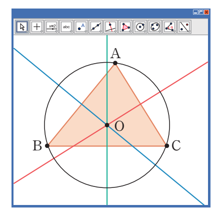


(2)



생각 넓히기 정보 처리·의사소통

오른쪽 그림은 컴퓨터 프로그램을 이용하여 삼각형 ABC를 그린 후 세 변의 수직이등분선을 그려 외심을 찾은 것이다. 삼각형의 한 점을 움직이면서 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형일 때 외심의 위치를 찾아보고, 각 경우에 대하여 어떤 특징이 있는지 설명하여 보자.



158 8차시

교과서 지도 방안

1 따라 하기 | 학생들이 예제의 풀이 과정과 같이 외심의 성질과 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있도록 지도한다.

|풀이| 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이다. 즉, $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$는 모두 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\underline{35^\circ}$, $\angle OBC=\underline{\angle x}$, $\angle OAC=\underline{40^\circ}$

이때 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\underline{2(35^\circ+\angle x+40^\circ)}=180^\circ$

$\angle x=\underline{15^\circ}$

답 $\underline{15^\circ}$

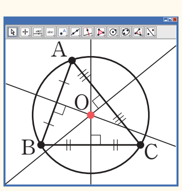
생각 넓히기

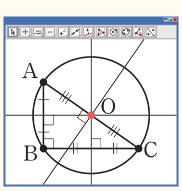
정보 처리·의사소통

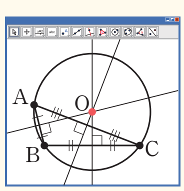
[지도 목표] 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형에서 외심의 위치를 비교할 수 있게 한다.

[지도 방법] 컴퓨터 프로그램을 이용하여 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형의 외심의 위치가 달라짐을 직관적으로 확인할 수 있게 한다. 이때 삼각형의 모양과 관계없이 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다는 것을 이해하게 한다.

[예시 답안] 컴퓨터 프로그램을 이용하여 삼각형의 세 변의 수직이등분선을 그려 외심을 찾고, 삼각형의 한 점을 움직여 보면 삼각형의 모양에 따라 외심의 위치가 달라지는 것을 관찰할 수 있다. 이 과정에서 예각삼각형의 외심은 삼각형의 내부에 있고, 직각삼각형의 외심은 빗변 위에 있고, 둔각삼각형의 외심은 삼각형의 외부에 있음을 확인할 수 있다.
특히, 직각삼각형의 외심은 빗변 위에 있고 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 빗변의 중점에 위치함을 알 수 있다.







문제 풀이

문제 1

주안점 삼각형의 외심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

$\angle OAB=\angle OBA=\angle x$, $\angle OBC=\angle OCB=24^\circ$,

$\angle OAC=\angle OCA=31^\circ$

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$2(\angle x+24^\circ+31^\circ)=180^\circ$, $\angle x+55^\circ=90^\circ$

따라서 $\angle x=35^\circ$

(2) 두 점 C, O를 이으면 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA$, $\angle OBC=\angle OCB=20^\circ$, $\angle OAC=\angle OCA=30^\circ$

$\angle OAB=\angle OBA=\angle a$라고 하면 $2(\angle a+20^\circ+30^\circ)=180^\circ$이므로

$\angle a=40^\circ$

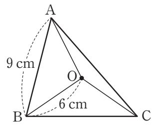
$\triangle OAB$에서 $\angle x+2\angle a=180^\circ$이므로 $\angle x+80^\circ=180^\circ$

따라서 $\angle x=100^\circ$

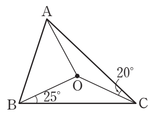
스스로 확인하기

정답 및 풀이 277쪽

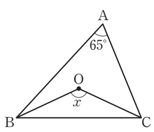
1
오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심일 때, $\overline{OA}$의 길이를 구하시오.



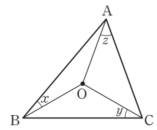
2
오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이다. $\angle OBC=25^\circ$, $\angle OCA=20^\circ$일 때, $\angle OCB$의 크기를 구하시오.



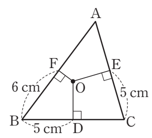
3
오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



4
오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심일 때, $\angle x+\angle y+\angle z$의 값을 구하시오.



5
오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심일 때, △ABC의 둘레의 길이를 구하시오.



6 창의•융합
유적지를 발굴하던 중 오른쪽 그림과 같이 깨어진 얼굴 무늬 수막새가 출토되었다. 이 수막새를 원 모양이라고 할 때, 원래의 모양으로 복원하기 위해 원의 중심을 찾는 방법을 설명하시오.

수업 보충 자료
기초력 향상 문제 ⇨ 390쪽
소단원 평가 ⇨ 398쪽

이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

스스로 확인하기

1 이해하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 외심의 성질을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

따라서 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 $\overline{OA}=6\text{ cm}$

2 이해하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 외심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 점 O는 △ABC의 외심이므로

△OBC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이다.

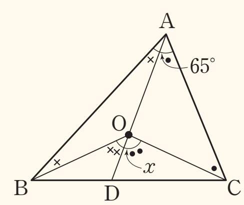
이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같으므로

$\angle OCB=\angle OBC=25^\circ$

3 계산하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 외심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 오른쪽 그림과 같이 두 점 O, A를 이으면 점 O는 △ABC의 외심이고



$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA$,

$\angle OAC=\angle OCA$

$\overline{OA}$의 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라고 하면

$\angle BOD=2\angle BAD$, $\angle COD=2\angle CAD$이므로

$\angle BOC=\angle BOD+\angle COD=2(\angle BAD+\angle CAD)$

$=2\angle BAC=2\times 65^\circ=130^\circ$

따라서 $\angle x=130^\circ$

4 계산하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 외심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 점 O는 △ABC의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

$\angle OAB=\angle OBA=\angle x$, $\angle OBC=\angle OCB=\angle y$,

$\angle OAC=\angle OCA=\angle z$

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$2(\angle x+\angle y+\angle z)=180^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y+\angle z=90^\circ$

5 추론하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 외심이 각 변의 수직이등분선의 교점임을 이용하여 삼각형의 둘레의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 점 O는 △ABC의 외심이므로 $\overline{OF}$, $\overline{OD}$, $\overline{OE}$는 각 변을 수직이등분한다. 즉,

$\overline{AF}=\overline{BF}=6\text{ cm}$, $\overline{CD}=\overline{BD}=5\text{ cm}$, $\overline{AE}=\overline{CE}=5\text{ cm}$

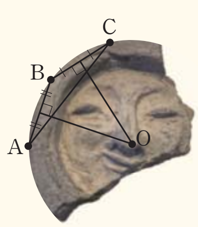
따라서 △ABC의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=2\times(6+5+5)=32\text{ (cm)}$

6 설명하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 외심을 이용하여 원의 중심을 찾을 수 있게 한다.

|풀이| 오른쪽 그림과 같이 수막새의 가장자리에 세 점 A, B, C를 정하고, △ABC의 세 변의 수직이등분선의 교점을 찾는다. 즉, △ABC의 외심인 점 O가 수막새를 원래의 원 모양으로 복원하기 위해 찾으려는 원의 중심이다.



4 삼각형의 내심

1 소단원 성취기준

[9수04-11] 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

- 원의 접선과 접점의 뜻을 알 수 있다.
- 삼각형의 내심과 내접원의 뜻을 알 수 있다.
- 삼각형의 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

2 새로 나온 학습 요소

접선, 접점, 접한다, 내심, 내접, 내접원

3 지도상의 유의점

- 컴퓨터 프로그램과 같은 공학적 도구나 다양한 교구를 이용하여 모든 삼각형에서 세 내각의 이등분선이 항상 한 점에서 만남을 직관적으로 확인하게 한다.
- 삼각형의 내심의 성질을 설명할 때 각의 이등분선의 성질을 이용하게 한다.
- 내심, 내접, 내접원의 용어의 뜻을 그림을 통하여 직관적으로 이해하게 한다.
- 삼각형의 외심과 내심의 성질을 서로 혼동하지 않도록 지도한다.

4 삼각형의 내심

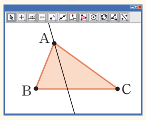
삼각형의 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

삼각형 모양의 시계에서 시곗바늘을 고정하는 원의 중심은 삼각형의 성질을 이용하여 찾을 수 있다.

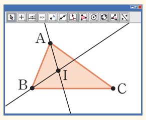
삼각형의 내심은 무엇인가요?

탐구 학습

열기 컴퓨터 프로그램을 이용하여 다음 순서에 따라 활동을 하고, 물음에 답하여 보자.



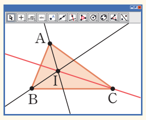
❶ 삼각형 ABC를 그리고, ∠A의 이등분선을 그린다.



❷ ∠B의 이등분선을 그린다.

(1) 활동 ❶, ❷에서 그린 선의 교점을 I라고 할 때, ∠C의 이등분선이 점 I를 지나는지 확인하여 보자.
(2) 점 I에서 세 변 AB, BC, CA에 이르는 거리를 재어 비교하여 보자.

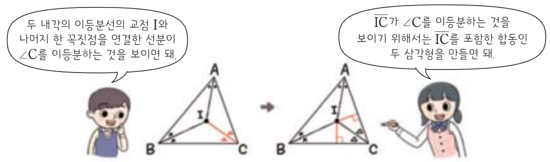
다지기 (1) 컴퓨터 프로그램을 이용하여 그린 ∠C의 이등분선은 점 I를 ☐.
(2) 점 I에서 세 변 AB, BC, CA에 이르는 거리를 재어 보면 그 거리는 ☐.



키우기 모든 삼각형에서 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만날까?

삼각형의 내심 1 △ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만남을 알아보자.

생각 열기



160 9차시

소단원 도입 글 지도 방법

삼각형 모양의 시계는 삼각형의 내심의 성질을 이용하여 디자인한 것이다. 삼각형 모양의 시계에서 시침과 분침은 삼각형 내부에 접하는 원의 중심에 고정해야 한다. 길이가 긴 분침의 끝이 원을 그리며 움직이므로 분침이 삼각형 밖으로 나가지 않도록 하면서 그 길이를 최대한 길게 만들려면 분침의 끝이 지나는 원이 삼각형에 내접해야 함을 알게 하여 흥미를 유발할 수 있게 한다.

탐구 학습 지도 방법

열기

컴퓨터 프로그램을 이용하여 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그려 한 점에서 만나는지 확인하고, 그 교점에서 세 변에 이르는 거리를 재어 보게 한다.

다지기

컴퓨터 프로그램을 이용하여 ∠C의 이등분선이 점 I를 지나고, 점 I에서 세 변 AB, BC, CA에 이르는 거리가 같음을 알게 한다.

답 (1) 지난다 (2) 같다

키우기

컴퓨터 프로그램을 이용하여 삼각형의 세 꼭짓점을 움직여 봄으로써 삼각형의 모양에 관계없이 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 알도록 지도한다.

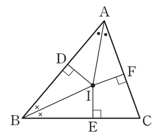
설명 하기

1단계 | 두 내각의 이등분선의 교점 찾기

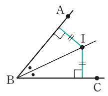
△ABC에서 ∠A와 ∠B의 이등분선의 교점을 I라 하고, 점 I에서 세 변 AB, BC, CA에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라고 하자.

이때 점 I는 ∠A, ∠B의 이등분선 위의 점이므로

$\overline{ID}=\overline{IF}$, $\overline{ID}=\overline{IE}$ …… ①



∠B의 이등분선 위의 한 점 I에서 그 각의 두 변에 이르는 거리는 같다.



2단계 | 두 삼각형이 합동임을 보이기

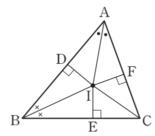
이제 점 C와 점 I를 연결하는 $\overline{IC}$를 그으면

△ICE와 △ICF에서

∠IEC=∠IFC=90° …… ②

$\overline{IC}$는 공통 …… ③

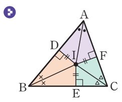
①에서 $\overline{IE}=\overline{IF}$ …… ④



②, ③, ④에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 △ICE≡△ICF이다.

3단계 | 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 보이기

∠ICE=∠ICF이므로 $\overline{IC}$는 ∠C의 이등분선이다. 따라서 △ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

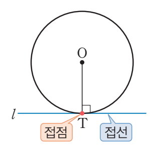


△IAD≡△IAF
△IBD≡△IBE
△ICE≡△ICF

한편, $\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}$이므로 점 I에서 △ABC의 세 변에 이르는 거리는 모두 같고, 점 I를 중심으로 하고 $\overline{ID}$를 반지름으로 하는 원을 그리면 이 원은 △ABC의 세 변과 각각 한 점에서 만난다.

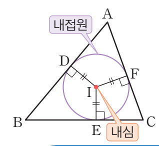
2 어떤 직선 l과 원 O가 한 점 T에서 만날 때, 직선 l은 원 O에 **접한다**고 한다. 이때 직선 l을 원 O의 **접선**이라 하고, 원과 접선이 만나는 점 T를 **접점**이라고 한다.

접점에서 접선과 반지름은 수직으로 만난다. 즉, $\overline{OT}\perp l$이다.



3 이처럼 원 I가 △ABC의 세 변에 모두 접할 때, 이 원 I는 △ABC에 **내접**한다고 한다.

이때 원 I를 △ABC의 **내접원**이라 하고, 내접원의 중심 I를 △ABC의 **내심**이라고 한다.



교과서 지도 방안

1 **생각 열기 |** 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만난다는 것을 설명하기 위해서는 두 내각의 이등분선의 교점 I와 나머지 한 꼭짓점을 연결한 선분이 그 각을 이등분하는 것을 보이면 된다. 각을 이등분한다는 것을 보이기 위해서는 선분 IC를 포함하고 점 I에서 선분 BC, 선분 CA에 각각 수선을 내려 만든 두 삼각형 IEC와 IFC가 서로 합동이 됨을 보여야 함을 알게 한다.

2 원과 직선이 한 점에서 만날 수 있음을 직관적으로 알게 하고, 접점에서 접선과 반지름이 수직으로 만난다는 것을 관찰을 통해 직관적으로 이해하게 한다.

3 모든 삼각형에서 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만나지만 사각형에서는 항상 성립하지는 않는다는 것을 알게 한다.

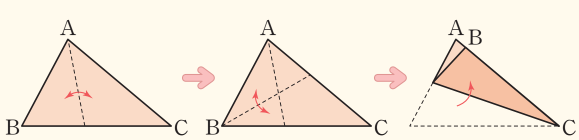
한편, 모든 정다각형에서는 내심이 존재한다는 것을 직관적으로 알게 한다.

수준별 지도 자료

■ **삼각형의 내심 찾기**

하 수준 공학적 도구나 다양한 교구 활동을 통하여 삼각형의 내심의 성질을 직관적으로 알도록 지도한다.

예 먼저 삼각형 모양의 색종이를 두 변이 만나도록 접었을 때 접힌 선이 각의 이등분선임을 이해할 수 있도록 충분히 설명하고, 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 직관적으로 알 수 있도록 한다. 이때 이 점이 삼각형의 내심임을 알게 한다.



플러스 자료

각의 이등분선 작도

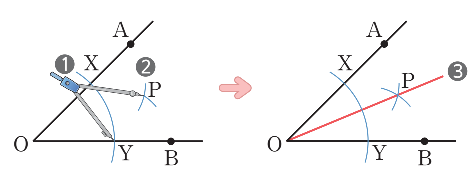
다음 과정을 따라 자와 컴퍼스를 이용하면 ∠AOB의 이등분선을 작도할 수 있다.

- ∠AOB의 이등분선 작도하기

❶ 점 O를 중심으로 적당한 원을 그려 두 반직선 OA, OB와 원의 교점을 각각 X, Y라고 한다.

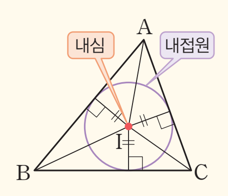
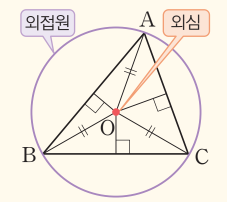
❷ 두 점 X, Y를 중심으로 반지름의 길이가 같은 원을 각각 그려서 두 원의 교점을 P라고 한다.

❸ 두 점 O, P를 연결하여 그린 반직선 OP가 ∠AOB의 이등분선이다.



⁚⁚ 교과서 지도 방안

❶ **오개념 바로잡기 |** 삼각형의 외심과 내심의 뜻과 성질을 명확하게 구분할 수 있도록 하여 혼동하는 일이 없도록 지도한다.

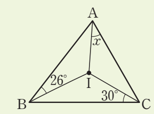
	내심	외심
		
정의	삼각형의 내접원의 중심	삼각형의 외접원의 중심
성질	내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.	외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.
위치	삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점	삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점

이상을 정리하면 다음과 같다.

❶ **삼각형의 내심**
❶ 삼각형의 세 내각의 이등분선은 한 점(내심)에서 만난다.
❷ 내심에서 삼각형의 세 변에 이르는 거리는 모두 같다.

| 삼각형의 내심의 성질 이해하기

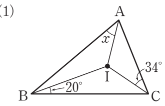
예제 ❶ 오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다.
$\angle IBA=26°$, $\angle ICB=30°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.

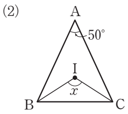


풀이 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle IAB=\angle IAC=\angle x$, $\angle IBC=\angle IBA=26°$, $\angle ICA=\angle ICB=30°$
이때 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로
$2(\angle x+26°+30°)=180°$, $\angle x=34°$

답 $34°$

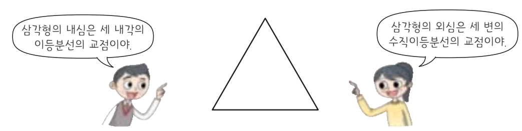
문제 1 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)


(2)


추론·의사소통

생각 넓히기 정삼각형의 내심과 외심의 위치를 찾아보고 어떤 관계가 있는지 알아보자.



162 10차시

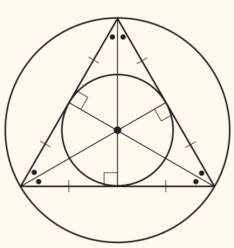
생각 넓히기

추론·의사소통

[지도 목표] 삼각형의 내심과 외심의 성질을 이용하여 정삼각형의 내심과 외심이 일치함을 설명할 수 있게 한다.

[지도 방법] 정삼각형에서 세 변의 수직이등분선의 교점과 세 내각의 이등분선의 교점이 일치함을 확인하게 한다.

[예시 답안] 삼각형에서 내심은 세 내각의 이등분선의 교점인데 정삼각형은 이등변삼각형이므로 내각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다. 즉, 정삼각형에서 세 내각의 이등분선과 세 변의 수직이등분선의 교점이 일치하므로 정삼각형의 내심과 외심은 일치한다.



문제 풀이

문제 1

주안점 삼각형의 내심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IAB=\angle IAC=\angle x$, $\angle IBA=\angle IBC=20°$,

$\angle ICB=\angle ICA=34°$

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$2(\angle x+20°+34°)=180°$, $\angle x+54°=90°$

따라서 $\angle x=36°$

(2) 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle IBA=\angle IBC$, $\angle ICB=\angle ICA$

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$\frac{1}{2}(\angle A+\angle B+\angle C)=25°+\angle IBC+\angle ICB=90°$

$\angle IBC+\angle ICB=90°-25°=65°$

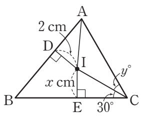
따라서 $\angle x=180°-(\angle IBC+\angle ICB)=180°-65°=115°$

스스로 확인하기

정답 및 풀이 278쪽

1

오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, x, y의 값을 구하시오.

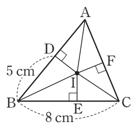


2

오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, 다음을 구하시오.

(1) $\triangle BID$와 합동인 삼각형

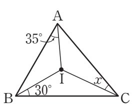
(2) $\overline{EC}$의 길이



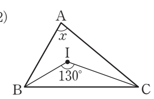
3

다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)

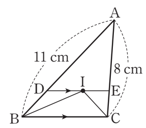


(2)



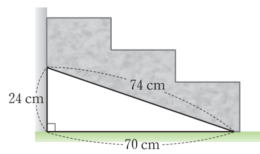
4

오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$의 내심 I를 지나고 변 BC에 평행한 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라고 하자. $\overline{AB}=11$ cm, $\overline{AC}=8$ cm일 때, $\triangle ADE$의 둘레의 길이를 구하시오.



5 창의•융합

다음 그림은 서윤이네 집에 있는 계단 밑 공간과 공의 크기를 나타낸 것이다. 계단 밑 공간에 농구공, 축구공, 배구공, 핸드볼공, 볼링공 중 어떤 공을 넣을 수 있는지 모두 말하시오. (단, 계단의 폭은 충분히 넓다.)



수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 391쪽
소단원 평가 ⇨ 399쪽

이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

10차시 163

스스로 확인하기

1 이해하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 내심의 성질을 이용하여 각의 크기와 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로 삼각형의 세 변에 이르는 거리가 같다. 즉, $\overline{ID}=\overline{IE}$에서 $x=2$

또, $\overline{CI}$는 $\angle C$의 이등분선이므로

$\angle ICE=\angle ICA$에서 $y=30$

2 이해하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 내심의 성질을 이용하여 합동인 삼각형을 찾을 수 있게 한다.

|풀이| (1) $\triangle BID$와 $\triangle BIE$에서

$\angle BDI=\angle BEI=90°$, $\overline{BI}$는 공통,

$\angle DBI=\angle EBI$이므로 $\triangle BID\equiv\triangle BIE$이다.

즉, $\triangle BID$와 합동인 삼각형은 $\triangle BIE$이다.

(2) (1)에서 $\overline{BE}=\overline{BD}=5$ cm이므로

$\overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=8-5=3$ (cm)

3 계산하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 내심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IAB=\angle IAC=35°$, $\angle IBA=\angle IBC=30°$,

$\angle ICB=\angle ICA=\angle x$

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$2(\angle x+35°+30°)=180°$, $\angle x+65°=90°$

따라서 $\angle x=25°$

(2) $\triangle IBC$에서 $\angle IBC+\angle ICB+130°=180°$

$\angle IBC+\angle ICB=180°-130°=50°$

$\angle A+\angle B+\angle C=180°$에서 $\angle x+2\times 50°=180°$

따라서 $\angle x=80°$

4 추론하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 내심의 성질을 이용하여 $\triangle ADE$의 둘레의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle DIB=\angle IBC$ (엇각), $\angle EIC=\angle ICB$ (엇각)

또, 점 I는 내심이므로 $\angle IBC=\angle IBD$, $\angle ICB=\angle ICE$이다. 즉, $\triangle DBI$와 $\triangle EIC$는 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{DB}=\overline{DI}$, $\overline{EI}=\overline{EC}$이므로

($\triangle ADE$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{AC}$

$=11+8=19$ (cm)

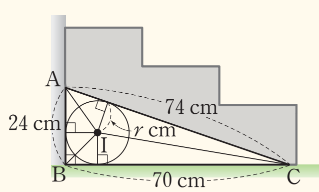
5 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 내심의 성질을 이용하여 내접원의 반지름의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$의 내접원의 중심을 I라고 하자.

$\triangle ABC$의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times 24\times 70=840\ (cm^2)$$



내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 할 때, $\triangle ABC$의 넓이는 $\triangle IAB$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$의 넓이의 합과 같으므로

$$\frac{1}{2}\times 24\times r+\frac{1}{2}\times 70\times r+\frac{1}{2}\times 74\times r=840$$

$$84r=840,\ r=10$$

따라서 반지름의 길이가 10 cm보다 작은 배구공, 핸드볼공, 볼링공을 넣을 수 있다.

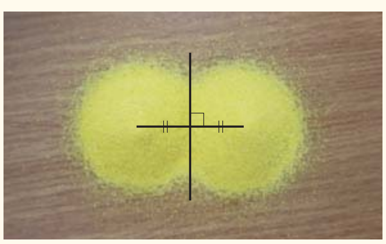
생각 생각 활동

[지도 목표] 모래를 이용하여 삼각형의 외심과 내심을 찾아보는 활동을 통해 학생들이 외심과 내심의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하게 한다.

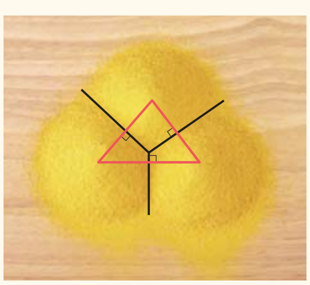
[지도 방법] 실험 과정에서 세 꼭짓점에 동시에 같은 양의 모래가 흘러나올 수 있게 하여 원뿔 모양의 모래 산의 세 경계선을 관찰하고, 수행 과제에서는 받침대에 올려놓은 두꺼운 종이로 만든 삼각형 위에 모래가 각 꼭짓점에 흘러내릴 정도로 충분히 부은 다음 삼각형 위에 생긴 모래 산의 세 모서리의 교점을 관찰하게 한다. 이러한 활동을 통해 삼각형의 외심과 내심을 찾을 수 있도록 지도한다.

• 삼각형의 외심 찾기

❶ 세 꼭짓점에 뚫은 구멍 중에서 한 개의 구멍을 막고 다른 두 구멍에서 동시에 같은 양의 모래가 흘러나오게 하여 두 개의 원뿔 모양의 모래 산을 만든다. 이때 위에서 내려다보면 두 모래 산이 만나는 부분은 직선을 이루는 것을 볼 수 있다. 또, 모래가 떨어지는 두 지점을 중심으로 원뿔 바닥인 원 모양이 커지는 속도가 같으므로 다음 그림과 같이 두 모래 산이 만나 이루는 직선은 모래가 떨어지는 두 구멍을 이은 선분의 수직이등분선이 된다.



❷ 실험과 같이 삼각형의 세 꼭짓점에서 동시에 같은 양의 모래가 흘러나오게 하면 ❶과 같은 수직이등분선이 세 개가 만들어지고, 그 교점이 삼각형의 외심임을 알 수 있다.



생각 생각 활동

모래를 이용하여 삼각형의 외심과 내심 찾기

모래를 이용한 실험을 통해 삼각형의 외심과 내심을 찾아보자.

준비물 모래, 두꺼운 종이, 받침대

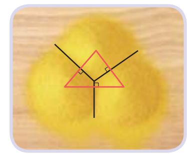
실험 방법

❶ 두꺼운 종이에 예각삼각형을 그린 후 세 꼭짓점에 크기가 같은 3개의 구멍을 뚫는다.

❷ 받침대에 두꺼운 종이를 올려놓고, 그 위에 모래를 부어 구멍으로 모래가 흘러나오도록 한다.

실험 결과

오른쪽과 같이 삼각형의 세 꼭짓점에 뚫은 구멍으로 모래가 흘러내려 만들어지는 선분은 삼각형의 각 변의 수직이등분선이며, 그 교점이 삼각형의 외심이다.



수행 과제 추론·의사소통

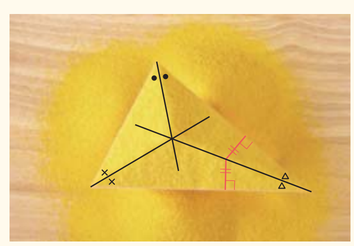
두꺼운 종이로 삼각형을 만들어 받침대에 올려놓고, 그 위에 모래를 부어 만들어지는 선분을 관찰하고, 그 선분의 교점이 내심인 이유를 설명하여 보자.

164 11차시

수행 과제

[예시 답안] 두꺼운 종이로 만든 삼각형을 수평으로 놓고 그 위에 모래를 골고루 부으면 모래는 어느 정도 쌓이다가 삼각형의 가장자리 밖으로 흘러내린다. 그런데 모래는 가장 빠른 길로 흘러내리는 성질이 있기 때문에 삼각형 위에 부은 모래는 삼각형의 세 변에 각각 수직인 방향으로 흘러내린다.

따라서 삼각형 위에 모래를 충분히 부어 주면 모래는 삼각뿔 모양으로 쌓이고, 오른쪽 그림과 같이 삼각형의 내부에 생긴 세 모래 선 위의 어떤 지점에서든 양쪽 변에 내린 수선의 발까지의 거리가 항상 같아지므로 세 모래 선은 각의 이등분선이 된다. 이때 삼각형 위에서 모래가 가장 높게 쌓인 지점은 세 내각의 이등분선의 교점이므로 삼각형의 내심임을 알 수 있다.



5 평행사변형의 성질

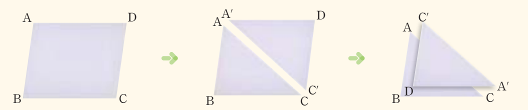
평행사변형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

스페인 마드리드에 있는 건축물인 '푸에르타 데 유로파(Puerta de Europa)'의 벽면은 평행사변형 모양이다.

평행사변형의 성질은 무엇인가요?

탐구 학습

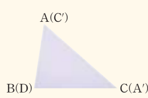
열기 다음과 같은 활동을 한 후, 물음에 답하여 보자.



❶ 색종이를 잘라 평행사변형 ABCD를 만든다.
❷ 평행사변형 ABCD의 대각선 AC를 잘라 두 개의 삼각형을 만든다.
❸ ❷에서 만들어진 두 삼각형을 포개어 본다.

(1) 평행사변형 ABCD에서 길이가 서로 같은 변을 모두 말하여 보자.
(2) 평행사변형 ABCD에서 크기가 서로 같은 각을 모두 말하여 보자.

다지기 위의 활동에서 만든 두 개의 삼각형은 오른쪽 그림과 같이 완전히 포개어지므로

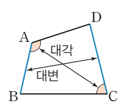


(1) $\overline{AB}=\square$, $\overline{BC}=\square$이다.
(2) $\angle BAC=\angle DC'A'$, $\angle BCA=\angle DA'C'$이므로 평행사변형 ABCD에서 $\angle A=\angle BAC+\angle DA'C'=\angle DC'A'+\angle BCA=\square$, $\angle B=\square$이다.

키우기 평행사변형에는 어떤 성질이 있을까?

평행사변형의 대변, 대각의 성질

삼각형 ABC를 기호 △ABC로 나타낸 것과 같이 사각형 ABCD를 기호로 □ABCD와 같이 나타낸다. 이때 서로 마주 보는 변을 대변, 서로 마주 보는 각을 대각이라고 한다.



이전에 배운 내용
평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.

위의 탐구 학습에서 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이와 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같음을 알 수 있다.

12차시 165

5 평행사변형의 성질

1 소단원 성취기준

[9수04-12] 사각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

- 평행사변형의 대변, 대각의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.
- 평행사변형의 대각선의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

2 새로 나온 학습 요소

□ABCD

3 지도상의 유의점

- 평행사변형의 뜻과 성질을 구분할 수 있게 한다.
- 공학적 도구나 다양한 교구를 이용하여 평행사변형을 만들어 보는 활동을 통해 평행사변형의 성질을 추론할 수 있게 한다.
- 평행사변형의 성질을 이해하고 설명하는 활동은 관찰이나 실험을 통해 확인하기, 연역적으로 논증하기 등과 같은 다양한 정당화 방법을 학생 수준에 맞게 활용할 수 있다.

탐구 학습 지도 방법

열기

평행사변형의 대각선을 잘라 만든 두 삼각형을 포개어 보아 평행사변형에서 길이가 서로 같은 변과 크기가 서로 같은 각을 말하게 한다.

다지기

대각선을 잘라 만든 두 삼각형이 완전히 포개어지므로 $\overline{AB}=\overline{C'D}$, $\overline{BC}=\overline{DA'}$이고 $\angle B=\angle D$이다.
또, $\angle BAC=\angle DC'A'$, $\angle BCA=\angle DA'C'$이므로
$\angle A=\angle BAC+\angle DA'C'=\angle DC'A'+\angle BCA=\angle C$임을 알게 한다.

답 (1) $\overline{C'D}$, $\overline{DA'}$ (2) $\angle C$, $\angle D$

키우기

삼각형 모양의 종이를 포개어 보는 활동을 통해 평행사변형의 성질을 직관적으로 알 수 있도록 지도한다.

소단원 도입 글 지도 방법

스페인의 마드리드에 있는 건축물인 '푸에르타 데 유로파(Puerta de Europa)'는 유럽의 관문이라는 뜻을 가지고 있다. 이 건축물은 27층의 두 건물이 도로를 사이에 두고 서로 바라보고 있는 것처럼 기울어져 있으며 경사도가 15°에 달한다. 이 모습은 마치 유럽을 향해 열려 있는 문을 상징하는 것처럼 보인다고 한다. '푸에르타 데 유로파'의 벽면과 같이 평행사변형 모양을 활용한 세계적인 건축물을 통해 이 단원의 학습에 흥미를 느낄 수 있도록 지도한다. (다음백과, 2017년)

교과서 지도 방안

1 생각 열기 | 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이와 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 설명하기 위해서는 평행사변형의 대각선을 그어 두 삼각형을 만든 후 이들이 합동임을 보여야 함을 알게 한다. 이때 평행선에서 엇각의 성질을 이용하여 두 삼각형이 합동임을 설명하도록 지도한다.

2 사각형의 성질을 설명할 때에는 주로 중학교 1학년에서 학습한 삼각형의 합동 조건, 평행선의 성질 등이 사용되므로 이를 충분히 복습하여 이해하게 한다.

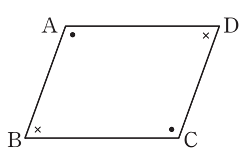
3 오개념 바로잡기 | 학생들이 평행사변형의 성질을 평행사변형의 정의로 잘못 이해하는 경우가 있다. 평행사변형의 뜻은 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형임을 알게 하고, 평행사변형의 뜻을 이용하여 평행사변형의 성질을 알 수 있음을 강조하여 지도한다.

플러스 자료

평행사변형의 성질

평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다는 성질을 이용하면 다음과 같이 평행사변형의 또 다른 성질을 알 수 있다.

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서



$\angle A=\angle C$,

$\angle B=\angle D$이고

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$이므로

$$2(\angle A+\angle B)=360^\circ$$

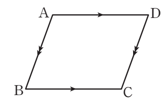
$$\angle A+\angle B=180^\circ$$

이다. 즉, 평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이다.

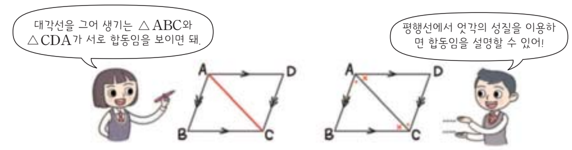
따라서 다음이 성립한다.

$$\angle A+\angle B=180^\circ$$
$$\angle B+\angle C=180^\circ$$
$$\angle C+\angle D=180^\circ$$
$$\angle A+\angle D=180^\circ$$

이제 □ABCD에서 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이면 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$이고, $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$임을 설명하여 보자.



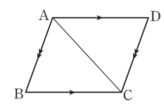
1 생각 열기



2 설명하기

1단계 | 대각선 긋기

오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD에 대각선 AC를 긋자.



2단계 | 두 삼각형이 합동임을 보이기

△ABC와 △CDA에서

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로

$\angle BAC=\angle DCA$ (엇각) …… ①

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle ACB=\angle CAD$ (엇각) …… ②

$\overline{AC}$는 공통 …… ③

①, ②, ③에서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 △ABC≡△CDA이다.

3단계 | 평행사변형의 대변, 대각의 성질 찾기

따라서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$, $\angle B=\angle D$이다.

또, ①, ②에 의하여

$$\angle A=\angle BAC+\angle CAD$$
$$=\angle DCA+\angle ACB$$
$$=\angle C$$

즉, 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같고, 두 쌍의 대각의 크기도 각각 같다.

166 12차시

문제 풀이

문제 1

주안점 평행사변형의 대변과 대각의 성질을 이용하여 변의 길이와 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

| 풀이 | (1) 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같으므로

$x=4$, $y=3$이다.

(2) 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같으므로

$\angle A=\angle C=110^\circ$, $\angle B=\angle D$이다.

이때 사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$$

즉, $110^\circ+\angle B+110^\circ+\angle D=360^\circ$이므로 $2\angle B=140^\circ$

따라서 $\angle B=70^\circ$이다.

즉, $x=110$, $y=70$이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

3 평행사변형의 대변, 대각의 성질

평행사변형에서

❶ 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

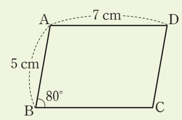
❷ 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.

| 평행사변형의 대변, 대각의 성질 이해하기

예제 1 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B=80^\circ$, $\overline{AB}=5\text{ cm}$, $\overline{AD}=7\text{ cm}$일 때, 다음을 구하시오.

(1) $\overline{BC}$, $\overline{DC}$의 길이

(2) $\angle A$, $\angle C$, $\angle D$의 크기



풀이 (1) 평행사변형에서 대변의 길이는 각각 같으므로

$\overline{BC}=\overline{AD}=7\text{ cm}$, $\overline{DC}=\overline{AB}=5\text{ cm}$

(2) 평행사변형에서 대각의 크기는 각각 같으므로

$\angle A=\angle C$, $\angle D=\angle B=80^\circ$

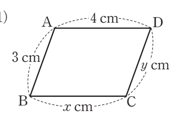
한편, $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$이므로

$$\angle A=\angle C=\frac{1}{2}\{360^\circ-(\angle B+\angle D)\}$$
$$=\frac{1}{2}\{360^\circ-(80^\circ+80^\circ)\}$$
$$=\frac{1}{2}\times 200^\circ=100^\circ$$

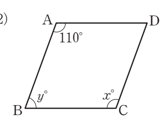
답 (1) $\overline{BC}=7\text{ cm}$, $\overline{DC}=5\text{ cm}$ (2) $\angle A=100^\circ$, $\angle C=100^\circ$, $\angle D=80^\circ$

문제 1 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 x, y의 값을 구하시오.

(1)



(2)



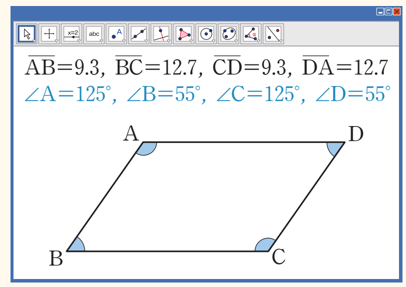
13차시 167

수준별 지도 자료

■ **평행사변형의 대변과 대각의 성질**

하 수준 관찰이나 실험을 통하여 평행사변형의 성질을 직관적으로 이해하도록 지도한다.

예 컴퓨터 프로그램을 이용하여 다음과 같은 순서로 평행사변형 ABCD를 그린 후 점 A, B, C, D를 움직여 보면서 측정값의 변화를 관찰하여 평행사변형의 대변과 대각의 성질을 알아보게 한다.



❶ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$를 그린다.

❷ 점 A를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선을 그린다. 또, 점 C를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선을 그린다.

❸ 두 직선의 교점 D를 잡고, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$를 그린다.

❹ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$의 길이를 각각 측정한다.

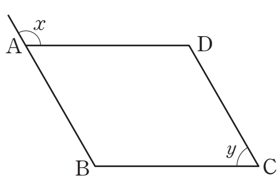
❺ $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$의 크기를 각각 측정한다.

❻ 두 쌍의 대변의 길이와 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은지 확인한다.

플러스 문제

문제 1 심화

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle A$와 $\angle B$의 크기의 비가 1 : 2일 때, $\angle x$와 $\angle y$의 크기를 구하시오.



|풀이| $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$이고

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$이므로

$\angle A+\angle B+\angle A+\angle B=360^\circ$이다.

즉, $2\angle A+2\angle B=360^\circ$, $\angle A+\angle B=180^\circ$이다.

한편, $\angle A : \angle B=1 : 2$이므로

$\angle A=180^\circ\times\frac{1}{3}=60^\circ$, $\angle B=180^\circ\times\frac{2}{3}=120^\circ$이다.

따라서 $\angle x=180^\circ-60^\circ=120^\circ$, $\angle y=60^\circ$이다.

플러스 자료

평행사변형

'평행사변형'을 한자로 쓰면 '平行四邊形'으로 평행인 사변형을 의미한다. '사변형'은 변이 네 개인 평면도형을 의미하는 변을 강조하는 용어로, 각을 강조하는 용어인 사각형과는 구별한다. 즉, 두 쌍의 대변이 서로 평행한 사각형이 평행사변형인데, 두 대변이 평행하다는 것을 강조하기 위해 평행사변형이라고 하는 것이다. (박교식, "수학용어 다시보기")

∷ 교과서 지도 방안

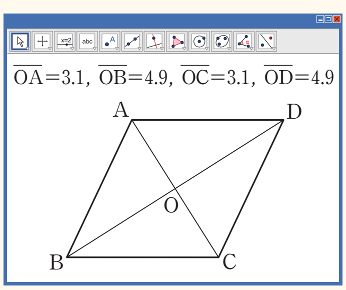
1 생각 열기 | 평행사변형에서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분함을 설명하기 위해서는 평행사변형의 두 대각선을 그어 생기는 삼각형 중에서 마주 보는 두 삼각형이 합동임을 보여야 함을 알게 한다. 이때 평행선에서 엇각의 성질을 이용하여 두 삼각형이 합동임을 설명하도록 지도한다.

수준별 지도 자료

■ **평행사변형의 대각선의 성질**

하 수준 관찰이나 실험을 통하여 평행사변형의 대각선의 성질을 직관적으로 이해하도록 지도한다.

예 컴퓨터 프로그램을 이용하여 다음과 같은 순서로 평행사변형 ABCD를 그린 후, 네 점 A, B, C, D를 움직여 보면서 측정값의 변화를 관찰하여 평행사변형의 대각선의 성질을 알아보게 한다.



❶ 평행사변형 ABCD를 그린다.

❷ 평행사변형 ABCD의 두 대각선 AC, BD를 그리고, 그 교점을 O라 한다.

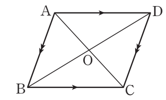
❸ $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$의 길이를 각각 측정한다.

❹ $\overline{OA}$와 $\overline{OC}$, $\overline{OB}$와 $\overline{OD}$의 길이가 각각 같은지 확인한다.

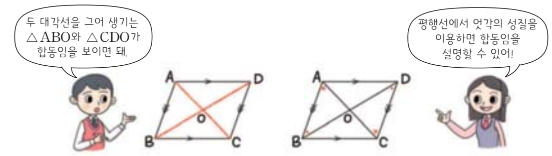
평행사변형의 대각선의 성질

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하는지 알아보자.

□ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라고 할 때, $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이면 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$임을 설명하여 보자.



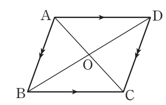
1 생각 열기



설명 하기

1단계 | 두 대각선 긋기

평행사변형 ABCD에서 두 대각선 AC, DB의 교점을 O라고 하자.



2단계 | 두 삼각형이 합동임을 보이기

△ABO와 △CDO에서 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로

∠OAB=∠OCD (엇각) …… ①

∠OBA=∠ODC (엇각) …… ②

평행사변형에서 대변의 길이는 서로 같으므로

$\overline{AB}=\overline{DC}$ …… ③

①, ②, ③에서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 △ABO≡△CDO이다.

3단계 | 평행사변형의 대각선의 성질 찾기

따라서 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$이다.

즉, 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

> **평행사변형의 대각선의 성질**
> 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

168 13차시

문제 풀이

문제 2

주안점 평행사변형의 대각선의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

| 풀이 | (1) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$$\overline{CO}=\overline{AO}=5\text{ cm},\ \overline{DO}=\overline{BO}=7\text{ cm}$$

따라서 $x=5$, $y=7$

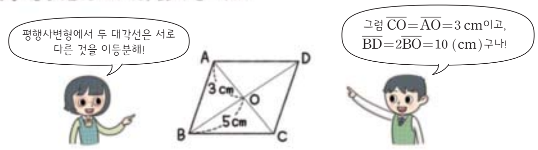
(2) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$$\overline{AC}=2\overline{AO}=2\times4=8\ (\text{cm})$$

$$\overline{BO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times12=6\ (\text{cm})$$

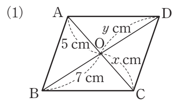
따라서 $x=8$, $y=6$

개념 확인 **평행사변형 ABCD에서 $\overline{CO}$, $\overline{BD}$의 길이 구하기**

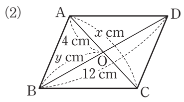


문제 **2** 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 x, y의 값을 구하시오.

(1)

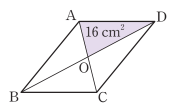


(2)



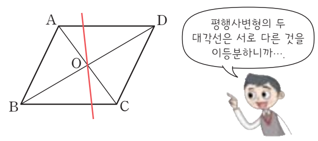
문제 **3** 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 △AOD의 넓이가 16 cm²일 때, 평행사변형 ABCD의 넓이를 구하시오.

(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



추론 · 의사소통

생각 넓히기 다음 그림을 보고 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 □ABCD의 넓이를 이등분하는 이유를 설명하여 보자.



14차시 169

문제 3

주안점 평행사변형의 성질을 이용하여 도형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$\overline{OA}=\overline{OC}$

따라서 (△AOD의 넓이)=(△COD의 넓이)이므로

(△ACD의 넓이)$=2\times$(△AOD의 넓이)

$=2\times16=32$ (cm²)

이때 (△ACD의 넓이)=(△ABC의 넓이)이므로

평행사변형 ABCD의 넓이는

$2\times$(△ACD의 넓이)$=2\times32$

$=64$ (cm²)

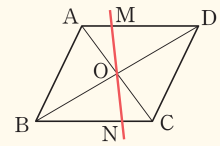
생각 넓히기

추론 · 의사소통

[지도 목표] 평행사변형의 성질을 이용하여 두 사각형의 넓이가 같음을 설명할 수 있게 한다.

[지도 방법] 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다는 성질을 이용하여 □ABNM의 넓이와 □CDMN의 넓이가 같음을 보이도록 지도한다.

[예시 답안] 오른쪽 그림과 같이 □ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 두 변과 만나는 점을 각각 M, N이라고 하자.



△OMD와 △ONB에서

∠MOD=∠NOB (맞꼭지각) …… ①

$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$이므로

∠ODM=∠OBN (엇각) …… ②

평행사변형의 성질에 의해

$\overline{OD}=\overline{OB}$ …… ③

①, ②, ③에서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝각의 크기가 각각 같으므로 △OMD≡△ONB이다.

(□ABNM의 넓이)

=(△ABD의 넓이)−(△OMD의 넓이)

+(△ONB의 넓이)

=(△ABD의 넓이)

(□CDMN의 넓이)

=(△BCD의 넓이)−(△ONB의 넓이)

+(△OMD의 넓이)

=(△BCD의 넓이)

이때 (△ABD의 넓이)=(△BCD의 넓이)이므로

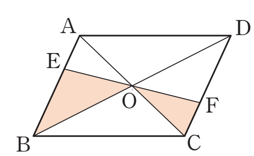
(□ABNM의 넓이)=(□CDMN의 넓이)

따라서 평행사변형의 두 대각선의 교점을 지나는 직선은 평행사변형의 넓이를 이등분한다.

플러스 문제

문제 3 심화

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이가 100 cm²일 때, 색칠한 두 삼각형 BOE와 CFO의 넓이의 합을 구하시오.



(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

답 25 cm²

스스로 확인하기

1 이해하기 | 하 중 상

주안점 평행사변형의 성질을 이용하여 변의 길이, 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같으므로 $x=10$

$\angle A+\angle B=180^\circ$이므로

$y^\circ+125^\circ=180^\circ$, $y=55$

(2) 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같으므로 $x+10=13$, $3y=15$, 즉 $x=3$, $y=5$

2 계산하기 | 하 중 상

주안점 평행사변형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DAC=\angle BCA$ (엇각)

따라서 $\angle x=60^\circ$

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같으므로 $\angle y=56^\circ$

(2) $\angle C+\angle D=180^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

한편, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle A=\angle y+75^\circ$

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같으므로

$\angle y+75^\circ=120^\circ$, $\angle y=45^\circ$

3 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 평행사변형의 성질을 이용하여 도형의 둘레의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같으므로 $\overline{AB}=10$ cm이고, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{AO}=8$ cm, $\overline{BO}=10$ cm이다. 따라서 $\triangle ABO$의 둘레의 길이는

$10+8+10=28$ (cm)

4 계산하기 | 하 중 상

주안점 평행사변형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\angle A:\angle B=3:1$이고 $\angle A+\angle B=180^\circ$이므로

$$\angle C=\angle A=180^\circ\times\frac{3}{4}=135^\circ$$

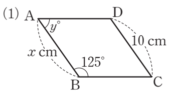
$$\angle D=\angle B=180^\circ\times\frac{1}{4}=45^\circ$$

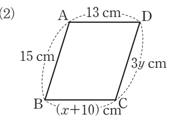
스스로 확인하기

정답 및 풀이 278쪽

1

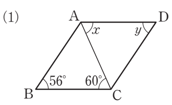
다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 x, y의 값을 구하시오.

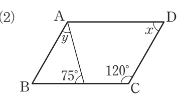
(1) 

(2) 

2

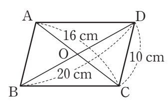
다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle x$, $\angle y$의 크기를 구하시오.

(1) 

(2) 

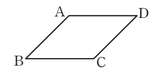
3

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 점 O는 두 대각선의 교점일 때, $\triangle ABO$의 둘레의 길이를 구하시오.



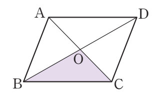
4

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle A:\angle B=3:1$일 때, $\angle C$와 $\angle D$의 크기를 구하시오.



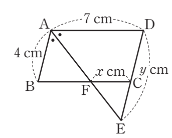
5

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이가 32 cm^2일 때, $\triangle OBC$의 넓이를 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



6 발전 문제

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{CD}$의 연장선의 교점을 E라 하고, $\overline{AE}$와 $\overline{BC}$의 교점을 F라고 하자. $\overline{AB}=4$ cm, $\overline{AD}=7$ cm일 때, $x+y$의 값을 구하시오.



수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 392쪽
소단원 평가 ⇨ 400쪽

170 14차시

이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

5 추론하기 | 하 중 상

주안점 평행사변형의 성질을 이용하여 도형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 평행사변형의 대각선은 그 넓이를 이등분하므로 $\triangle ABC$의 넓이는 $\frac{1}{2}\times(\square ABCD\text{의 넓이})=\frac{1}{2}\times32=16\ (cm^2)$

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\triangle OBC$의 넓이는 $\frac{1}{2}\times(\triangle ABC\text{의 넓이})=\frac{1}{2}\times16=8\ (cm^2)$

6 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 평행사변형의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\overline{AB}/\!/\overline{DE}$이므로 $\angle BAE=\angle DEA$ (엇각)이고,

$\angle BAE=\angle DAE$이므로 $\angle DEA=\angle DAE$이다. 즉, $\triangle DAE$는 이등변삼각형이므로 $\overline{DE}=\overline{DA}=7$ cm, $y=7$

한편, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DAF=\angle CFE$ (동위각)이고,

$\angle DAF=\angle CEF$이므로 $\angle CFE=\angle CEF$이다. 즉, $\triangle CFE$는 이등변삼각형이므로 $\overline{CF}=\overline{CE}=\overline{DE}-\overline{DC}=7-4=3$ (cm), $x=3$

따라서 $x+y=3+7=10$

6 평행사변형이 되는 조건

평행사변형이 되는 조건을 이해하고 설명할 수 있다.

어떤 위치에 있더라도 항상 수평을 유지하며 움직이는 놀이 기구가 있다.

탐구 학습

평행사변형이 되는 조건은 무엇인가요?

열기

색종이를 잘라서 만든 합동인 두 삼각형을 이용하여 다음과 같은 활동을 한 후, 물음에 답하여 보자.

❶ 합동인 두 삼각형 모양의 색종이에 두 쌍의 대응하는 각을 표시한다.

❷ 대응하는 각이 엇갈리도록 길이가 같은 변을 맞대어 사각형 ABCD를 만든다.

(1) 사각형 ABCD에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$와 길이가 같은 변을 각각 말하여 보자.

(2) 사각형 ABCD에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$와 평행한 변을 각각 말하여 보자.

다지기

(1) 합동인 두 삼각형에서 대응하는 변의 길이는 같으므로

$\overline{AB}=\square$, $\overline{BC}=\square$

(2) 합동인 두 삼각형에서 대응하는 각의 크기는 같으므로

$\angle BAC=\angle DCA$, $\angle ACB=\angle CAD$

$\angle BAC=\angle DCA$ (엇각)이므로

$\overline{AB}/\!/\square$

$\angle ACB=\angle CAD$ (엇각)이므로

$\overline{BC}/\!/\square$

키우기

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이 될까?

평행사변형이 되는 조건 찾기

탐구 학습에서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형임을 알 수 있다.

이제 사각형이 어떤 조건을 만족시킬 때 평행사변형이 되는지 알아보자.

15차시 171

6 평행사변형이 되는 조건

1 소단원 성취기준

[9수04-12] 사각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

- 평행사변형이 되는 조건을 이해하고 설명할 수 있다.

2 지도상의 유의점

- 다양한 교구를 이용하여 도형을 그리거나 만들어 보는 활동을 통해 평행사변형이 되는 조건을 추론할 수 있게 한다.
- 평행사변형이 되는 조건은 평행사변형의 정의나 성질을 통해 이해하게 한다.
- 평행사변형이 되는 조건을 이해하고 설명하는 활동은 관찰이나 실험을 통해 확인하기, 연역적으로 논증하기 등과 같은 다양한 정당화 방법을 학생 수준에 맞게 활용할 수 있다.

탐구 학습 지도 방법

열기

합동인 두 삼각형 모양의 색종이를 맞대어 사각형을 만들고, 사각형에서 서로 길이가 같은 변과 평행한 변을 말하게 한다.

다지기

합동인 두 삼각형에서 대응하는 변의 길이와 대응하는 각의 크기가 같으므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BC}=\overline{DA}$, $\angle BAC=\angle DCA$, $\angle ACB=\angle CAD$이다. 이때 $\angle BAC=\angle DCA$ (엇각), $\angle ACB=\angle CAD$ (엇각)이므로 평행선의 성질에 의해 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$, $\overline{BC}/\!/\overline{DA}$임을 알게 한다.

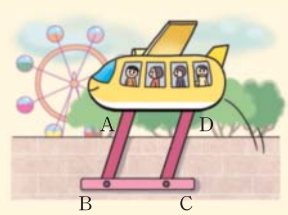
답 (1) $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ (2) $\overline{CD}$, $\overline{DA}$

키우기

합동인 두 삼각형 모양의 색종이를 맞대어 보는 활동을 통해 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이 됨을 직관적으로 알 수 있도록 지도한다.

소단원 도입 글 지도 방법

놀이공원에 있는 놀이 기구 중에는 수평을 유지하며 회전하는 비행기 모양의 기구가 있다.



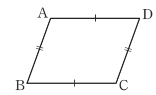
이 비행기 모양의 기구를 지탱하고 있는 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$에 해당하는 부분은 서로 평행하고 그 길이가 같도록 만들어져 있어 $\overline{AD}$와 $\overline{BC}$가 평행하다. 이처럼 수평을 유지하며 움직이는 놀이 기구를 소개함으로써 평행사변형이 되는 조건에 흥미를 가질 수 있도록 지도한다.

⁚ 교과서 지도 방안

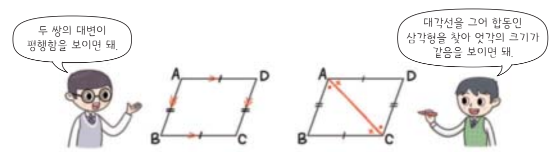
❶ **생각 열기 |** 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형이 평행사변형이 됨을 설명하기 위해서는 대각선에 의해 생기는 두 엇각의 크기가 같음을 보여야 함을 알게 한다. 이때 대각선을 그어 만들어지는 두 삼각형이 합동임을 이용하여 엇각의 크기가 같음을 설명하도록 지도한다.

❷ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형이 평행사변형이 됨을 설명하기 위해서는 적절한 보조선이 필요함을 알게 하고, 이때 적절한 보조선은 한 변의 연장선을 긋는 것임을 알게 한다. 한 변의 연장선을 그어 생기는 동위각의 크기가 서로 같음을 보이면 마주 보는 두 변이 서로 평행함을 설명할 수 있음을 알게 한다.

□ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$이면 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$임을 설명하여 보자.



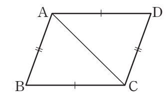
❶ 생각 열기



설명하기

1 단계 | 대각선 긋기

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$인 □ABCD에 대각선 AC를 긋자.



2 단계 | 두 삼각형이 합동임을 보이기

△ABC와 △CDA에서

$\overline{AB}=\overline{CD}$ …… ①

$\overline{BC}=\overline{DA}$ …… ②

$\overline{AC}$는 공통 …… ③

①, ②, ③에서 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로 △ABC≡△CDA이다.

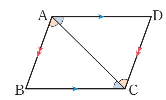
3 단계 | 두 쌍의 대변이 평행함을 보이기

따라서

$\angle BAC=\angle DCA$,

$\angle BCA=\angle DAC$

이다.



엇각의 크기가 각각 서로 같으므로

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$,

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$

이다.

즉, 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD는 평행사변형이다.

그러므로 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.

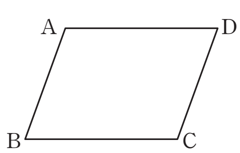
172 15차시

플러스 자료

평행사변형이 되는 조건

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이 됨을 이용하면 다음과 같이 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180°인 사각형은 평행사변형이 됨을 설명할 수 있다.

오른쪽 그림과 같은 □ABCD에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180°이므로



$\angle A+\angle B=180^\circ$

$\angle B+\angle C=180^\circ$

따라서 $\angle A=\angle C$ …… ①

또, $\angle A+\angle B=180^\circ$, $\angle A+\angle D=180^\circ$이므로

$\angle B=\angle D$ …… ②

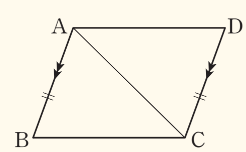
①, ②에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.

문제 풀이

문제 1

주안점 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형임을 설명할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 대각선 AC를 그으면



△ABC와 △CDA에서

$\angle BAC=\angle DCA$ (엇각) …… ①

$\overline{AB}=\overline{CD}$ …… ②

$\overline{AC}$는 공통 …… ③

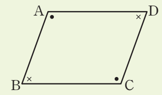
①, ②, ③에서 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 △ABC≡△CDA이다.

(2) △ABC≡△CDA이므로 $\angle BCA=\angle DAC$이고, 엇각의 크기가 서로 같으므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이다.

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD는 평행사변형이다.

2 평행사변형이 되는 조건 설명하기

예제 1 오른쪽 그림과 같이 $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$인 □ABCD는 평행사변형임을 설명하시오.



풀이 $\overline{BA}$의 연장선 위에 점 E를 잡으면

$\angle DAB+\angle DAE=180^\circ$ …… ①

□ABCD에서 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$

이고, $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$이므로

$\angle A+\angle B=180^\circ$ …… ②

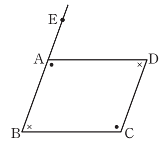
①, ②에서 $\angle DAE=\angle B$이다.

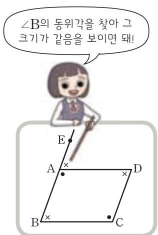
동위각의 크기가 서로 같으므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이다.

마찬가지로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이다.

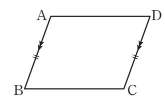
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD는 평행사변형이다.

답 풀이 참조





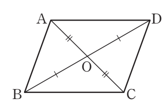
모둠 활동 **문제 1** 오른쪽 그림과 같은 □ABCD에서 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$이면 □ABCD는 평행사변형임을 다음 순서에 따라 설명하시오.



(1) □ABCD에 대각선 AC를 그어 $\triangle ABC\equiv\triangle CDA$임을 설명하시오.

(2) □ABCD가 평행사변형인 이유를 설명하시오.

모둠 활동 **문제 2** 오른쪽 그림과 같은 □ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라고 할 때, $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$이면 □ABCD는 평행사변형임을 다음 순서에 따라 설명하시오.



(1) □ABCD에서 $\triangle OAB\equiv\triangle OCD$, $\triangle OAD\equiv\triangle OCB$임을 설명하시오.

(2) □ABCD가 평행사변형인 이유를 설명하시오.

16차시 173

문제 2

주안점 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 평행사변형임을 설명할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $\triangle OAB$와 $\triangle OCD$에서

$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$, $\angle AOB=\angle COD$ (맞꼭지각)

즉, 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 $\triangle OAB\equiv\triangle OCD$이다. 또, $\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서

$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OD}=\overline{OB}$, $\angle AOD=\angle COB$ (맞꼭지각)

즉, 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 $\triangle OAD\equiv\triangle OCB$이다.

(2) $\triangle OAB\equiv\triangle OCD$이므로 $\angle OAB=\angle OCD$

엇각의 크기가 서로 같으므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$

$\triangle OAD\equiv\triangle OCB$이므로 $\angle OAD=\angle OCB$

엇각의 크기가 서로 같으므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD는 평행사변형이다.

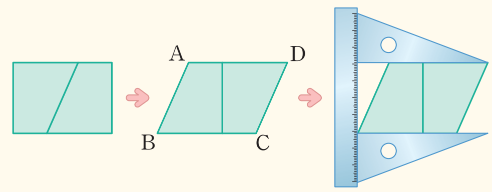
수준별 지도 자료

■ **평행사변형이 되는 조건**

하 수준 관찰이나 실험을 통해 평행사변형이 되는 조건을 직관적으로 이해하도록 지도한다.

방법 1 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 잘라 붙이는 활동을 통해 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같거나 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이 됨을 확인하게 한다.

|준비물| 종이, 직각삼각자 2개, 긴 자 1개, 가위



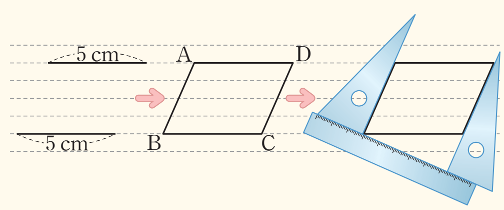
❶ 직사각형 모양의 종이에 적당한 직선을 긋고 그 선을 따라 자른다.

❷ 자른 종이를 남겨진 종이의 한쪽에 옮겨 붙여 사각형 ABCD를 만든다.

❸ 직각삼각자 2개와 긴 자 1개를 이용하여 □ABCD가 어떤 사각형인지 확인한다.

방법 2 다음 그림과 같은 활동을 통해 한 쌍의 대변이 서로 평행하고, 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이 됨을 확인하게 한다.

|준비물| 평행선이 그려진 종이, 직각삼각자 2개, 긴 자 1개



❶ 평행선이 그려진 종이에 길이가 5 cm인 선분을 두 개 긋는다.

❷ 두 선분의 왼쪽 끝 점과 오른쪽 끝 점을 각각 선분으로 연결한다. 이때 생기는 사각형을 □ABCD라고 한다.

❸ 직각삼각자 2개와 긴 자 1개를 이용하여 □ABCD가 어떤 사각형인지 확인한다.

교과서 지도 방안

1 오개념 바로잡기 | 평행사변형의 성질과 평행사변형이 되는 조건을 명확히 구분하여 사용할 수 있도록 지도한다. 예를 들어 평행사변형은 한 쌍의 대각의 크기가 서로 같다고 말할 수 있지만 한 쌍의 대각의 크기가 같은 사각형은 평행사변형이라고 말할 수 없음을 알게 한다.

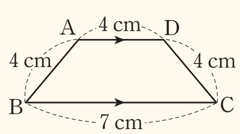
2 개념 확인 | 평행사변형이 되는 경우와 평행사변형이 되지 않는 경우를 확인하게 하고, 구체적인 예를 통해 평행사변형이 되는 조건을 이해하도록 지도한다.

생각 넓히기 의사소통

[지도 목표] 평행사변형이 되지 않는 예를 찾아봄으로써 평행사변형이 되는 조건을 이해하게 한다.

[지도 방법] 한 쌍의 대변이 평행하고, 한 쌍의 대변의 길이가 같은 사각형을 그려 보게 하여 평행사변형이 되지 않는 경우도 있다는 것을 알게 하고, 평행사변형이 갖고 있는 성질 중 일부만 만족시키는 사각형이 모두 평행사변형이 되는 것은 아님을 이해할 수 있도록 지도한다.

[예시 답안] □ABCD에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이고 $\overline{AB}=\overline{DC}=4$ cm, $\overline{AD}=4$ cm, $\overline{BC}=7$ cm이면 다음 그림과 같이 그릴 수 있다.



이때 □ABCD는 한 쌍의 대변이 평행하고, 한 쌍의 대변의 길이가 같은 사각형이지만 두 쌍의 대변이 각각 평행하다고 말할 수 없으므로 평행사변형이 되지 않는다.

평행사변형이 되는 조건

일반적으로 평행사변형이 되는 조건은 다음과 같다.

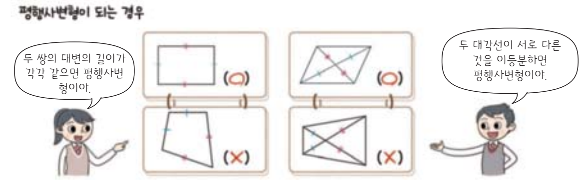
1 **평행사변형이 되는 조건**

다음의 어느 한 조건을 만족시키는 사각형은 평행사변형이다.

❶ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
❷ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
❸ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
❹ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.
❺ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

2 개념 확인

평행사변형이 되는 경우



문제 3 다음 중에서 □ABCD가 평행사변형인 것을 모두 찾으시오.

(단, 점 O는 두 대각선 AC, BD의 교점이다.)

(1) $\overline{AB}=9$ cm, $\overline{BC}=9$ cm, $\overline{CD}=7$ cm, $\overline{DA}=7$ cm
(2) $\angle A=120^\circ$, $\angle B=60^\circ$, $\angle C=120^\circ$
(3) $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}=10$ cm
(4) $\overline{AD}=8$ cm, $\overline{BC}=8$ cm, $\angle DAC=60^\circ$, $\angle BCA=60^\circ$
(5) $\overline{AO}=5$ cm, $\overline{BO}=4$ cm, $\overline{CO}=5$ cm, $\overline{DO}=4$ cm

생각 넓히기 의사소통

한 쌍의 대변이 평행하고, 한 쌍의 대변의 길이가 같은 사각형은 평행사변형이 되는지 말하여 보자.

174 16차시

문제 풀이

문제 3

주안점 평행사변형이 되기 위한 조건을 이용하여 어떤 사각형이 평행사변형인지 판별할 수 있게 한다.

|풀이| (2) $\angle D=360^\circ-(120^\circ+60^\circ+120^\circ)=60^\circ$
따라서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

(4) □ABCD에 대각선 AC를 그으면 $\angle DAC=\angle BCA=60^\circ$로 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

(5) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

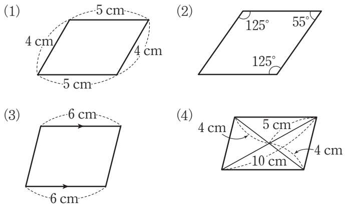
그러므로 □ABCD가 평행사변형인 것은 (2), (4), (5)이다.

스스로 확인하기

정답 및 풀이 279쪽

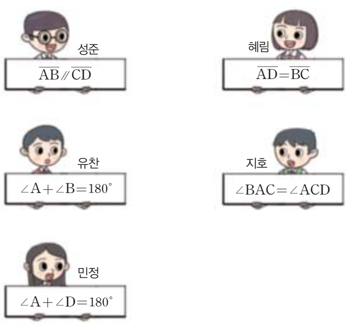
1

다음 그림과 같은 사각형은 모두 평행사변형이다. 그 이유를 각각 말하시오.



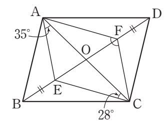
2

$\overline{AB}=\overline{DC}$인 사각형 ABCD에 한 조건을 추가할 때, 다음 중에서 평행사변형이 되는 조건을 추가한 사람을 모두 찾으시오.



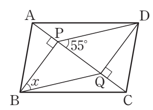
3

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BE}=\overline{DF}$일 때, □AECF는 어떤 사각형이 되는지 말하고, ∠AFC의 크기를 구하시오.



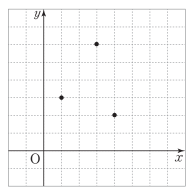
4 발전 문제

오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 두 꼭짓점 B, D에서 대각선 AC에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라고 하자. ∠DPC=55°일 때, ∠x의 크기를 구하시오.



5 창의·융합

다음 그림과 같은 좌표평면 위에 한 점을 추가하여 네 점을 꼭짓점으로 하는 평행사변형을 모두 그리시오.



수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 393쪽

소단원 평가 ⇨ 401쪽

이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

스스로 확인하기

1 설명하기 | 하 중 상

주안점 평행사변형이 되는 조건을 알게 한다.

|풀이| (1) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

(2) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

(3) 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

2 추론하기 | 하 중 상

주안점 평행사변형이 되는 조건을 알게 한다.

|풀이| $\overline{AB}=\overline{DC}$일 때

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이면 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같고, $\overline{AD}=\overline{BC}$이면 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

또, ∠BAC=∠ACD이거나 ∠A+∠D=180°이면 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

따라서 평행사변형이 되는 조건을 추가한 사람은 성준, 혜림, 지호, 민정이다.

3 이해하기 | 하 중 상

주안점 평행사변형이 되는 조건을 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| □ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$이고, $\overline{BE}=\overline{DF}$이므로 $\overline{EO}=\overline{FO}$이다.

따라서 □AECF는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

이때 ∠ECO=∠FAO=28° (엇각)이므로

∠EAF=35°+28°=63°이다.

따라서 ∠AFC=180°−63°=117°이다.

4 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 평행사변형이 되는 조건을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 두 직각삼각형 ABP와 CDQ에서 □ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$, ∠BAP=∠DCQ (엇각)이다. 즉, 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 △ABP≡△CDQ이다.

따라서 $\overline{BP}=\overline{DQ}$

한편, ∠BPQ=∠DQP=90° (엇각)이므로 $\overline{BP}/\!/\overline{DQ}$

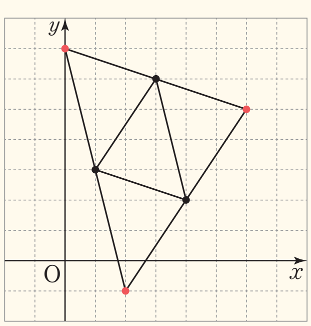
그러므로 □PBQD는 평행사변형이다.

∠DPQ=55°일 때 ∠BQP=55°이고 △PBQ에서 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 ∠x=180°−(90°+55°)=35°

5 이해하기 | 하 중 상

주안점 평행사변형이 되는 조건을 이용하여 주어진 세 점에 한 점을 추가한 후 평행사변형을 그릴 수 있게 한다.

|풀이| 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같도록 한 점을 추가하여 평행사변형을 그리면 다음과 같다.

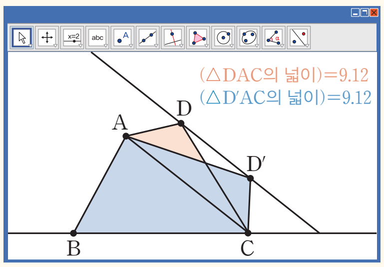


컴퓨터 & 수학

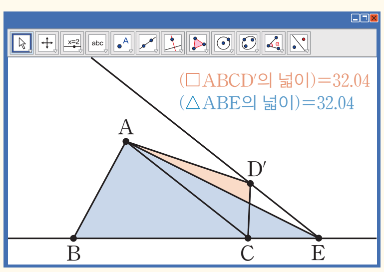
[지도 목표] 평행선을 이용하여 주어진 도형과 넓이가 같은 삼각형을 만들 수 있게 한다.

[지도 방법]

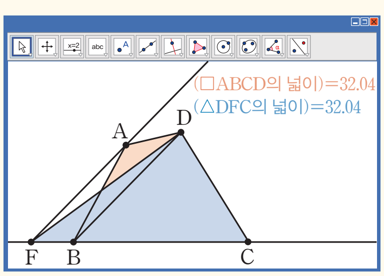
- 컴퓨터 프로그램을 이용하여 평행선 위의 점 D를 움직일 때, 주어진 □ABCD와 △ABE의 넓이를 비교할 수 있게 한다.
- 다음 그림과 같이 점 D를 지나면서 대각선 AC와 평행한 직선 위에서 점 D를 움직인 지점을 점 D′이라고 하자. 평행선에서 밑변의 길이와 높이가 같으므로 △DAC와 △D′AC의 넓이는 같다. 즉, 밑변의 길이와 높이가 같은 삼각형은 모양이 달라도 넓이가 같음을 알 수 있도록 지도한다.



- 다음 그림과 같이 평행선 위의 점 D′을 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 지점으로 움직여서 그 점을 E라고 하면 □ABCD′의 넓이와 △ABE의 넓이가 같음을 알 수 있다. 즉, (□ABCD의 넓이)=(△ABE의 넓이)임을 알 수 있도록 지도한다.



- 다음 그림과 같이 □ABCD의 다른 대각선을 이용하여 같은 방법으로 비교하여도 그 넓이가 같음을 알 수 있다. 즉, (□ABCD의 넓이)=(△DFC의 넓이)임을 알 수 있도록 지도한다.

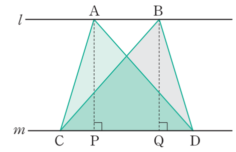


컴퓨터 & 수학

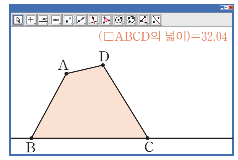
넓이가 같은 삼각형 만들기

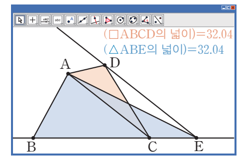
오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, 직선 l 위의 두 점 A, B에서 직선 m에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라고 하면 평행선 l, m 사이의 거리는 일정하므로 $\overline{AP}=\overline{BQ}$이다.

따라서 △ACD와 △BCD는 밑변이 공통이고 높이가 같으므로 그 넓이가 같다.



이를 이용하여 컴퓨터 프로그램으로 다음과 같이 □ABCD와 넓이가 같은 삼각형을 만들어 보자.





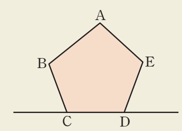
위의 그림과 같이 □ABCD의 한 꼭짓점 D를 지나고 대각선 AC와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$의 연장선과의 교점을 E라고 하자. $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이므로 △ACD와 △ACE는 밑변 AC가 공통이고 높이가 같으므로 그 넓이가 같다.

따라서 다음과 같이 □ABCD의 넓이와 △ABE의 넓이가 같음을 알 수 있다.

(□ABCD의 넓이)=(△ABC의 넓이)+(△ACD의 넓이)
=(△ABC의 넓이)+(△ACE의 넓이)
=(△ABE의 넓이)

수행 과제 문제 해결

오른쪽 그림과 같이 한 변이 직선 CD 위에 놓인 오각형 ABCDE가 있다. 오각형 ABCDE와 넓이가 같은 삼각형을 한 변이 직선 CD 위에 오도록 그려 보자.



176 18차시

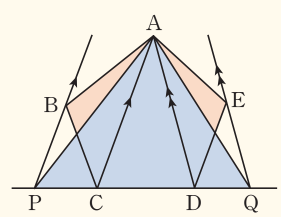
수행 과제

[예시 답안]

오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고 $\overline{AC}$와 평행한 직선이 $\overline{CD}$의 연장선과 만나는 점을 P라고 하면

(△ABC의 넓이)=(△APC의 넓이)

이다. 또, 점 E를 지나고 $\overline{AD}$와 평행한 직선이 $\overline{CD}$의 연장선과 만나는 점을 Q라고 하면



(△ADE의 넓이)=(△ADQ의 넓이)

이다. 따라서

(오각형 ABCDE의 넓이)
=(△ABC의 넓이)+(△ACD의 넓이)+(△ADE의 넓이)
=(△APC의 넓이)+(△ACD의 넓이)+(△ADQ의 넓이)
=(△APQ의 넓이)

이므로 오각형 ABCDE와 넓이가 같은 삼각형은 위의 그림에서 한 변 PQ가 직선 CD 위에 있는 △APQ이다.

7 여러 가지 사각형의 성질

여러 가지 사각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

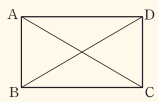
높은 곳에서 작업할 때 필요한 고소 작업대의 지지대에서 마름모 모양을 찾아 볼 수 있다.

탐구 학습

직사각형의 성질은 무엇인가요?

열기 직사각형 ABCD에서 두 대각선을 긋고, 그 길이를 재어 비교하여 보자.

다지기 직사각형 ABCD에 두 대각선을 그으면 오른쪽 그림과 같고, 컴퍼스로 두 대각선의 길이를 재어 비교하면 $\overline{AC}\ \square\ \overline{BD}$이다.



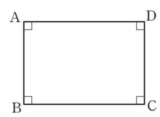
키우기 모든 직사각형에서 두 대각선의 길이는 같을까?

직사각형의 성질 탐구 학습에서 직사각형의 두 대각선의 길이는 서로 같음을 알 수 있다.

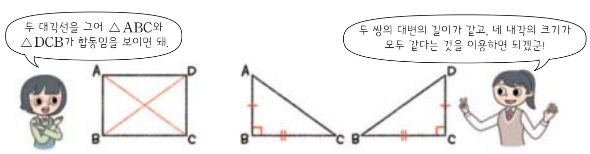
이전에 배운 내용
직사각형은 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형이다.

한편, 직사각형은 네 내각의 크기가 모두 같으므로 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다. 따라서 직사각형은 평행사변형이고, 평행사변형의 성질을 모두 만족시킨다. 즉, 직사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

직사각형이 평행사변형임을 이용하여 직사각형 ABCD에서 $\overline{AC}=\overline{DB}$임을 설명하여 보자.



1 생각 열기



19차시 177

탐구 학습 지도 방법

열기
직사각형에 두 대각선을 그어 그 길이를 비교해 보게 한다.

다지기
컴퍼스로 길이를 재어 $\overline{AC}=\overline{BD}$임을 알게 한다. 답 =

키우기
직사각형의 두 대각선의 길이를 직접 재어 비교해 보는 활동을 통해 길이가 항상 같음을 직관적으로 알 수 있도록 지도한다.

교과서 지도 방안

1 생각 열기 | 직사각형의 두 대각선의 길이가 같음을 설명하기 위해서는 대각선을 그어서 만든 두 삼각형이 서로 합동이라는 것을 보여야 함을 알게 한다.

7 여러 가지 사각형의 성질

1 소단원 성취기준

[9수04-12] 사각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

- 직사각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.
- 마름모의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.
- 정사각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.
- 여러 가지 사각형 사이의 관계를 이해할 수 있다.

2 지도상의 유의점

- 직사각형, 마름모, 정사각형의 뜻과 성질을 구분할 수 있도록 지도한다.
- 여러 가지 사각형의 성질은 대각선에 관한 성질을 위주로 다룬다.
- 평행사변형에 어떤 조건을 추가하면 직사각형, 마름모, 정사각형이 되는지 이해하도록 지도한다.
- 공학적 도구나 다양한 교구를 이용하여 도형을 그리거나 만들어 보는 활동을 통해 직사각형, 마름모, 정사각형의 성질을 추론하고 토론할 수 있게 한다.
- 직사각형, 마름모, 정사각형의 성질을 이해하고 설명하는 활동은 관찰이나 실험을 통해 확인하기, 연역적으로 논증하기 등과 같은 다양한 정당화 방법을 학생 수준에 맞게 활용할 수 있다.

소단원 도입 글 지도 방법

고소 작업대는 작업자가 높은 곳에서 작업할 수 있게 해 주는 수직 이동식 장비로, 작업대와 이를 연결하는 지지대로 이루어져 있다. 이 지지대에서 마름모 모양을 찾아볼 수 있는데 마름모 모양의 지지대는 작업대가 위아래로 움직여도 항상 수평을 이뤄 작업자가 안전하게 작업할 수 있게 해 준다. 이처럼 고소 작업대의 지지대에서 찾아볼 수 있는 마름모 모양을 통해 마름모에 어떤 성질이 있는지 생각해 보게 하여 이 단원의 학습에 흥미를 느낄 수 있도록 지도한다.

교과서 지도 방안

1 직사각형의 성질을 설명하는 과정에서 두 대각선에 의해 만들어지는 두 삼각형이 합동임을 설명할 때에는 평행사변형의 성질과 직사각형의 정의가 이용되므로 이를 충분히 복습하여 이해하게 한다.

2 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이므로 네 내각의 크기가 모두 같은 직사각형은 평행사변형임을 이해하게 한다. 즉, 직사각형은 평행사변형의 성질을 모두 만족시킴을 알게 한다.

3 **개념 확인 |** 직사각형은 두 대각선의 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{AC}=4$ cm일 때, $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}=2$ cm임을 알게 한다.

4 직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분하므로 두 대각선에 의해 생기는 $\triangle$OAB, $\triangle$OBC, $\triangle$OCD, $\triangle$ODA는 모두 이등변삼각형이고, 마주 보는 두 쌍의 삼각형은 서로 합동임을 이해하게 한다.

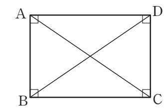
5 **생각 열기 |** 마름모에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분함을 설명하기 위해서는 마름모에 두 대각선을 그어 생기는 삼각형 중에서 이웃하는 두 삼각형이 합동이라는 것을 보여야 함을 알게 한다.

6 마름모의 성질을 설명하는 과정에서 두 대각선에 의해 만들어지는 삼각형 중 이웃하는 두 삼각형이 합동임을 설명할 때에는 평행사변형의 성질과 마름모의 정의가 이용되므로 이를 충분히 복습하여 이해하게 한다.

1 설명하기

1단계 | 두 대각선 긋기

오른쪽 그림과 같이 직사각형 ABCD에 두 대각선 AC, DB를 긋자.



2단계 | 두 삼각형이 합동임을 보이기

$\triangle$ABC와 $\triangle$DCB에서 직사각형은 평행사변형이므로

$\overline{AB}=\overline{DC}$ …… ①

□ABCD는 직사각형이므로

$\angle ABC=\angle DCB=90^\circ$ …… ②

$\overline{BC}$는 공통 …… ③

①, ②, ③에서 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$이다.

3단계 | 두 대각선의 길이가 같음을 보이기

따라서 $\overline{AC}=\overline{DB}$이므로 직사각형의 두 대각선의 길이는 서로 같다.

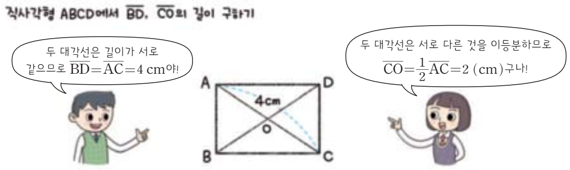
이상을 정리하면 다음과 같다.

2 **직사각형의 성질**

직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.

3 개념 확인

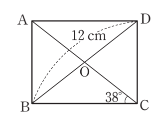
직사각형 ABCD에서 $\overline{BD}$, $\overline{CO}$의 길이 구하기



4 문제 **1** 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 다음을 구하시오.

(1) $\overline{AO}$의 길이

(2) $\angle$AOD의 크기



문제 풀이

문제 1

주안점 직사각형의 성질을 이용하여 선분의 길이와 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

| 풀이 | (1) 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분하므로

$$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$$

따라서 $\overline{AO}=\frac{1}{2}\times12=6$ (cm)

(2) $\triangle$OBC는 이등변삼각형이므로

$$\angle BOC=180^\circ-2\times38^\circ=104^\circ$$

$\angle AOD=\angle BOC$ (맞꼭지각)이므로

$$\angle AOD=104^\circ$$

마름모의 성질은 무엇인가요?

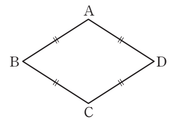
마름모의 성질

이전에 배운 내용

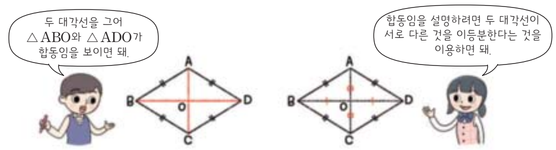
마름모는 네 변의 길이가 모두 같은 사각형이다.

마름모는 네 변의 길이가 모두 같으므로 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다. 따라서 마름모는 평행사변형이고, 평행사변형의 성질을 모두 만족시킨다. 즉, 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

마름모가 평행사변형임을 이용하여 마름모 ABCD에서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$임을 설명하여 보자.



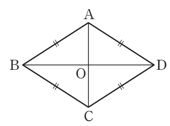
5 생각 열기



6 설명하기

1단계 | 두 대각선 긋기

마름모 ABCD에서 두 대각선 AC, BD의 교점을 O라 고 하자.



2단계 | 두 삼각형이 합동임을 보이기

△ABO와 △ADO에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$ …… ①

마름모는 평행사변형이므로

$\overline{BO}=\overline{DO}$ …… ②

$\overline{AO}$는 공통 …… ③

①, ②, ③에서 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로 △ABO≡△ADO이다.

3단계 | 두 대각선이 서로 수직임을 보이기

따라서 $\angle AOB=\angle AOD$이고, $\angle AOB+\angle AOD=180^\circ$이므로

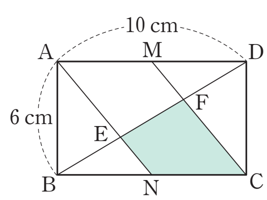
$\angle AOB=\angle AOD=90^\circ$이다.

즉, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 마름모의 두 대각선은 서로 수직이다.

플러스 문제

문제 1 심화

오른쪽 그림의 □ABCD는 직사각형이고 점 M, N은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 중점이다. $\overline{AD}=10$ cm, $\overline{AB}=6$ cm 일 때, □ENCF의 넓이를 구하시오.



|풀이| (□ENCF의 넓이)=(△ANC의 넓이)

$$=\frac{1}{4}\times10\times6=15\ (\text{cm}^2)$$

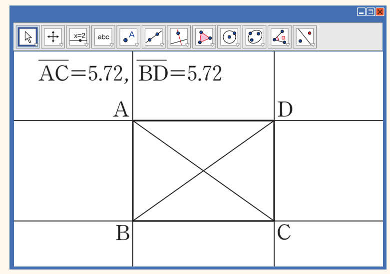
수준별 지도 자료

■ 직사각형과 마름모의 성질

하 수준 관찰이나 실험을 통하여 직사각형과 마름모의 성질을 직관적으로 이해하도록 지도한다.

예 직사각형의 성질

컴퓨터 프로그램을 이용하여 다음과 같은 순서로 직사각형 ABCD를 그린 후, 직사각형의 두 대각선의 길이가 같음을 확인하게 한다.

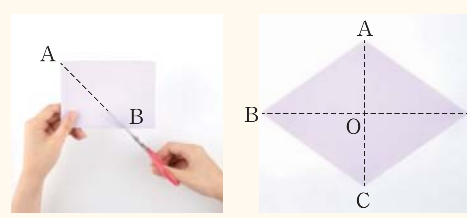


❶ 직선 AB를 그린다.
❷ 점 B를 지나고 직선 AB와 수직인 직선 BC를 그린다.
❸ 점 A를 지나고 직선 AB에 수직인 직선과 점 C를 지나고 직선 BC에 수직인 직선을 그리고, 두 직선의 교점을 D라 한다.
❹ 두 대각선 AC, BD를 그리고, 그 길이를 측정한다.
❺ 꼭짓점을 움직여 직사각형의 모양을 바꾸어 보면서 두 대각선의 길이를 비교한다.

예 마름모의 성질

다음과 같은 활동을 하여 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분함을 확인하게 한다.

|준비물| 직사각형 모양의 종이, 가위



❶ 직사각형 모양의 종이를 반으로 접고 다시 반으로 접어 네 겹을 $\overline{AB}$를 따라 자른다.
❷ 자른 종이를 펼쳐서 □ABCD를 만들고, 접힌 선의 교점을 O라 한다.
❸ $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$의 길이를 비교한다.
❹ $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$, $\angle DOA$의 크기를 비교한다.

교과서 지도 방안

1 두 쌍의 대변의 길이가 같은 사각형은 평행사변형이므로 네 변의 길이가 모두 같은 마름모는 평행사변형임을 이해하게 한다. 즉, 마름모는 평행사변형의 성질을 모두 만족시킴을 알게 한다.

2 **따라 하기 |** 학생들이 예제의 풀이 과정과 같이 마름모의 성질을 이용하여 x, y의 값을 구할 수 있도록 지도한다.

|풀이| 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$$x=10\times\frac{1}{2}=\underline{5}$$

마름모 ABCD에서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로

$$y=\underline{90}$$

답 $x=\underline{5}$, $y=\underline{90}$

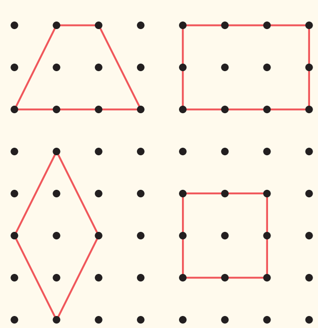
3 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형 또는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이므로 네 변의 길이가 같고 네 내각의 크기가 모두 같은 정사각형은 평행사변형임을 이해하게 한다. 즉, 정사각형은 평행사변형의 성질을 모두 만족시킴을 알게 한다.

수준별 지도 자료

■ 여러 가지 사각형의 성질

하 수준 관찰이나 실험을 통해 여러 가지 사각형의 뜻과 성질을 직관적으로 이해하도록 지도한다.

예 다음 그림과 같이 기하판에 고무줄로 사다리꼴, 직사각형, 마름모, 정사각형 등 여러 가지 사각형을 만들어 보고, 각 도형의 공통점과 차이점을 비교하게 한다.

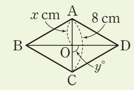


이상을 정리하면 다음과 같다.

1 **마름모의 성질**
마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

예제 1

오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에서 x, y의 값을 구하시오.



풀이 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$x=8\times\frac{1}{2}=4$

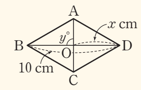
마름모 ABCD에서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로

$y=90$

답 $x=4$, $y=90$

2 **따라 하기** | 마름모의 대각선의 성질 이해하기

오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에서 x, y의 값을 구하시오.



풀이 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$x=$ ________ $=$ ____

마름모 ABCD에서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로

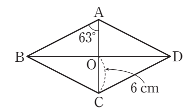
$y=$ ____

답 $x=$ ____, $y=$ ____

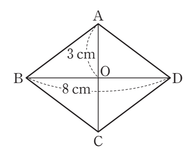
문제 2 오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에서 $\overline{CO}=6$ cm, $\angle BAO=63°$일 때, 다음을 구하시오.

(1) $\overline{AO}$의 길이

(2) $\angle CDO$의 크기



문제 3 오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에서 $\overline{AO}=3$ cm, $\overline{BD}=8$ cm일 때, □ABCD의 넓이를 구하시오.



180 20차시

문제 풀이

문제 2

주안점 마름모의 성질을 이용하여 선분의 길이와 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$$\overline{AO}=\overline{CO}=6\text{ cm}$$

(2) 마름모의 두 대각선은 서로 수직이므로 $\angle COD=90°$

마름모는 평행사변형이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$

즉, $\angle BAO=\angle DCO$ (엇각)이므로 $\angle DCO=63°$

$\triangle DCO$에서 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$$\angle CDO=180°-(90°+63°)=27°$$

문제 3

주안점 마름모의 성질을 이용하여 마름모의 넓이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로

$$(\square ABCD\text{의 넓이})=4\times(\triangle ABO\text{의 넓이})$$
$$=4\times\left(\frac{1}{2}\times4\times3\right)=24\ (\text{cm}^2)$$

정사각형의 성질은 무엇인가요?

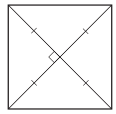
정사각형의 성질

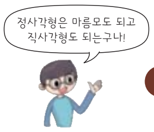
이전에 배운 내용

정사각형은 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형이다.

정사각형은 네 변의 길이가 모두 같으므로 마름모이다. 즉, 정사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

또, 정사각형은 네 내각의 크기가 모두 같으므로 직사각형이다. 즉, 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.





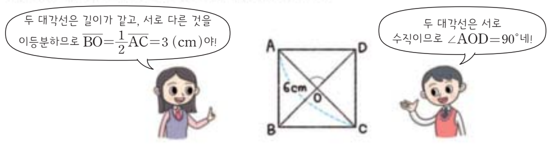
이상을 정리하면 다음과 같다.

3 정사각형의 성질

정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.

개념 확인

정사각형 ABCD에서 $\overline{BO}$의 길이, $\angle AOD$의 크기 구하기

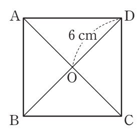


문제 4 오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 다음을 구하시오.

(1) $\overline{AC}$의 길이

(2) $\angle BAO$의 크기

(3) □ABCD의 넓이



정보 처리·의사소통

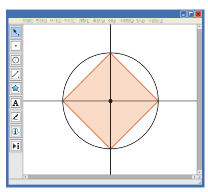
생각 넓히기

오른쪽 그림은 컴퓨터 프로그램을 이용하여 다음 순서에 따라 사각형을 그린 것이다. 이 도형은 어떤 사각형인지 말하고, 그 이유를 설명하여 보자.

❶ 서로 수직인 두 직선을 그린다.

❷ ❶의 두 직선의 교점을 중심으로 하는 원을 그린다.

❸ ❶, ❷에서 그린 두 직선과 원이 만나는 네 점을 연결하여 사각형을 그린다.



20차시 181

문제 4

주안점 정사각형의 성질을 이용하여 선분의 길이와 각의 크기, 정사각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분하므로 $\overline{AO}=6$ cm, $\overline{AC}=12$ cm

(2) 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분하므로 $\overline{AO}=\overline{BO}$, $\angle AOB=90°$

$\triangle OAB$는 이등변삼각형이고, 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$$\angle BAO=\frac{1}{2}\times(180°-90°)=45°$$

(3) (□ABCD의 넓이)$=4\times$($\triangle ABO$의 넓이)

$$=4\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)=72\ (\text{cm}^2)$$

생각 넓히기 정보 처리·의사소통

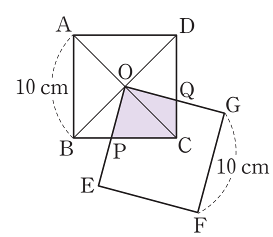
[지도 목표] 컴퓨터 프로그램을 이용하여 그린 사각형이 어떤 사각형인지 알고, 그 이유를 설명할 수 있게 한다.

[지도 방법] 컴퓨터 프로그램으로 사각형을 그리고, 그 성질을 추론하여 어떤 사각형인지 말하도록 지도한다. 이때 그린 사각형이 어떤 사각형인지 말하기 어려워하는 학생들은 컴퓨터 프로그램으로 변의 길이 또는 대각선의 길이를 재어 보거나 각의 크기를 재어 본 후 어떤 사각형인지 말할 수 있도록 지도한다.

[예시 답안] 컴퓨터 프로그램을 이용하여 그린 사각형에서 두 대각선은 원의 지름이고, 두 대각선의 교점은 원의 중심이므로 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분한다. 또, 사각형의 두 대각선은 서로 수직이다. 따라서 컴퓨터 프로그램을 이용하여 그린 사각형은 두 대각선의 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분하므로 정사각형이다.

생각 넓히기 플러스 문제 해결

오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 10 cm인 두 정사각형 ABCD와 OEFG가 있다. 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점과 정사각형 OEFG의 한 꼭짓점 O가 서로 겹치도록 놓여 있을 때, 두 정사각형이 서로 겹치는 부분인 □OPCQ의 넓이를 구하여 보자.



[지도 목표] 두 정사각형의 겹쳐진 부분과 같은 넓이를 갖는 도형을 찾아 넓이를 구할 수 있게 한다.

[지도 방법] 정사각형의 성질과 삼각형의 합동 조건을 이용하여 □OPCQ의 넓이를 구할 수 있도록 지도한다.

[풀이] $\triangle OBP$와 $\triangle OCQ$가 서로 합동이므로

(□OPCQ의 넓이)$=$($\triangle OBC$의 넓이)

$$=\frac{1}{4}\times10\times10=25\ (\text{cm}^2)$$

⁚⁚ 교과서 지도 방안

1 여러 가지 사각형의 성질을 표로 정리하여 여러 가지 사각형 사이의 관계를 이해하게 할 수 있다.

성질	사다리꼴	평행사변형	직사각형	마름모	정사각형
두 쌍의 대변이 각각 평행하다.	×	○	○	○	○
두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.	×	○	○	○	○
두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.	×	○	○	○	○
두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.	×	○	○	○	○
두 대각선의 길이가 서로 같다.	×	×	○	×	○
두 대각선이 서로 수직이다.	×	×	×	○	○

2 **오개념 바로잡기 |** 학생들이 여러 가지 사각형 사이의 관계를 제대로 인식하지 못한 채 정사각형은 직사각형이 아니라고 생각하거나, 직사각형은 평행사변형이 아니라고 생각하는 경우가 있다. 따라서 여러 가지 사각형 사이의 관계를 설명할 때에는 학생들이 모양에 의존하지 않고 도형의 뜻과 성질을 이용할 수 있도록 지도한다.

플러스 문제

문제 5 유사

다음 세 조건을 모두 만족시키는 □ABCD는 어떤 사각형인지 말하시오.

- $\overline{AB}=\overline{DC}$
- $\overline{AD}=\overline{BC}$
- $\angle A=90^\circ$

답 직사각형

---

1 여러 가지 사각형 사이의 관계

여러 가지 사각형 사이에는 어떤 관계가 있나요?

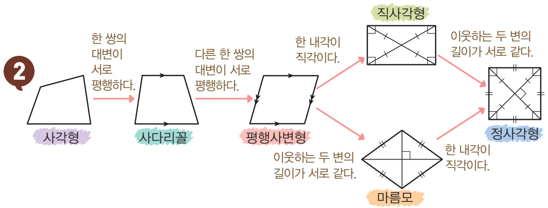
사각형 중에서 한 쌍의 대변이 서로 평행한 것이 사다리꼴이고, 사다리꼴 중에서 또 다른 한 쌍의 대변이 서로 평행한 것이 평행사변형이다.

또, 평행사변형 중에서 한 내각이 직각인 것이 직사각형이고, 이웃하는 두 변의 길이가 서로 같은 것이 마름모이다.

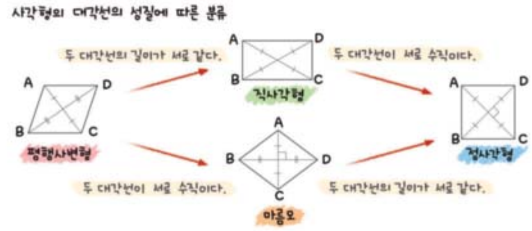
그리고 직사각형 중에서 이웃하는 두 변의 길이가 서로 같은 것이 정사각형이고, 마름모 중에서 한 내각이 직각인 것이 정사각형이다.

따라서 여러 가지 사각형 사이의 관계를 그림으로 나타내면 다음과 같다.

2



개념 확인



문제 5 다음 조건을 만족시키는 평행사변형 ABCD는 어떤 사각형인지 말하시오.

(1) $\overline{AB}=\overline{BC}$ (2) $\angle B=90^\circ$
(3) $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ (4) $\overline{AC}=\overline{BD}$
(5) $\angle A=90^\circ$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$

문제 풀이

문제 5

주안점 평행사변형이 직사각형, 마름모, 정사각형이 되는 조건을 알게 한다.

|풀이| 평행사변형 ABCD에서

(1) $\overline{AB}=\overline{BC}$이면 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$이다. 따라서 네 변의 길이가 모두 같으므로 마름모이다.

(2) $\angle B=90^\circ$이면 $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ$이다. 따라서 네 내각의 크기가 모두 같으므로 직사각형이다.

(3) $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이면 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 마름모이다.

(4) $\overline{AC}=\overline{BD}$이면 두 대각선의 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분하므로 직사각형이다.

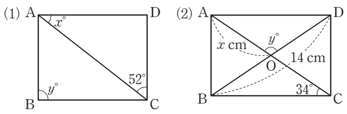
(5) $\angle A=90^\circ$이면 직사각형이고, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이면 마름모이다. 따라서 네 내각의 크기가 모두 같고, 네 변의 길이가 모두 같으므로 정사각형이다.

스스로 확인하기

정답 및 풀이 280쪽

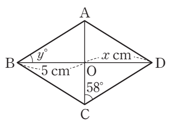
1

다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 x, y의 값을 구하시오.



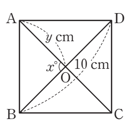
2

오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에서 x, y의 값을 구하시오.



3

오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 x, y의 값을 구하시오.

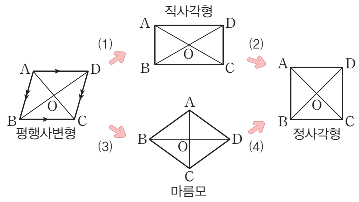


수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 394~395쪽
소단원 평가 ⇨ 402쪽
활동지 ⇨ 408~409쪽

4

다음 그림에서 (1), (2), (3), (4)에 알맞은 조건을 각각 보기에서 모두 찾으시오.

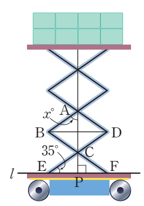


보기

ㄱ. $\overline{AC}=\overline{BD}$	ㄴ. $\angle C=90°$
ㄷ. $\angle A=\angle B$	ㄹ. $\overline{OA}=\overline{OB}$
ㅁ. $\overline{AC}\perp\overline{BD}$	ㅂ. $\overline{AB}=\overline{AD}$

5 창의•융합

오른쪽 그림과 같은 고소 작업대에서 □ABCD는 마름모이고 $\overline{DC}$, $\overline{BC}$의 연장선과 직선 l의 교점을 각각 점 E, F라고 하자. $\overline{AC}$의 연장선과 직선 l이 점 P에서 수직으로 만나고 $\angle CEP=35°$일 때, x의 값을 구하시오.



스스로 확인하기

1 이해하기 | 하 중 상

주안점 직사각형의 성질을 이용하여 선분의 길이와 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) △ACD는 직각삼각형이므로

$\angle DAC=180°-(90°+52°)=38°$

즉, $x=38$

한편, □ABCD는 직사각형이므로

$y=90$

(2) 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고, 서로 다른 것을 이등분하므로

$x=\frac{1}{2}\times 14=7$

△OBC는 이등변삼각형이므로

$\angle BOC=180°-2\times 34°=112°$

$\angle AOD=\angle BOC$ (맞꼭지각)이므로

$y=112$

2 이해하기 | 하 중 상

주안점 마름모의 성질을 이용하여 선분의 길이와 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로 $x=5$

$\angle DOC=90°$이므로 △CDO에서

$\angle CDO=180°-(90°+58°)=32°$

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $y=32$

3 이해하기 | 하 중 상

주안점 정사각형의 성질을 이용하여 선분의 길이와 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분하므로

$x=90$

$y=\frac{1}{2}\times 10=5$

4 추론하기 | 하 중 상

주안점 여러 가지 사각형 사이의 관계를 이해하고, 조건을 찾을 수 있게 한다.

|풀이| (1) 평행사변형의 두 대각선의 길이가 같거나 한 내각의 크기가 90°이면 직사각형이 된다. 따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

(2) 직사각형의 두 대각선이 서로 수직이거나 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 정사각형이 된다. 따라서 ㅁ, ㅂ이다.

(3) 평행사변형의 두 대각선이 서로 수직이거나 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 마름모가 된다. 따라서 ㅁ, ㅂ이다.

(4) 마름모의 두 대각선의 길이가 같거나 한 내각의 크기가 90°이면 정사각형이 된다. 따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

5 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 마름모의 성질을 이용하여 주어진 도형에서 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| △CEP는 직각삼각형이므로

$\angle ECP=180°-(90°+35°)=55°$

$\angle ECP=\angle ACD$ (맞꼭지각)이고 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로

$\angle ACD=\angle BAC$ (엇각)

따라서 $\angle BAC=\angle ECP=55°$이므로 $x=55$

놀이 & 수학

[지도 목표] 여러 가지 사각형의 성질을 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

[지도 방법]

- 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 성질을 이용하여 주어진 도형에서 선분의 길이와 넓이를 구하게 한다.
- 위에서 구한 값을 그림의 ○ 안에 써넣고, 여섯 개의 작은 삼각형의 세 꼭짓점에 쓰여 있는 수의 합이 같아지도록 ○ 안에 알맞은 수를 구하게 한다.

[풀이]

1 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$$\overline{DO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times12=6\ (\text{cm})$$

따라서 $a=6$

평행사변형에서 대변의 길이는 서로 같으므로 $b=7$

2 직사각형에서 두 대각선의 길이는 서로 같으므로

$2c-9=2+c$, $c=11$

3 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로

$\overline{BD}=2\overline{BO}=2\times4=8\ (\text{cm})$

따라서 $d=8$

또, $\overline{DO}=\overline{BO}=4$ cm이므로 △AOD의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times\overline{DO}\times\overline{AO}=\frac{1}{2}\times4\times5=10\ (\text{cm}^2)$$

따라서 $e=10$

4 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분하므로

$$\begin{aligned}(\square\text{ABCD의 넓이})&=2\times(\triangle\text{ABC의 넓이})\\&=2\times\left(\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BO}\right)\\&=\frac{1}{2}\times f\times f\\&=72\end{aligned}$$

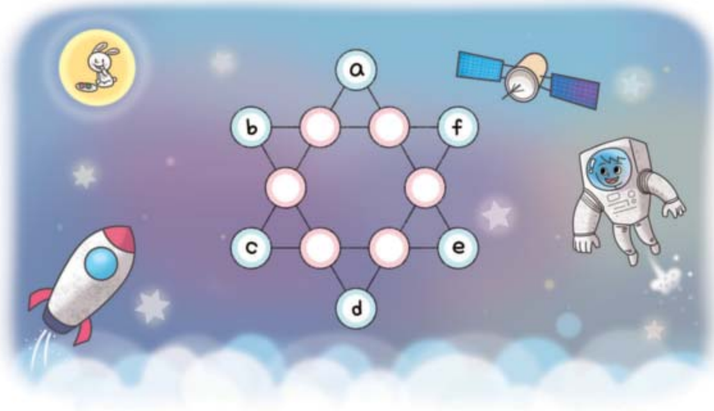
따라서 $\frac{1}{2}\times f\times f=72$에서 $f\times f=144$이므로

$f=12$

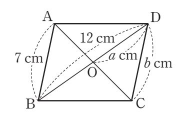
놀이 & 수학

사각형의 성질을 이용하여 숫자 퍼즐 풀기

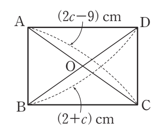
다음 그림의 ○와 ○ 안에 1부터 12까지의 자연수를 한 번씩 써넣어 여섯 개의 작은 삼각형의 세 꼭짓점에 쓰여 있는 수의 합이 서로 같도록 만들려고 한다. 아래 문제 **1**, **2**, **3**, **4**를 풀어 a, b, c, d, e, f의 값을 구하여 ○ 안에 써넣고, ○ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.



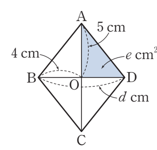
1 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 a, b의 값을 구하시오.



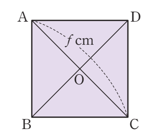
2 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 c의 값을 구하시오.



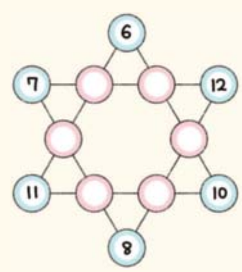
3 오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에서 △AOD의 넓이를 e cm²라고 할 때, d, e의 값을 구하시오.



4 오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD의 넓이가 72 cm²일 때, f의 값을 구하시오.



따라서 ○ 안에 알맞은 수를 써넣으면 오른쪽과 같다.

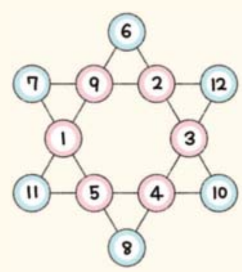


한편, 그림에서 여섯 개의 작은 삼각형의 세 꼭짓점에 쓰여 있는 수의 합은

$\{2\times(1+2+3+4+5+9)+(6+7+8+10+11+12)\}\div6$

$=102\div6=17$

로 같아야 하므로 ○ 안에 알맞은 수를 써넣으면 오른쪽과 같다.



스스로 마무리하기

정답 및 풀이 281쪽

개념 콕콕

1 이등변삼각형의 성질

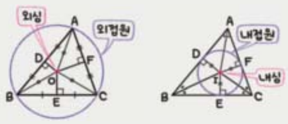
(1) 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다.

(2) 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

2 삼각형의 외심과 내심

(1) 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

(2) 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.



3 평행사변형의 성질

(1) 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

(2) 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.

(3) 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

4 여러 가지 사각형의 성질

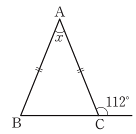
(1) 직사각형: 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.

(2) 마름모: 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

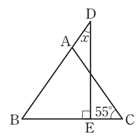
(3) 정사각형: 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.

01 오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기는?

① 40° ② 42° ③ 44° ④ 46° ⑤ 48°

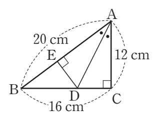


02 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이고, $\triangle DBE$는 $\angle DEB=90^\circ$인 직각삼각형이다. $\angle BCA=55^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



03 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D, 점 D에서 변 AB에 내린 수선의 발을 E라고 할 때, $\triangle EBD$의 둘레의 길이는?

① 20 cm ② 22 cm ③ 24 cm ④ 26 cm ⑤ 28 cm



23차시 185

스스로 마무리하기

01 이해하기 | 하 중 상

주안점 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로 $\angle B=\angle C=180^\circ-112^\circ=68^\circ$이다. 또한, $\triangle ABC$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 $\angle x=44^\circ$이다.

02 계산하기 | 하 중 상

주안점 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로 $\angle B=\angle C=55^\circ$이다. $\triangle DBE$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 $\angle x=35^\circ$이다.

03 추론하기 | 하 중 상

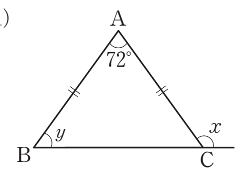
주안점 직각삼각형의 합동 조건을 이용하여 삼각형의 둘레의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 두 직각삼각형 ADE와 ADC는 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 합동이다. 즉, $\overline{EB}=20-12=8\ (\text{cm})$, $\overline{BD}+\overline{DE}=\overline{BC}=16\ (\text{cm})$ 따라서 $\triangle EBD$의 둘레의 길이는 $\overline{EB}+\overline{BD}+\overline{DE}$이므로 ③ 24 cm이다.

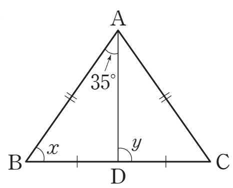
개념 콕콕 확인 문제

1 다음 그림에서 $\angle x$, $\angle y$의 크기를 구하시오.

(1)

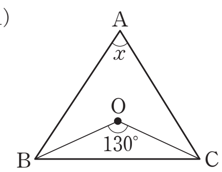


(2)

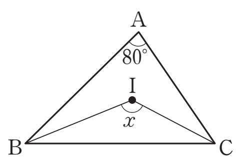


2 다음 그림에서 점 O와 점 I는 각각 $\triangle ABC$의 외심과 내심일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.

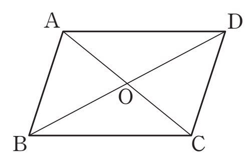
(1)



(2)



3 오른쪽 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되는 조건을 □ 안에 알맞게 써넣으시오.
(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



(1) $\overline{AB}/\!/$□, $\overline{AD}/\!/$□

(2) $\overline{AB}=$□, $\overline{AD}=$□

(3) $\angle BAD=$□, $\angle ABC=$□

(4) $\overline{OA}=$□, $\overline{OB}=$□

(5) $\overline{AB}/\!/$□, $\overline{AB}=$□

답 **1** (1) $\angle x=126^\circ$, $\angle y=54^\circ$ (2) $\angle x=55^\circ$, $\angle y=90^\circ$ **2** (1) 65° (2) 130°
3 (1) $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ (2) $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ (3) $\angle DCB$, $\angle CDA$ (4) $\overline{OC}$, $\overline{OD}$ (5) $\overline{DC}$, $\overline{DC}$

04 계산하기 | 하 중 상

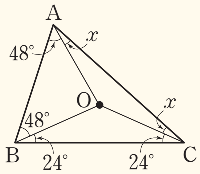
주안점 삼각형의 외심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 점 O가 외심이므로

$2\angle x+2\times 24^\circ$

$+2\times(72^\circ-24^\circ)=180^\circ$

따라서 $\angle x=18^\circ$



05 이해하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 외심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 점 O가 외심이므로 $\angle AOB=360^\circ\times\frac{3}{12}=90^\circ$,

$\angle BAO=45^\circ$이고, $\angle AOC=360^\circ\times\frac{5}{12}=150^\circ$,

$\angle CAO=15^\circ$이다. 따라서 $\angle A=45^\circ+15^\circ=60^\circ$

06 계산하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 내심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 점 I가 내심이므로 $\angle x+\angle y+\frac{1}{2}\times 74^\circ=90^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y=53^\circ$

07 이해하기 | 하 중 상

주안점 평행사변형의 성질을 이용하여 변의 길이와 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\overline{AD}=\overline{BC}$이므로 $4x-3=2x+3$, $x=3$

이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로

$(y^\circ+42^\circ)+(56^\circ+z^\circ)=180^\circ$, $y+z=82$

따라서 $x+y+z=85$

08 이해하기 | 하 중 상

주안점 평행사변형이 되기 위한 조건을 찾을 수 있게 한다.

|풀이| ① $\overline{AB}\neq\overline{CD}$이므로 평행사변형이 아니다.

③ $\overline{AO}\neq\overline{CO}$이므로 평행사변형이 아니다.

⑤ $\overline{AB}\neq\overline{CD}$이므로 평행사변형이 아니다.

따라서 평행사변형이 되는 것은 ②, ④이다.

09 추론하기 | 하 중 상

주안점 직사각형의 뜻과 마름모의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| □EBFD가 마름모이고 $\overline{BD}$가 그 대각선이므로

$\angle EBD=\angle FBD$, $\angle FDB=\angle EDB$

그런데 □ABCD가 직사각형이므로

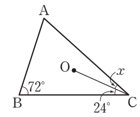
$\angle EBD=\angle EDB=\frac{1}{3}\times 90^\circ=30^\circ$

따라서 △EBD에서

$\angle BED=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$

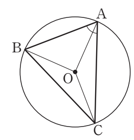
스스로 마무리하기

04 오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이다. $\angle B=72^\circ$일 때, $\angle x$의 크기는?

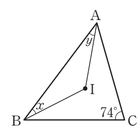


① 15° ② 16° ③ 17°
④ 18° ⑤ 19°

05 오른쪽 그림과 같이 원 O가 △ABC에 외접하고 $4\widehat{AB}=3\widehat{BC}$, $5\widehat{BC}=4\widehat{CA}$일 때, ∠A의 크기를 구하시오.

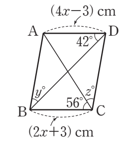


06 오른쪽 그림에서 점 I는 △ABC의 내심이다. $\angle C=74^\circ$일 때, $\angle x+\angle y$의 값은?

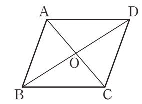


① 51° ② 52° ③ 53°
④ 54° ⑤ 55°

07 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $x+y+z$의 값을 구하시오.

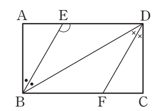


08 오른쪽 그림과 같은 □ABCD에서 점 O는 두 대각선의 교점일 때, 다음 중에서 □ABCD가 평행사변형이 되는 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{AB}=\overline{BC}=3$ cm, $\overline{CD}=\overline{DA}=4$ cm
② $\angle A=100^\circ$, $\angle B=80^\circ$, $\angle C=100^\circ$
③ $\overline{AO}=\overline{BO}=5$ cm, $\overline{CO}=\overline{DO}=6$ cm
④ $\overline{AD}=\overline{BC}=7$ cm, $\angle DAC=\angle ACB=80^\circ$
⑤ $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}=8$ cm

09 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 ∠ABD, ∠BDC의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라고 하면 □EBFD는 마름모가 된다. 이때 ∠BED의 크기를 구하시오.



186 24차시

10 설명하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이용하여 외접원과 내접원의 둘레의 길이의 차를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 외접원의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 10=5\ (\text{cm})$ ······ (가)

내접원의 반지름의 길이를 x cm라고 하면 △ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 6\times x+\frac{1}{2}\times 8\times x+\frac{1}{2}\times 10\times x=\frac{1}{2}\times 6\times 8$

$12x=24$, $x=2$ ······ (나)

따라서 외접원과 내접원의 둘레의 길이의 차는

$2\times\pi\times 5-2\times\pi\times 2=6\pi\ (\text{cm})$ ······ (다)

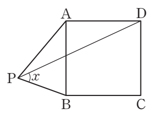
채점 기준	배점 비율
(가) 외접원의 반지름의 길이 구하기	40 %
(나) 내접원의 반지름의 길이 구하기	40 %
(다) 외접원과 내접원의 둘레의 길이의 차 구하기	20 %

정답 및 풀이 281쪽

서술형

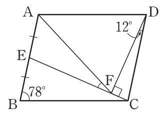
10 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=10$ cm, $\overline{BC}=6$ cm, $\overline{CA}=8$ cm일 때, 외접원과 내접원의 둘레의 길이의 차를 구하시오.

11 오른쪽 그림에서 □ABCD는 정사각형이고, △APB는 $\overline{AB}=\overline{AP}$인 이등변삼각형일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.

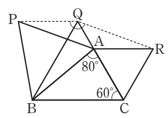


사고력 높이기

12 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 점 E는 변 AB의 중점이고, 점 D에서 선분 EC에 내린 수선의 발을 F라고 하자. $\angle FDC=12^\circ$, $\angle B=78^\circ$일 때, $\angle AFE$의 크기를 구하시오.



13 오른쪽 그림에서 △PBA, △QBC, △RAC는 △ABC의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형이다. $\angle ACB=60^\circ$, $\angle BAC=80^\circ$일 때, $\angle PQR$의 크기를 구하시오.



학습 내용 점검

1. 이등변삼각형의 성질 ▶01, 02번
2. 직각삼각형의 합동 조건 ▶03번
3. 삼각형의 외심 ▶04, 05번
4. 삼각형의 내심 ▶06, 10번
5. 평행사변형의 성질 ▶07, 12번
6. 평행사변형이 되는 조건 ▶08, 13번
7. 여러 가지 사각형의 성질 ▶09, 11번

학습 태도 점검

흥미도 ☆☆☆☆☆ 집중도 ☆☆☆☆☆ 참여도 ☆☆☆☆☆ 협동심 ☆☆☆☆☆

나의 학습 일기

이 단원을 배우고 나서 새롭게 알게 된 점이나 부족한 점을 적어 보세요.

수업 보충 자료

단원 평가 ⇨ 403~405쪽
보충 문제 ⇨ 406쪽
심화 문제 ⇨ 407쪽

24차시 187

---

11 설명하기 |

하 중 상

주안점 정사각형과 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\overline{AB}=\overline{AP}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 △APD는 $\overline{AP}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이다. ········· (가)

$\angle APD=\angle ADP=\angle a$라고 하면 $\quad \angle PAD=180^\circ-2\angle a$

즉, $\quad \angle PAB=(180^\circ-2\angle a)-90^\circ=90^\circ-2\angle a$ ········· (나)

따라서 △APB에서

$$(90^\circ-2\angle a)+2(\angle a+\angle x)=180^\circ$$

$$2\angle x=90^\circ,\ \angle x=45^\circ$$

········· (다)

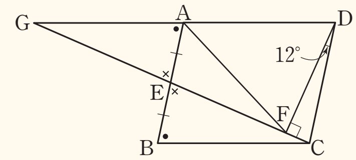
채점 기준	배점 비율
(가) △APD가 이등변삼각형임을 알기	30 %
(나) $\angle PAB$의 크기를 식으로 나타내기	40 %
(다) $\angle x$의 크기 구하기	30 %

12 문제 해결하기 |

하 중 상

주안점 평행사변형에서 직각삼각형의 외심을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 다음 그림과 같이 $\overline{AD}$와 $\overline{EC}$의 연장선의 교점을 G라고 하자.



△EAG와 △EBC에서 $\overline{AE}=\overline{BE}$, $\angle AEG=\angle BEC$, $\angle EAG=\angle EBC$이므로 △EAG≡△EBC이다. 따라서 $\overline{AG}=\overline{BC}=\overline{AD}$이므로 직각삼각형 DGF에서 점 A는 빗변의 중점이다. 즉, 점 A는 직각삼각형 DGF의 외심이다.

$\angle GDF=\angle GDC-\angle FDC=78^\circ-12^\circ=66^\circ$이므로

△DGF에서 $\quad \angle G=180^\circ-(90^\circ+66^\circ)=24^\circ$

△AGF는 $\overline{AG}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이므로

$\quad \angle AFE=\angle G=24^\circ$

13 추론하기 |

하 중 상

주안점 삼각형의 세 변으로 만들어진 정삼각형을 이용하여 평행사변형을 찾아 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\overline{AB}=\overline{PB}$, $\overline{BC}=\overline{BQ}$, $\angle ABC=\angle PBQ$에서

△ABC≡△PBQ이므로 $\quad \overline{AC}=\overline{PQ}$, $\overline{AR}=\overline{PQ}$

또, $\overline{AC}=\overline{RC}$, $\overline{BC}=\overline{QC}$, $\angle ACB=\angle RCQ=60^\circ$에서

△ABC≡△RQC이므로 $\quad \overline{AB}=\overline{RQ}$, $\overline{AP}=\overline{RQ}$

따라서 □PARQ는 평행사변형이므로

$\quad \angle PQR=\angle PAR=360^\circ-(60^\circ+80^\circ+60^\circ)=160^\circ$

자기 평가 지도 방법

학습 내용 점검 단원의 학습 내용을 얼마나 성취했는지 스스로 평가하게 하고, 성취도에 따라 보충 문제, 심화 문제를 과제로 주어 스스로 학습할 수 있게 한다.

성취도 체크

☺이 3개 이하인 경우 **보충** → 지도서 406쪽
☺이 4개 이상인 경우 **심화** → 지도서 407쪽

학습 태도 점검 성취도에 따라 자신의 수업 전반에 대한 태도를 반성하고, 이를 통해 보완해야 할 점을 스스로 점검해 보게 한다.

함께하는 프로젝트

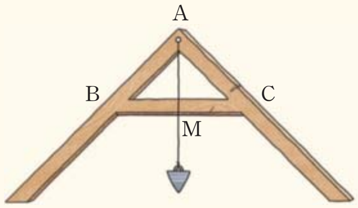
[지도 목표] 수평계를 만들어 보고, 이등변삼각형의 성질이 수평계에 어떻게 이용되었는지 이해하게 한다.

[지도 방법] 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분함을 이해하고 이를 이용하여 수평계를 만들어 주변의 사물들이 수평인지 아닌지 확인해 보도록 지도한다.

탐구 과제

[예시 답안]

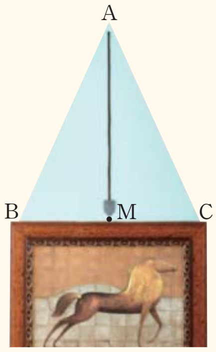
1



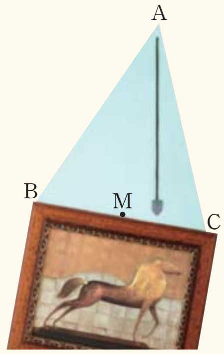
$\triangle$ABM과 $\triangle$ACM에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{BM}=\overline{CM}$, $\overline{AM}$은 공통이므로 대응하는 세 변의 길이가 각각 같다. 즉, $\triangle ABM \equiv \triangle ACM$이다. 따라서 $\angle AMB=\angle AMC=90°$이므로 꼭짓점 A에 추를 매단 줄이 점 M을 지나면 줄과 $\overline{BC}$는 서로 수직이다. 그러므로 수평계의 바닥인 $\overline{BC}$는 지면과 수평이 된다. 즉, 고대 사람들이 사용한 수평계는 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다는 성질을 이용하였다.

2 모둠별로 만든 수평계를 교실 안에 있는 사물에 직접 대보고 추가 정확하게 이등변삼각형의 밑변의 중점을 향하는지 확인하여 사물이 지면과 수평인지 판단할 수 있다.

- 사물과 지면이 수평인 경우



- 사물과 지면이 수평이 아닌 경우

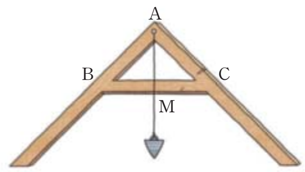


함께하는 프로젝트

이등변삼각형의 성질을 이용하여 수평계 만들기

벽에 건 액자가 지면과 수평인지 어떻게 알 수 있을까?

수평계를 이용하면 액자가 지면과 수평인지 아닌지 쉽게 알 수 있다. 현재는 다양한 모양의 수평계가 있지만 고대 사람들은 다음 그림과 같은 도구를 사용하여 지면과의 수평을 확인하였다고 한다. 이 도구는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 모양으로 $\overline{BC}$의 중점 M을 표시하고 줄의 한쪽 끝을 점 A에 고정한 다음 추를 매달아 늘어뜨린 것이다. (EBSMath, 2017년)



탐구 과제

1 고대 사람들이 사용한 수평계는 이등변삼각형의 어떤 성질을 이용하였는지 모둠별로 설명하여 보자.

2 모둠별로 다음 단계에 따라 수평계를 만들어 보고, 교실 안에 있는 사물들이 지면과 수평인지 확인하여 보자.

준비물 두꺼운 종이, 실, 추, 연필, 자, 가위

❶ 두꺼운 종이에 이등변삼각형을 그린 후 오려 낸다.

❷ 꼭지각에 구멍을 뚫고, 밑변의 중점을 찾아 표시한다.

❸ 뚫어 놓은 구멍에 추를 매단 실을 연결하여 고정한다.

188 25차시

성취기준

[9수04-10] 이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

탐구 과제 평가 기준

1. 이등변삼각형의 성질을 이용한 수평계의 원리를 이해하고 있는지 평가한다.
2. 모둠별로 수평계를 만들 수 있고, 이를 이용하여 교실 안에 있는 사물들의 수평 여부를 확인할 수 있는지 평가한다.

평가 시 유의 사항

❶ 평가는 프로젝트 평가와 동료 평가로 이루어진다. 프로젝트 평가의 경우 추론, 문제 해결 역량을 평가하고, 동료 평가의 경우 참여도, 기여도를 중심으로 평가한다.

❷ 평가 항목의 의미를 사전에 간단히 설명하고 동료 평가 시 객관성을 유지하도록 지도한다.

❸ 프로젝트 평가와 동료 평가는 수업이 끝난 후에 한다.

❹ 프로젝트 평가와 동료 평가의 결과를 반영하여 생활기록부에 세부 능력 및 특기 사항을 기재할 수 있다.

프로젝트 평가 예시

학습 주제		이등변삼각형의 성질을 이용하여 수평계 만들기						특기 사항
핵심 역량		추론			문제 해결			
번호	성명	이등변삼각형의 성질을 이용한 수평계의 원리를 이해하였는가?			모둠별로 수평계를 만들고, 이를 이용하여 사물의 수평 여부를 확인할 수 있는가?			
		상	중	하	상	중	하	

동료 평가 예시

작성자: 　학년 　반 　번 　이름 (　　　　　)

평가 내용		참여도			기여도		
번호	성명	수평계를 만드는 활동에 적극적으로 참여하였는가?			수평계의 원리를 모둠원들에게 설명하고, 사물의 수평 여부를 확인하는 데 도움을 주었는가?		
		상	중	하	상	중	하

학교 생활기록부 기재 예시

수준	세부 능력 및 특기 사항
상	이등변삼각형의 성질을 이용한 수평계의 원리를 정확히 이해하고 설명할 수 있으며, 모둠원들과 협력하여 수평계를 만들어 주변의 사물의 수평 여부를 확인하는 활동에 적극적으로 참여함.
중	이등변삼각형의 성질을 이용한 수평계의 원리를 알고, 모둠원들과 수평계를 만들어 주변의 사물의 수평 여부를 확인하는 활동에 열심히 참여함.
하	이등변삼각형의 뜻을 알고, 모둠원들과 수평계를 만들어 주변의 사물의 수평 여부를 확인함.

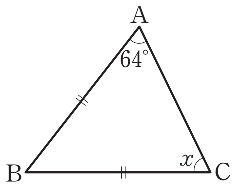
기초력 향상 문제

•정답 및 풀이 410쪽

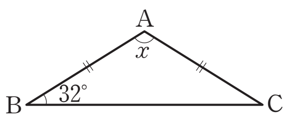
1

다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.

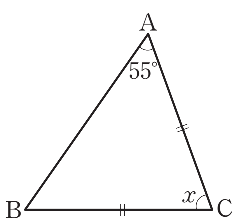
(1)



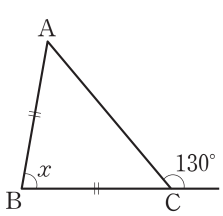
(2)



(3)



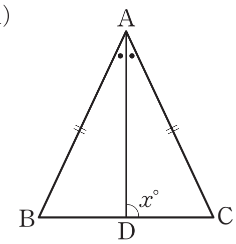
(4)



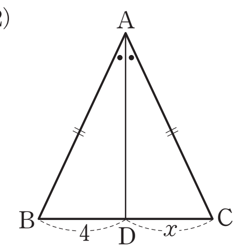
2

다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 x의 값을 구하시오.

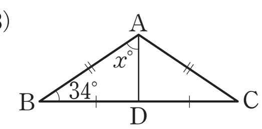
(1)



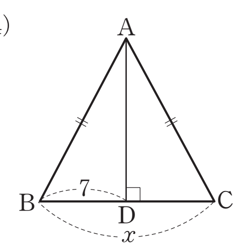
(2)



(3)



(4)

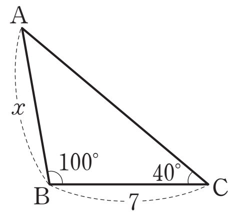


•정답 및 풀이 410쪽

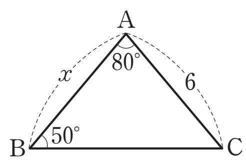
1

다음 그림과 같은 △ABC에서 x의 값을 구하시오.

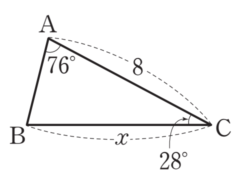
(1)



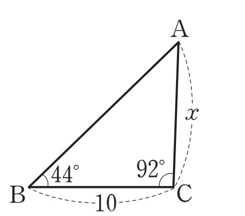
(2)



(3)



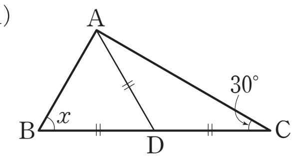
(4)



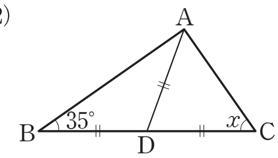
2

다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.

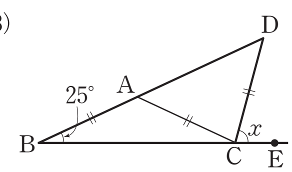
(1)



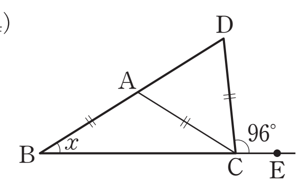
(2)



(3)



(4)



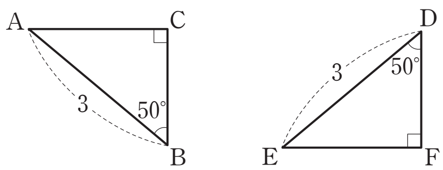
기초력 향상 문제

•정답 및 풀이 410쪽

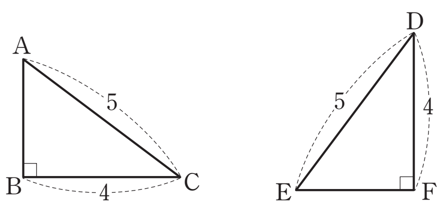
1

다음 두 직각삼각형이 합동임을 기호 ≡을 써서 나타내고, 그 때의 합동 조건을 말하시오.

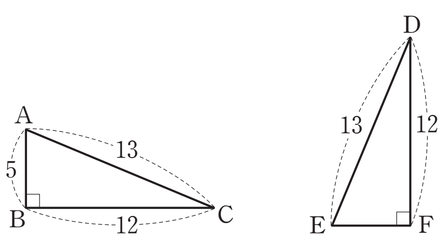
(1)



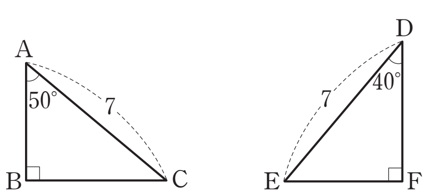
(2)



(3)



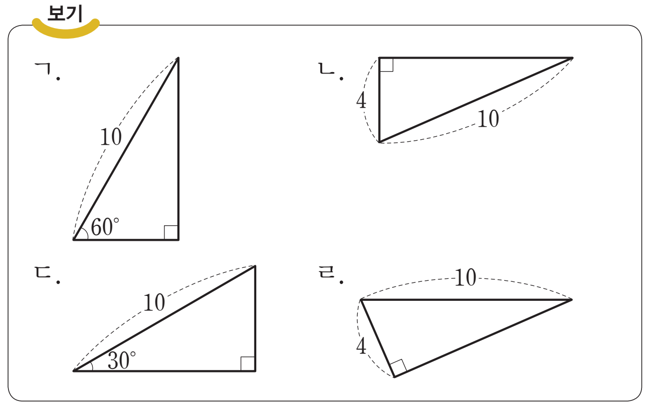
(4)



2

다음은 보기의 직각삼각형 중에서 서로 합동인 것을 찾아 나타낸 것이다. ( ) 안에 알맞은 기호를 써넣으시오.

보기

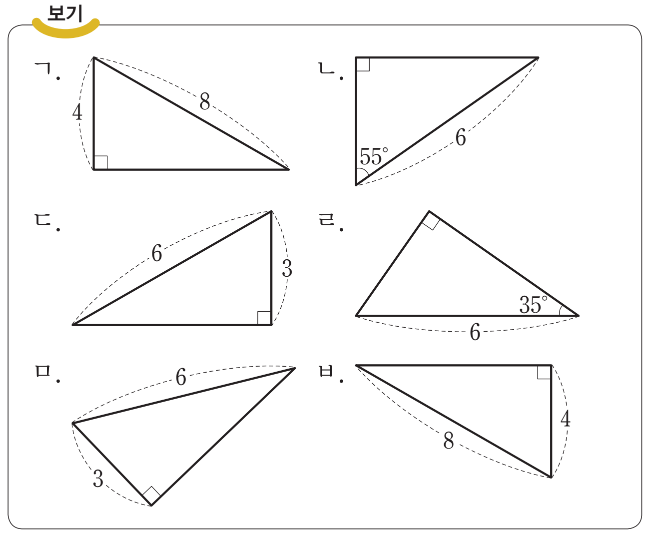


(1) ㄱ과 (　　)　　(2) ㄴ과 (　　)

3

다음은 보기의 직각삼각형 중에서 서로 합동인 것을 찾아 나타낸 것이다. ( ) 안에 알맞은 기호를 써넣으시오.

보기



(1) ㄱ과 (　　)　　(2) ㄴ과 (　　)

(3) ㄷ과 (　　)

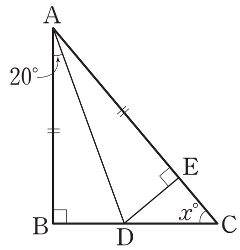
기초력 향상 문제

●정답 및 풀이 411쪽

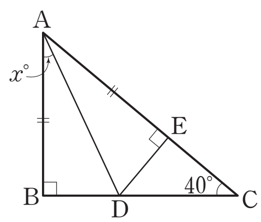
1

다음 그림과 같은 △ABC에서 x의 값을 구하시오.

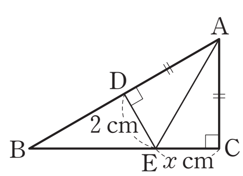
(1)



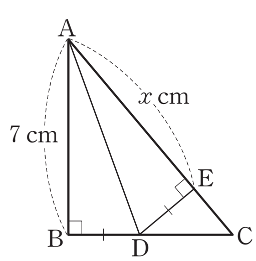
(2)



(3)



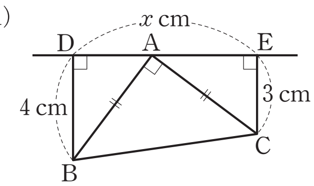
(4)



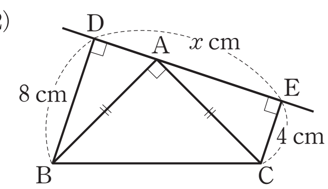
2

다음 그림에서 △ABC는 직각이등변삼각형일 때, x의 값을 구하시오.

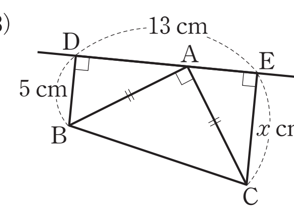
(1)



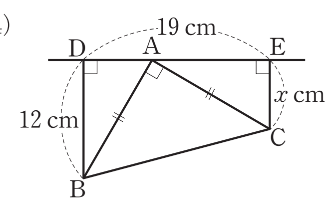
(2)



(3)



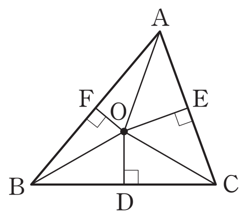
(4)



•정답 및 풀이 412쪽

1

오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이다. 다음 중에서 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 ( ) 안에 써넣으시오.



(1) $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$ ( )

(2) $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$ ( )

(3) $\overline{AF}=\overline{AE}$ ( )

(4) $\overline{AF}=\overline{FB}$ ( )

(5) $\triangle AOF \equiv \triangle BOF$ ( )

(6) $\triangle AOF \equiv \triangle AOE$ ( )

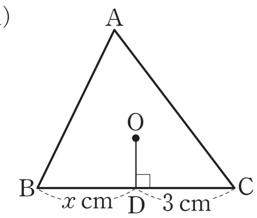
(7) $\angle AOF = \angle BOF$ ( )

(8) $\angle AOF = \angle AOE$ ( )

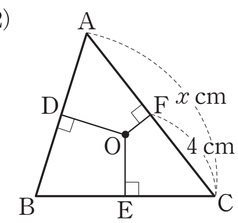
2

다음 그림에서 점 O가 △ABC의 외심일 때, x의 값을 구하시오.

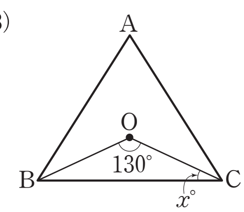
(1)



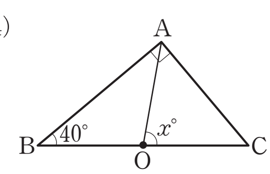
(2)



(3)



(4)



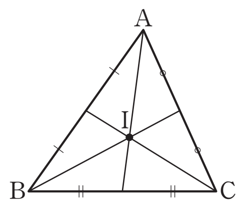
기초력 향상 문제

●정답 및 풀이 412쪽

1

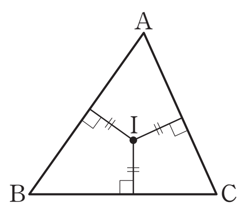
다음 중에서 점 I가 △ABC의 내심인 것에는 ○표, 내심이 아닌 것에는 ×표를 (　) 안에 써넣으시오.

(1)



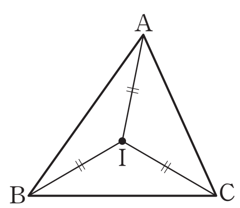
(　　)

(2)



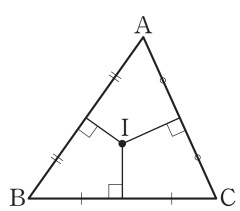
(　　)

(3)



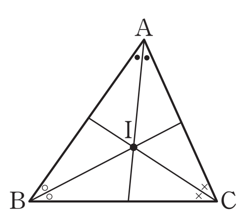
(　　)

(4)



(　　)

(5)

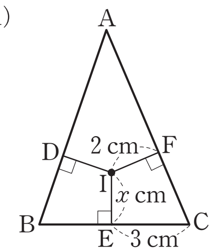


(　　)

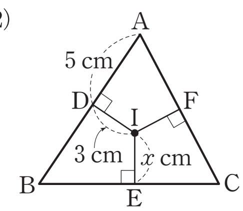
2

다음 그림에서 점 I가 △ABC의 내심일 때, x의 값을 구하시오.

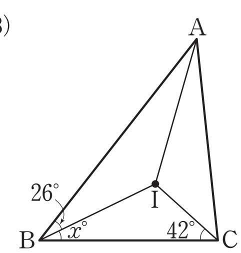
(1)



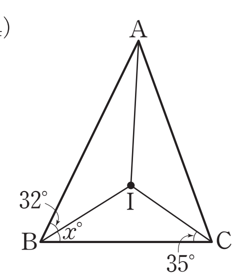
(2)



(3)



(4)



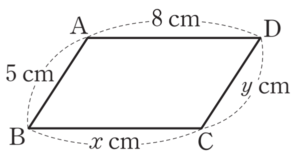
기초력 향상 문제

•정답 및 풀이 412쪽

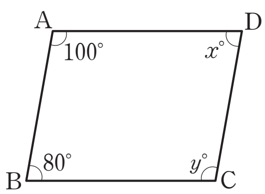
1

다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 x, y의 값을 구하시오.

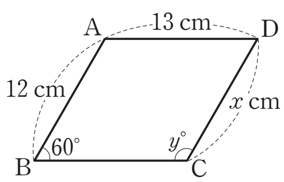
(1)



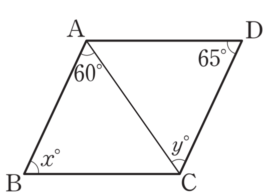
(2)



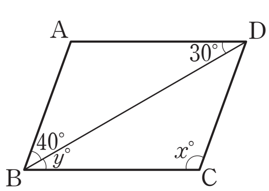
(3)



(4)

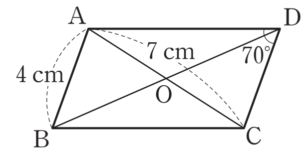


(5)



2

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 점 O는 두 대각선의 교점이고 $\overline{AB}=4$ cm, $\overline{AC}=7$ cm, $\angle ADC=70°$일 때, 다음 중에서 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 ( ) 안에 써넣으시오.



(1) $\overline{CD}=4$ cm ( )

(2) $\overline{AD}=4$ cm ( )

(3) $\overline{OA}=3.5$ cm ( )

(4) $\overline{BD}=7$ cm ( )

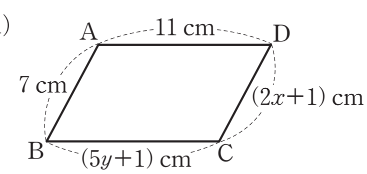
(5) $\angle DAB=110°$ ( )

(6) $\angle ADB=35°$ ( )

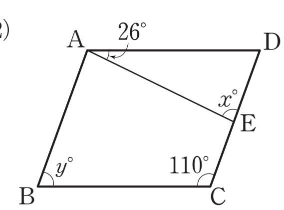
3

다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 x, y의 값을 구하시오.

(1)



(2)

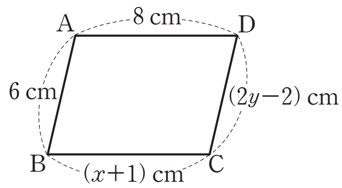


기초력 향상 문제

정답 및 풀이 413쪽

1

오른쪽 그림과 같은 □ABCD에서 $\overline{AB}=6$ cm, $\overline{AD}=8$ cm일 때, 이 사각형이 평행사변형이 되기 위한 x, y의 값을 구하시오.



2

□ABCD가 다음 조건을 만족시킬 때, 평행사변형이 되는 것에는 ○표, 평행사변형이 되지 않는 것에는 ×표를 ( ) 안에 써넣으시오.

(1) $\angle A=60°$, $\angle B=120°$, $\angle C=50°$ ( )

(2) $\angle A=\angle C$, $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$ ( )

(3) $\overline{AB}=\overline{BC}=5$ cm, $\overline{CD}=\overline{DA}=11$ cm ( )

(4) $\overline{AB}=\overline{DC}=3$ cm, $\angle BAC=\angle DCA$ ( )

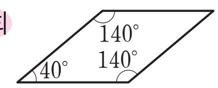
(5) $\overline{AB}=\overline{DC}=13$ cm, $\angle A+\angle B=180°$ ( )

(6) $\triangle ABC\equiv\triangle CDA$ ( )

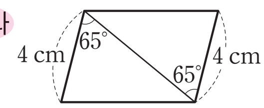
3

다음은 5명의 학생이 각자 사각형을 그린 것이다. 이 중 평행사변형이라고 할 수 없는 것을 그린 사람을 말하시오.

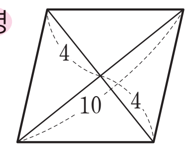
윤희



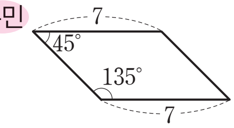
나라



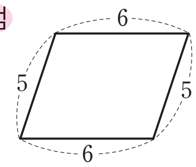
소영



두민

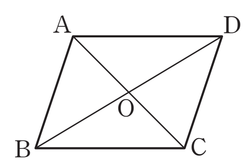


준범



4

오른쪽 그림과 같은 □ABCD가 다음 조건을 만족시킬 때, 평행사변형이 되지 않는 것은? (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



① $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

② $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$

③ $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$

④ $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{DC}$

⑤ $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$

기초력 향상 문제

●정답 및 풀이 413쪽

1

다음에서 각 사각형의 성질에 해당하는 것을 찾아 짝 지으시오.

(1) 직사각형 •

(2) 마름모 •

(3) 정사각형 •

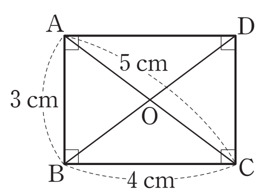
• 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

• 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.

• 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.

2

오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라고 할 때, 다음을 구하시오.



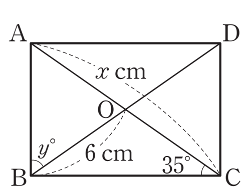
(1) $\overline{CD}$의 길이

(2) $\overline{BD}$의 길이

(3) $\overline{OD}$의 길이

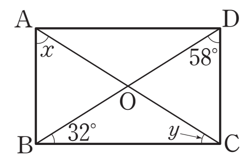
3

오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 x, y의 값을 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



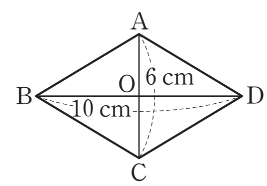
4

오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\angle x+\angle y$의 값을 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



5

오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라고 할 때, 다음을 구하시오.



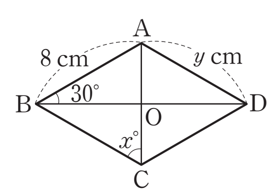
(1) $\overline{OA}$의 길이

(2) $\overline{OB}$의 길이

(3) $\angle AOD$의 크기

6

오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에서 x, y의 값을 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

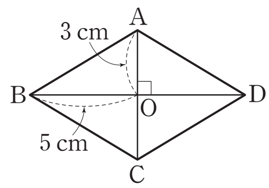


기초력 향상 문제

•정답 및 풀이 413쪽

1

오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라고 하자. $\overline{AO}=3$ cm, $\overline{BO}=5$ cm일 때, 마름모 ABCD의 넓이를 구하시오.

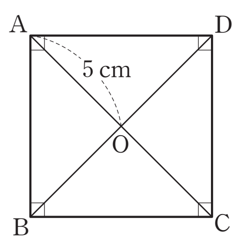


2

오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라고 할 때, 다음을 구하시오.

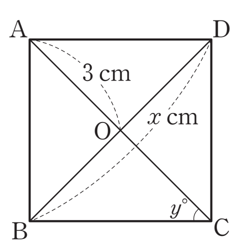
(1) $\angle$AOB의 크기

(2) $\overline{BD}$의 길이



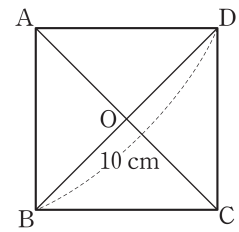
3

오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 x, y의 값을 구하시오.
(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



4

오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{BD}=10$ cm일 때, □ABCD의 넓이를 구하시오.
(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



5

다음 대각선의 성질에 해당되는 사각형을 보기에서 모두 찾으시오.

보기

ㄱ. 사다리꼴　ㄴ. 평행사변형　ㄷ. 직사각형
ㄹ. 마름모　ㅁ. 정사각형

(1) 두 대각선의 길이가 같다.

(2) 두 대각선이 수직으로 만나고, 서로 다른 것을 이등분한다.

(3) 두 대각선이 길이가 같고, 수직으로 만난다.

(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

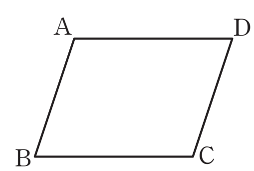
6

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD가 다음 조건을 만족시키면 어떤 사각형이 되는지 말하시오.

(1) $\angle B=90°$

(2) $\overline{AB}=\overline{BC}$

(3) $\overline{AC}=\overline{BD}$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$

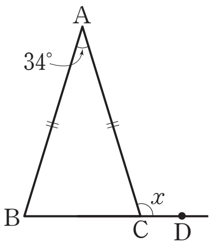


•정답 및 풀이 414쪽

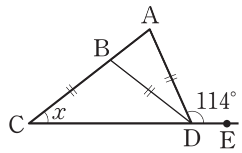
1

다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)

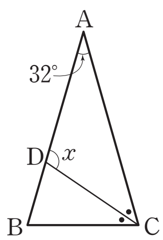


(2)



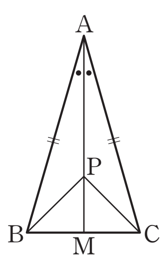
2

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A=32°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



3

오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\overline{AM}$은 $\angle A$의 이등분선이고, 점 P는 $\overline{AM}$ 위의 한 점일 때, 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 찾으시오.

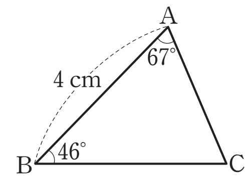


보기

ㄱ. $\overline{BM}=\overline{CM}$　ㄴ. $\overline{BC}=\overline{AP}$　ㄷ. $\overline{BP}=\overline{CP}$
ㄹ. $\overline{AM}\perp\overline{BC}$　ㅁ. $\angle ABP=\angle PBM$

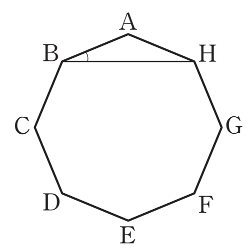
4

오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=4$ cm, $\angle A=67°$, $\angle B=46°$일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하시오.



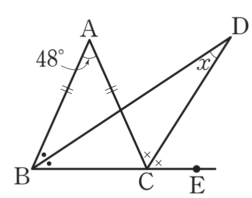
5

오른쪽 그림과 같이 정팔각형의 세 꼭짓점 A, B, H로 이루어진 $\triangle ABH$에서 $\angle ABH$의 크기를 구하시오.



6

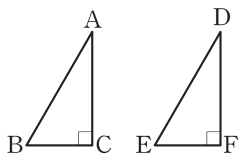
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle C$의 외각의 이등분선과 $\angle B$의 이등분선이 만나는 점을 D라 하자. $\angle A=48°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



•정답 및 풀이 414쪽

1

오른쪽 그림과 같이 $\angle C = \angle F = 90^\circ$인 두 직각삼각형 ABC, DEF가 서로 합동이 되는 경우를 다음 보기 중에서 모두 찾으시오.



보기

ㄱ. $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$

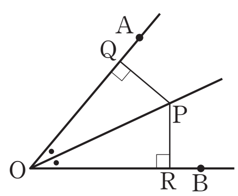
ㄴ. $\overline{BC} = \overline{EF}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$

ㄷ. $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle A = \angle D$

ㄹ. $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$

2

오른쪽 그림과 같이 $\angle AOB$의 이등분선 위의 점 P에서 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라고 할 때, 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 찾으시오.



보기

ㄱ. $\angle OPQ = \angle OPR$

ㄴ. $\overline{PR} = \overline{BR}$

ㄷ. $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

ㄹ. $\overline{PQ} = \overline{PR}$

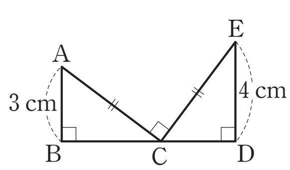
ㅁ. $\overline{OQ} = \overline{OP} = \overline{OR}$

3

오른쪽 그림에서 세 점 B, C, D는 한 직선 위의 점이고 $\overline{AC} = \overline{EC}$이다.

$\overline{AB} = 3$ cm, $\overline{ED} = 4$ cm,

$\angle ABC = \angle ACE = \angle CDE = 90^\circ$일 때, $\overline{BD}$의 길이를 구하시오.

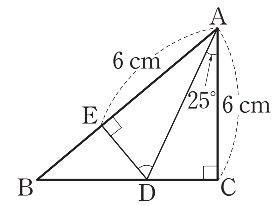


4

오른쪽 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC}$ 위의 한 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 E라고 하자.

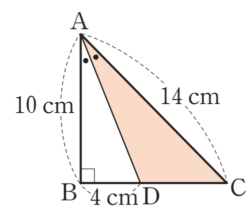
$\overline{AE} = \overline{AC} = 6$ cm,

$\angle DAC = 25^\circ$일 때, $\angle ADE$의 크기를 구하시오.



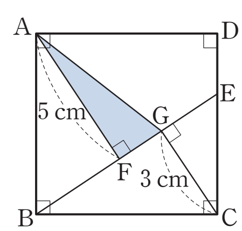
5

오른쪽 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라고 하자. $\overline{AB} = 10$ cm, $\overline{AC} = 14$ cm, $\overline{BD} = 4$ cm일 때, $\triangle ADC$의 넓이를 구하시오.



6

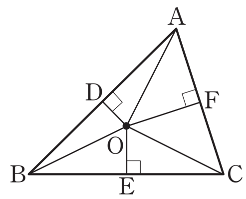
오른쪽 그림과 같이 정사각형 ABCD의 꼭짓점 B를 지나는 직선과 $\overline{CD}$의 교점을 E라고 하자. 두 점 A, C에서 $\overline{BE}$에 내린 수선의 발을 각각 F, G라고 하면 $\overline{AF} = 5$ cm, $\overline{CG} = 3$ cm이다. 이때 $\triangle AFG$의 넓이를 구하시오.



•정답 및 풀이 415쪽

1

오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심일 때, 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 찾으시오.



보기

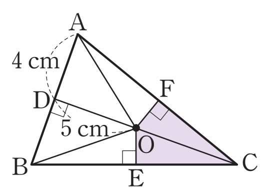
ㄱ. $\triangle AOD \equiv \triangle BOD$　　ㄴ. $\angle OAF = \angle OCF$

ㄷ. $\overline{BE} = \overline{CE}$　　ㄹ. $\overline{AD} = \overline{AF}$

ㅁ. $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

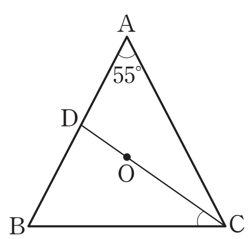
2

오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\triangle ABC = 50\text{ cm}^2$, $\overline{AD} = 4\text{ cm}$, $\overline{OD} = 5\text{ cm}$일 때, 사각형 OECF의 넓이를 구하시오.



3

오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\overline{CD}$는 외심 O를 지난다. $\angle A = 55^\circ$일 때, $\angle BCD$의 크기를 구하시오.

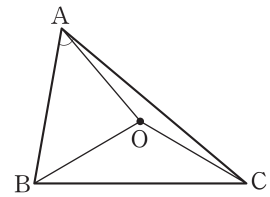


4

오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고

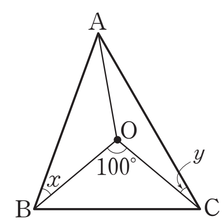
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA$
$= 2 : 3 : 4$

일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하시오.



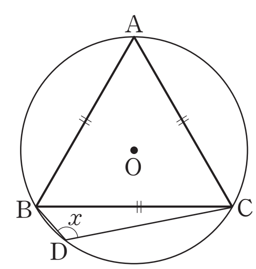
5

오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle BOC = 100^\circ$일 때, $\angle x + \angle y$의 값을 구하시오.



6

오른쪽 그림에서 원 O는 정삼각형 ABC의 외접원이고, 점 D는 이 원 위의 한 점이다. 이때 $\angle x$의 크기를 구하시오.



•정답 및 풀이 416쪽

1

다음 보기 중에서 삼각형의 내심에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 찾으시오.

보기

ㄱ. 삼각형의 내접원의 중심이다.

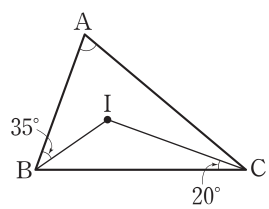
ㄴ. 직각삼각형의 내심은 빗변의 중점에 있다.

ㄷ. 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이다.

ㄹ. 내심에서 삼각형의 세 변에 이르는 거리는 같다.

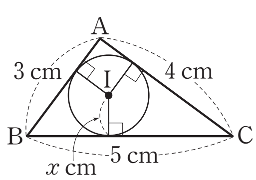
2

오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle IBA=35°$, $\angle ICB=20°$일 때, $\angle A$의 크기를 구하시오.



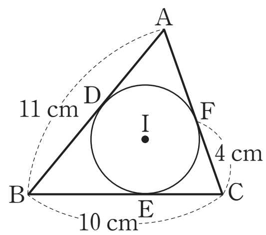
3

오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=3$ cm, $\overline{BC}=5$ cm, $\overline{CA}=4$ cm이고 $\triangle ABC$의 넓이가 6 cm^2일 때, x의 값을 구하시오. (단, 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다.)



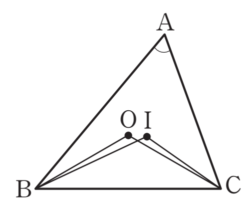
4

오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고, 세 점 D, E, F는 각각 $\triangle ABC$의 세 변과 내접원 I의 접점이다. $\overline{AB}=11$ cm, $\overline{BC}=10$ cm, $\overline{CF}=4$ cm일 때, $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.



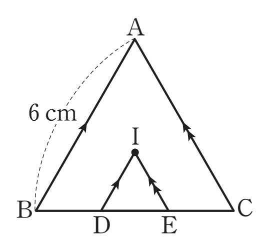
5

오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle BOC=\angle BIC$일 때, $\angle A$의 크기를 구하시오.



6

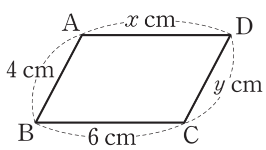
오른쪽 그림에서 점 I는 정삼각형 ABC의 내심이다. $\overline{AB}=6$ cm, $\overline{AB} /\!/ \overline{ID}$, $\overline{AC} /\!/ \overline{IE}$일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하시오.

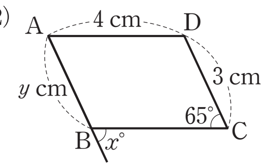


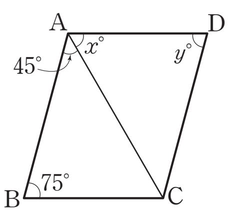
•정답 및 풀이 416쪽

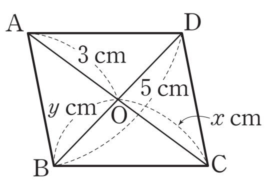
1

다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 x, y의 값을 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

(1)


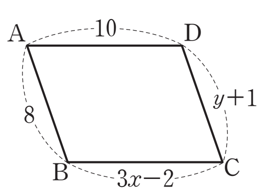
(2)


(3)


(4)


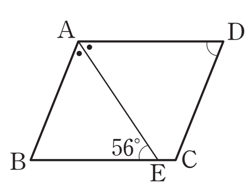
2

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 x, y의 값을 구하시오.



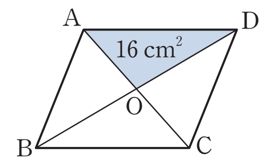
3

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 ∠A의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라고 하자. ∠AEB=56°일 때, ∠D의 크기를 구하시오.



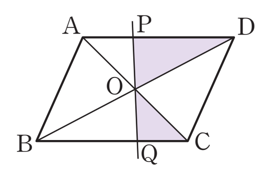
4

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 △AOD의 넓이가 16 cm^{2}일 때, 평행사변형 ABCD의 넓이를 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



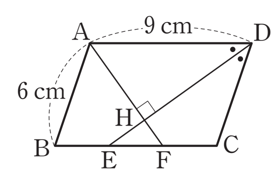
5

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라 하고, 점 O를 지나는 직선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. □ABCD의 넓이가 48 cm^{2}일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



6

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$=6 cm, $\overline{AD}$=9 cm인 평행사변형 ABCD에서 점 E는 ∠D의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점이다. 또, 점 A를 지나고 $\overline{DE}$와 수직인 직선과 $\overline{BC}$의 교점을 F, $\overline{DE}$와 $\overline{AF}$의 교점을 H라고 하자. 이때 $\overline{EF}$의 길이를 구하시오.



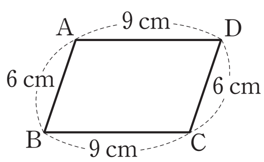
●정답 및 풀이 417쪽

1

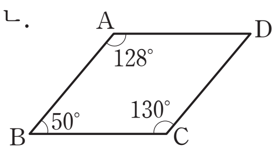
다음 보기 중에서 □ABCD가 평행사변형인 것을 모두 찾으시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

보기

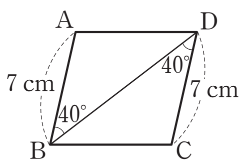
ㄱ.



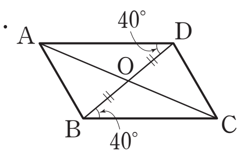
ㄴ.



ㄷ.



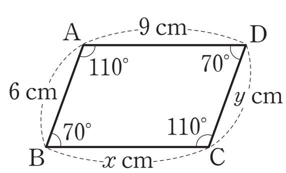
ㄹ.



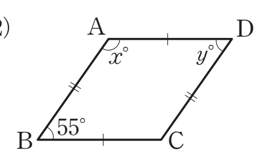
2

다음 그림에서 x, y의 값을 구하시오.

(1)



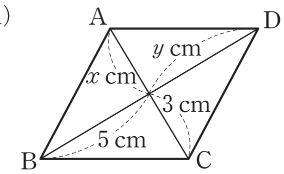
(2)



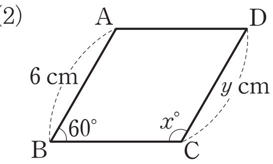
3

다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값을 구하시오.

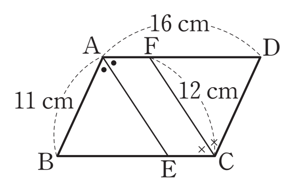
(1)



(2)

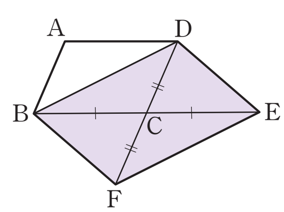


4



오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 ∠A, ∠C의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$와 만나는 점을 각각 E, F라고 하자. $\overline{AB}=11$ cm, $\overline{AD}=16$ cm, $\overline{CF}=12$ cm일 때, □AECF는 어떤 사각형인지 말하고, □AECF의 둘레의 길이를 구하시오.

5

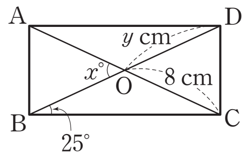


오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BC}=\overline{CE}$, $\overline{DC}=\overline{CF}$가 되도록 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$의 연장선 위에 각각 점 E, F를 잡았다. □ABCD의 넓이가 15 cm^{2}일 때, □DBFE의 넓이를 구하시오.

•정답 및 풀이 418쪽

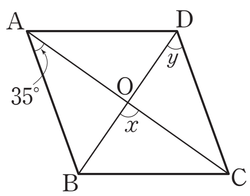
1

오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\angle DBC=25^{\circ}$, $\overline{OC}=8\text{ cm}$일 때, x, y의 값을 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



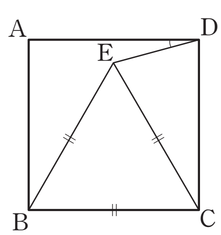
2

오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에서 $\angle BAO=35^{\circ}$일 때, $\angle x$, $\angle y$의 크기를 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



3

오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{BC}=\overline{CE}=\overline{EB}$일 때, $\angle ADE$의 크기를 구하시오.



4

다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 찾으시오.

보기
ㄱ. 평행사변형은 직사각형이다.
ㄴ. 한 내각이 직각인 평행사변형은 정사각형이다.
ㄷ. 두 대각선의 길이가 같은 마름모는 정사각형이다.
ㄹ. 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.

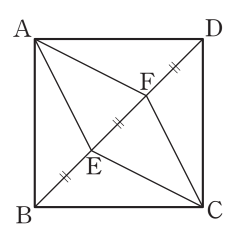
5

다음 세 조건을 모두 만족시키는 □ABCD는 어떤 사각형인지 말하시오.

(가) $\overline{AB}=\overline{CD}$　　(나) $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$　　(다) $\overline{AC}=\overline{BD}$

6

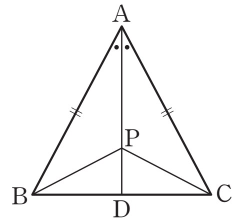
오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 대각선 BD 위에 $\overline{BE}=\overline{EF}=\overline{FD}$가 되도록 점 E, F를 잡자. 이때 □AECF는 어떤 사각형인지 말하고, 그 이유를 설명하시오.



단원 평가

•정답 및 풀이 418쪽

01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이고 점 P는 $\overline{AD}$ 위의 점일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

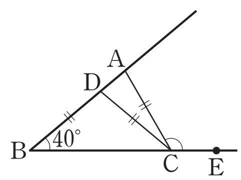


① $\angle ADB=90^\circ$　② $\overline{BD}=\overline{CD}$

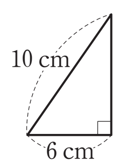
③ $\angle ACP=\angle PCD$　④ $\angle PBD=\angle PCD$

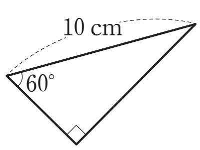
⑤ $\overline{BP}=\overline{CP}$

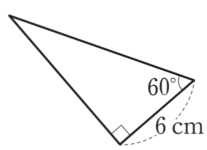
02 오른쪽 그림에서 $\overline{BD}=\overline{DC}=\overline{CA}$이고, $\angle ABC=40^\circ$일 때, $\angle ACE$의 크기를 구하시오.

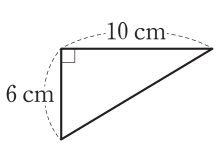


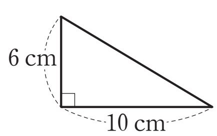
03 다음 중에서 오른쪽 직각삼각형과 합동인 것은?

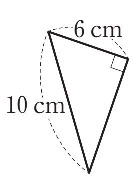


①


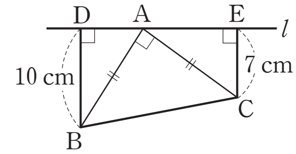
②


③


④


⑤


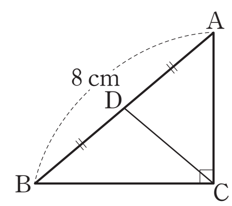
04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 직각이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 B, C에서 점 A를 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 하자. $\overline{DB}=10$ cm, $\overline{EC}=7$ cm일 때, $\overline{DE}$의 길이는?



① 11 cm　② 13 cm　③ 15 cm

④ 17 cm　⑤ 19 cm

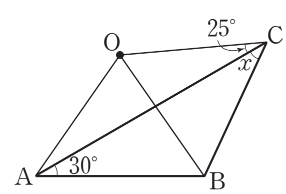
05 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 빗변의 중점이 D이고 $\overline{AB}=8$ cm일 때, $\overline{CD}$의 길이는?



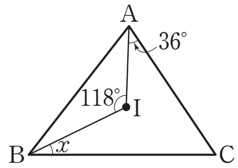
① 2 cm　② 3 cm　③ 4 cm

④ 5 cm　⑤ 6 cm

06 오른쪽 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.

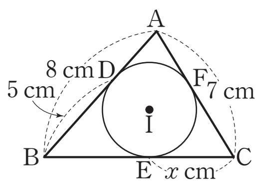


07 오른쪽 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

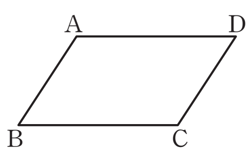


① 22° ② 26° ③ 30°
④ 34° ⑤ 38°

08 오른쪽 그림에서 원 I는 $\triangle ABC$의 내접원이고, 세 점 D, E, F는 원과 세 변의 접점이다. $\overline{AB}=8\text{ cm}$, $\overline{BD}=5\text{ cm}$, $\overline{AC}=7\text{ cm}$일 때, x의 값을 구하시오.

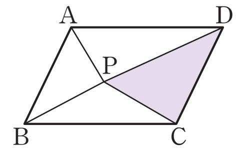


09 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 둘레의 길이가 60 cm이고 $\overline{AD}:\overline{AB}=3:2$일 때, $\overline{CD}$의 길이는?



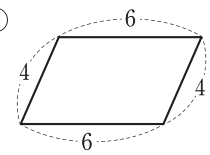
① 12 cm ② 14 cm ③ 16 cm
④ 18 cm ⑤ 20 cm

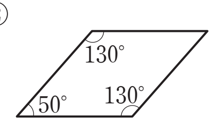
10 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡았다. $\triangle PAD$의 넓이는 19 cm^2, $\triangle PAB$의 넓이는 11 cm^2, $\triangle PBC$의 넓이는 12 cm^2일 때, $\triangle PCD$의 넓이는?

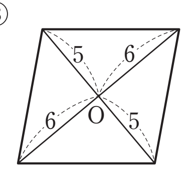


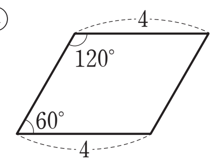
① 21 cm^2 ② 20 cm^2 ③ 19 cm^2
④ 18 cm^2 ⑤ 17 cm^2

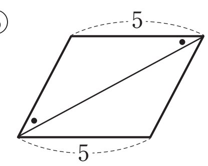
11 다음 사각형 중에서 평행사변형이 아닌 것은?
(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

①


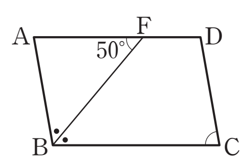
②


③


④


⑤


12 오른쪽 그림에서 $\angle ABF=\angle CBF$이고 $\angle AFB=50^\circ$일 때, $\square ABCD$가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle C$의 크기는?



① 80° ② 70° ③ 60°
④ 50° ⑤ 40°

•정답 및 풀이 418쪽

13 여러 가지 사각형에 대한 다음 설명 중에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 직사각형은 평행사변형이다.

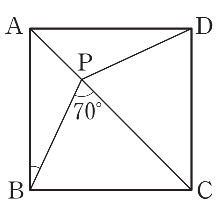
② 한 내각의 크기가 90°인 평행사변형은 정사각형이다.

③ 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

④ 두 대각선이 서로 직교하는 사다리꼴은 마름모이다.

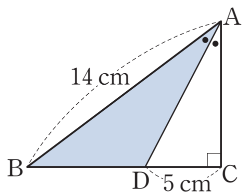
⑤ 이웃하는 두 내각의 크기가 같은 마름모는 정사각형이다.

14 오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD의 대각선 AC 위에 한 점 P가 있다. $\angle BPC=70^\circ$일 때, $\angle ABP$의 크기를 구하시오.

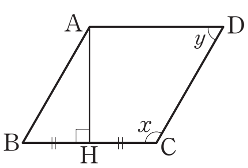


서술형

15 다음 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라고 하자. $\overline{AB}=14\text{ cm}$, $\overline{DC}=5\text{ cm}$일 때, $\triangle ABD$의 넓이를 구하시오.



16 오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{BH}=\overline{CH}$일 때, $\angle x-\angle y$의 값을 구하시오.

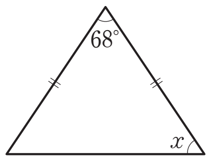


보충 문제

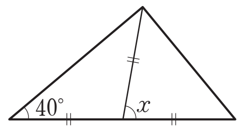
•정답 및 풀이 419쪽

01 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.

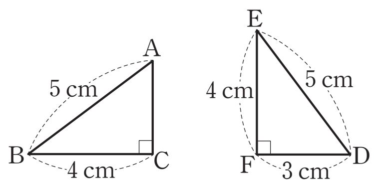
(1)



(2)

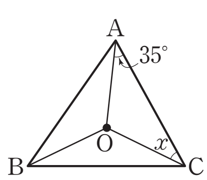


02 다음 그림과 같은 두 직각삼각형이 서로 합동일 때, $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.

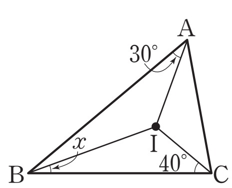


03 다음 그림에서 두 점 O, I는 각각 $\triangle ABC$의 외심과 내심이다. 이때 $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)

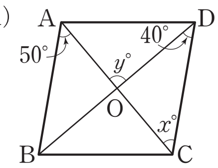


(2)

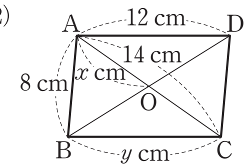


04 다음 그림과 같은 $\square ABCD$가 평행사변형일 때, x, y의 값을 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

(1)

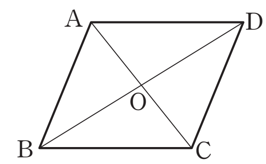


(2)



05 오른쪽 그림과 같은 $\square ABCD$가 평행사변형이 되도록 다음 $\square$ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



(1) $\overline{AB}/\!/\square$, $\overline{AD}/\!/\square$

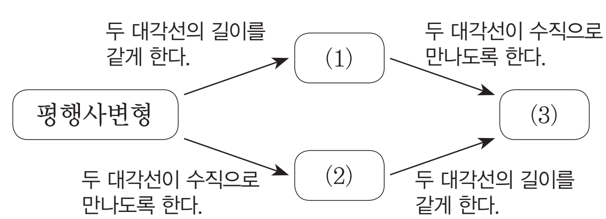
(2) $\overline{AB}=\square$, $\overline{AD}=\square$

(3) $\angle A=\square$, $\angle B=\square$

(4) $\overline{OA}=\square$, $\overline{OB}=\square$

(5) $\overline{AB}/\!/\square$, $\overline{AB}=\square$

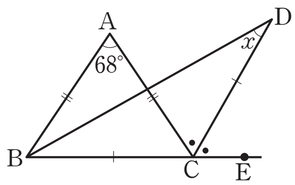
06 다음 그림은 평행사변형의 대각선에 여러 가지 조건을 주어 새로운 사각형을 만드는 과정이다. 다음 $\square$ 안에 알맞은 사각형의 이름을 써넣으시오.



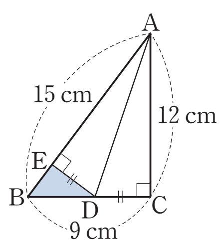
심화 문제

●정답 및 풀이 420쪽

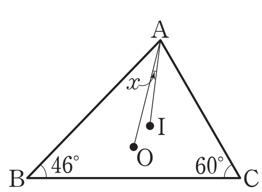
01 다음 그림에서 $\triangle ABC$와 $\triangle CDB$는 각각 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{CB}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이고 $\angle ACD=\angle DCE$, $\angle A=68^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



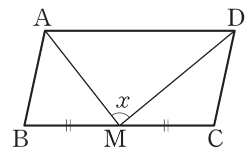
02 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 변 BC 위의 점 D에서 변 AB에 내린 수선의 발을 E라고 하면 $\overline{CD}=\overline{DE}$이다. $\overline{AB}=15$ cm, $\overline{BC}=9$ cm, $\overline{AC}=12$ cm일 때, $\triangle BDE$의 넓이를 구하시오.



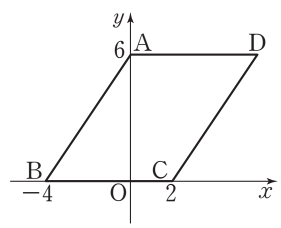
03 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 두 점 O, I는 각각 $\triangle ABC$의 외심과 내심이다. $\angle B=46^\circ$, $\angle C=60^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



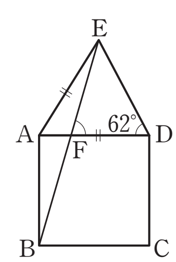
04 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BC}=2\overline{AB}$이고 $\overline{BM}=\overline{MC}$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



05 다음 그림과 같이 좌표평면에서 $\square ABCD$가 평행사변형이 되도록 점 D를 정했을 때, 두 점 B, D를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.



06 오른쪽 그림에서 $\square ABCD$는 정사각형이고 $\overline{AD}=\overline{AE}$인 이등변삼각형 ADE에서 $\overline{BE}$가 $\overline{AD}$와 만나는 점을 F라고 하자. $\angle EDF=62^\circ$일 때, $\angle EFD$의 크기를 구하시오.



학년 반 번 이름 |

십자말풀이로 한눈에 용어 익히기

다음 가로 열쇠와 세로 열쇠를 읽고, '삼각형과 사각형의 성질' 단원에서 배운 용어로 십자말풀이를 해 보자.

			2					7	
1						5			
					6				
	3								
				8					
4						11			12
		9	10						
								13	

》 가로 열쇠

1. 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 ○○○○○한다.
3. 직사각형의 두 ○○○의 길이는 서로 같다.
6. 삼각형 중에서 ○○○○○의 외심은 삼각형의 외부에 있다.
8. 삼각형의 ○○에서 세 변에 이르는 거리는 모두 같다.
9. 삼각형의 세 꼭짓점을 지나는 원을 ○○○(이)라고 한다.
11. 이등변삼각형에서 꼭지각의 대변은 ○○이다.
13. 직각삼각형에서 외심은 빗변의 ○○이다.

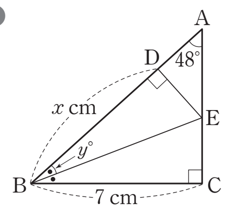
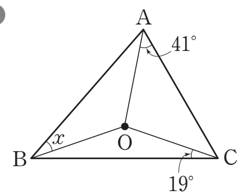
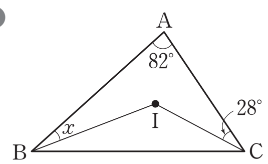
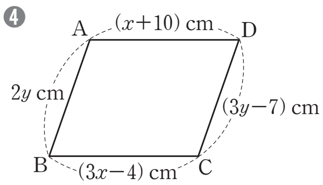
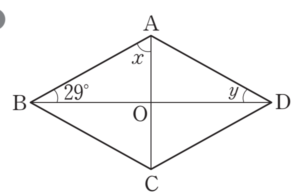
》 세로 열쇠

2. 삼각형의 세 내각의 ○○○○은/는 한 점에서 만난다.
3. 평행사변형은 두 쌍의 ○○의 길이가 각각 같다.
4. ○○○의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.
5. 평행사변형은 두 쌍의 ○○의 크기가 각각 같다.
7. ○○○○의 두 대각선은 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분한다.
8. 삼각형의 세 변에 접하는 원을 ○○○(이)라고 한다.
10. ○○은/는 한 원과 한 점에서 만나는 직선이다.
11. 이등변삼각형의 두 ○○의 크기는 서로 같다.
12. 삼각형의 외심에서 세 ○○○에 이르는 거리는 모두 같다.

학년 반 번 이름 |

도형의 성질을 이용하여 문장 만들기

다음 표에서 ❶~❺의 문제를 풀어 보고, 계산한 값이 참인지 거짓인지 판단한 후, 선택된 글자들을 조합하여 문장을 만들어 보자.

문제	계산한 값	참	거짓
❶ 	$x+y=28$	이	력
❷  (점 O: △ABC의 외심)	$\angle x=32°$	랑	성
❸  (점 I: △ABC의 내심)	$\angle x=21°$	능	양
❹  평행사변형	$x+y=14$	다	미
❺  마름모	$\angle x-\angle y=42°$	사	가

➡ 문장: 나는 ○○○○○.

기초력 향상 문제 V-1. 이등변삼각형의 성질 ①

1 (1) $64°$ (2) $116°$ (3) $70°$ (4) $80°$

2 (1) 90 (2) 4 (3) 56 (4) 14

1 (1) $\triangle$ABC에서 $\overline{BA}=\overline{BC}$이므로 $\angle A=\angle C$

$\angle x=64°$

(2) $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle C$

$\angle x+32°+32°=180°$

$\angle x=180°-64°=116°$

(3) $\triangle$ABC에서 $\overline{CA}=\overline{CB}$이므로 $\angle A=\angle B$

$\angle x+55°+55°=180°$

$\angle x=180°-110°=70°$

(4) $\triangle$ABC에서 $\overline{BA}=\overline{BC}$이므로 $\angle A=\angle ACB$

$\angle A=\angle ACB=180°-130°=50°$

$\angle x=180°-2\times 50°=80°$

2 (1) 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $x=90$

(2) 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BD}=\overline{CD}=4$

$x=4$

(3) 이등변삼각형의 꼭짓점과 밑변의 중점을 지나는 선분은 꼭지각의 이등분선이므로 밑변을 수직이등분한다.

$\triangle$ABD에서 $\angle BAD=180°-(90°+34°)=56°$이므로

$x=56$

(4) 이등변삼각형의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 밑변을 이등분하므로 $\overline{BC}=2\overline{BD}=2\times 7=14$

$x=14$

기초력 향상 문제 V-1. 이등변삼각형의 성질 ②

1 (1) 7 (2) 6 (3) 8 (4) 10

2 (1) $60°$ (2) $55°$ (3) $75°$ (4) $32°$

1 (1) $\angle A=180°-(100°+40°)=40°$

$\triangle$ABC에서 $\angle A=\angle C$이므로 $\overline{BA}=\overline{BC}$

$x=7$

(2) $\angle C=180°-(80°+50°)=50°$

$\triangle$ABC에서 $\angle B=\angle C$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

$x=6$

(3) $\angle B=180°-(76°+28°)=76°$

$\triangle$ABC에서 $\angle A=\angle B$이므로 $\overline{CA}=\overline{CB}$

$x=8$

(4) $\angle A=180°-(44°+92°)=44°$

$\triangle$ABC에서 $\angle A=\angle B$이므로 $\overline{CA}=\overline{CB}$

$x=10$

2 (1) $\triangle$ADC에서 $\angle DAC=\angle DCA=30°$

$\angle ADB=30°+30°=60°$

$\triangle$ABD에서 $\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

(2) $\triangle$ABD에서 $\angle DAB=\angle DBA=35°$

$\angle ADC=35°+35°=70°$

$\triangle$ADC에서 $\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-70°)=55°$

(3) $\triangle$ABC에서 $\angle ABC=\angle ACB=25°$

$\angle CAD=25°+25°=50°$

$\triangle$ACD에서 $\angle CDA=\angle CAD=50°$

$\triangle$BCD에서 $\angle x=25°+50°=75°$

(4) $\triangle$ABC에서 $\angle ABC=\angle ACB=\angle x$

$\angle CAD=\angle x+\angle x=2\angle x$

$\triangle$ACD에서 $\angle CDA=\angle CAD=2\angle x$

$\triangle$BCD에서 $\angle x+2\angle x=96°$, $\angle x=32°$

기초력 향상 문제 V-2. 직각삼각형의 합동 조건 ①

1 (1) $\triangle ABC\equiv\triangle EDF$, 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 두 직각삼각형은 서로 합동이다.

(2) $\triangle ABC\equiv\triangle EFD$, 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 두 직각삼각형은 서로 합동이다.

(3) $\triangle ABC\equiv\triangle EFD$, 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 두 직각삼각형은 서로 합동이다.

(4) $\triangle ABC\equiv\triangle EFD$, 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 두 직각삼각형은 서로 합동이다.

2 (1) ㄷ (2) ㄹ

3 (1) ㅂ (2) ㄹ (3) ㅁ

1 (1) △ABC와 △EDF에서

$\angle C=\angle F=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{ED}=3$, $\angle B=\angle D=50^\circ$

따라서 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로

△ABC≡△EDF

(2) △ABC와 △EFD에서

$\angle B=\angle F=90^\circ$, $\overline{AC}=\overline{ED}=5$, $\overline{BC}=\overline{FD}=4$

따라서 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 △ABC≡△EFD

(3) △ABC와 △EFD에서

$\angle B=\angle F=90^\circ$, $\overline{AC}=\overline{ED}=13$, $\overline{BC}=\overline{FD}=12$

따라서 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 △ABC≡△EFD

(4) △ABC와 △EFD에서

$\angle B=\angle F=90^\circ$, $\overline{AC}=\overline{ED}=7$, $\angle A=\angle E=50^\circ$

따라서 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로

△ABC≡△EFD

2 (1) ㄱ과 ㄷ ⇨ 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 두 직각삼각형은 서로 합동이다.

(2) ㄴ과 ㄹ ⇨ 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 두 직각삼각형은 서로 합동이다.

3 (1) ㄱ과 ㅂ ⇨ 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 두 직각삼각형은 서로 합동이다.

(2) ㄴ과 ㄹ ⇨ 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 두 직각삼각형은 서로 합동이다.

(3) ㄷ과 ㅁ ⇨ 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 두 직각삼각형은 서로 합동이다.

기초력 향상 문제 Ⅴ-2. 직각삼각형의 합동 조건 ②

1 (1) 50 (2) 25 (3) 2 (4) 7 **2** (1) 7 (2) 12 (3) 8 (4) 7

1 (1) △ABD와 △AED에서 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 △ABD≡△AED

$\angle A=2\times 20^\circ=40^\circ$

따라서 $\angle C=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)=50^\circ$이므로

$x=50$

(2) $\angle A=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)=50^\circ$

△ABD와 △AED에서 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 △ABD≡△AED

따라서 $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle A=\frac{1}{2}\times 50^\circ=25^\circ$이므로

$x=25$

(3) △ADE와 △ACE에서 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 △ADE≡△ACE

따라서 $\overline{CE}=2$ cm이므로 $x=2$

(4) △ABD와 △AED에서 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 △ABD≡△AED

따라서 $\overline{AE}=7$ cm이므로 $x=7$

2 (1) △ABD와 △CAE에서

$\angle BDA=\angle AEC=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CA}$,

$\angle ABD=90^\circ-\angle DAB=\angle CAE$

빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로

△ABD≡△CAE

따라서 $\overline{AE}=\overline{BD}=4$ cm, $\overline{AD}=\overline{CE}=3$ cm이므로

$\overline{DA}+\overline{AE}=3+4=7$ (cm), 즉 $x=7$

(2) △ABD와 △CAE에서

$\angle BDA=\angle AEC=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CA}$,

$\angle ABD=90^\circ-\angle DAB=\angle CAE$

빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로

△ABD≡△CAE

따라서 $\overline{AE}=\overline{BD}=8$ cm, $\overline{AD}=\overline{CE}=4$ cm이므로

$\overline{DE}=\overline{DA}+\overline{AE}=4+8=12$ (cm), 즉 $x=12$

(3) △ABD와 △CAE에서

$\angle BDA=\angle AEC=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CA}$,

$\angle ABD=90^\circ-\angle DAB=\angle CAE$

빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로

△ABD≡△CAE

따라서 $\overline{AE}=\overline{BD}=5$ cm, $\overline{AD}=\overline{CE}=x$ cm이고,

$\overline{AD}=\overline{DE}-\overline{AE}=13-5=8$ (cm)이므로 $x=8$

(4) △ABD와 △CAE에서

$\angle BDA=\angle AEC=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CA}$,

$\angle ABD=90^\circ-\angle DAB=\angle CAE$

빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로

△ABD≡△CAE

따라서 $\overline{AE}=\overline{BD}=12$ cm, $\overline{AD}=\overline{CE}=x$ cm이고,

$\overline{AD}=\overline{DE}-\overline{AE}=19-12=7$ (cm)이므로 $x=7$

기초력 향상 문제 Ⅴ-3. 삼각형의 외심

1 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○ (5) ○ (6) × (7) ○ (8) ×

2 (1) 3 (2) 8 (3) 25 (4) 80

1 (1) 외심에서 삼각형의 세 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같으므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이다.

(4) 외심은 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점이므로 $\overline{AF}=\overline{FB}$이다.

(5) $\triangle AOF$와 $\triangle BOF$에서

$\angle OFA=\angle OFB=90^\circ$, $\overline{OA}=\overline{OB}$,

$\overline{OF}$는 공통

따라서 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 $\triangle AOF\equiv\triangle BOF$이다.

(7) $\triangle AOF\equiv\triangle BOF$이므로 $\angle AOF=\angle BOF$이다.

2 (1) 외심은 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점이므로 $\overline{BD}=3$ cm, 즉 $x=3$

(2) 외심은 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점이므로 $\overline{AC}=2\overline{CF}=2\times4=8$ (cm), 즉 $x=8$

(3) $\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-130^\circ)=25^\circ$, 즉 $x=25$

(4) $\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\angle OBA=40^\circ$,

$\angle AOC=\angle OAB+\angle OBA=40^\circ+40^\circ=80^\circ$,

즉 $x=80$

기초력 향상 문제 Ⅴ-4. 삼각형의 내심

1 (1) × (2) ○ (3) × (4) × (5) ○

2 (1) 2 (2) 3 (3) 26 (4) 32

1 (2) 점 I에서 삼각형의 세 변에 이르는 거리가 같으므로 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다.

(5) 점 I는 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다.

2 (1) 내심에서 삼각형의 세 변에 이르는 거리는 모두 같으므로 $\overline{IE}=2$ cm, 즉 $x=2$

(2) 내심에서 삼각형의 세 변에 이르는 거리는 모두 같으므로 $\overline{IE}=3$ cm, 즉 $x=3$

(3) 내심은 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBA=\angle IBC=26^\circ$, 즉 $x=26$

(4) 내심은 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBA=\angle IBC=32^\circ$, 즉 $x=32$

기초력 향상 문제 Ⅴ-5. 평행사변형의 성질

1 (1) $x=8$, $y=5$ (2) $x=80$, $y=100$ (3) $x=12$, $y=120$ (4) $x=65$, $y=60$ (5) $x=110$, $y=30$

2 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) × (5) ○ (6) ×

3 (1) $x=3$, $y=2$ (2) $x=84$, $y=70$

1 (1) 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같으므로

$x=8$, $y=5$

(2) 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같으므로

$x=80$, $y=100$

(3) 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이와 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같으므로 $x=12$, $y=180-60=120$

(4) 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같으므로

$x=65$

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $y=60$

(5) $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $y=30$

$\angle B=70^\circ$이므로 $x=110$

2 평행사변형에서 대변의 길이는 서로 같고, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{CD}=4$ cm, $\overline{OA}=3.5$ cm이다. 또, 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로 $\angle DAB=180^\circ-70^\circ=110^\circ$이다.

3 (1) 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같으므로 $2x+1=7$, $5y+1=11$이다. 따라서 $x=3$, $y=2$이다.

(2) 평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로 $y=180-110=70$이다. 한편, $\angle D=70^\circ$이므로 $x=180-(70+26)=84$이다.

기초력 향상 문제 Ⅴ-6. 평행사변형이 되는 조건

1 $x=7$, $y=4$
2 (1) × (2) ◯ (3) × (4) ◯ (5) × (6) ◯
3 소영 **4** ④

1 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으면 평행사변형이 되므로 $x+1=8$, $2y-2=6$이다. 따라서 $x=7$, $y=4$이다.

2 (2) $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle A+\angle D=180^\circ$, $\angle B+\angle C=180^\circ$이다. 이때 $\angle A=\angle C$이므로 $\angle B=\angle D$이다. 따라서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.
(4) $\angle BAC=\angle DCA$이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이다. 즉, 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.
(6) $\triangle ABC\equiv\triangle CDA$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BC}=\overline{DA}$이다. 즉, 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.

3 소영이가 그린 그림은 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다고 할 수 없으므로 평행사변형이라고 할 수 없다.

4 ① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.
② 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.
③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.
따라서 평행사변형이 되지 않는 것은 ④이다.

기초력 향상 문제 Ⅴ-7. 여러 가지 사각형의 성질 ①

1 풀이 참조 **2** (1) 3 cm (2) 5 cm (3) 2.5 cm
3 $x=12$, $y=55$ **4** 90°
5 (1) 3 cm (2) 5 cm (3) 90° **6** $x=60$, $y=8$

1
(1) 직사각형 • • 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(2) 마름모 • • 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(3) 정사각형 • • 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.

2 (1) 직사각형은 평행사변형이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=3$ cm이다.
(2) 직사각형의 두 대각선은 길이가 같으므로 $\overline{BD}=\overline{AC}=5$ cm이다.
(3) 직사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{OD}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times5=2.5$ (cm)이다.

3 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분하므로 $x=2\times6=12$이다. 또, $\angle B=90^\circ$, $\angle OBC=35^\circ$이므로 $\angle ABO=90^\circ-35^\circ=55^\circ$, 즉 $y=55$이다.

4 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle DCO=\angle x$ (엇각)이다. 또, 직사각형의 네 내각의 크기는 모두 90°이므로 $\angle x+\angle y=90^\circ$이다.

5 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로
(1) $\overline{OA}=\frac{1}{2}\times6=3$ (cm) (2) $\overline{OB}=\frac{1}{2}\times10=5$ (cm)
(3) $\angle AOD=90^\circ$

6 $\angle ABO=\angle CBO=30^\circ$이고 $\angle BOC=90^\circ$이므로 $x=90-30=60$이다.
한편, 마름모는 네 변의 길이가 모두 같으므로 $y=8$이다.

기초력 향상 문제 Ⅴ-7. 여러 가지 사각형의 성질 ②

1 30 cm^2 **2** (1) 90° (2) 10 cm
3 $x=6$, $y=45$ **4** 50 cm^2
5 (1) ㄷ, ㅁ (2) ㄹ, ㅁ (3) ㅁ (4) ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ
6 (1) 직사각형 (2) 마름모 (3) 정사각형

1 $\triangle AOB$의 넓이는 $\frac{1}{2}\times5\times3=\frac{15}{2}$ (cm^2)
$\triangle AOB\equiv\triangle AOD\equiv\triangle COB\equiv\triangle COD$이므로 마름모 ABCD의 넓이는 $4\times\frac{15}{2}=30$ (cm^2)

2 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직 이등분하므로

(1) $\angle AOB=90^\circ$

(2) $\overline{BD}=\overline{AC}=2\times5=10\ (cm)$

3 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직 이등분하므로 $x=2\times3=6$이다. 또, $\overline{AB}=\overline{BC}$이고 $\angle B=90^\circ$이므로 $y=45$이다.

4 □ABCD가 정사각형이므로

$\overline{AO}=\overline{DO}=\frac{1}{2}\times10=5\ (cm)$, $\angle AOD=90^\circ$이다.

따라서 $\triangle AOD$의 넓이는 $\frac{1}{2}\times5\times5=\frac{25}{2}\ (cm^2)$이다. 한편, $\triangle AOD$, $\triangle AOB$, $\triangle BOC$, $\triangle COD$의 넓이는 모두 같으므로 □ABCD의 넓이는 $\frac{25}{2}\times4=50\ (cm^2)$이다.

5 (1) 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형(ㄷ), 정사각형(ㅁ)이다.

(2) 두 대각선이 수직으로 만나고, 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 마름모(ㄹ), 정사각형(ㅁ)이다.

(3) 두 대각선이 길이가 같고, 수직으로 만나는 사각형은 정사각형(ㅁ)이다.

(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 평행사변형(ㄴ), 직사각형(ㄷ), 마름모(ㄹ), 정사각형(ㅁ)이다.

6 (1) $\angle B=90^\circ$인 평행사변형은

$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ$이므로 직사각형이다.

(2) $\overline{AB}=\overline{BC}$인 평행사변형은 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$이므로 마름모이다.

(3) 두 대각선이 길이가 같고, 서로 수직인 평행사변형은 정사각형이다.

소단원 평가 V-1. 이등변삼각형의 성질

1 (1) 107° (2) 38°	**2** 111°	**3** ㄱ, ㄷ, ㄹ
4 4 cm	**5** 22.5°	**6** 24°

1 (1) $\angle B=\angle ACB$이므로

$$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-34^\circ)=73^\circ,$$

따라서 $\angle x=34^\circ+73^\circ=107^\circ$

(2) $\triangle BCD$가 $\overline{BC}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이므로

$$\angle DBA=\angle BCD+\angle BDC=2\angle x$$

또, $\triangle DAB$가 $\overline{DB}=\overline{DA}$인 이등변삼각형이므로

$$\angle DAB=\angle DBA=2\angle x$$

$\triangle ACD$에서 $114^\circ=2\angle x+\angle x$, $\angle x=38^\circ$

2 $\triangle ABC$에서 $\angle C=\angle B$이므로

$$\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-32^\circ)=74^\circ$$

$$\angle ACD=\frac{1}{2}\angle C=\frac{1}{2}\times74^\circ=37^\circ$$

$\triangle ADC$에서 $\angle x+32^\circ+37^\circ=180^\circ$, $\angle x=111^\circ$

3 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선은 $\overline{BC}$를 수직이등분하므로 $\overline{BM}=\overline{CM}$ (ㄱ), $\overline{AM}\perp\overline{BC}$ (ㄹ)

$\triangle PBM$과 $\triangle PCM$에서

$\overline{BM}=\overline{CM}$, $\angle BMP=\angle CMP$, $\overline{PM}$은 공통

이므로 $\triangle PBM\equiv\triangle PCM$이다. 즉, $\overline{BP}=\overline{CP}$ (ㄷ)

따라서 보기 중에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

4 $\triangle ABC$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$$\angle C=180^\circ-(46^\circ+67^\circ)=67^\circ$$

$\angle A=\angle C$이므로 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BC}=4$ cm

5 (정팔각형의 한 내각의 크기)$=\frac{180^\circ\times(8-2)}{8}=135^\circ$

$\overline{AB}=\overline{AH}$이므로 $\triangle ABH$는 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle ABH=\frac{1}{2}\times(180^\circ-135^\circ)=22.5^\circ$

6 $\triangle ABC$에서 $\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-48^\circ)=66^\circ$

$$\angle DBC=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\times66^\circ=33^\circ$$

$$\angle ACE=180^\circ-66^\circ=114^\circ$$

$$\angle DCE=\frac{1}{2}\angle ACE=\frac{1}{2}\times114^\circ=57^\circ$$

따라서 $\angle x=57^\circ-33^\circ=24^\circ$

소단원 평가 V-2. 직각삼각형의 합동 조건

1 ㄱ, ㄴ, ㄷ	**2** ㄱ, ㄷ, ㄹ	**3** 7 cm
4 65°	**5** 28 cm²	**6** 5 cm²

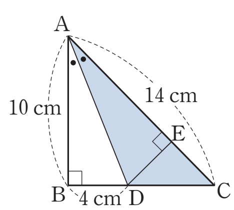
1 ㄱ. 두 직각삼각형에 대하여 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 두 삼각형은 서로 합동이다.
ㄴ. 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 각각으로 같으므로 두 삼각형은 서로 합동이다.
ㄷ. 두 직각삼각형에 대하여 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 두 삼각형은 서로 합동이다.
ㄹ. 대응하는 세 각의 크기가 각각 같아도 두 삼각형은 합동이라고 말할 수 없다.
따라서 보기 중에서 합동이 되는 경우는 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

2 $\triangle POQ$와 $\triangle POR$에서
$\overline{OP}$는 공통, $\angle POQ=\angle POR$,
$\angle OQP=\angle ORP=90^\circ$
이므로 $\triangle POQ\equiv\triangle POR$ (ㄷ)이다.
이때 $\angle OPQ=\angle OPR$ (ㄱ), $\overline{PQ}=\overline{PR}$ (ㄹ)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

3 $\triangle ABC$에서 $\angle B=90^\circ$이므로
$\angle BAC+\angle ACB=90^\circ$ …… ①
$\angle BCD=180^\circ$이고 $\angle ACE=90^\circ$이므로
$\angle ACB+\angle DCE=90^\circ$ …… ②
①, ②에서 $\angle BAC=\angle DCE$
$\triangle ABC$와 $\triangle CDE$에서
$\angle ABC=\angle CDE=90^\circ$, $\overline{AC}=\overline{CE}$, $\angle BAC=\angle DCE$
이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle CDE$이다.
따라서 $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BC}=\overline{DE}$이므로
$\overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}=\overline{DE}+\overline{AB}=4+3=7\ (\text{cm})$

4 $\triangle AED$와 $\triangle ACD$에서
$\angle AED=\angle ACD=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통, $\overline{AE}=\overline{AC}$
이므로 $\triangle AED\equiv\triangle ACD$이다.
따라서 $\angle ADE=\angle ADC$이므로
$\angle ADE=180^\circ-(90^\circ+25^\circ)=65^\circ$

5 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라고 하자.



$\triangle ABD$와 $\triangle AED$에서
$\angle ABD=\angle AED=90^\circ$,
$\overline{AD}$는 공통,
$\angle BAD=\angle EAD$
이므로 $\triangle ABD\equiv\triangle AED$이다.
따라서 $\overline{BD}=\overline{ED}=4$ cm이므로 $\triangle ADC$의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{ED}=\frac{1}{2}\times14\times4=28\ (\text{cm}^2)$

6 $\triangle ABF$와 $\triangle BCG$에서
$\angle AFB=\angle BGC=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{BC}$,
$\angle BAF=90^\circ-\angle ABF=\angle CBG$
이므로 $\triangle ABF\equiv\triangle BCG$이다.
$\overline{BF}=\overline{CG}=3$ cm, $\overline{BG}=\overline{AF}=5$ cm이므로
$\overline{FG}=\overline{BG}-\overline{BF}=5-3=2\ (\text{cm})$
따라서 $\triangle AFG$의 넓이는 $\frac{1}{2}\times2\times5=5\ (\text{cm}^2)$

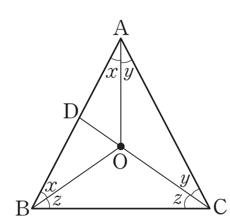
소단원 평가 Ⅴ-3. 삼각형의 외심

1 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ	**2** $15\ \text{cm}^2$	**3** 35°
4 60°	**5** 50°	**6** 120°

1 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$ (ㅁ), $\triangle AOD\equiv\triangle BOD$ (ㄱ),
$\triangle BOE\equiv\triangle COE$, $\triangle COF\equiv\triangle AOF$가 성립한다.
즉, $\angle OAF=\angle OCF$ (ㄴ), $\overline{BE}=\overline{CE}$ (ㄷ)이다.
따라서 보기 중에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ이다.

2 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\triangle BOE\equiv\triangle COE$, $\triangle COF\equiv\triangle AOF$
$\overline{OD}$는 $\overline{AB}$의 수직이등분선이므로 $\overline{AD}=\overline{DB}$
$(\triangle OAB\text{의 넓이})=\frac{1}{2}\times8\times5=20\ (\text{cm}^2)$
따라서 사각형 OECF의 넓이는
$\frac{1}{2}\times(\triangle OBC\text{의 넓이})+\frac{1}{2}\times(\triangle OAC\text{의 넓이})$
$=\frac{1}{2}\times(\triangle ABC\text{의 넓이})-\frac{1}{2}\times(\triangle OAB\text{의 넓이})$
$=\frac{1}{2}\times50-\frac{1}{2}\times20$
$=15\ (\text{cm}^2)$

3 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$는 모두 이등변삼각형이고, 두 밑각의 크기가 같다. 따라서



$\angle x+\angle y+\angle z=90^\circ$
$\angle x+\angle y=\angle A=55^\circ$
$\angle BCD=\angle z=90^\circ-(\angle x+\angle y)$
$=90^\circ-55^\circ=35^\circ$

4 $\angle AOB+\angle BOC+\angle COA=360°$,
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA=2:3:4$이므로

$$\angle BOC=360°\times\frac{3}{9}=120°$$

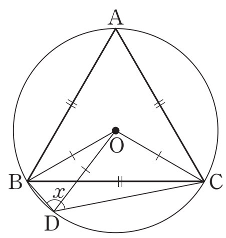
따라서 $\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times120°=60°$

5 점 O는 △ABC의 외심이므로

$$\angle OAB=\angle OBA=\angle x,\ \angle OAC=\angle OCA=\angle y$$

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않은 두 내각의 크기의 합과 같으므로 $2\angle x+2\angle y=100°$
따라서 $\angle x+\angle y=50°$

6 △ABC는 정삼각형이므로



$$\angle A=60°$$
$$\angle BOC=2\angle A=2\times60°=120°$$

한편, $\overline{OB}=\overline{OD}=\overline{OC}$이므로 △OBD와 △ODC는 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle OBD=\angle ODB$, $\angle ODC=\angle OCD$이므로

$$\begin{aligned}\angle x&=\angle BDC=\angle ODB+\angle ODC\\&=\frac{1}{2}\times(180°-\angle BOD)+\frac{1}{2}\times(180°-\angle DOC)\\&=180°-\frac{1}{2}\angle BOC=180°-60°=120°\end{aligned}$$

소단원 평가 V-4. 삼각형의 내심

1 ㄱ, ㄷ, ㄹ	**2** 70°	**3** 1
4 9 cm	**5** 60°	**6** 2 cm

1 ㄴ. 삼각형의 내심은 항상 삼각형의 내부에 있다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

2 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$$\angle IBC=\angle IBA=35°,\ \angle ICA=\angle ICB=20°$$
$$\angle B=\angle IBA+\angle IBC=70°$$
$$\angle C=\angle ICA+\angle ICB=40°$$

따라서 $\angle A=180°-(70°+40°)=70°$

3 점 I는 △ABC의 내심이므로

$$\frac{1}{2}\times3\times x+\frac{1}{2}\times5\times x+\frac{1}{2}\times4\times x=6$$
$$6x=6,\ x=1$$

4 원 I가 내접원이므로

$$\overline{CE}=\overline{CF}=4\text{ cm}$$
$$\overline{BD}=\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{CE}=10-4=6\ (\text{cm})$$
$$\overline{AF}=\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}=11-6=5\ (\text{cm})$$

따라서 $\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}=5+4=9\ (\text{cm})$

5 점 I는 △ABC의 내심이므로

$$\frac{1}{2}\angle A+\angle IBC+\angle ICB=90°$$

$\angle IBC+\angle ICB+\angle BIC=180°$이므로

$$\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\angle A$$

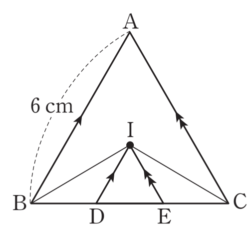
점 O는 △ABC의 외심이므로

$$\angle BOC=2\angle A$$

$\angle BOC=\angle BIC$이므로 $2\angle A=90°+\frac{1}{2}\angle A$

따라서 $\angle A=60°$

6 $\overline{AB}/\!/\overline{ID}$이므로



$$\angle ABC=\angle IDE=60°$$

$\overline{AC}/\!/\overline{IE}$이므로

$$\angle ACB=\angle IED=60°$$

따라서 △IDE는 정삼각형이다.
$\angle ABC$의 이등분선 위에 점 I가 있으므로

$$\angle IBD=30°,\ \angle IDB=120°,\ \angle BID=30°$$

따라서 △IBD는 $\overline{BD}=\overline{ID}$인 이등변삼각형이다.
마찬가지로 하면 △ICE도 $\overline{IE}=\overline{EC}$인 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BD}=\overline{ID}=\overline{DE}=\overline{IE}=\overline{EC}$이므로

$$\overline{DE}=\frac{1}{3}\overline{BC}=\frac{1}{3}\times6=2\ (\text{cm})$$

소단원 평가 V-5. 평행사변형의 성질

1 (1) $x=6$, $y=4$ (2) $x=65$, $y=3$
(3) $x=60$, $y=75$ (4) $x=3$, $y=\frac{5}{2}$

2 $x=4$, $y=7$	**3** 68°	**4** 64 cm^2
5 12 cm^2	**6** 3 cm	

1 (1) 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같으므로 $x=6$, $y=4$이다.

(2) 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같으므로 $y=3$이고, $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 엇각의 크기는 서로 같다. 즉, $x=65$이다.

(3) 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같으므로 $y=75$이고, $\angle A+\angle B=180°$이므로 $x=180-75-45=60$이다.

(4) 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $x=3$, $y=\frac{5}{2}$이다.

2 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같으므로

$3x-2=10$, $y+1=8$

따라서 $x=4$, $y=7$

3 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DAE=\angle BEA=56°$ (엇각)

$\angle A=2\angle DAE=112°$

$\angle A+\angle D=180°$이므로 $\angle D=180°-112°=68°$

4 $(\triangle AOD$의 넓이$)=(\triangle AOB$의 넓이$)$

$=(\triangle BOC$의 넓이$)$

$=(\triangle DOC$의 넓이$)$

이므로 평행사변형 ABCD의 넓이는

$4\times16=64\ (cm^2)$

5 $\triangle POD$와 $\triangle QOB$에서 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{OD}=\overline{OB}$이고, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle PDO=\angle QBO$ (엇각), $\angle POD=\angle QOB$ (맞꼭지각)이다.

따라서 $\triangle POD\equiv\triangle QOB$이다. 즉,

$(\triangle POD$의 넓이$)+(\triangle COQ$의 넓이$)$

$=(\triangle QOB$의 넓이$)+(\triangle COQ$의 넓이$)$

$=(\triangle OBC$의 넓이$)$

$=\frac{1}{4}\times(\square ABCD$의 넓이$)$

$=\frac{1}{4}\times48=12\ (cm^2)$

6 $\angle ADE=\angle CED$ (엇각)이고 $\angle ADE=\angle CDE$이므로 $\angle CDE=\angle CED$이다. 따라서 $\triangle CDE$는 이등변삼각형이므로 $\overline{EC}=\overline{DC}=6$ cm이다. 한편, $\angle A+\angle D=180°$이고 직각삼각형 AHD에서 $\angle DAH+\angle ADH=90°$이므로 $\angle BAH+\angle CDH=90°$이다. 그런데 $\angle ADH=\angle CDH$이므로 $\angle DAH=\angle BAH$이다. $\angle DAF=\angle BFA$ (엇각)이고 $\angle DAH=\angle BAH$이므로 $\triangle ABF$는 이등변삼각형이고, $\overline{BF}=\overline{AB}=6$ cm이다. $\overline{BF}+\overline{EC}-\overline{EF}=9\ (cm)$이므로

$\overline{EF}=6+6-9=3\ (cm)$

소단원 평가 Ⅴ-6. 평행사변형이 되는 조건

1 ㄱ, ㄷ, ㄹ **2** (1) $x=9$, $y=6$ (2) $x=125$, $y=55$
3 (1) $x=3$, $y=5$ (2) $x=120$, $y=6$
4 평행사변형, 34 cm **5** $30\ cm^2$

1 ㄱ. 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

ㄴ. 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같지 않으므로 평행사변형이 아니다.

ㄷ. $\angle ABD=\angle CDB$ (엇각)이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이다. 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

ㄹ. $\triangle AOD$와 $\triangle COB$에서 $\overline{OD}=\overline{OB}$이고, $\angle ADO=\angle CBO$, $\angle AOD=\angle COB$ (맞꼭지각)이므로 $\triangle AOD\equiv\triangle COB$이다. 따라서 $\overline{AO}=\overline{CO}$이다. 즉, $\square ABCD$는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

그러므로 평행사변형인 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

2 (1) $\square ABCD$는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다. 따라서 $x=9$, $y=6$

(2) $\square ABCD$는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다. 따라서 $y=55$, $x=180-55=125$

3 (1) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이 되므로 $x=3$, $y=5$

(2) 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같으면 평행사변형이 되므로 $x=180-60=120$, $y=6$

4 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ECF=\angle DFC$ (엇각), $\angle FAE=\angle BEA$ (엇각)이다. 따라서 $\triangle BAE$와 $\triangle DCF$는 이등변삼각형이다. 그러므로 $\overline{AB}=\overline{BE}=11$ cm, $\overline{DC}=\overline{DF}=11$ cm이고, $\overline{AF}=16-11=5\ (cm)$, $\overline{EC}=16-11=5\ (cm)$이다. 한편, $\square ABCD$는 평행사변형이므로 $\overline{AF}/\!/\overline{EC}$이다. $\square AECF$는 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같으므로 평행사변형이다. 또, $\square AECF$의 둘레의 길이는 $5+12+5+12=34\ (cm)$이다.

5 $\square ABCD$는 평행사변형이므로

$(\triangle DBC$의 넓이$)=\frac{1}{2}\times(\square ABCD$의 넓이$)$

$=\frac{1}{2}\times15=\frac{15}{2}\ (cm^2)$

$\square DBFE$는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다. 따라서

$(\square DBFE$의 넓이$)=4\times(\triangle DBC$의 넓이$)$

$=4\times\frac{15}{2}=30\ (cm^2)$

소단원 평가 V-7. 여러 가지 사각형의 성질

1 $x=50$, $y=8$　2 $\angle x=90°$, $\angle y=55°$
3 $15°$　4 ㄷ, ㄹ　5 직사각형
6 마름모, 풀이 참조

1 직사각형은 두 대각선의 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분하므로 $y=8$이다. 한편, $\triangle$OBC는 이등변삼각형이므로 $\angle OCB=\angle OBC=25°$이다. 따라서

$$x=25+25=50$$

2 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로 $\angle x=90°$이다. 한편, 직각삼각형 DOC에서

$\angle DCO=\angle BAO=35°$ (엇각)이므로

$$\angle y=90°-35°=55°$$

3 $\triangle$EBC는 정삼각형이므로 $\angle ECB=60°$이고, $\angle C=90°$이므로 $\angle ECD=90°-60°=30°$이다.

$\triangle$CDE는 이등변삼각형이므로

$$\angle EDC=\frac{1}{2}\times(180°-30°)=75°$$

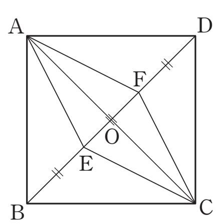
이다. 따라서

$$\angle ADE=90°-75°=15°$$

4 ㄱ. 평행사변형 중에는 직사각형이 아닌 것도 있다.
ㄴ. 한 내각이 직각인 평행사변형은 직사각형이다.
따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

5 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이고 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 □ABCD는 평행사변형이다. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC}=\overline{BD}$이므로 □ABCD는 직사각형이다.

6 □ABCD에 대각선 AC를 그어 $\overline{BD}$와 만나는 점을 O라고 하자.



□ABCD는 정사각형이므로
$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$이다.
또, $\overline{BO}=\overline{BE}+\overline{EO}$,
$\overline{DO}=\overline{DF}+\overline{FO}$이고
$\overline{BE}=\overline{DF}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$이므로 $\overline{EO}=\overline{FO}$이다.
따라서 □AECF는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.
한편, □ABCD는 정사각형이므로 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이다. 그러므로 □AECF는 마름모이다.

단원 평가 V. 삼각형과 사각형의 성질

01 ③　02 $120°$　03 ⑤　04 ④　05 ③　06 $35°$　07 ②
08 4　09 ①　10 ②　11 ⑤　12 ①　13 ①, ⑤
14 $25°$　15 35 cm^2　16 $60°$

01 $\triangle$PBD와 $\triangle$PCD에서
$\overline{PD}$는 공통, $\angle PDB=\angle PDC=90°$, $\overline{BD}=\overline{CD}$
이므로 $\triangle PBD\equiv\triangle PCD$이다.
따라서 $\overline{BP}=\overline{CP}$, $\angle PBD=\angle PCD$
그러므로 옳지 않은 것은 ③이다.

02 $\angle ADC=40°+40°=80°$이고, $\angle DAC=\angle ADC=80°$이므로 $\angle ACE=80°+40°=120°$

03 ⑤ 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 주어진 직각삼각형과 합동이다.

04 $\angle DBA+\angle BAD=90°$이고, $\angle BAD+\angle EAC=90°$이므로 $\angle DBA=\angle EAC$
즉, $\triangle DBA\equiv\triangle EAC$이므로
$\overline{DA}=\overline{EC}=7\text{ cm}$, $\overline{AE}=\overline{BD}=10\text{ cm}$
따라서 $\overline{DE}=\overline{DA}+\overline{AE}=7+10=17\ (\text{cm})$

05 점 D는 직각삼각형의 외심이므로 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$
따라서 $\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4\ (\text{cm})$

06 $\triangle$OAC는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAC=\angle OCA=25°$
$\triangle$OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OBA=\angle OAB=25°+30°=55°$
$\triangle$OBC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OBC=\angle OCB=25°+\angle x$
따라서 $\triangle$ABC에서
$30°+(55°+25°+\angle x)+\angle x=180°$, $\angle x=35°$

07 $\angle BAI=\angle CAI=36°$
$\triangle$ABI에서 $36°+\angle ABI+118°=180°$이므로
$\angle ABI=26°$
따라서 $\angle x=\angle ABI=26°$

08 $\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}=8-5=3\ (\text{cm})$, $\overline{AF}=\overline{AD}=3\text{ cm}$
따라서 $\overline{EC}=\overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}=7-3=4\ (\text{cm})$
즉, $x=4$

09 $\overline{AB}+\overline{AD}=\frac{1}{2}\times60=30\ (\text{cm})$
$\overline{CD}=\overline{AB}=\frac{2}{5}(\overline{AB}+\overline{AD})=\frac{2}{5}\times30=12\ (\text{cm})$

10 (△PAD의 넓이)+(△PBC의 넓이)

=(△PAB의 넓이)+(△PCD의 넓이)

이므로 $19+12=11+$(△PCD의 넓이)에서

(△PCD의 넓이)$=20\text{ cm}^2$

11 ① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형이므로 평행사변형이다.

② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형이므로 평행사변형이다.

③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형이므로 평행사변형이다.

④ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형이므로 평행사변형이다.

⑤ 한 쌍의 대변의 길이가 같지만 엇각의 크기가 같은지 알 수 없으므로 평행사변형이 아니다.

따라서 평행사변형이 아닌 것은 ⑤이다.

12 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이어야 하므로

$\angle FBC=\angle AFB=50^\circ$ (엇각)에서

$\angle B=2\angle FBC=2\times50^\circ=100^\circ$

$\angle B+\angle C=180^\circ$에서

$\angle C=180^\circ-\angle B=180^\circ-100^\circ=80^\circ$

13 ② 한 내각의 크기가 90°인 평행사변형은 직사각형이다.

③ 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 등변사다리꼴이다.

④ 두 대각선이 서로 직교하는 평행사변형이 마름모이다.

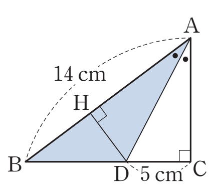
따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

14 $\angle PAB=45^\circ$

△ABP에서 $\angle PAB+\angle ABP=70^\circ$이므로

$45^\circ+\angle ABP=70^\circ$, $\angle ABP=25^\circ$

15 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하자. ······ ㈎



△ADH와 △ADC에서

$\angle AHD=\angle ACD=90^\circ$,

$\overline{AD}$는 공통, $\angle HAD=\angle CAD$

두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 △ADH≡△ADC이다. ······ ㈏

△ADH≡△ADC이므로 $\overline{DH}=\overline{DC}=5\text{ cm}$

따라서

$(\triangle ABD\text{의 넓이})=\frac{1}{2}\times14\times5=35\ (\text{cm}^2)$ ······ ㈐

채점 기준	배점 비율
㈎ 점 D에서 $\overline{AB}$에 수선의 발 내리기	20 %
㈏ △ADH≡△ADC임을 설명하기	40 %
㈐ △ABD의 넓이 구하기	40 %

16 $\overline{AH}$는 $\overline{BC}$의 수직이등분선이므로 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다. 또, □ABCD는 마름모이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$이다. 따라서 △ABC는 정삼각형이다. ······ ㈎

△ABC는 정삼각형이므로

$\angle y=\angle B=60^\circ$

$\angle x=180^\circ-\angle B=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

따라서 $\angle x-\angle y=120^\circ-60^\circ=60^\circ$ ······ ㈏

채점 기준	배점 비율
㈎ △ABC가 정삼각형임을 보이기	50 %
㈏ $\angle x-\angle y$의 값 구하기	50 %

보충 문제

Ⅴ. 삼각형과 사각형의 성질

01 (1) 56° (2) 80° **02** 3 cm **03** (1) 35° (2) 20°

04 (1) $x=50$, $y=90$ (2) $x=7$, $y=12$

05 (1) $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ (2) $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ (3) $\angle C$, $\angle D$

(4) $\overline{OC}$, $\overline{OD}$ (5) $\overline{DC}$, $\overline{DC}$

06 (1) 직사각형 (2) 마름모 (3) 정사각형

01 (1) $\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-68^\circ)=56^\circ$

(2) $\angle x=40^\circ+40^\circ=80^\circ$

02 △ABC≡△DEF이므로 $\overline{AC}=\overline{DF}=3\text{ cm}$

03 (1) $\angle x=\angle OAC=35^\circ$

(2) △ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$60^\circ+2\angle x+80^\circ=180^\circ$, $\angle x=20^\circ$

04 (1) $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 엇각의 크기가 같다. 즉, $x=50$

또, $y^\circ=40^\circ+x^\circ$이므로 $y=40+50=90$

(2) $\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times14=7\ (\text{cm})$, 즉 $x=7$

$\overline{BC}=\overline{AD}=12\text{ cm}$, 즉 $y=12$

05 (1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하면 평행사변형이므로

$\overline{AB} /\!/ \boxed{\overline{DC}}$, $\overline{AD} /\!/ \boxed{\overline{BC}}$

(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으면 평행사변형이므로

$\overline{AB} = \boxed{\overline{DC}}$, $\overline{AD} = \boxed{\overline{BC}}$

(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으면 평행사변형이므로

$\angle A = \boxed{\angle C}$, $\angle B = \boxed{\angle D}$

(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이므로 $\overline{OA} = \boxed{\overline{OC}}$, $\overline{OB} = \boxed{\overline{OD}}$

(5) 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같으면 평행사변형이므로 $\overline{AB} /\!/ \boxed{\overline{DC}}$, $\overline{AB} = \boxed{\overline{DC}}$

06 (1) 평행사변형의 두 대각선의 길이를 같게 하면 직사각형이 된다.

(2) 평행사변형의 두 대각선이 수직으로 만나도록 하면 마름모가 된다.

(3) 직사각형의 두 대각선이 수직으로 만나도록 하거나 마름모의 두 대각선의 길이를 같게 하면 정사각형이 된다.

심화 문제

Ⅴ. 삼각형과 사각형의 성질

01 31° **02** 6 cm^2 **03** 7° **04** 90°

05 $y=\frac{3}{5}x+\frac{12}{5}$ **06** 73°

01 $\triangle ABC$에서

$\angle ACB = \angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 68^\circ) = 56^\circ$

이때 $\angle ACE = 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ$이므로

$\angle DCE = \frac{1}{2} \times 124^\circ = 62^\circ$

$\triangle BCD$에서 $\angle CBD = \angle CDB = \angle x$이므로

$\angle DCE = \angle CBD + \angle CDB$

$= \angle x + \angle x = 2\angle x = 62^\circ$

따라서 $\angle x = 31^\circ$

02 $\triangle ADE$와 $\triangle ADC$에서

$\angle AED = \angle ACD = 90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통, $\overline{DE} = \overline{DC}$

두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 $\triangle ADE \equiv \triangle ADC$이다.

$\triangle ADE \equiv \triangle ADC$이므로 $\overline{AE} = \overline{AC} = 12\text{ cm}$

$\overline{BE} = \overline{AB} - \overline{AE} = 15 - 12 = 3\text{ (cm)}$

$\overline{CD} = \overline{DE} = x\text{ cm}$라고 하면

($\triangle BDE$의 넓이)

$=$($\triangle ABC$의 넓이)$-2\times$($\triangle AED$의 넓이)

$\frac{1}{2} \times 3 \times x = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 - 2 \times \frac{1}{2} \times 12 \times x$

$x = 4$

따라서 ($\triangle BDE$의 넓이)$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6\text{ (cm}^2\text{)}$

03 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle AOC = 2\angle B = 2 \times 46^\circ = 92^\circ$

$\triangle AOC$에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$이므로

$\angle OAC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 92^\circ) = 44^\circ$

$\triangle ABC$에서

$\angle BAC = 180^\circ - (46^\circ + 60^\circ) = 74^\circ$

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IAC = \angle IAB = \frac{1}{2}\angle BAC = 37^\circ$

따라서 $\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 44^\circ - 37^\circ = 7^\circ$

04 $\triangle ABM$은 $\overline{BA} = \overline{BM}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAM = \angle BMA = \angle a$라고 하자.

마찬가지로 $\triangle CDM$도 $\overline{CM} = \overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CMD = \angle CDM = \angle b$라고 하자.

$\angle DAM = \angle BMA = \angle a$, $\angle ADM = \angle CMD = \angle b$이므로 $\angle A + \angle D = 2\angle a + 2\angle b = 180^\circ$, $\angle a + \angle b = 90^\circ$

따라서

$\angle x = 180^\circ - (\angle BMA + \angle CMD)$

$= 180^\circ - (\angle a + \angle b) = 90^\circ$

05 □ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC} = 6$에서 점 D의 좌표는 $(6, 6)$이다. 이때 두 점 $B(-4, 0)$, $D(6, 6)$을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{0-6}{-4-6} = \frac{-6}{-10} = \frac{3}{5}$

구하는 일차함수의 식을 $y = \frac{3}{5}x + b$로 놓고 $x = -4$, $y = 0$을 대입하면 $0 = -\frac{12}{5} + b$, $b = \frac{12}{5}$

따라서 $y = \frac{3}{5}x + \frac{12}{5}$

06 $\triangle ADE$는 $\overline{AD} = \overline{AE}$인 이등변삼각형이고 $\angle EDF = 62^\circ$이므로 $\angle EAD = 180^\circ - (62^\circ + 62^\circ) = 56^\circ$

또, $\triangle ABE$는 $\overline{AB} = \overline{AE}$인 이등변삼각형이고

$\angle EAB = \angle EAD + \angle BAD = 56^\circ + 90^\circ = 146^\circ$이므로

$\angle AEB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 146^\circ) = 17^\circ$

따라서 $\angle EFD = \angle AEB + \angle EAD = 17^\circ + 56^\circ = 73^\circ$

활동지 Ⅴ-7. 여러 가지 사각형의 성질

▶ 십자말풀이로 한눈에 용어 익히기

[지도 목표]

용어의 뜻을 정확히 알고, 십자말풀이를 완성할 수 있게 한다.

[지도 방법]

'삼각형과 사각형의 성질' 단원에서 나온 용어를 모두 배운 후, 용어의 의미를 되짚어 볼 수 있게 지도한다.

[풀이]

십자말풀이를 완성하면 다음과 같다.

			2 이					7 정	
1 수	직	이	등	분		5 대		사	
			분		6 둔	각	삼	각	형
	3 대	각	선					형	
	변			8 내	심				
4 마				접		11 밑	변		12 꼭
름		9 외	10 접	원		각			짓
모			선					13 중	점

활동지 Ⅴ-7. 여러 가지 사각형의 성질

▶ 도형의 성질을 이용하여 문장 만들기

[지도 목표]

계산한 결과의 참, 거짓을 판단하여 선택된 글자들로 문장을 만들 수 있게 한다.

[지도 방법]

각 소단원의 문제들을 풀어 봄으로써 삼각형과 사각형의 성질을 이해하고 정리할 수 있게 지도한다.

[풀이]

❶ $\triangle BCE$와 $\triangle BDE$에서

$\angle C=\angle BDE=90^\circ$, $\overline{BE}$는 공통, $\angle EBC=\angle EBD$

두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 $\triangle BCE\equiv\triangle BDE$이다.

$\triangle BCE\equiv\triangle BDE$이므로 $\overline{BD}=\overline{BC}=7\text{ cm}$, 즉 $x=7$

$y^\circ=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times(90^\circ-48^\circ)=21^\circ$, 즉 $y=21$

따라서 $x+y=28$ (참)

⇨ 이

❷ $41^\circ+\angle x+19^\circ=90^\circ$, $\angle x=30^\circ$ (거짓)

⇨ 성

❸ $\triangle ABC$에서

$82^\circ+(\angle x+\angle x)+(28^\circ+28^\circ)=180^\circ$

$\angle x=21^\circ$ (참)

⇨ 능

❹ $x+10=3x-4$이므로 $x=7$

$2y=3y-7$이므로 $y=7$

따라서 $x+y=14$ (참)

⇨ 다

❺ $\triangle ABO$에서 $\angle AOB=90^\circ$이므로

$\angle x=90^\circ-29^\circ=61^\circ$

$\triangle ABD$에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로

$\angle y=\angle ABD=29^\circ$

따라서 $\angle x-\angle y=61^\circ-29^\circ=32^\circ$ (거짓)

⇨ 가

➡ 문장: 나는 가능성이다.