VI 도형의 닮음과 피타고라스 정리

소인국 테마 공원에 있는 경복궁의 모형은 실제 경복궁과 크기는 다르지만 그 모양은 같다.

이 단원에서는 도형의 닮음의 의미와 삼각형의 닮음 조건을 이해하고, 평행선 사이의 선분의 길이의 비, 삼각형의 무게중심, 피타고라스 정리에 대하여 학습한다.

소인국 테마 공원은 실제 건축물과 크기는 다르지만 모양이 같은 여러 가지 모형들로 꾸며져 있다. 이처럼 평면도형이나 입체도형에서 크기는 다르지만 모양이 같은 도형을 찾아봄으로써 닮은 도형에 대한 흥미를 느낄 수 있도록 지도한다.

1 단원의 개관

1 단원의 개요

주변의 여러 가지 사물의 형태는 평면도형이나 입체도형으로 범주화되고, 각각의 평면도형이나 입체도형은 고유한 성질을 갖는다. 평면도형이나 입체도형의 닮음의 성질에 대한 이해와 피타고라스 정리는 다양한 분야의 실생활 문제를 해결하는 데 기초가 된다. 또한, 도형의 성질을 정당화하는 과정에서 요구되는 연역적 추론은 수학적 소양을 기르는 데 도움이 된다.

2 단원의 지도 목표

❶ 도형의 닮음의 의미와 닮은 도형의 성질을 이해한다.
❷ 삼각형의 닮음 조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 닮음인지 판별할 수 있다.
❸ 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 구할 수 있다.
❹ 피타고라스 정리를 이해하고 설명할 수 있다.

3 단원의 교수 · 학습 방법 및 유의 사항

❶ 공학적 도구나 다양한 교구를 이용하여 닮음의 의미를 이해하게 한다.
❷ 피타고라스 정리의 역은 직관적으로 이해하게 한다.
❸ 공학적 도구나 다양한 교구를 이용하여 도형을 그리거나 만들어 보는 활동을 통해 도형의 성질을 추론하고 토론할 수 있게 한다.
❹ 도형의 성질을 이해하고 설명하는 활동은 관찰이나 실험을 통해 확인하기, 사례나 근거를 제시하며 설명하기, 유사성에 근거하여 추론하기, 연역적으로 논증하기 등과 같은 다양한 정당화 방법을 학생 수준에 맞게 활용할 수 있다.
❺ '(도형의) 대응', '삼각형의 중점연결정리' 용어는 교수 · 학습 상황에서 사용할 수 있다.

4 단원의 평가 방법 및 유의 사항

❶ 정확한 용어와 기호의 사용, 복잡한 형식 논리 규칙의 이용을 요구하는 연역적 정당화 문제는 다루지 않는다.

5 단원의 지도 계통

배운 내용

초등학교 5~6학년
- 합동과 대칭
- 비례식과 비례배분

중학교 1학년
- 작도와 합동
- 평면도형의 성질
- 입체도형의 성질

이 단원의 내용

1 도형의 닮음
2 삼각형의 닮음 조건
3 평행선 사이의 선분의 길이의 비
4 삼각형의 무게중심
5 피타고라스 정리

배울 내용

중학교 3학년
- 삼각비
- 원의 성질

고등학교 1학년
- 도형의 이동

2 단원의 이론적 배경

1. 도형의 변환

클라인(Klein, F. C., 1849~1925)은 1872년에 '에를랑겐 목록(Erlangen program)'을 발표하였는데 이는 클라인이 에를랑겐 대학교의 교수로 임용되면서 제반 문제들을 해결하기 위하여 제안한 연구방법론이다.

당시 기하학의 중심은 유클리드 기하학을 모델로 삼아 공리로부터 정리들을 증명하는 것이었는데 클라인은 두 가지 혁신적인 제안을 하였다.

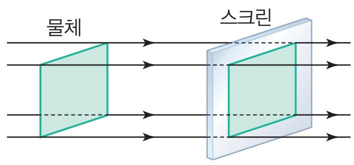
첫째, 대칭의 개념을 담고 있는 대수학의 이론인 군론(Group theory)이야말로 기하학적 지식을 종합할 수 있는 올바른 토대라고 주장하였다. 둘째, 기하학적 언어에 대하여 그에 맞는 개념들이 있다고 주장하였다. 이에 따라 클라인은 변환군에 의하여 다양한 기하학을 통합하고 분류하였다.

어떤 도형 A를 이루고 있는 모든 점을 일정한 규칙에 의하여 다른 곳으로 옮겨 도형 A'을 만드는 일을 '도형 A를 도형 A'으로 변환한다.'라고 한다. 이와 같은 변환에는 합동변환, 닮음변환, 아핀변환, 사영변환이 있다.

(1) 합동변환

평면 또는 공간에 어떤 도형이 있을 때, 이 도형을 회전이동, 평행이동, 대칭이동 등에 의하여 변환하면 변환된 도형은 원래 도형과 합동이 되고, 이와 같은 변환을 합동변환이라고 한다.

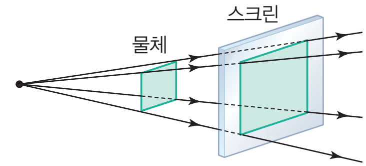
다음 그림과 같이 평행 광선이 물체를 비추고 있고, 물체와 스크린이 평행할 때 스크린에 맺힌 상은 합동변환이 된다.



(2) 닮음변환

평면 또는 공간에 어떤 도형이 있을 때, 이 도형을 확대 또는 축소에 의하여 변환하면 변환된 도형은 원래 도형과 닮은 도형이 되고, 이와 같은 변환을 닮음변환이라고 한다. 합동변환은 닮음변환의 한 예이다. 닮음변환에서는 크기는 변하지만 그 모양은 변하지 않는다.

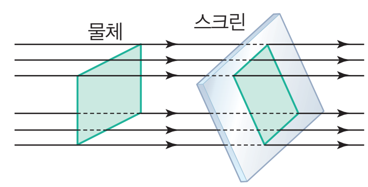
다음 그림과 같이 한 점에서 빛을 비추고 물체와 스크린이 평행할 때, 스크린에 맺힌 상은 닮음변환(확대)이 된다.



(3) 아핀변환

아핀변환은 직선은 항상 직선으로 옮기고 선분은 항상 선분으로 옮기는 변환을 말한다. 이때 평행선은 항상 평행선으로 옮겨진다. 아핀변환에서는 한 직선 위에 있는 선분의 길이는 변하지만 그 선분의 길이의 비는 변하지 않는다.

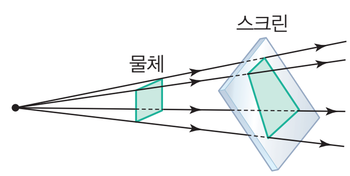
다음 그림과 같이 합동변환에서 물체와 스크린이 평행하다는 조건이 빠진 변환이 아핀변환이 된다.



(4) 사영변환

사영이란 '물건의 형상을 비추어 나타냄. 또는 비친 그림자'라는 뜻으로 평면도형 또는 입체도형에 빛을 비추고 그 그림자가 평면 위에 생기게 하는 것을 말한다. 사영변환에서는 각의 크기, 선분의 길이, 평행 관계 등은 변하지만 점의 위치의 순서 관계는 변하지 않는다.

다음 그림과 같이 닮음변환에서 물체와 스크린이 평행하다는 조건이 빠진 변환이 사영변환이 된다.



(과학백과사전, 2017년)

2. 피타고라스 정리

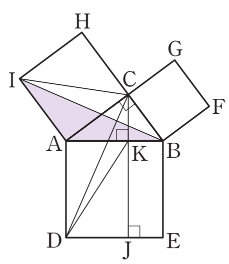
피타고라스 정리는 기하학의 전 영역을 통틀어 가장 유명한 정리 중의 하나이며, 기하학의 고전인 유클리드의 "기하학원론" 제1권에 실린 47번째 정리이다. 피타고라스 정리는 피타고라스(Pythagoras, B.C. 569?~B.C. 475?)가 살았던 시대보다 훨씬 더 오래전부터 알려져 있었지만 프로클로스(Proclos,

410?~485)의 고증에 따르면 피타고라스 정리에 대한 증명은 “기하학원론”에서 시작되었다고 할 수 있다.

피타고라스 정리에 대한 증명 방법은 순수 기하학적 증명뿐 아니라 기하학적 탐구의 대수적 방법에 기반을 둔 증명 방법들도 많이 발견되었다. 현재까지 피타고라스 정리에 대한 증명 방법은 수백 가지에 달하는 것으로 알려져 있다. 흥미로운 사실은 1876년 가필드 미국 대통령도 이 정리에 대한 증명을 발표하였으며 2015년 한국의 수학자 허남구도 이 정리에 대한 증명 방법을 발표하였다.

3. 유클리드의 피타고라스 정리 증명

오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 각 변을 한 변으로 하는 정사각형 ADEB, IACH, CBFG를 그린다. 또, 점 C에서 $\overline{DE}$에 내린 수선의 발을 J라 하고, 이 수선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 K라고 하자.



점 C와 점 D, 점 B와 점 I를 연결하는 선분을 그으면 $\triangle IAB$와 $\triangle CAD$에서

$$\overline{IA}=\overline{CA},\ \overline{AB}=\overline{AD}$$

$$\begin{aligned}\angle IAB&=\angle IAC+\angle CAB\\&=90^\circ+\angle CAB\\&=\angle BAD+\angle CAB=\angle CAD\end{aligned}$$

이므로 $\triangle IAB\equiv\triangle CAD$이다.

$\triangle IAC$와 $\triangle IAB$의 밑변의 길이와 높이가 각각 같으므로

$$\triangle IAC=\triangle IAB$$

$$\square IACH=2\triangle IAC=2\triangle IAB$$

$\triangle CAD$와 $\triangle KAD$의 밑변의 길이와 높이가 각각 같으므로

$$\square ADJK=2\triangle KAD=2\triangle CAD$$

따라서 $\square IACH=\square ADJK$이다.

같은 방법으로 $\square CBFG=\square KJEB$이고

$$\begin{aligned}\square ADEB&=\square ADJK+\square KJEB\\&=\square IACH+\square CBFG\end{aligned}$$

그러므로 $\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2$이다.

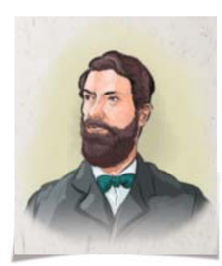
단원의 수학자

• **피타고라스**(Pythagoras, B.C. 569?~B.C. 475?)

피타고라스는 고대 그리스의 철학자이자 수학자로 에게해에 위치한 사모스섬에서 태어났다. 기원전 520년 무렵 피타고라스는 사모스섬을 떠나 그리스의 항구도시 크로토나(현재의 이탈리아 남부)로 가서 피타고라스학파를 형성하였다. 전해지는 바에 의하면 피타고라스학파 사람들은 수학, 천문학, 철학을 연구하였는데 그들은 만물의 근원은 수(數)에서 비롯되었다고 믿고 연구할 가치가 있는 모든 것은 측량할 수 있다고 생각하였다. 피타고라스학파 사람들은 또 음악과 우주의 조화도 수와 관련이 있다고 생각하였다.

(레이먼드 플러드 · 로빈 윌슨, “위대한 수학자의 수학의 즐거움”)

• **클라인**(Klein, F. C., 1849~1925)



클라인은 비유클리드 기하학 및 기하학과 군론 사이의 관계를 연구한 독일의 수학자이다.

1870년까지 기하학의 세계는 유클리드 기하학, 비유클리드 기하학, 구면기하학, 사영기하학 등 매우 복잡한 시기였다. 이에 따라 기하학의 질서를 바로 세우려는 다양한 시도가 있었는데 그중 가장 유명한 것은 ‘에를랑겐 목록’이다. 클라인이 23세였던 1872년에 에를랑겐 대학교의 교수로 취임하면서 했던 연설이 문서 형태로 퍼진 것으로 기하학을 변환군에 의하여 다양한 기하학으로 통합하고 분류하였다.

(레이먼드 플러드 · 로빈 윌슨, “위대한 수학자의 수학의 즐거움”)

3 단원의 지도 계획

단원	차시	교과서 쪽수	지도 내용	학습 요소
단원 도입 글 되짚어 보기 단원을 시작하며	❶	189~191	• 단원의 학습 안내 • 되짚어 보기 문제의 풀이 • 내 안의 또 다른 나!	
1 도형의 닮음	❷ ❸ ❹	192~198	• 닮음 • 닮음의 성질 • 닮은 도형의 넓이의 비와 부피의 비	닮음, 닮음비, ∽
2 삼각형의 닮음 조건	❺ ❻ ❼	199~203	• 삼각형의 닮음 조건	삼각형의 닮음 조건
수학, 역사 속으로	❽	204	• 피라미드의 높이를 구한 탈레스	
3 평행선 사이의 선분의 길이의 비	❾ ❿ ⓫	205~212	• 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비 • 평행선 사이의 선분의 길이의 비	
생각 생각 활동	⓬	213	• A4 종이를 7등분 하기	
4 삼각형의 무게중심	⓭ ⓮	214~218	• 삼각형의 무게중심	중선, 무게중심
5 피타고라스 정리	⓯ ⓰ ⓱	219~223	• 피타고라스 정리 • 직각삼각형이 되는 조건	피타고라스 정리
생각 생각 활동	⓲	224	• 피타고라스 정리의 다른 설명	
스스로 마무리하기	⓳ ⓴	225~227	• 단원의 핵심 내용 정리 • 단원 문제와 학습 평가	
함께하는 프로젝트	㉑	228	• 팬터그래프로 닮은 도형 그리기	

4 학습 지도안 예시

단원명	Ⅵ. 도형의 닮음과 피타고라스 정리	교과서 쪽수	192~195
소단원명	1 도형의 닮음	차시	2~3/21
성취기준	도형의 닮음의 의미와 닮은 도형의 성질을 이해한다.		

단계	학습 과정	교수·학습 활동	지도상의 유의점
도입 (5분)	▶성취기준 인지 ▶선수 학습 확인	• 성취기준을 인지한다. • 삼각형의 합동의 의미를 알고 있는지 확인·점검한다.	
전개 (35분)	▶소단원 도입 (대집단 학습) ▶탐구하기 (소집단 모둠 학습) ▶닮음 (대집단 학습) ▶평면도형에서의 닮음 (대집단 학습) ▶입체도형에서의 닮음 (대집단 학습)	교과서 192~193쪽 ■ 소단원 도입 글 • 러시아의 전통 인형은 인형 안에 크기는 다르나 모양이 같은 인형들이 3~5개 들어 있다. 이 인형들은 서로 닮은 도형임을 학생들이 알고 이 단원의 학습에 흥미를 느낄 수 있도록 지도한다. **닮음이란 무엇인가요?** ■ 탐구 학습 • 컴퓨터를 이용하여 사진의 가로, 세로를 확대 또는 축소할 때 원래의 사진과 크기는 다르지만 모양이 같은 사진을 어떻게 만들 수 있는지 확인하고 생각해 볼 수 있게 한다. ■ 개념 설명 • 다양한 크기의 지구본, 복사기의 축소·확대 기능 등 실생활에서 찾아볼 수 있는 닮음의 예를 통하여 닮음의 뜻을 직관적으로 알게 한다. • 닮은 두 도형에서 대응하는 꼭짓점을 기준으로 대응점, 대응변, 대응각의 뜻을 알게 한다. • 문제 1 에서 닮은 두 도형을 기호로 나타낼 때에는 대응점, 대응변, 대응각을 쉽게 알아보기 위하여 두 도형의 꼭짓점을 대응하는 순서대로 쓸 수 있도록 지도한다. 교과서 194~195쪽 **닮음의 성질에는 무엇이 있나요?** ■ 개념 설명 • 서로 닮음인 두 삼각형의 예를 통하여 평면도형에서의 닮음의 성질을 추측할 수 있게 한다. • 문제 2 를 통해 평면도형에서의 닮음의 성질을 이해할 수 있도록 지도한다. ■ 개념 설명 • 서로 닮음인 두 사면체의 예를 통하여 입체도형에서의 닮음의 성질을 추측할 수 있게 한다. • 문제 3 을 통해 입체도형에서의 닮음의 성질을 이해할 수 있도록 지도한다.	• 공학적 도구나 다양한 교구를 이용하여 닮음의 의미를 이해하게 한다.
정리 및 예고 (5분)	▶학습 내용 정리 ▶차시 예고	• 닮음의 의미와 닮은 도형의 성질 • 닮은 도형의 넓이의 비와 부피의 비, 스스로 확인하기	

되짚어 보기

1 주안점 비례식을 알고 비례식을 풀 수 있는지 확인한다.

|풀이| (1) $2\times x=3\times 12$에서

$2x=36$, 즉 $x=18$

(2) $4\times x=3\times 20$에서

$4x=60$, 즉 $x=15$

2 주안점 평행선에서 동위각과 엇각의 성질을 이해할 수 있는지 확인한다.

|풀이| $l\,/\!/\,m$이므로

(1) $\angle x=120^\circ$ (엇각),

$\angle y=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

(2) $\angle x=70^\circ$ (동위각),

$\angle y=35^\circ$ (엇각)

3 주안점 합동인 두 삼각형에서 대응하는 변의 길이와 대응하는 각의 크기를 구할 수 있는지 확인한다.

|풀이| $\overline{AB}$에 대응하는 변은 $\overline{DE}$이므로

$\overline{AB}=\overline{DE}=8$ cm이다.

$\angle D$에 대응하는 각은 $\angle A$이므로

$\angle D=\angle A=58^\circ$이다.

4 주안점 입체도형의 부피를 구할 수 있는지 확인한다.

|풀이| (1) (밑넓이)$=\dfrac{1}{2}\times 6\times 8=24$ (cm^2)

(부피)$=24\times 7=168$ (cm^3)

(2) (밑넓이)$=\pi\times 5^2=25\pi$ (cm^2)

(부피)$=\dfrac{1}{3}\times 25\pi\times 6=50\pi$ (cm^3)

되짚어 보기

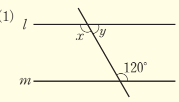
비례식 초 5~6
▶ $a:b=c:d$일 때, $ad=bc$

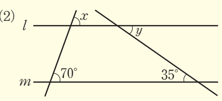
1 다음 비례식에서 x의 값을 구하시오.

(1) $3:2=x:12$ (2) $\dfrac{x}{20}=\dfrac{3}{4}$

평행선의 성질 중 1

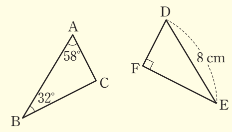
2 다음 그림에서 $l\,/\!/\,m$일 때, $\angle x$, $\angle y$의 크기를 구하시오.

(1)


(2)


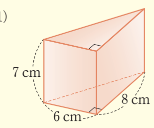
삼각형의 합동 중 1

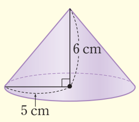
3 다음 그림에서 $\triangle ABC\equiv\triangle DEF$일 때, $\overline{AB}$의 길이와 $\angle D$의 크기를 구하시오.



입체도형의 부피 중 1
▶ (기둥의 부피)
=(밑넓이)×(높이)
(뿔의 부피)
$=\dfrac{1}{3}\times$(밑넓이)×(높이)

4 다음 기둥과 뿔의 부피를 구하시오.

(1)


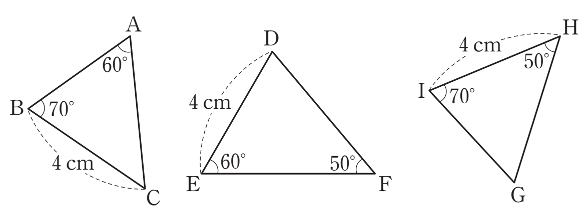
(2)


190 1차시

이전에 배운 내용의 이해도를 표시해 보세요.

플러스 문제

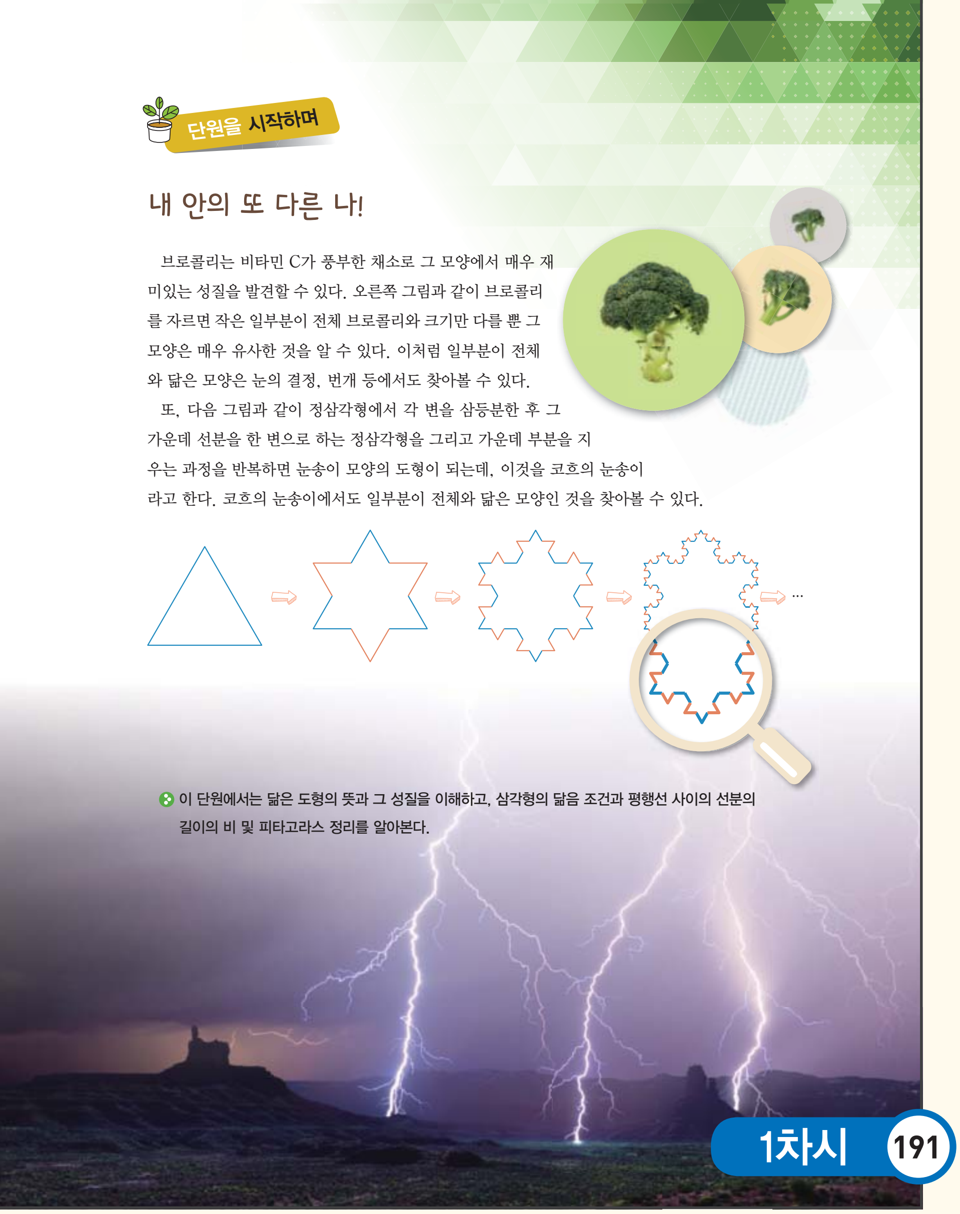
1 다음 삼각형 중에서 합동인 것을 찾아 기호 $\equiv$을 써서 나타내고 그때의 합동 조건을 말하시오.



2 반지름의 길이가 6 cm인 구의 부피와 겉넓이를 구하시오.

답 1 $\triangle ABC\equiv\triangle GIH$, 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다.

2 부피: 288π cm^3, 겉넓이: 144π cm^2



단원을 시작하며

내 안의 또 다른 나!

브로콜리는 비타민 C가 풍부한 채소로 그 모양에서 매우 재미있는 성질을 발견할 수 있다. 오른쪽 그림과 같이 브로콜리를 자르면 작은 일부분이 전체 브로콜리와 크기만 다를 뿐 그 모양은 매우 유사한 것을 알 수 있다. 이처럼 일부분이 전체와 닮은 모양은 눈의 결정, 번개 등에서도 찾아볼 수 있다.

또, 다음 그림과 같이 정삼각형에서 각 변을 삼등분한 후 그 가운데 선분을 한 변으로 하는 정삼각형을 그리고 가운데 부분을 지우는 과정을 반복하면 눈송이 모양의 도형이 되는데, 이것을 코흐의 눈송이라고 한다. 코흐의 눈송이에서도 일부분이 전체와 닮은 모양인 것을 찾아볼 수 있다.

이 단원에서는 닮은 도형의 뜻과 그 성질을 이해하고, 삼각형의 닮음 조건과 평행선 사이의 선분의 길이의 비 및 피타고라스 정리를 알아본다.

1차시 191

단원을 시작하며

[단원 도입의 목표]

브로콜리와 같이 자연에서 볼 수 있는 식물의 모양이나 코흐의 눈송이 등에서 작은 일부분이 전체와 닮은 모양을 가진 것이 있다는 사실로부터 닮은 도형에 대한 흥미를 유발할 수 있게 한다.

[단원 도입의 지도 방법]

- 브로콜리의 모양을 자세히 관찰해 보면 한 덩어리가 여러 개의 가지로 나뉘는데 그 가지 하나도 브로콜리 전체의 모양과 유사한 모양임을 관찰할 수 있도록 지도한다.
- 정삼각형을 이용하여 만들어지는 코흐의 눈송이와 같이 작은 일부분이 전체의 모양과 닮음이 되도록 그린 도형을 간단히 소개하는 정도로 지도한다.

단원 도입 예시 자료

이 단원에서는 실생활에서 찾을 수 있는 닮은 모양의 예를 소개하여 학습의 필요성을 느낄 수 있게 한다.

▪ 텔레비전 화면의 크기와 닮음

다양한 크기의 텔레비전을 판매하는 매장에서 여러 대의 텔레비전 화면에 같은 영상이 나타나는 것을 볼 수 있는데 화면의 크기가 달라도 그 영상은 같은 것을 찾아볼 수 있다.

플러스 자료

프랙털(fractal)

프랙털(fractal)이라는 용어는 프랑스의 과학자 망델브로(Mandelbrot, B., 1924~2010)가 처음으로 사용하였다. 프랙털은 확대를 하여도 원래의 세부 구조의 모습을 잃지 않는 도형을 말한다.

브로콜리, 고사리 등과 같은 식물, 구름의 모양, 번개, 해안선과 같은 자연 현상의 모양에서도 프랙털을 찾아볼 수 있다.

또한, 코흐의 눈송이, 시어핀스키 삼각형 등과 같은 기하학적 도형에서도 프랙털을 찾아볼 수 있고, 복소수를 이용한 망델브로 집합과 같은 프랙털은 컴퓨터 그래픽에서 찾아볼 수 있다.

프랙털이 주목을 받는 이유 중의 하나는 컴퓨터의 활용이다. 컴퓨터를 이용하여 거의 순간적으로 화면에 프랙털 도형을 생성하여 복잡한 지형이나 풍경을 그릴 수가 있다. (이광연, "멋진 세상을 만든 수학")

도형의 닮음

1 소단원 성취기준

[9수04-13] 도형의 닮음의 의미와 닮은 도형의 성질을 이해한다.

- 도형의 닮음의 뜻을 알 수 있다.
- 평면도형과 입체도형에서 닮은 도형의 성질을 알 수 있다.
- 닮은 도형에서 넓이의 비와 부피의 비를 구할 수 있다.

2 새로 나온 학습 요소

닮음, 닮음비, ∽

3 지도상의 유의점

- 공학적 도구를 사용하여 닮음의 뜻과 그 성질을 직관적으로 이해하도록 지도한다.
- 닮음인 두 도형을 기호 ∽을 사용하여 나타낼 때에는 꼭짓점을 대응하는 순서대로 쓸 수 있도록 지도한다.
- 닮은 도형에서 닮음비와 넓이의 비, 부피의 비 사이의 관계는 구체적인 예를 통하여 이해하게 한다.

소단원 도입 글 지도 방법

'마트료시카'는 나무로 만든 러시아의 인형으로 러시아어 여자 이름 '마트료나'의 애칭이다. 인형의 몸체는 상하로 분리되고, 인형 안에 크기가 더 작지만 모양이 같은 인형이 여러 개 겹으로 들어 있다. 이처럼 서로 닮은 인형을 통해 학생들이 수학에서의 도형의 닮음 관계와 연관 지어 생각할 수 있도록 하여 이 단원의 학습에 흥미를 느낄 수 있도록 지도한다.

도형의 닮음

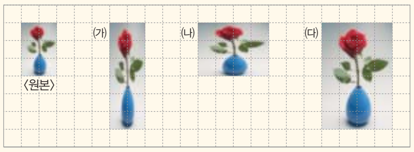
도형의 닮음의 의미와 닮은 도형의 성질을 이해한다.

러시아의 전통 인형인 마트료시카에는 크기는 다르나, 모양은 같은 인형이 여러 개 겹으로 들어 있다.

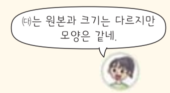
탐구 학습

닮음이란 무엇인가요?

열기 다음 (가), (나), (다)는 컴퓨터를 이용하여 원본 사진을 변형한 것이다. (가), (나), (다)는 원본을 어떻게 변형한 것인지 말하여 보자. (단, 눈금 하나의 간격은 모두 같다.)



다지기 (가)는 원본의 세로를 $\square$배, (나)는 원본의 가로를 $\square$배로 늘인 것이다. 또한, (다)는 원본의 가로와 세로를 모두 $\square$배로 늘인 것이다.



키우기 한 도형과 크기는 다르지만 모양이 같은 도형을 만들려면 어떻게 해야 할까?

닮음 탐구 학습에서 원본의 가로와 세로를 모두 2배로 확대하면 (다)와 합동이 된다.

이처럼 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소한 것이 다른 도형과 합동이 될 때, ❶ 이 두 도형은 서로 **닮음**인 관계에 있다고 한다.

또, 서로 닮음인 관계에 있는 두 도형을 닮은 도형이라고 한다.

❶ 닮은 도형은 크기와 상관없이 모양이 서로 같은 도형이다.

 2차시

탐구 학습 지도 방법

열기

(가), (나), (다)는 컴퓨터를 이용하여 원본 사진을 어떻게 변형한 것인지 말하게 한다.

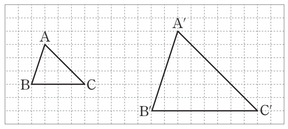
다지기

모눈 눈금의 개수를 비교하면 (가)는 원본의 세로를 2배, (나)는 원본의 가로를 2배로 늘인 것이다. 또한, (다)는 원본의 가로와 세로를 모두 2배로 늘인 것임을 알게 한다. 답 2, 2, 2

키우기

한 도형과 크기는 다르지만 모양이 같은 도형을 만들려면 가로, 세로를 모두 일정한 비율로 확대 또는 축소해야 함을 알도록 지도한다.

오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$를 2배로 확대하면 $\triangle A'B'C'$과 합동이므로 두 삼각형은 서로 닮은 도형이다.



이때 꼭짓점

A와 A′, B와 B′, C와 C′

은 각각 대응하는 꼭짓점이고,

$\overline{AB}$와 $\overline{A'B'}$, $\overline{BC}$와 $\overline{B'C'}$, $\overline{CA}$와 $\overline{C'A'}$

은 각각 대응하는 변이다. 또,

$\angle A$와 $\angle A'$, $\angle B$와 $\angle B'$, $\angle C$와 $\angle C'$

은 각각 대응하는 각이다.

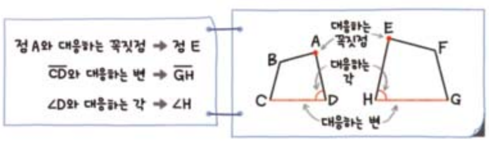
기호 ∽은 닮음을 뜻하는 영어 단어 Similar의 첫 글자 S를 옆으로 뉘어서 쓴 것이다.

2 $\triangle ABC$와 $\triangle A'B'C'$이 서로 닮은 도형일 때, 이것을 기호로

$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$

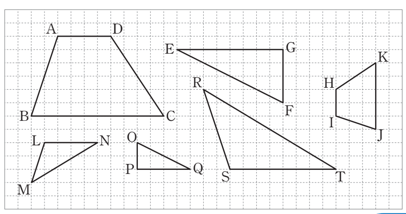
과 같이 나타내는데 두 도형의 꼭짓점은 대응하는 순서대로 쓴다.

개념 확인 □ABCD∽□EFGH일 때, 대응하는 꼭짓점, 변, 각 찾기



3

문제 1 다음 그림에서 닮은 도형을 찾아 기호 ∽을 사용하여 나타내시오.



2차시 193

교과서 지도 방안

1 다양한 크기의 지구본, 복사기의 축소·확대 복사 기능 등 실생활에서 찾아볼 수 있는 닮음의 예를 통하여 닮음의 뜻을 직관적으로 알게 한다.
또, 일상생활에서 단순히 모양이 비슷한 것을 '닮았다'라고 하는 것과 수학적으로 닮은 도형인 것을 구별할 수 있게 한다.

2 도형에서 세 기호 =, ≡, ∽을 혼동하지 않고 구별하여 사용할 수 있도록 지도한다.

(1) $\triangle ABC = \triangle DEF$

두 삼각형 ABC와 DEF의 넓이가 같다.

(2) $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$

두 삼각형 ABC와 DEF가 서로 합동이다.

즉, 두 도형의 크기와 모양이 각각 같다.

(3) $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$

두 삼각형 ABC와 DEF가 서로 닮음이다.

즉, 두 도형의 크기와 상관없이 모양은 같다.

3 닮은 두 도형을 기호로 나타낼 때에는 대응하는 꼭짓점, 대응하는 변, 대응하는 각을 쉽게 알아보기 위하여 두 도형의 꼭짓점을 대응하는 순서대로 쓸 수 있도록 지도한다.

문제 풀이

문제 1

주안점 닮은 도형을 찾아 기호 ∽을 사용하여 나타낼 수 있게 한다.

|풀이| □ABCD를 $\frac{1}{2}$배로 축소하면 □IJKH이므로

□ABCD∽□IJKH

이고, $\triangle EFG$를 $\frac{1}{2}$배로 축소하면 $\triangle QOP$이므로

$\triangle EFG \backsim \triangle QOP$

이다.

또, $\triangle LMN$을 2배로 확대하면 $\triangle SRT$이므로

$\triangle LMN \backsim \triangle SRT$

이다.

플러스 자료

닮음을 나타내는 기호, ∽

라이프니츠(Leibniz, G. W., 1646～1716)가 1679년 발표한 한 원고에서 닮음을 나타내기 위하여 라틴어 similis(영어의 similarity)의 첫 글자 S를 옆으로 뉘어서 만든 ∼에서 유래되었다고 한다.
그런데 '∼' 기호는 당시 영국의 수학자 오트레드(Oughtred, W., 1574～1660)가 두 수 또는 두 식의 '차'를 의미하는 기호로 사용한 이후 오늘날까지도 간혹 '차'를 의미하는 기호로 사용되고 있다. 이러한 혼동을 피하기 위하여 ∼를 다시 변형한 ∽이 출현한 것으로 보인다. (박교식, "수학기호 다시보기")

교과서 지도 방안

❶ 닮은 도형의 성질을 알아보기 위하여 모눈종이 위에 그려진 두 도형의 대응하는 변의 길이와 대응하는 각의 크기를 비교하게 한다. 이 활동을 통하여 학생들이 닮은 도형의 성질을 추측하고 말로 표현할 수 있도록 지도한다.
또한, 합동인 두 도형은 닮음비가 1 : 1임을 알고, 합동은 닮음의 특수한 경우임을 이해하게 한다.

❷ **개념 확인 |** 서로 닮음인 두 평면도형에서 대응하는 두 변의 길이를 이용하여 닮음비를 구하고, 한 변의 길이가 주어지면 닮음비를 이용하여 대응하는 변의 길이를 구할 수 있음을 알게 한다.

❸ 입체도형에서의 닮음의 성질은 평면도형에서의 닮음의 성질을 입체도형으로 확장하여 직관적으로 이해할 수 있도록 지도한다. 이때 연역적인 증명이 아닌 관찰과 추론을 통하여 입체도형에서의 닮음의 성질을 이해하게 한다.

❹ **개념 확인 |** 서로 닮음인 두 입체도형에서 대응하는 면은 닮음이므로 한 모서리의 길이가 주어지면 닮음비를 이용하여 대응하는 모서리의 길이를 구할 수 있음을 알게 한다.

플러스 자료

두 도형의 닮음비

닮음비를 다음과 같이 약속할 수도 있다.

'도형 F를 $\frac{n}{m}$배로 확대(또는 축소)한 도형이 G일 때, $m : n$을 F와 G의 닮음비라고 한다.'

즉, 두 도형 F와 G의 닮음비가 $m : n$일 때

(1) $m>n$이면 G는 F를 $\frac{n}{m}$배로 축소한 도형

(2) $m<n$이면 G는 F를 $\frac{n}{m}$배로 확대한 도형

(3) $m=n$이면 G는 F와 합동인 도형

이다.

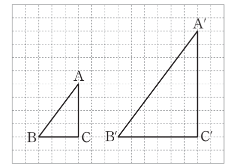
닮음의 성질에는 무엇이 있나요?

평면도형에서의 닮음

❶ 오른쪽 그림의 서로 닮은 도형 △ABC와 △A′B′C′에서

$$\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{BC} : \overline{B'C'} = \overline{CA} : \overline{C'A'} = 1 : 2$$

로 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다. 이때 닮은 두 도형에서 대응하는 변의 길이의 비를 **닮음비**라고 한다.



따라서 △ABC와 △A′B′C′의 닮음비는 1 : 2이다.

한편, 대응하는 각의 크기를 비교하면

$$\angle A = \angle A',\ \angle B = \angle B',\ \angle C = \angle C'$$

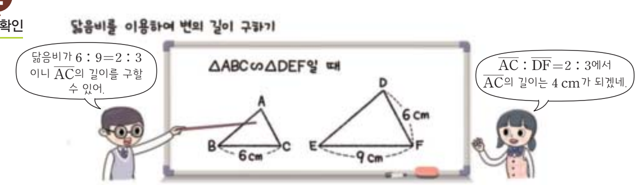
임을 알 수 있다.

합동인 두 도형도 서로 닮은 도형이며, 그 닮음비는 1 : 1이다.

일반적으로 다음이 성립한다.

> **평면도형에서의 닮음의 성질**
> 닮은 두 평면도형에서
> ❶ 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.
> ❷ 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

❷ 개념 확인

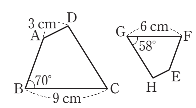


문제 2 오른쪽 그림에서 □ABCD∽□EFGH일 때, 다음을 구하시오.

(1) □ABCD와 □EFGH의 닮음비

(2) $\overline{EH}$의 길이

(3) ∠C의 크기



194 3차시

문제 풀이

문제 2

주안점 닮은 두 도형에서 닮음비와 대응하는 변의 길이, 대응하는 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $\overline{BC}$에 대응하는 변은 $\overline{FG}$이고, $\overline{BC}=9$ cm, $\overline{FG}=6$ cm이므로 닮음비는

$$\overline{BC} : \overline{FG} = 9 : 6 = 3 : 2$$

따라서 □ABCD와 □EFGH의 닮음비는 3 : 2이다.

(2) 닮음비가 3 : 2이고, $\overline{EH}$에 대응하는 변은 $\overline{AD}$이므로 $\overline{EH}=x$ cm라고 하면

$$\overline{AD} : \overline{EH} = 3 : x = 3 : 2,\ x=2$$

따라서 $\overline{EH}=2$ cm이다.

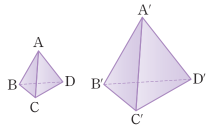
(3) ∠C에 대응하는 각은 ∠G이므로

∠C=∠G=58°이다.

입체도형에서의 닮음 ❸ 평면도형에서와 마찬가지로 입체도형에서도 닮음을 생각할 수 있다.

오른쪽 그림에서 사면체 ABCD를 2배로 확대하면 사면체 A′B′C′D′과 모양과 크기가 같아진다.

이처럼 한 입체도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소한 것이 다른 입체도형과 모양과 크기가 같아질 때, 이 두 입체도형은 서로 닮음인 관계에 있다고 한다.



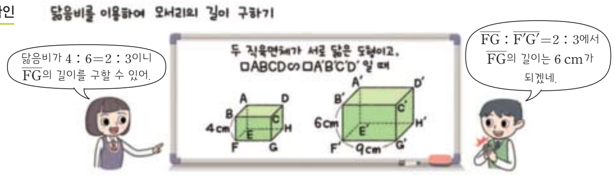
또, 서로 닮음인 관계에 있는 두 입체도형을 닮은 도형이라고 한다.

이때 닮음비는 대응하는 모서리의 길이의 비이고, 대응하는 면은 닮은 도형이다.

일반적으로 다음이 성립한다.

> **입체도형에서의 닮음의 성질**
> 닮은 두 입체도형에서
> ❶ 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하다.
> ❷ 대응하는 면은 닮은 도형이다.

❹ 개념 확인 **닮음비를 이용하여 모서리의 길이 구하기**

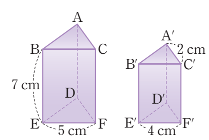


문제 3 오른쪽 그림에서 두 삼각기둥은 서로 닮은 도형이다. △ABC∽△A′B′C′일 때, 다음을 구하시오.

(1) 큰 삼각기둥과 작은 삼각기둥의 닮음비

(2) 면 ADFC에 대응하는 면

(3) $\overline{AC}$, $\overline{B'E'}$의 길이

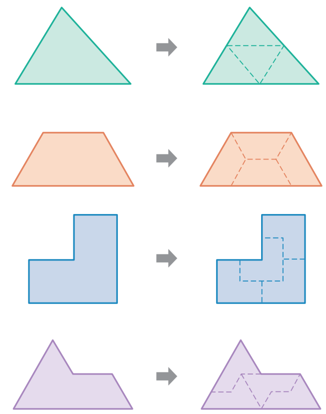


3차시 195

플러스 자료

닮은 도형으로 나누기

어떤 도형은 적당히 나누면 자기 자신과 닮음인 도형들로 나눌 수 있다. 자기 자신과 닮은 4개의 합동인 조각들로 나눌 수 있는 도형은 다음과 같은 것들이 있다.



문제 3

주안점 입체도형에서의 닮음의 성질을 이용하여 닮음비, 대응하는 면, 대응하는 모서리의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $\overline{EF}$에 대응하는 모서리는 $\overline{E'F'}$이고, $\overline{EF}=5$ cm, $\overline{E'F'}=4$ cm이므로 닮음비는

$$\overline{EF}:\overline{E'F'}=5:4$$

따라서 큰 삼각기둥과 작은 삼각기둥의 닮음비는 $5:4$이다.

(2) 면 ADFC에 대응하는 면은 면 A′D′F′C′이다.

(3) 닮음비가 $5:4$이고, $\overline{AC}$에 대응하는 모서리는 $\overline{A'C'}$이므로

$\overline{AC}=x$ cm라고 하면 $\overline{AC}:\overline{A'C'}=x:2=5:4$, $x=\dfrac{5}{2}$

따라서 $\overline{AC}=\dfrac{5}{2}$ cm이다.

또, $\overline{B'E'}$에 대응하는 모서리는 $\overline{BE}$이므로

$\overline{B'E'}=y$ cm라고 하면 $\overline{BE}:\overline{B'E'}=7:y=5:4$, $y=\dfrac{28}{5}$

따라서 $\overline{B'E'}=\dfrac{28}{5}$ cm이다.

플러스 문제

문제 2 심화

△ABC∽△A′B′C′이고, 두 도형의 닮음비는 $2:3$이다. 또, △A′B′C′∽△A″B″C″이고, 두 도형의 닮음비는 $5:4$일 때, 다음을 구하시오.

(1) $\overline{AB}:\overline{A'B'}$

(2) $\overline{A'B'}:\overline{A''B''}$

(3) $\overline{AB}:\overline{A''B''}$

(4) △ABC∽△A″B″C″일 때,
△ABC와 △A″B″C″의 닮음비

|풀이| (1) 닮음비가 $2:3$이므로 대응하는 변의 길이의 비는 $2:3$이다.
즉, $\overline{AB}:\overline{A'B'}=2:3$이다.

(2) 닮음비가 $5:4$이므로 대응하는 변의 길이의 비는 $5:4$이다.
즉, $\overline{A'B'}:\overline{A''B''}=5:4$이다.

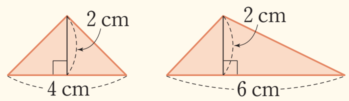
(3) $\overline{AB}:\overline{A'B'}=2:3=10:15$이고,
$\overline{A'B'}:\overline{A''B''}=5:4=15:12$이므로
$\overline{AB}:\overline{A''B''}=10:12=5:6$이다.

(4) △ABC와 △A″B″C″의 닮음비는 대응하는 변 AB와 A″B″의 길이의 비와 같으므로 $5:6$이다.

교과서 지도 방안

❶ 닮은 두 직사각형과 같이 구체적인 예를 통해 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계를 이해하게 한다. 이를 바탕으로 삼각형, 원 등 다양한 닮은 두 평면도형에서 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계를 이해하게 한다.

❷ **오개념 바로잡기 |** 다음 그림과 같이 높이가 같은 두 삼각형의 밑변의 길이의 비가 2 : 3일 때, 넓이의 비가 $2^2 : 3^2$인 것으로 생각하지 않도록 지도한다.

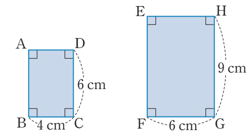


❸ 닮은 두 직육면체와 같이 구체적인 예를 통해 닮음비와 부피의 비 사이의 관계를 이해하게 한다. 이를 바탕으로 삼각기둥, 구 등 다양한 닮은 두 입체도형에서 닮음비와 부피의 비 사이의 관계를 이해하게 한다.

❹ 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계는 평면도형에서뿐만 아니라 입체도형의 겉넓이에서도 적용됨을 이해하게 한다. 닮은 두 도형의 넓이의 비 또는 부피의 비는 닮음비를 먼저 구하여 그 값을 이용할 수 있도록 지도한다.

닮은 도형의 넓이의 비와 부피의 비

❶ 다음 두 직사각형은 서로 닮은 도형이고 닮음비가 2 : 3일 때, 두 직사각형의 넓이의 비를 알아보자.



❷ 두 직사각형의 넓이는 각각 $4\times6=24\ (\text{cm}^2)$, $6\times9=54\ (\text{cm}^2)$이므로 두 직사각형의 넓이의 비는

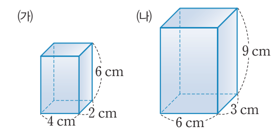
$$□\text{ABCD} : □\text{EFGH}=24 : 54$$
$$=4 : 9=2^2 : 3^2$$

이다. 따라서 두 직사각형의 넓이의 비는 닮음비의 제곱과 같음을 알 수 있다.

두 직사각형의 닮음비가 2 : 3일 때, 넓이의 비는 $2^2 : 3^2$이야.

➲ □ABCD는 사각형 ABCD의 넓이를 나타내기도 한다.

❸ 다음 직육면체 ㈎와 ㈏는 서로 닮은 도형이고 닮음비가 2 : 3일 때, 두 직육면체의 부피의 비를 알아보자.



두 직육면체의 부피는 각각 $4\times2\times6=48\ (\text{cm}^3)$, $6\times3\times9=162\ (\text{cm}^3)$이므로 두 직육면체의 부피의 비는

(직육면체 ㈎의 부피) : (직육면체 ㈏의 부피)

$=48 : 162=8 : 27=2^3 : 3^3$

이다. 따라서 두 직육면체의 부피의 비는 닮음비의 세제곱과 같음을 알 수 있다.

두 직육면체의 닮음비가 2 : 3일 때, 부피의 비는 $2^3 : 3^3$이네.

일반적으로 다음이 성립한다.

❹ **닮은 도형의 넓이의 비와 부피의 비**

❶ 닮은 도형의 넓이의 비는 닮음비의 제곱과 같다.
즉, 닮음비가 $m : n$이면 넓이의 비는 $m^2 : n^2$이다.

❷ 닮은 도형의 부피의 비는 닮음비의 세제곱과 같다.
즉, 닮음비가 $m : n$이면 부피의 비는 $m^3 : n^3$이다.

196 4차시

문제 풀이

문제 4

주안점 닮은 도형의 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계를 이용하여 주어진 도형의 둘레의 길이와 넓이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) □ABCD와 □EFGH의 닮음비는 10 : 12=5 : 6이다.

□ABCD와 □EFGH의 둘레의 길이의 비는 닮음비와 같으므로 5 : 6이다.

(2) □ABCD와 □EFGH의 닮음비가 5 : 6이므로

$$□\text{ABCD} : □\text{EFGH}=5^2 : 6^2=25 : 36$$

□EFGH의 넓이를 $x\ \text{cm}^2$라고 하면

$$50 : x=25 : 36,\ x=72$$

따라서 □EFGH의 넓이는 $72\ \text{cm}^2$이다.

문제 5

주안점 닮은 도형의 닮음비와 넓이의 비, 부피의 비 사이의 관계를 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| (1) ㈎와 ㈏의 닮음비가 12 : 18=2 : 3이므로

㈎와 ㈏의 밑면의 둘레의 길이의 비는 2 : 3이다.

(2) (㈎의 옆넓이) : (㈏의 옆넓이)$=2^2 : 3^2=4 : 9$이므로 ㈏의 옆넓이를 $x\ \text{cm}^2$라고 하면

$$96\pi : x=4 : 9,\ x=216\pi$$

따라서 ㈏의 옆넓이는 $216\pi\ \text{cm}^2$이다.

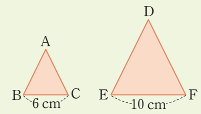
(3) (㈎의 부피) : (㈏의 부피)$=2^3 : 3^3=8 : 27$이므로 ㈎의 부피를 $y\ \text{cm}^3$라고 하면

$$y : 648\pi=8 : 27,\ y=192\pi$$

따라서 ㈎의 부피는 $192\pi\ \text{cm}^3$이다.

| 닮은 도형의 넓이의 비 이용하기

예제 1 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$가 서로 닮은 도형이고 $\triangle ABC$의 넓이가 18 cm^2일 때, $\triangle DEF$의 넓이를 구하시오.



$\triangle ABC$는 삼각형 ABC의 넓이를 나타내기도 한다.

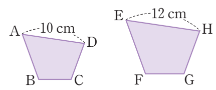
풀이 닮음비가 $6:10=3:5$이므로 넓이의 비는 $3^2:5^2=9:25$이다.
$\triangle DEF$의 넓이를 $x\text{ cm}^2$라고 하면
$\triangle ABC:\triangle DEF=18:x=9:25$, $x=50$
따라서 $\triangle DEF$의 넓이는 50 cm^2이다.

답 50 cm^2

문제 4 오른쪽 그림에서 □ABCD와 □EFGH가 서로 닮은 도형일 때, 다음을 구하시오.

(1) □ABCD와 □EFGH의 둘레의 길이의 비

(2) □ABCD의 넓이가 50 cm^2일 때, □EFGH의 넓이

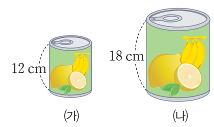


문제 5 오른쪽 그림에서 원기둥 모양의 두 통조림 ㈎, ㈏가 서로 닮은 도형일 때, 다음을 구하시오.

(1) ㈎와 ㈏의 밑면의 둘레의 길이의 비

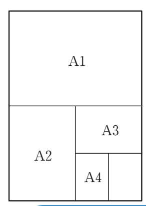
(2) ㈎의 옆넓이가 $96\pi\text{ cm}^2$일 때, ㈏의 옆넓이

(3) ㈏의 부피가 $648\pi\text{ cm}^3$일 때, ㈎의 부피



수군수군 — 복사 용지에 숨겨진 비밀

일상생활에서 쓰는 복사 용지의 규격은 닮음을 이용한 것이다. A1 용지는 A0 용지를 반으로 자른 것이고, A2 용지는 A1 용지를, A3 용지는 A2 용지를, A4 용지는 A3 용지를 각각 반으로 자른 것이다. 이렇게 정하면 다양한 크기의 용지를 만들 때 자투리를 잘라 내는 일이 없어 종이의 낭비를 최소화할 수 있다. 또한, 각각의 용지가 모두 닮음이므로 확대하거나 축소하여도 용지에 꼭 맞게 복사된다. (라파엘 로젠, "세상을 움직이는 수학개념 100")

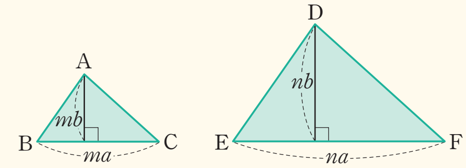


4차시 197

수준별 지도 자료

■ **두 삼각형의 닮음비와 넓이의 비**

상 수준 다음과 같이 삼각형의 닮음비를 이용하여 삼각형의 넓이의 비를 구할 수 있음을 알게 한다.



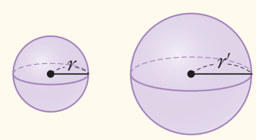
위의 그림과 같이 닮음비가 $m:n$인 두 삼각형의 넓이는

$$\triangle ABC=\frac{1}{2}m^2ab,\ \triangle DEF=\frac{1}{2}n^2ab$$

따라서 두 삼각형의 넓이의 비는 $m^2:n^2$이다.

■ **두 구의 닮음비와 부피의 비**

상 수준 다음과 같이 구의 닮음비를 이용하여 구의 부피의 비를 구할 수 있음을 알게 한다.
닮음비가 $m:n$인 두 구의 반지름의 길이를 각각 r, r'이라 하고, 부피를 각각 V, V'이라고 하면



$r:r'=m:n$이므로 $r'=\frac{n}{m}r$

이때 $V=\frac{4}{3}\pi r^3$이므로

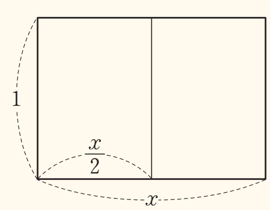
$$V'=\frac{4}{3}\pi(r')^3=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{n}{m}r\right)^3$$
$$=\frac{n^3}{m^3}\times\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{n^3}{m^3}V$$

따라서 두 구의 부피의 비는 $m^3:n^3$이다.

수군수군

[지도 목표] 생활 주변에서 찾을 수 있는 닮음을 활용한 것들 중 복사 용지의 규격을 알아보고, 닮음의 성질이 어떻게 활용되었는지 알아보게 한다.

[보충 설명] 복사 용지의 규격인 A0, A1, A2, A3, … 용지는 서로 닮은 도형이므로



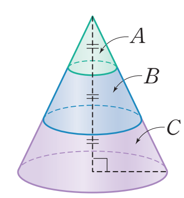
$$1:x=\frac{x}{2}:1,\ x^2=2$$

이다.
이렇게 하면 각 용지를 계속 반으로 접더라도 모두 닮은 직사각형이 되므로 불필요하게 남는 부분이 없게 된다.
이와 같은 방법으로 만들어진 A4 용지나 B4 용지에서 숫자 4의 의미는 처음의 전지를 절반으로 자르는 과정을 4번 반복했다는 뜻이다.

플러스 문제

문제 5 심화

오른쪽 그림과 같이 원뿔의 높이를 3등분 하여 자른 세 입체도형을 각각 A, B, C라고 할 때, 세 입체도형 A, B, C의 부피의 비를 구하시오.



|풀이| 세 입체도형 A, B, C의 부피의 비는

$1:(8-1):(27-8)=1:7:19$

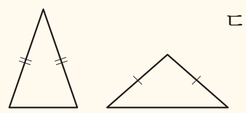
스스로 확인하기

1 추론하기 | 하 중 상

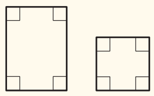
주안점 닮음의 뜻을 이해하고, 항상 닮음이 되는 도형을 찾을 수 있게 한다.

|풀이| ㄴ, ㄷ, ㅂ은 다음 그림과 같이 항상 닮음이 되는 것은 아니므로 닮음인 도형은 ㄱ, ㄹ, ㅁ이다.

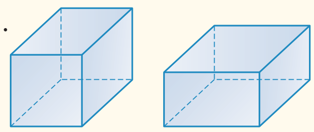
ㄴ.



ㄷ.



ㅂ.



2 이해하기 | 하 중 상

주안점 닮은 두 도형에서 닮음비와 대응하는 변의 길이, 대응하는 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $\overline{BC}$에 대응하는 변은 $\overline{B'C'}$이므로 닮음비는 $\overline{BC} : \overline{B'C'} = 6 : 8 = 3 : 4$이다.

(2) $\overline{AC} = x$ cm라고 하면

$$\overline{AC} : \overline{A'C'} = x : 10 = 3 : 4,\ x = \frac{15}{2}$$

따라서 $\overline{AC} = \frac{15}{2}$ cm이다.

(3) $\angle B'$에 대응하는 각은 $\angle B$이므로 $\angle B' = \angle B = 60°$

3 이해하기 | 하 중 상

주안점 입체도형에서의 닮음의 성질을 이용하여 닮음비, 대응하는 면, 대응하는 모서리의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $\overline{AD}$에 대응하는 모서리는 $\overline{A'D'}$이므로 닮음비는 $\overline{AD} : \overline{A'D'} = 10 : 8 = 5 : 4$이다.

(2) 면 AEFB에 대응하는 면은 면 A′E′F′B′이다.

(3) $\overline{GH} = x$ cm, $\overline{F'G'} = y$ cm라고 하면

$$\overline{GH} : \overline{G'H'} = x : 6 = 5 : 4,\ x = \frac{15}{2}$$

$$\overline{FG} : \overline{F'G'} = 15 : y = 5 : 4,\ y = 12$$

따라서 $\overline{GH} = \frac{15}{2}$ cm, $\overline{F'G'} = 12$ cm이다.

4 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 세 원의 반지름의 길이의 비를 이용하여 세 원의 넓이의 비를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\overline{OP} = r$라고 하면 $\overline{OQ} = 2r$, $\overline{OR} = 3r$이다.

이때 각 반지름으로 만들어진 원의 넓이는 πr^2, $4\pi r^2$, $9\pi r^2$이므로 (가), (나), (다)의 넓이는 각각 πr^2, $3\pi r^2$, $5\pi r^2$이다. 따라서 (가), (나), (다)의 넓이의 비는 $1 : 3 : 5$이다.

스스로 확인하기

정답 및 풀이 283쪽

1

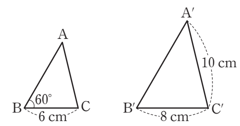
다음 보기 중에서 항상 닮음인 것을 모두 찾으시오.

보기

ㄱ. 두 정삼각형	ㄴ. 두 이등변삼각형
ㄷ. 두 직사각형	ㄹ. 두 원
ㅁ. 두 정육면체	ㅂ. 두 직육면체

2

아래 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$일 때, 다음을 구하시오.



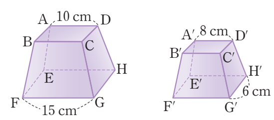
(1) $\triangle ABC$와 $\triangle A'B'C'$의 닮음비

(2) $\overline{AC}$의 길이

(3) $\angle B'$의 크기

3

아래 그림에서 두 사각뿔대는 서로 닮은 도형이고 $\square ABCD \backsim \square A'B'C'D'$일 때, 다음을 구하시오.



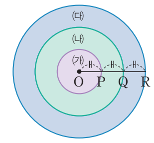
(1) 큰 사각뿔대와 작은 사각뿔대의 닮음비

(2) 면 AEFB에 대응하는 면

(3) $\overline{GH}$, $\overline{F'G'}$의 길이

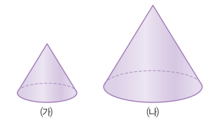
4

오른쪽 그림과 같은 과녁에서 $\overline{OP} = \overline{PQ} = \overline{QR}$일 때, 세 부분 (가), (나), (다)의 넓이의 비를 구하시오.



5

아래 그림에서 두 원뿔 (가), (나)는 서로 닮은 도형이고 밑면의 반지름의 길이의 비가 3 : 5일 때, 다음을 구하시오.



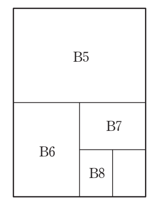
(1) 원뿔 (가), (나)의 밑면의 둘레의 길이의 비

(2) 원뿔 (가), (나)의 겉넓이의 비

(3) 원뿔 (가), (나)의 부피의 비

6 창의·융합

오른쪽 그림과 같이 B4 용지를 반으로 접을 때마다 생기는 사각형 모양의 용지를 각각 B5, B6, B7, B8이라고 할 때, 각각의 용지는 서로 닮음이다. B4 용지와 B8 용지의 닮음비를 구하시오.



이 단원의 이해도를 표시해 보

수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 468~469쪽
소단원 평가 ⇨ 478쪽
활동지 ⇨ 488쪽

5 계산하기 | 하 중 상

주안점 닮은 도형의 닮음비와 넓이의 비, 부피의 비 사이의 관계를 이용하여 주어진 도형의 겉넓이의 비와 부피의 비를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 두 원뿔의 밑면의 둘레의 길이의 비는 $3 : 5$이다.

(2) 두 원뿔의 겉넓이의 비는 $3^2 : 5^2 = 9 : 25$이다.

(3) 두 원뿔의 부피의 비는 $3^3 : 5^3 = 27 : 125$이다.

6 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 두 복사 용지의 닮음비를 구할 수 있게 한다.

|풀이| B4 용지의 가로의 길이를 a라고 하면 B8 용지의 가로의 길이는 $\frac{a}{4}$이다.

따라서 B4 용지와 B8 용지의 닮음비는 $a : \frac{a}{4} = 4 : 1$이다.

2 삼각형의 닮음 조건

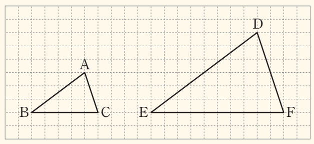
삼각형의 닮음 조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 닮음인지 판별할 수 있다.

고대 그리스의 수학자 탈레스(Thales, B.C. 624?~B.C. 546?)는 지팡이의 그림자를 이용하여 거대한 피라미드의 높이를 알아냈다.

탐구 학습

삼각형의 닮음 조건에는 어떤 것이 있나요?

열기 다음 그림은 한 칸의 가로와 세로의 길이가 1인 모눈종이 위에 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$를 그린 것이다. 물음에 답하여 보자.



(1) $\overline{AB} : \overline{DE}$, $\overline{BC} : \overline{EF}$, $\overline{CA} : \overline{FD}$를 비교하여 보자.

(2) $\angle A$와 $\angle D$, $\angle B$와 $\angle E$, $\angle C$와 $\angle F$의 크기를 각각 비교하여 보자.

다지기 (1) 두 삼각형에서 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비를 비교하면

$\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF} = \overline{CA} : \overline{FD} = \square : \square$로 일정함을 알 수 있다.

(2) 두 삼각형에서 세 쌍의 대응하는 각의 크기를 각각 비교하면

$\angle A \square \angle D$, $\angle B \square \angle E$, $\angle C \square \angle F$

임을 알 수 있다.

키우기 위의 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$는 서로 닮은 도형일까?

삼각형의 닮음 조건

두 삼각형에서 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 일정하고, 세 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으면 두 삼각형은 서로 닮은 도형이 된다.

그런데 두 삼각형에서 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비와 세 쌍의 대응하는 각의 크기에 관한 조건 중에서 일부만 성립하여도 두 삼각형이 서로 닮은 도형이 되는 경우가 있다.

5차시 199

2 삼각형의 닮음 조건

1 소단원 성취기준

[9수04-14] 삼각형의 닮음 조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 닮음인지 판별할 수 있다.

- 삼각형의 닮음 조건을 이해할 수 있다.
- 서로 닮음이 되는 삼각형을 찾고, 닮음 조건을 말할 수 있다.

2 새로 나온 학습 요소

삼각형의 닮음 조건

3 지도상의 유의점

- 닮은 두 삼각형을 관찰하여 닮음 조건을 추측할 수 있게 한다.
- 두 삼각형이 서로 닮음인지 알아보기 위해 세 변의 길이와 세 각의 크기를 모두 비교할 필요는 없음을 알도록 지도한다.
- 삼각형의 닮음 조건은 삼각형의 합동 조건과 비슷하므로 이 두 조건을 비교하여 혼동하지 않도록 지도한다.

탐구 학습 지도 방법

열기

두 삼각형에서 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비와 세 쌍의 대응하는 각의 크기를 비교하게 한다.

다지기

$\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서 $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF} = \overline{CA} : \overline{FD} = 1 : 2$이므로 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다. 또, 세 쌍의 대응하는 각의 크기를 각각 비교하여 $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$임을 알게 한다.

답 (1) 1, 2 (2) $=$, $=$, $=$

키우기

$\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 모두 일정하고, 세 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로 두 삼각형이 서로 닮은 도형임을 알도록 지도한다.

소단원 도입 글 지도 방법

그리스 기하학의 역사에서 최초로 등장하는 인물인 탈레스(Thales, B.C. 624?~B.C. 546?)는 지팡이를 이용하여 피라미드의 높이를 재었다.

그가 사용한 방법은 지팡이를 땅 위에 수직으로 세운 후 지팡이의 그림자와 피라미드의 그림자로 두 삼각형을 만들어 두 도형이 서로 닮음임을 이용한 것이다.

이처럼 닮음의 성질을 이용하면 주변의 높은 건물의 높이도 비례식을 이용하여 쉽게 구할 수 있음을 학생들이 알고 이 단원에 흥미를 느낄 수 있도록 지도한다.

교과서 지도 방안

❶ △ABC를 2배로 확대한 도형을 △DEF라고 할 때, △DEF와 △A′B′C′이 합동이 됨을 먼저 확인하게 하고, 닮음의 의미에 의하여 △ABC와 △A′B′C′이 서로 닮은 도형임을 이해하게 한다.

❷ 삼각형의 닮음 조건에서는 삼각형의 합동 조건과는 다르게 변의 길이를 알지 못하더라도 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으면 크기와 상관없이 모양이 같아지게 되므로 두 삼각형이 서로 닮음임을 알게 한다.

❸ 삼각형의 닮음 조건을 삼각형의 합동 조건과 비교하여 직관적으로 이해할 수 있도록 지도한다.

삼각형의 합동 조건	삼각형의 닮음 조건
대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때	세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같을 때
대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때	두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때
대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때	두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같을 때

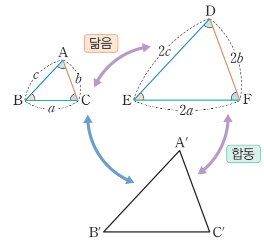
❹ **개념 확인 |** 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고 그 끼인각이 아닌 다른 한 각의 크기가 같은 경우는 닮음이 아닐 수도 있음을 예를 통해 직관적으로 이해하게 한다.

❺ 주어진 두 삼각형이 닮은 도형임을 알기 위해서는 먼저 각의 크기를 조사하고 변의 길이의 비를 비교해 보는 것이 편리하다.

- 두 각의 크기가 각각 주어진 경우는 나머지 한 각의 크기도 구하여 각의 크기를 비교해 본다. 이때 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으면 닮은 도형이 된다.
- 각의 크기가 한 개씩 주어진 경우는 그 각을 끼인각으로 하는 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비를 비교해 본다.
- 각의 크기가 주어지지 않은 경우는 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비를 비교해 본다.

이제 어떤 조건이 있으면 두 삼각형이 서로 닮은 도형이 되는지 알아보자.

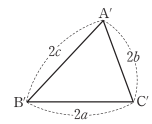
오른쪽 그림에서 △ABC와 △DEF는 닮음비가 1 : 2인 닮은 도형이다.
❶ 이때 다음의 각 조건에 따라 그린 △A′B′C′이 △DEF와 합동임을 보여 △ABC와 △A′B′C′이 서로 닮음임을 알아보자.



➊ 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같은 경우
$\overline{B'C'}=2a$, $\overline{C'A'}=2b$, $\overline{A'B'}=2c$라고 하자.
△DEF와 △A′B′C′의 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로

△DEF≡△A′B′C′

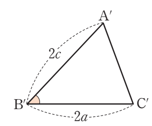
따라서 △ABC∽△A′B′C′이다.



➋ 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같은 경우
$\overline{B'C'}=2a$, $\overline{A'B'}=2c$, ∠B′=∠B라고 하자.
△DEF와 △A′B′C′의 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로

△DEF≡△A′B′C′

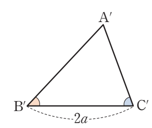
따라서 △ABC∽△A′B′C′이다.



➌ 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같은 경우
∠B′=∠B, ∠C′=∠C, $\overline{B'C'}=2a$라고 하자.
△DEF와 △A′B′C′의 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로

△DEF≡△A′B′C′

따라서 △ABC∽△A′B′C′이다.



❷ |참고| 두 삼각형에서 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으면 나머지 한 쌍의 대응하는 각의 크기도 같으므로 변의 길이의 비와 상관없이 두 삼각형의 모양이 같다. 따라서 두 삼각형은 닮은 도형이다.

200 5차시

문제 풀이

문제 1

주안점 삼각형의 닮음 조건을 이용하여 닮음인 삼각형을 찾고, 그때의 닮음 조건을 말할 수 있게 한다.

|풀이| △ABC와 △QRP에서

$\overline{AB} : \overline{QR} = \overline{BC} : \overline{RP} = \overline{CA} : \overline{PQ} = 1 : 2$

따라서 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같으므로 △ABC∽△QRP이다.

△DEF와 △LJK에서

∠D=∠L=70°, ∠E=∠J=50°

따라서 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로 △DEF∽△LJK이다.

△GHI와 △ONM에서

$\overline{IG} : \overline{MO} = \overline{IH} : \overline{MN} = 4 : 5$, ∠I=∠M=50°

따라서 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 △GHI∽△ONM이다.

이상을 정리하면 다음과 같다. 이 조건을 **삼각형의 닮음 조건**이라고 한다.

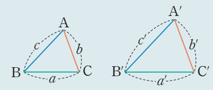
❸ 삼각형의 닮음 조건을 'Side(변)'와 'Angle(각)'의 첫 글자를 사용하여 다음과 같이 간단히 나타낼 수도 있다.
❶ SSS 닮음
❷ SAS 닮음
❸ AA 닮음

삼각형의 닮음 조건

다음의 각 조건을 만족시킬 때 두 삼각형은 서로 닮음이다.

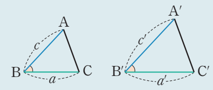
❶ 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같다.

$a : a' = b : b' = c : c'$



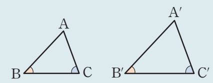
❷ 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.

$a : a' = c : c'$, $\angle B = \angle B'$

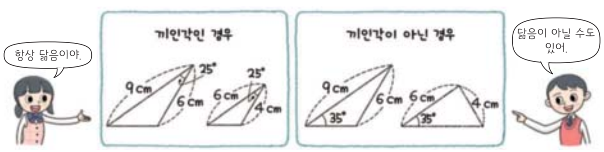


❸ 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다.

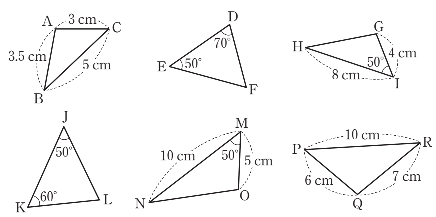
$\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$



4 개념 확인



5 **문제 1** 다음 삼각형 중에서 닮음인 것을 모두 찾아 기호 ∽을 써서 나타내고, 그때의 닮음 조건을 말하시오.



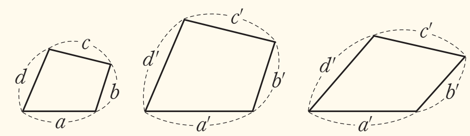
6차시 201

수준별 지도 자료

■ **사각형의 닮음**

상 수준 다음과 같이 네 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같은 두 사각형의 닮음에 대하여 알아보게 한다.

예 $a : a' = b : b' = c : c' = d : d'$일 때, 두 사각형은 서로 닮음이라고 할 수 있을까?

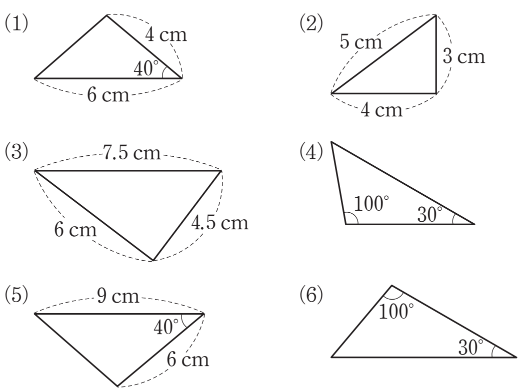


삼각형은 세 변의 길이가 정해지면 오직 하나로 결정되므로, 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같은 두 삼각형은 서로 닮은 도형이다. 그러나 사각형은 위의 그림과 같이 네 변의 길이가 정해지더라도 다른 모양이 될 수 있다. 따라서 네 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같다는 조건만으로는 두 사각형이 닮았다고 할 수 없다.

플러스 문제

문제 1 유사

다음 삼각형 중에서 닮음인 것을 모두 찾아 짝 지으시오.



답 (1)과 (5), (2)와 (3), (4)와 (6)

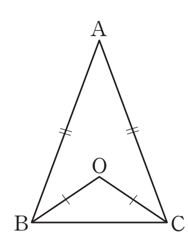
플러스 자료

두 이등변삼각형은 서로 닮은 도형일까?

두 이등변삼각형의 꼭지각의 크기가 같으면 두 밑각의 크기가 같기 때문에 서로 닮은 도형이다.

그러나 등변이 아닌 변의 길이가 같은 두 이등변삼각형은 서로 닮은 도형이 아닐 수도 있음을 예를 통해 직관적으로 알 수 있다.

예 두 이등변삼각형 ABC와 OBC에서 등변이 아닌 $\overline{BC}$의 길이가 같지만 $\angle ABC \neq \angle OBC$이므로 서로 닮은 도형이 아니다.



생각 넓히기 　의사소통·추론

[지도 목표] 삼각형의 닮음 조건을 이용하여 닮은 삼각형을 그릴 수 있게 한다.

[지도 방법] 삼각형의 닮음 조건 세 가지 경우에 대하여 각각 그 가능성을 알아보도록 지도한다.

[예시 답안]

- $\overline{AB}=14$ cm이면 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$가 된다.
  따라서 반직선 BG 위에 $\overline{AB}=14$ cm가 되도록 점 A를 잡아 △ABC를 그린다.
- $\angle ACB=\angle F$이면 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$가 된다.
  따라서 반직선 BG 위에 $\angle ACB=\angle F$가 되도록 점 A를 잡아 △ABC를 그린다.

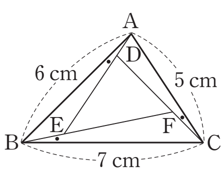
플러스 문제

문제 2 심화

오른쪽 그림에서

$\angle BAE=\angle CBF$
$=\angle ACD$

이고 $\overline{AB}=6$ cm, $\overline{BC}=7$ cm, $\overline{CA}=5$ cm일 때, $\overline{DE}:\overline{EF}:\overline{FD}$를 구하시오.



| 풀이 | $\angle BAE=\angle CBF=\angle ACD=\angle a$, $\angle ABE=\angle b$, $\angle CAD=\angle c$라고 하면

$\angle ABC=\angle a+\angle b$, $\angle DEF=\angle a+\angle b$

이므로 $\angle ABC=\angle DEF$ …… ①

마찬가지로

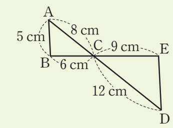
$\angle BAC=\angle a+\angle c=\angle EDF$ …… ②

①, ②에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$

따라서

$\overline{DE}:\overline{EF}:\overline{FD}=\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}$
$=6:7:5$

예제 1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$의 교점을 C라고 할 때, △ABC와 닮은 삼각형을 찾아 기호 ∽을 써서 나타내고, $\overline{DE}$의 길이를 구하시오.



풀이 △ABC와 △DEC에서

$\overline{AC}:\overline{DC}=8:12=2:3$, $\overline{BC}:\overline{EC}=6:9=2:3$

$\angle ACB=\angle DCE$ (맞꼭지각)

이므로 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고 그 끼인각의 크기가 같다.

즉, $\triangle ABC \backsim \triangle DEC$이다.

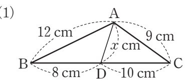
$\overline{DE}=x$ cm라고 하면 $5:x=2:3$, $x=\frac{15}{2}$

따라서 $\overline{DE}=\frac{15}{2}$ cm이다.

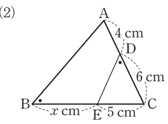
답 $\triangle ABC \backsim \triangle DEC$, $\overline{DE}=\frac{15}{2}$ cm

문제 2 다음 그림에서 x의 값을 구하시오.

(1)



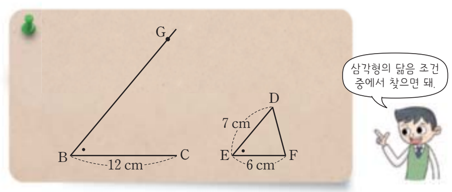
(2)



(단, $\angle B=\angle CDE$)

생각 넓히기 　의사소통·추론

다음 그림과 같이 $\overline{BC}=12$ cm이고 점 B에서 $\angle B=\angle E$가 되도록 그은 반직선 BG 위에 점 A를 잡아 △DEF와 닮음인 △ABC를 만들려고 한다. 이때 필요한 조건을 말하여 보자.



문제 풀이

문제 2

주안점 삼각형의 닮음 조건을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

| 풀이 | (1) △ABC와 △DBA에서

$\overline{AB}:\overline{DB}=\overline{BC}:\overline{BA}=3:2$, ∠B는 공통인 각

이므로 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같다. 즉, $\triangle ABC \backsim \triangle DBA$이므로

$\overline{AC}:\overline{DA}=3:2$, $9:x=3:2$

따라서 $x=6$이다.

(2) △ABC와 △EDC에서

$\angle B=\angle EDC$, ∠C는 공통인 각

이므로 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다.

즉, $\triangle ABC \backsim \triangle EDC$이므로

$\overline{AC}:\overline{EC}=\overline{BC}:\overline{DC}$, $10:5=(x+5):6$

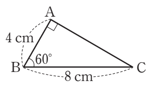
따라서 $x=7$이다.

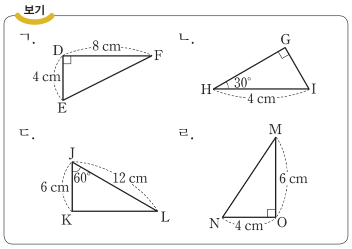
스스로 확인하기

정답 및 풀이 283쪽

1

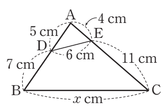
다음 보기 중에서 오른쪽 △ABC와 닮은 도형을 모두 찾으시오.





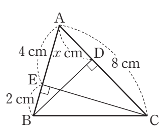
2

오른쪽 그림에서 x의 값을 구하시오.



3

오른쪽 그림에서 $\overline{AB}\perp\overline{CE}$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$일 때, x의 값을 구하시오.

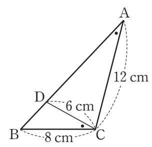


수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 470~471쪽
소단원 평가 ⇨ 479쪽

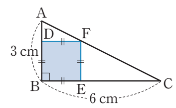
4

오른쪽 그림에서 $\angle A=\angle BCD$일 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하시오.



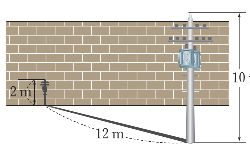
5

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=3$ cm, $\overline{BC}=6$ cm이고 $\angle B=90°$인 직각삼각형 ABC 안에 꼭짓점 F가 $\overline{AC}$ 위에 있는 정사각형 DBEF를 그릴 때, □DBEF의 넓이를 구하시오.



6 창의·융합

다음 그림과 같이 건물 외벽에서 12 m 떨어진 위치에 높이가 10 m인 전봇대가 지면과 수직으로 세워져 있다. 이 전봇대의 그림자가 건물 외벽에 의해 꺾인 일부분의 길이가 2 m이다. 건물 외벽이 없다면 전봇대의 그림자의 전체 길이는 몇 m인지 구하시오.



이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

7차시 203

스스로 확인하기

1 판별하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 닮음 조건을 이용하여 닮은 삼각형을 찾을 수 있게 한다.

|풀이| ㄴ. $\angle C=30°$이므로 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다. 따라서 $\triangle ABC \backsim \triangle GIH$이다.

ㄷ. $\overline{AB}:\overline{KJ}=\overline{BC}:\overline{JL}=2:3$, $\angle B=\angle J=60°$이므로 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같다. 따라서 $\triangle ABC \backsim \triangle KJL$이다.

2 이해하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 닮음 조건을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| △ABC와 △AED에서

$\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{AC}:\overline{AD}=3:1$, ∠A는 공통인 각

이므로 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.

즉, $\triangle ABC \backsim \triangle AED$이므로 $x:6=3:1$

따라서 $x=18$이다.

3 이해하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 닮음 조건을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| △ABD와 △ACE에서

$\angle ADB=\angle AEC=90°$, ∠A는 공통인 각

이므로 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다.

즉, $\triangle ABD \backsim \triangle ACE$이므로 $x:4=6:8$

따라서 $x=3$이다.

4 이해하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 닮음 조건을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| △ABC와 △CBD에서

$\angle A=\angle BCD$, ∠B는 공통인 각

이므로 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다.

즉, $\triangle ABC \backsim \triangle CBD$이므로

$\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{AC}:\overline{CD}$에서 $\overline{AB}=16$ cm

$\overline{BC}:\overline{BD}=\overline{AC}:\overline{CD}$에서 $\overline{BD}=4$ cm

따라서 $\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{DB}=12$ (cm)이다.

5 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 닮음 조건을 이용하여 정사각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| △ABC와 △ADF에서 $\angle B=\angle ADF=90°$, ∠A는 공통인 각이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle ADF$이다.

이때 정사각형 DBEF의 한 변의 길이를 a cm라고 하면

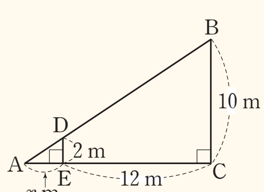
$\overline{BC}:\overline{DF}=\overline{AB}:\overline{AD}$, $6:a=3:(3-a)$, $a=2$

따라서 정사각형 DBEF의 넓이는 4 cm^2이다.

6 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 닮음 조건을 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| 오른쪽 그림과 같이 건물 외벽이 없을 때 추가로 더 늘어난 전봇대의 그림자의 길이를 x m라고 하면



△ABC와 △ADE에서

$\angle ACB=\angle AED=90°$,

∠A는 공통인 각

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$이다.

이때 $\overline{AC}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{DE}$, $(x+12):x=10:2$, $x=3$

따라서 전봇대의 그림자의 전체 길이는 15 m이다.

수학, 역사 속으로

[지도 목표] 탈레스가 피라미드의 높이를 구한 방법을 이해하여 도형의 닮음의 유용성을 인식하게 한다.

[지도 방법] 지팡이와 피라미드의 그림자에 의하여 만들어지는 두 삼각형이 닮은 삼각형임을 알고, 이를 이용하여 피라미드의 높이를 구하는 과정을 이해하게 한다.

[지도상의 유의점]

- 지팡이의 길이와 지팡이의 그림자의 길이는 직접 잴 수 있다. 그러나 높이를 구하기 위하여 필요한 피라미드의 그림자의 길이는 피라미드의 밑면의 중심에서부터 그림자 끝까지의 길이이기 때문에 직접 잴 수 있는 길이가 아님에 유의한다.
- 피라미드의 밑면의 한 변과 수직인 방향에 해가 떠 있을 때 삼각형의 닮음을 이용하여 피라미드의 높이를 구할 수 있음을 알게 한다.

수행 과제

햇빛은 평행하므로 $\overline{BG} /\!/ \overline{DH}$이다.

따라서 $\triangle ABG$와 $\triangle ADH$에서

$\angle GAB = \angle HAD$ (공통인 각)

$\angle ABG = \angle ADH$ (동위각)

이므로 $\triangle ABG \backsim \triangle ADH$이고 닮음비는 $\overline{AB} : \overline{AD}$이다.

한편, $\triangle ABG$, $\triangle ADH$의 넓이를 구하면 다음과 같다.

$$\triangle ABG = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{GC}$$

$$\triangle ADH = \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{HF}$$

두 삼각형의 넓이의 비는 닮음비의 제곱과 같으므로

$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{GC} : \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{HF} = \overline{AB}^2 : \overline{AD}^2$$

에서 $\overline{GC} : \overline{HF} = \overline{AB} : \overline{AD}$

따라서 피라미드의 높이 $\overline{HF}$는

$$\overline{HF} = \frac{\overline{GC} \times \overline{AD}}{\overline{AB}}$$

로 구할 수 있다.

수학 역사 속으로

피라미드의 높이를 구한 탈레스

그리스의 수학자 탈레스(Thales, B.C. 624?~B.C. 546?)는 삼각형의 닮음을 이용하여 쿠푸왕의 피라미드의 높이를 구하였다. 그는 피라미드의 옆에 길이를 알고 있는 지팡이를 수직으로 세워 다음과 같이 피라미드의 높이를 계산하였다고 한다.

길이가 1.63 m인 지팡이의 그림자의 길이를 2 m라 할 때, 밑면의 한 모서리의 길이가 230 m인 피라미드의 그림자의 길이를 65 m라고 하자.

오른쪽 그림에서

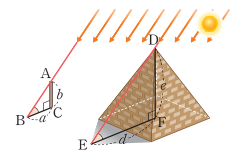
$$a=2\ (\mathrm{m}),\ b=1.63\ (\mathrm{m}),$$

$$d=65+\frac{230}{2}=180\ (\mathrm{m})$$

그런데 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$이므로 $a : b = d : e$이다.

따라서 피라미드의 높이 e는

$$e=\frac{bd}{a}=\frac{1.63\times180}{2}=146.7\ (\mathrm{m})$$

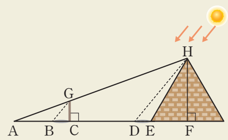


실제로 쿠푸왕의 피라미드의 높이는 147 m로 탈레스의 방법으로 구한 높이와 거의 같다고 한다.

(이광연, "멋진 세상을 만든 수학"; 홍선호, "탈레스가 들려주는 평면도형 이야기")

수행 과제 | 문제 해결

오른쪽 그림과 같이 A 지점에서 지팡이의 그림자 끝까지의 거리 $\overline{AB}$와 피라미드의 그림자 끝까지의 거리 $\overline{AD}$를 재면 피라미드의 높이를 구할 수 있다. $\triangle ABG \backsim \triangle ADH$임을 이용하여 피라미드의 높이를 구하는 방법을 이야기하여 보자.



204 8차시

플러스 자료

쿠푸왕의 피라미드

기원전 약 2500년경 이집트의 기자 근처에 건축한 쿠푸왕의 피라미드는 2.5톤에서 10톤가량의 화강암 약 230만 개로 쌓아 올린 거대한 건축물로 밑면의 한 변의 길이는 230.4 m, 높이는 147 m에 달한다. 피라미드의 각 면은 거의 정확하게 동서남북 방향을 가리킨다. 쿠푸왕의 피라미드는 기술적인 정교함이나 건축 공법에서 탁월한 걸작으로 손꼽힌다. (이광연, "멋진 세상을 만든 수학")

탈레스와 낙타

이솝 우화에 나오는 '소금 실은 당나귀' 이야기의 주인공은 바로 탈레스이다. 탈레스가 젊었을 때 소금을 싣고 강을 건너던 길에 낙타가 돌부리에 치여 물에 빠졌고, 소금이 물에 녹아 짐이 가벼워진다는 것을 눈치챈 낙타가 이후로도 계속 강을 건널 때마다 일부러 넘어지곤 하였다. 탈레스는 낙타의 나쁜 습관을 고쳐 주기 위해 솜을 잔뜩 실었다고 한다. (김정희, "소설처럼 아름다운 수학이야기")

3 평행선 사이의 선분의 길이의 비

평행선 사이의 선분의 길이의 비를 구할 수 있다.

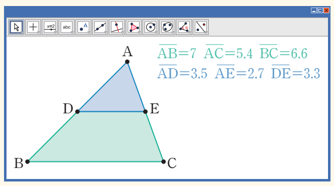
평행선 원근법은 평행선 사이의 선분의 길이를 조절하여 멀고 가까운 것을 표현하는 방법이다.

탐구 학습

삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비는 어떤 관계가 있나요?

열기

다음 그림은 컴퓨터 프로그램을 이용하여 $\triangle ABC$의 두 변 AB, AC 위에 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$가 되도록 선분 DE를 그린 후, 각 선분의 길이를 측정한 것이다. $\overline{AB} : \overline{AD}$, $\overline{AC} : \overline{AE}$, $\overline{BC} : \overline{DE}$를 각각 구하여 보자.



다지기

컴퓨터 프로그램으로 측정한 각 선분의 길이를 이용하여 길이의 비를 구하면 다음과 같다.

$\overline{AB} : \overline{AD} = 7 : 3.5 = \square$.

$\overline{AC} : \overline{AE} = 5.4 : 2.7 = \square$.

$\overline{BC} : \overline{DE} = 6.6 : 3.3 = \square$

키우기

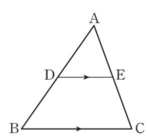
삼각형에서 평행선에 의해 생기는 선분의 길이의 비는 어떤 관계가 있을까?

삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비 (1)

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때,

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$

임을 설명하여 보자.



9차시 205

3 평행선 사이의 선분의 길이의 비

1 소단원 성취기준

[9수04-15] 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 구할 수 있다.

- 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 구할 수 있다.
- 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 구할 수 있다.

2 지도상의 유의점

- 삼각형의 한 변에 평행한 선분과 삼각형의 변의 길이 사이의 관계는 삼각형의 닮음 조건과 닮은 도형의 성질을 바탕으로 이해하게 한다.
- 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비에 대한 성질을 구체적인 예를 통해 간단히 확인하고 문제를 통해 이해하게 한다.
- 평행선 사이의 선분의 길이의 비에 대한 성질은 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 일반화한 것임을 알도록 지도한다.
- 공학적 도구를 이용하여 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 알아보는 활동을 통해 도형의 성질을 추론하고 토론할 수 있게 한다.
- '삼각형의 중점연결정리' 용어는 교수·학습 상황에서 사용할 수 있다.

탐구 학습 지도 방법

열기

컴퓨터 프로그램을 이용하여 삼각형에서 평행선에 의하여 생기는 선분의 길이의 비를 구하게 한다.

다지기

세 쌍의 선분의 길이의 비는

$\overline{AB} : \overline{AD} = 7 : 3.5 = 2 : 1$, $\overline{AC} : \overline{AE} = 5.4 : 2.7 = 2 : 1$,

$\overline{BC} : \overline{DE} = 6.6 : 3.3 = 2 : 1$

임을 알게 한다.

답 2 : 1, 2 : 1, 2 : 1

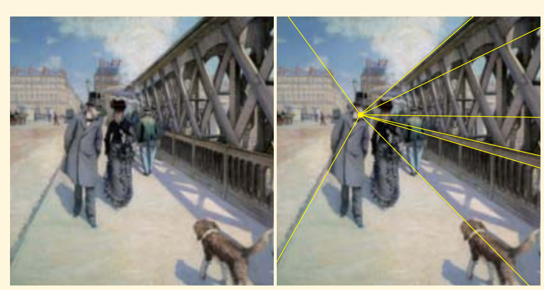
키우기

컴퓨터 프로그램을 이용하여 삼각형의 세 꼭짓점을 임의로 움직여 봄으로써 삼각형의 모양에 상관없이 평행선에 의하여 생기는 선분의 길이의 비는 항상 일정함을 알도록 지도한다.

소단원 도입 글 지도 방법

평면인 종이에 그림을 그릴 때 입체감을 느낄 수 있도록 원근법을 사용하여 물체나 풍경을 표현한다. 이러한 원근법은 가까이 있는 물체는 크고 뚜렷하게, 멀리 있는 물체는 작고 흐리게 그리는 기법으로 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 활용한 것임을 학생들에게 소개하여 이 단원에 흥미를 느낄 수 있도록 지도한다.

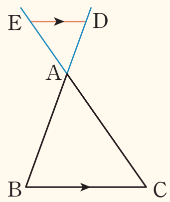
(박지용, "디자인의 시작 비주얼 커뮤니케이션 Design")



교과서 지도 방안

1 생각 열기 | 삼각형에서 평행선에 의하여 생기는 선분의 길이의 비가 같음을 보이기 위해서는 평행한 두 변을 각각 포함하는 두 삼각형이 닮음임을 보이면 된다. 또, 두 삼각형이 닮음임을 보이기 위해서는 평행선의 성질을 이용하여 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같음을 보이면 됨을 알게 한다.

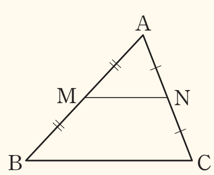
2 오개념 바로잡기 | 다음 그림과 같이 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$라고 잘못 생각하는 경우가 있다.



이때 $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$이므로 $\overline{AB}$에 대응하는 변은 $\overline{AE}$가 아니라 $\overline{AD}$이고, 마찬가지로 $\overline{AC}$에 대응하는 변은 $\overline{AD}$가 아니라 $\overline{AE}$임을 확인하게 한다. 또, 선분의 길이를 구할 때 기계적으로 공식에 대입하지 않도록 지도한다.

3 개념 확인 | 삼각형의 중점연결정리를 다음과 같은 설명을 통해 이해하게 한다.

① 삼각형 ABC에서 변 AB, AC의 중점을 각각 M, N이라고 하면



$\overline{AB} : \overline{AM} = \overline{AC} : \overline{AN}$
$= 2 : 1$

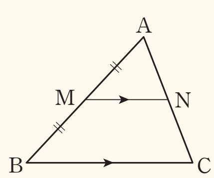
이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle AMN$이다.

따라서 $\overline{MN} /\!/ \overline{BC}$이다.

또, $\overline{BC} : \overline{MN} = \overline{AB} : \overline{AM} = 2 : 1$이므로

$\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC}$이다.

② 삼각형 ABC에서 변 AB의 중점 M을 지나 변 BC에 평행한 직선을 그어 변 AC와 만나는 점을 N이라고 하면



$\overline{MN} /\!/ \overline{BC}$이므로

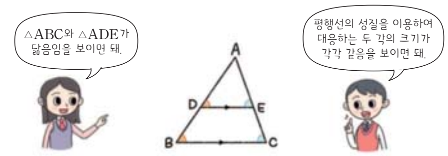
$\overline{AB} : \overline{AM} = \overline{AC} : \overline{AN} = 2 : 1$

이다. 따라서 $\overline{AN} = \frac{1}{2}\overline{AC}$이다.

즉, 점 N은 $\overline{AC}$의 중점이다.

1

생각 열기



설명 하기

1 단계 | 두 삼각형이 닮음임을 보이기

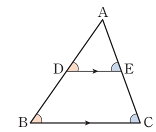
$\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서

$\angle ABC = \angle ADE$ (동위각),

$\angle ACB = \angle AED$ (동위각)

이므로 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다.

따라서 $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$이다.



2 단계 | 각 선분의 길이의 비 구하기

닮은 두 삼각형에서 대응하는 변의 길이의 비는 모두 같으므로

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$

이다.

위와 같은 방법으로 두 점 D, E가 각각 두 변 AB, AC의 연장선 위에 있을 때에도 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$가 성립함을 보일 수 있다.

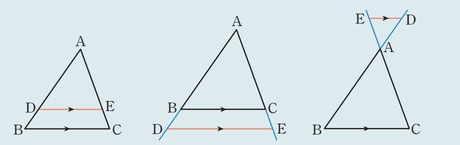
일반적으로 다음이 성립한다.

2

삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비 (1)

$\triangle ABC$에서 변 BC와 평행한 직선이 두 변 AB, AC 또는 그 연장선과 만나는 점을 각각 D, E라고 할 때, 다음이 성립한다.

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$



206 9차시

문제 풀이

문제 1

주안점 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

| 풀이 | (1) $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$이므로

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$이다.

따라서 $10 : 15 = x : 12$이므로 $x = 8$이다.

또, $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$에서

$10 : 15 = 8 : y$이므로 $y = 12$이다.

(2) $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$이므로

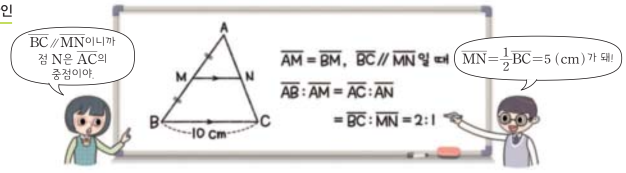
$\overline{BC} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{AE}$이다.

따라서 $15 : 10 = x : 8$이므로 $x = 12$이다.

또, $\overline{BC} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{AD}$에서

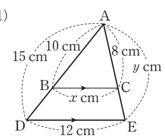
$15 : 10 = 15 : y$이므로 $y = 10$이다.

3 개념 확인

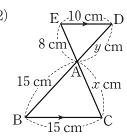


문제 1 다음 그림에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$일 때, x, y의 값을 구하시오.

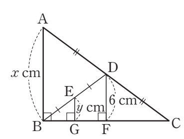
(1)



(2)

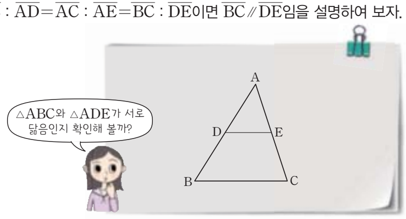


문제 2 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 두 점 D, E가 각각 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 중점이고 두 점 D, E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 F, G라고 할 때, x, y의 값을 구하시오.



생각 넓히기 추론

다음 그림과 같은 △ABC에서 두 변 AB, AC 위에 각각 두 점 D, E가 있을 때, $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{DE}$이면 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$임을 설명하여 보자.



9차시 207

생각 넓히기 추론

[지도 목표] △ABC에서 $\overline{DE}$에 의하여 생기는 선분의 길이의 비를 이용하여 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$임을 설명할 수 있게 한다.

[지도 방법] 두 삼각형의 닮음을 이용하여 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$임을 보이도록 지도한다.

[예시 답안] △ABC와 △ADE에서

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{DE}$

이면 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같으므로 △ABC∽△ADE이다.

따라서 $\angle ABC=\angle ADE$ (동위각)이므로 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이다.

문제 2

주안점 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| △ABC와 △DFC에서

$\overline{AD}=\overline{DC}$, $\overline{AB}/\!/\overline{DF}$

이므로 $\overline{AB}:\overline{DF}=\overline{AC}:\overline{DC}=2:1$

따라서 $\overline{AB}=2\overline{DF}$이므로 $x=12$이다.

같은 방법으로 △BFD와 △BGE에서

$\overline{DF}:\overline{EG}=\overline{BD}:\overline{BE}=2:1$

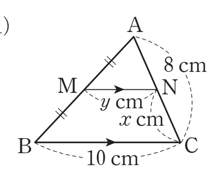
따라서 $\overline{EG}=\frac{1}{2}\overline{DF}$이므로 $y=3$이다.

플러스 문제

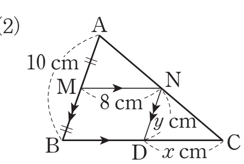
문제 2 유사

다음 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{AB}$의 중점 M을 지나 변 BC에 평행한 직선을 그어 $\overline{AC}$와 만나는 점을 N이라고 할 때, $x+y$의 값을 구하시오.

(1)



(2)



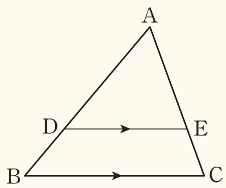
(단, $\overline{MB}/\!/\overline{ND}$)

답 (1) 9 (2) 13

교과서 지도 방안

1 생각 열기 | 삼각형의 한 변에 평행한 직선이 다른 두 변과 만나서 생기는 두 선분의 길이의 비가 같음을 보이기 위해서는 $\overline{AE}$, $\overline{EC}$를 각각 포함하는 닮음인 두 삼각형을 만들면 된다. 이러한 두 삼각형을 만들기 위해서는 점 E를 지나면서 $\overline{AB}$에 평행한 보조선을 그으면 됨을 이해하게 한다.

2 오개념 바로잡기 |
$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이면 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$이지만 $\overline{AD}:\overline{DB}$가 두 삼각형의 닮음비가 되는 것은 아님에 주의하도록 지도한다.



3 개념 확인 | 삼각형 ABC에서 평행선과 선분의 길이의 비 (1)과 혼동하여

$$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}=\overline{DE}:\overline{BC}$$

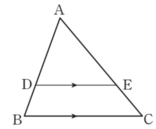
가 성립한다고 생각하지 않도록 지도한다.
즉, $\overline{AD}:\overline{DB}\neq\overline{DE}:\overline{BC}$, $\overline{AE}:\overline{EC}\neq\overline{DE}:\overline{BC}$임에 주의하도록 지도한다.

삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비 (2)

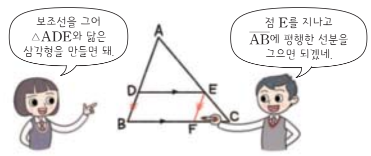
$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$일 때,

$$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$$

임을 설명하여 보자.



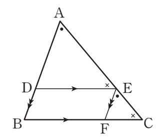
1 생각 열기



설명하기

1 단계 | 평행선 긋기

점 E를 지나고 변 AB에 평행한 직선이 변 BC와 만나는 점을 F라고 하자.



2 단계 | 두 삼각형이 닮음임을 보이기

$\triangle ADE$와 $\triangle EFC$에서

$\angle AED=\angle ECF$ (동위각),

$\angle EAD=\angle CEF$ (동위각)

이므로 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다.
따라서 $\triangle ADE \backsim \triangle EFC$이다.

3 단계 | 각 선분의 길이의 비 구하기

닮은 두 삼각형에서 대응하는 변의 길이의 비는 모두 같으므로
$\overline{AD}:\overline{EF}=\overline{AE}:\overline{EC}$이다.
또한, $\square DBFE$는 평행사변형이므로 $\overline{DB}=\overline{EF}$이다.
따라서 $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이다.

2 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

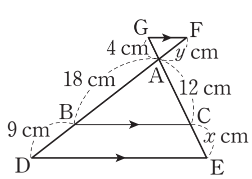
위와 같은 방법으로 두 점 D, E가 각각 두 변 AB, AC의 연장선 위에 있을 때에도 $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$가 성립함을 보일 수 있다.

208 10차시

플러스 문제

문제 3 유사

다음 그림에서 x, y의 값을 구하시오.



(단, $\overline{BC}/\!/\overline{DE}/\!/\overline{FG}$)

답 $x=6$, $y=6$

문제 풀이

문제 3

주안점 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

| 풀이 | $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로 $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$가 성립한다.

(1) $3:x=4:8$에서 $4x=24$
따라서 $x=6$이다.

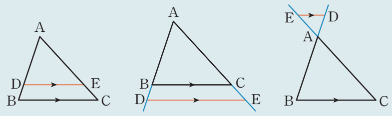
(2) $(x-15):x=6:(6+10)$에서
$6x=16(x-15)$
따라서 $x=24$이다.

일반적으로 다음이 성립한다.

삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비 (2)

△ABC에서 변 BC와 평행한 직선이 두 변 AB, AC 또는 그 연장선과 만나는 점을 각각 D, E라고 할 때, 다음이 성립한다.

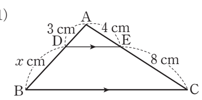
$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$



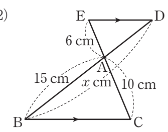
3 개념 확인

문제 **3** 다음 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, x의 값을 구하시오.

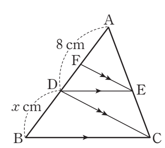
(1)



(2)



문제 **4** 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$, $\overline{CD} /\!/ \overline{EF}$이고 $\overline{AF} : \overline{FD} = 4 : 3$일 때, x의 값을 구하시오.



문제 4

주안점 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| △ADC에서 $\overline{CD} /\!/ \overline{EF}$이므로

$\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AF} : \overline{FD} = 4 : 3$

△ABC에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로

$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC} = 4 : 3$

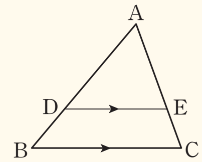
$8 : x = 4 : 3,\ 4x = 24$

따라서 $x = 6$이다.

수준별 지도 자료

■ **삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비 (2)의 역**

상 수준 △ABC에서 두 변 AB, AC 위에 두 점 D, E가 있을 때, $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$이면 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$임을 설명할 수 있게 한다.



$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$이므로

$$\frac{\overline{DB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{EC}}{\overline{AE}} \quad \cdots\cdots ①$$

①의 양변에 1을 더하고 정리하면

$$\frac{\overline{DB}}{\overline{AD}} + 1 = \frac{\overline{EC}}{\overline{AE}} + 1,\ \frac{\overline{AD} + \overline{DB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AE} + \overline{EC}}{\overline{AE}}$$

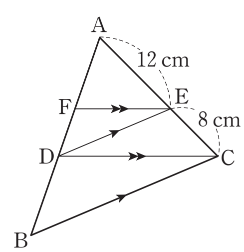
이므로 $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$

따라서 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$이므로 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이다.

플러스 문제

문제 **4** 심화

오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$, $\overline{DC} /\!/ \overline{FE}$일 때, $\overline{AF} : \overline{FD} : \overline{DB}$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내시오.



|풀이| $\overline{AE} : \overline{EC} = 12 : 8 = 3 : 2$

△ADC에서 $\overline{DC} /\!/ \overline{FE}$이므로

$\overline{AF} : \overline{FD} = 3 : 2$

이때 $\overline{AF} = 3k$, $\overline{FD} = 2k\,(k > 0)$라고 하면

△ABC에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로

$\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 2$

$\overline{AD} = 3k + 2k = 5k$이므로 $\overline{DB} = \dfrac{10}{3}k$

따라서

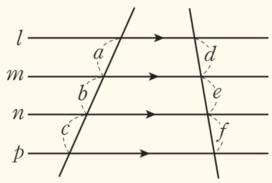
$\overline{AF} : \overline{FD} : \overline{DB} = 3k : 2k : \dfrac{10}{3}k$

$= 9 : 6 : 10$

교과서 지도 방안

1 생각 열기 | 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 구하기 위해서는 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용하면 된다. 삼각형에서 평행선에 의하여 생긴 선분의 길이의 비를 구하기 위해서는 보조선을 그어 삼각형을 만들면 됨을 이해하게 한다.

2 네 개 이상의 평행선 사이에서도 다음과 같이 선분의 길이의 비가 성립함을 알도록 지도한다.



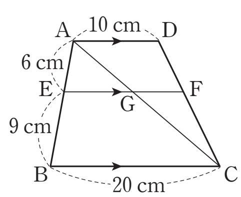
$l /\!/ m /\!/ n /\!/ p$이면 $\quad a : b : c = d : e : f$

3 개념 확인 | 세 직선이 다른 두 직선과 만날 때, 세 직선 사이의 선분의 길이의 비가 같으면 이 세 직선이 평행하다고 생각하는 경우가 있다. 그러나 선분의 길이의 비가 같다고 해서 세 직선이 평행한 것은 아님을 알도록 지도한다.

플러스 문제

문제 6 유사

오른쪽 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{EF} /\!/ \overline{BC}$일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\overline{EG}$의 길이 (2) $\overline{CF} : \overline{CD}$

(3) $\overline{GF}$의 길이 (4) $\overline{EF}$의 길이

|풀이| (1) $\overline{EG} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{AB} = 6 : 15$이므로

$\overline{EG} = 8$ cm

(2) $\overline{CF} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{BA} = 9 : 15 = 3 : 5$

(3) $\overline{GF} : \overline{AD} = \overline{CF} : \overline{CD} = 3 : 5$이므로

$\overline{GF} = 6$ cm

(4) $\overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = 8 + 6 = 14$ (cm)

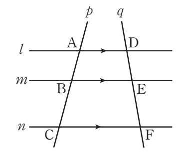
평행선 사이의 선분의 길이의 비는 어떤 관계가 있나요?

평행선 사이의 선분의 길이의 비

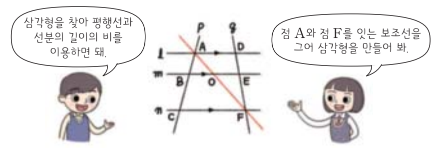
오른쪽 그림과 같이 평행한 세 직선 l, m, n이 서로 다른 두 직선 p, q와 만나는 점을 각각 A, B, C, D, E, F라고 할 때,

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{EF}$

임을 설명하여 보자.



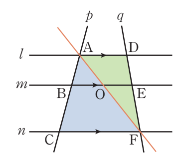
1 생각 열기



설명하기

1단계 | 보조선 긋기

오른쪽 그림과 같이 두 점 A, F를 지나는 직선이 직선 m과 만나는 점을 O라고 하자.



2단계 | 선분의 길이의 비 찾기

△ACF에서 $\overline{BO} /\!/ \overline{CF}$이므로

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AO} : \overline{OF}$ …… ①

이다.

또, △AFD에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{OE}$이므로

$\overline{AO} : \overline{OF} = \overline{DE} : \overline{EF}$ …… ②

이다.

3단계 | 각 선분의 길이의 비 구하기

①, ②에서

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{EF}$

이다.

210 11차시

문제 풀이

문제 5

주안점 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $8 : 12 = 10 : x$에서 $\quad x = 15$

(2) $5 : 7 = x : (10 - x)$에서 $\quad x = \dfrac{25}{6}$

문제 6

주안점 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $6 : 3 = 12 : (x - 12)$에서 $\quad x = 18$

또, $6 : 3 = 9 : y$에서 $\quad y = \dfrac{9}{2}$

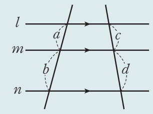
이상을 정리하면 다음과 같다.

2 **평행선 사이의 선분의 길이의 비**

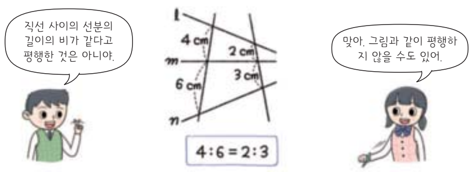
세 평행선이 다른 두 직선과 만날 때, 평행선 사이의 선분의 길이의 비는 같다.

즉, 오른쪽 그림에서

$l /\!/ m /\!/ n$이면 $a : b = c : d$

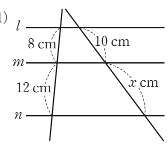


3 개념 확인

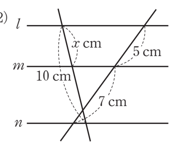


문제 **5** 다음 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, x의 값을 구하시오.

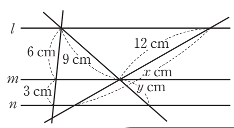
(1)



(2)



문제 **6** 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, x, y의 값을 구하시오.



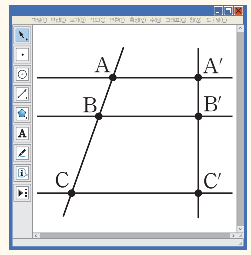
11차시 211

수준별 지도 자료

■ **평행선 사이의 선분의 길이의 비**

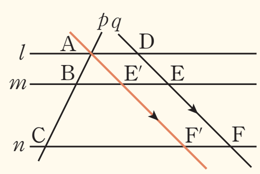
하 수준 구체적인 예를 통해 세 평행선이 다른 두 직선과 만날 때, 평행선 사이의 선분의 길이의 비는 같음을 알 수 있도록 지도한다.

예 컴퓨터 프로그램을 이용하여 $\overline{AA'} /\!/ \overline{BB'} /\!/ \overline{CC'}$일 때, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$의 길이를 각각 구하고, $\overline{AB} : \overline{BC}$와 $\overline{A'B'} : \overline{B'C'}$을 비교해 본다.



상 수준 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 다음과 같은 방법으로 정당화할 수도 있다.

다음 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, 점 A를 지나고 직선 q에 평행한 직선이 두 직선 m, n과 만나는 점을 각각 E′, F′이라고 하자.



$\triangle$ACF′에서 $\overline{BE'} /\!/ \overline{CF'}$이므로

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AE'} : \overline{E'F'}$ ...... ①

이때 □AE′ED와 □E′F′FE는 모두 평행사변형이므로

$\overline{AE'} = \overline{DE}$, $\overline{E'F'} = \overline{EF}$ ...... ②

①, ②에서

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{EF}$

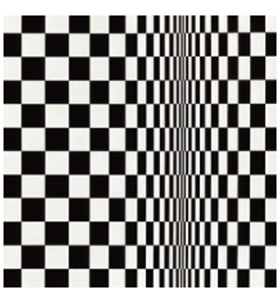
이다.

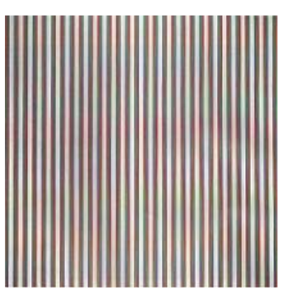
플러스 자료

옵아트(Op Art)

옵아트는 '옵티컬 아트(Optical Art)'를 줄여서 부르는 용어로 1965년 뉴욕 현대미술관에서 개최된 전시회 '감응하는 눈(The Responsive Eye)' 이후 "타임"지에 처음 쓰였다. 옵티컬이란 '시각적 착각'을 의미하는데 옵아트의 작품은 실제로 화면이 움직이는 듯한 착시 현상을 일으킨다. 예를 들어 구불거리는 하얀 배경 위에 검은 평행선들이 놓인 브리짓 라일리(Bridget Riley, 1931∼)의 생명감 넘치는 작품은 운동감과 깊이감을 설득력 있게 전달한다.

(두산백과, 2017년)





스스로 확인하기

1 이해하기 | 하 중 상

주안점 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) △ABC∽△ADE이므로

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$

$9 : 4 = 9 : x$, $x = 4$

(2) △ABC∽△ADE이므로

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$

$(20-x) : x = 15 : 10$, $x = 8$

2 계산하기 | 하 중 상

주안점 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| △ABQ∽△ADP이므로

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BQ} : \overline{DP}$, $(x+8) : 8 = 6 : 4$, $x = 4$

△ABC∽△ADE이므로 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$

$12 : 8 = (6+y) : 9$, $y = \frac{15}{2}$

3 이해하기 | 하 중 상

주안점 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $5 : 10 = 3 : x$에서 $x = 6$

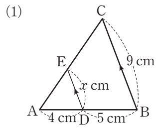
스스로 확인하기

정답 및 풀이 284쪽

1

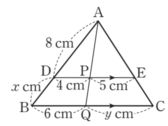
다음 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, x의 값을 구하시오.

(1) (2)



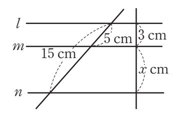
2

오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, x, y의 값을 구하시오.



3

다음 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, x의 값을 구하시오.



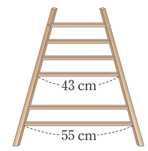
수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 472~473쪽

소단원 평가 ⇨ 480쪽

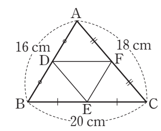
4

오른쪽 그림과 같이 일정한 간격으로 다리가 놓여 있는 사다리에서 밑에서 세 번째 다리가 파손되어 없어져 새로 만들어야 한다. 이때 새로 만들어야 할 다리의 길이를 구하시오. (단, 사다리의 다리들은 서로 평행하다.)



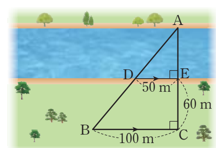
5

오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 세 변 AB, BC, CA의 중점을 각각 D, E, F라고 하자. 이때 △DEF의 둘레의 길이를 구하시오.



6 창의•융합

다음은 강의 폭을 구하기 위해 측정하여 나타낸 것이다. $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, 강의 폭은 몇 m인지 구하시오.



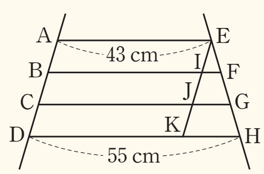
212 11차시

이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

4 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 실생활에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용하여 새로 만들어야 할 다리의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 오른쪽 그림과 같이 점 A~H를 정하고, 점 E를 지나고 $\overline{AD}$에 평행한 직선이 $\overline{BF}$, $\overline{CG}$, $\overline{DH}$와 만나는 점을 각각 I, J, K라고 하면 □ADKE는 평행사변형이다.



$\overline{DK} = \overline{AE} = 43$ cm이므로

$\overline{KH} = \overline{DH} - \overline{DK} = 55 - 43 = 12$ (cm)

△EKH에서 $\overline{IF} /\!/ \overline{KH}$이므로 $\overline{IF} = x$ cm라고 하면

$\overline{EF} : \overline{EH} = \overline{IF} : \overline{KH}$

$1 : 3 = x : 12$, $x = 4$

따라서 새로 만들어야 할 다리의 길이는

$\overline{BF} = \overline{BI} + \overline{IF} = 43 + 4 = 47$ (cm)이다.

5 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 삼각형의 둘레의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| △ABC와 △ADF가 서로 닮은 도형이고 닮음비가 $2 : 1$이므로

$\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 10$ (cm)

같은 방법으로 $\overline{FE} = 8$ cm, $\overline{ED} = 9$ cm

따라서 △DEF의 둘레의 길이는 $10 + 8 + 9 = 27$ (cm)이다.

6 추론하기 | 하 중 상

주안점 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 실생활에서 강의 폭을 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\overline{AE} = x$ m라고 하면 △ABC∽△ADE이므로

$\overline{BC} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{AE}$

$100 : 50 = (x+60) : x$, $x = 60$

따라서 강의 폭은 60 m이다.

생각 생각 활동

A4 종이를 7등분 하기

종이를 반으로 접으면 2등분이 되고, 또 계속 반으로 접으면 4등분, 8등분을 할 수 있다. 그런데 이렇게 종이를 반으로 접는 방법으로는 5등분, 7등분을 하기는 쉽지 않다.
A4 종이 2장(종이❶과 종이❷)을 준비하여 다음과 같은 순서에 따라 A4 종이를 7등분 하여 보자.

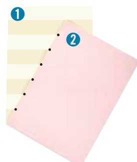
1 단계 〈그림 1〉과 같이 A4 종이❶을 반으로 3번 접어 8등분 한 후 펼친다.

2 단계 〈그림 2〉와 같이 A4 종이❷의 한쪽 끝을 종이❶과 맞추고, 다른 한쪽은 종이❶의 첫 번째 접은 선에 맞추어 종이❶의 접은 선과 만나는 점을 모두 표시한다.

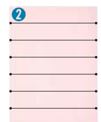
3 단계 종이❷에 점을 표시한 변과 마주 보는 변에 대하여 2 단계의 방법대로 점을 표시한다.

4 단계 종이❷에 표시된 점을 〈그림 3〉과 같이 이으면 종이❷를 7등분 하게 된다.

〈그림 1〉



〈그림 2〉

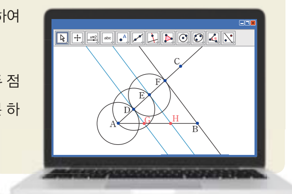


〈그림 3〉

수행 과제 추론·정보 처리

1 위 4 단계에서 A4 종이❷가 7등분이 되는 이유를 설명하여 보자.

2 오른쪽 그림은 컴퓨터 프로그램을 이용하여 그린 것으로 두 점 G, H는 선분 AB를 3등분 하는 점이다. 선분 AB를 3등분 하는 점을 그리는 순서를 설명하여 보자.



12차시 213

생각 생각 활동

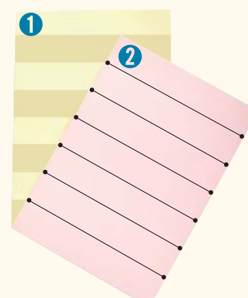
[지도 목표] 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용하여 A4 종이를 7등분 할 수 있게 한다.

[지도 방법] A4 종이 2장을 준비하여 1장은 반으로 3번 접어 8등분 한 후, 주어진 단계에 따라 다른 A4 종이를 7등분 할 수 있도록 지도한다.

수행 과제

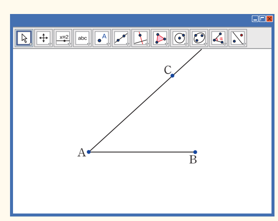
[예시 답안]

1 8등분 한 A4 종이❶의 접은 선들은 모두 평행하고 간격이 일정하다. 또한, [2단계]와 [3단계]에서 A4 종이❷에 그려진 점들의 간격은 평행선 사이의 선분의 길이의 비가 일정하다는 성질에 의하여 모두 간격이 일정하다. 따라서 [4단계]에서 이은 선분들은 A4 종이❷를 7등분 하게 된다.

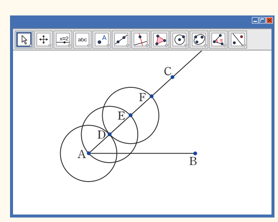


2 컴퓨터 프로그램을 이용하여 다음 순서에 따라 선분 AB를 3등분 하는 점을 찾을 수 있다.

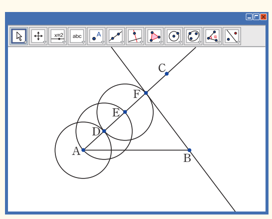
❶ 반직선 AC를 그린다.



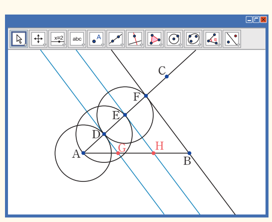
❷ 점 A를 중심으로 하는 원을 그리고, 이 원과 반지름의 길이가 같은 원을 오른쪽 그림과 같이 2개 더 그린다. 이때 원의 중심 D, E는 반직선 AC 위에 있도록 그린다.



❸ 두 점 F, B를 잇는 직선을 그린다.



❹ 두 점 D, E를 지나고 직선 FB에 평행한 직선을 각각 그린다. 이 두 직선과 선분 AB가 만나는 두 점 G, H가 선분 AB를 3등분 하는 점이 된다.



4 삼각형의 무게중심

1 소단원 성취기준

[9수04-15] 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 구할 수 있다.

- 삼각형의 무게중심을 이해할 수 있다.

2 새로 나온 학습 요소

중선, 무게중심

3 지도상의 유의점

- 삼각형의 세 중선이 한 점에서 만남을 컴퓨터 프로그램을 이용하여 직관적으로 이해하도록 지도한다.
- 세 중선이 한 점에서 만나는 것을 연역적으로 설명하는 것은 지나치게 강조하지 않는다.
- 삼각형의 무게중심을 삼각형의 외심, 내심과 혼동하지 않도록 지도한다.

4 삼각형의 무게중심

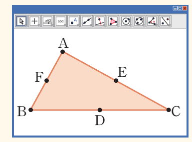
삼각형의 무게중심을 이해한다.

줄타기는 줄꾼이 줄 위를 걸어 다니면서 여러 가지 재주를 보여 주는 전통 놀이로 줄 위에서 떨어지지 않으려면 중심을 잘 잡아야 한다.

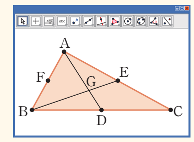
탐구 학습

삼각형의 무게중심은 무엇인가요?

열기 컴퓨터 프로그램을 이용하여 다음 순서에 따라 활동을 하고, 선분 CF가 점 G를 지나는지 확인하여 보자.

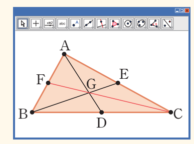


❶ 삼각형 ABC를 그리고, 세 변의 중점을 각각 D, E, F라고 하자.



❷ 두 선분 AD, BE를 그리고, 그 교점을 G라고 하자.

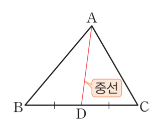
다지기 오른쪽 그림과 같이 선분 CF를 그리면 선분 CF는 점 ☐를 지난다.



키우기 삼각형의 각 꼭짓점에서 대변의 중점을 이은 세 선분은 항상 한 점에서 만날까?

삼각형의 무게중심

오른쪽 그림과 같이 삼각형의 한 꼭짓점과 그 대변의 중점을 이은 선분을 **중선**이라고 한다. 한 삼각형에는 세 개의 중선이 있다.



214 13차시

소단원 도입 글 지도 방법

2011년 유네스코 인류무형문화유산으로 등재된 줄타기는 줄에서 떨어지지 않기 위해 몸의 중심을 잡아가며 줄 위에서 다양한 묘기를 하는 전통 공연 예술이다. 가느다란 줄 위에서 줄타기를 하려면 좌우의 균형을 잘 잡아야 하는데 결국은 줄타기를 하는 사람의 무게의 중심이 줄 위에 있어야 떨어지지 않는다. 무게중심을 이용하는 줄타기와 같은 전통 공연 예술을 소개함으로써 이 단원에서 학습하게 될 삼각형의 무게중심에 대하여 흥미를 유발할 수 있도록 지도한다.

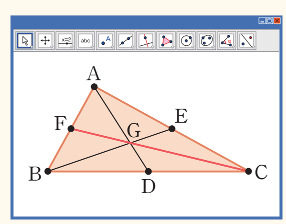
탐구 학습 지도 방법

열기

컴퓨터 프로그램을 이용하여 삼각형 ABC를 그리고, 각 꼭짓점에서 대변의 중점을 연결하는 세 선분을 그려 한 점에서 만나는지 확인하게 한다.

다지기

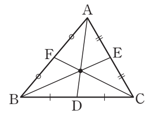
오른쪽 그림과 같이 삼각형의 각 꼭짓점에서 대변의 중점을 연결하는 세 선분은 한 점에서 만나는 것을 볼 수 있다. 즉, 선분 CF는 점 G를 지남을 알게 한다. 답 G



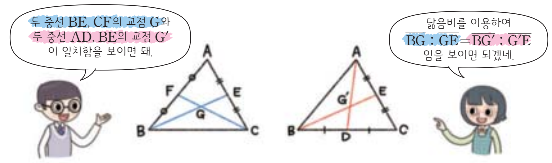
키우기

삼각형의 세 꼭짓점을 움직여 봄으로써 삼각형의 모양에 상관없이 각 꼭짓점에서 대변의 중점을 이은 세 선분은 항상 한 점에서 만남을 알도록 지도한다.

오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 세 중선이 한 점에서 만남을 알아보자.

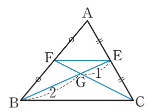


1 생각 열기



2 설명하기

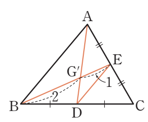
1단계 | $\overline{BG}:\overline{GE}=2:1$임을 보이기



△ABC에서 두 중선 BE, CF의 교점을 G라고 하면
△ABC와 △AFE에서
$\overline{AB}:\overline{AF}=\overline{AC}:\overline{AE}=2:1$,
∠A는 공통인 각
이므로 △ABC∽△AFE이다.
이때 ∠ABC=∠AFE이므로
$\overline{BC}/\!/\overline{FE}$, $\overline{BC}:\overline{FE}=2:1$
이다. 따라서 △GBC∽△GEF이고, 두 삼각형의 닮음비가 2 : 1이므로
$\overline{BG}:\overline{GE}=2:1$
이다.

> △GBC와 △GEF에서
> ∠GBC=∠GEF (엇각)
> ∠GCB=∠GFE (엇각)
> 이므로
> △GBC∽△GEF

2단계 | $\overline{BG'}:\overline{G'E}=2:1$임을 보이기



△ABC에서 두 중선 AD, BE의 교점을 G′이라고 하면
위와 같은 방법으로 △G′AB∽△G′DE이고, 두 삼각형의 닮음비가 2 : 1이다. 따라서
$\overline{BG'}:\overline{G'E}=2:1$
이다.

3단계 | 세 중선이 한 점에서 만나는 것을 설명하기

두 점 G와 G′은 모두 중선 BE를 꼭짓점 B로부터 그 길이를 2 : 1로 나누는 점이므로 G와 G′은 같은 점이다.
그러므로 △ABC의 세 중선은 한 점에서 만난다.

13차시 215

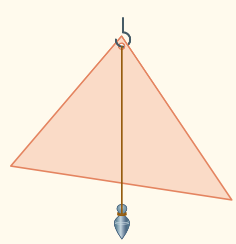
교과서 지도 방안

1 **생각 열기 |** 삼각형의 세 중선이 한 점에서 만남을 보이기 위해서는 두 중선 BE, CF가 만나서 생기는 교점 G와 두 중선 BE, AD가 만나서 생기는 교점 G′이 일치함을 보이면 된다. 두 점 G와 G′이 일치함을 보이기 위해서는 $\overline{BG}:\overline{GE}=\overline{BG'}:\overline{G'E}$임을 보이면 됨을 이해하게 한다.

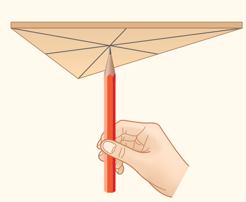
2 삼각형의 무게중심을 삼각형의 외심, 내심과 혼동하는 경우가 있으므로 각각의 뜻과 성질을 정확하게 구별할 수 있도록 지도한다.

수준별 지도 자료

■ **삼각형의 무게중심을 찾는 법**



(하 수준) 오른쪽 그림과 같이 추를 매단 실을 삼각형의 한 꼭짓점에 고정시키고 밑으로 늘어뜨린다. 실이 지나간 선을 삼각형 위에 그리면 이 선분은 삼각형의 중선이다. 다른 한 꼭짓점에서도 같은 방법으로 선분을 그리면 두 선분의 교점이 이 삼각형의 무게중심이 된다.

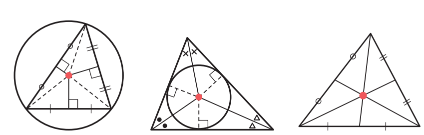


삼각형의 무게중심은 균형을 이루는 점으로, 오른쪽 그림과 같이 삼각형의 무게중심에 뾰족한 연필을 대고 들어 올리면 평형을 이룬다.

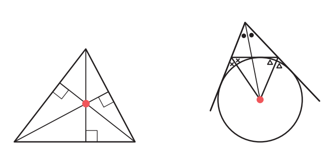
플러스 자료

삼각형의 오심

- 외심: 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점
  (외접원의 중심)
- 내심: 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점
  (내접원의 중심)
- 무게중심: 삼각형의 세 중선의 교점
- 수심: 삼각형의 각 꼭짓점에서 대변에 그은 수선의 교점
- 방심: 삼각형의 한 내각의 이등분선과 다른 두 각의 외각의 이등분선의 교점
  (방접원의 중심)



외심 내심 무게중심



수심 방심

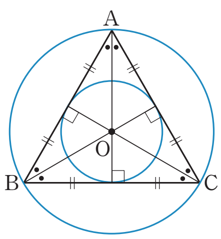
∷ 교과서 지도 방안

❶ 개념 확인 | 삼각형의 한 꼭짓점에서 무게중심을 지나는 선분은 중선이고, 무게중심은 그 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 2 : 1로 나누는 점이라는 사실을 이해할 수 있도록 지도한다.

플러스 자료

정삼각형의 내심, 외심, 무게중심

정삼각형은 이등변삼각형이므로 세 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분 한다.



즉, 정삼각형의 세 변의 수직이등분선은 각 꼭지각의 이등분선이고 동시에 중선이기도 하므로 정삼각형의 내심, 외심, 무게중심은 일치함을 알 수 있다.

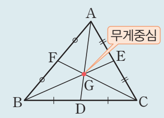
삼각형의 세 중선의 교점을 그 삼각형의 **무게중심**이라고 한다. 이때 삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

삼각형의 무게중심

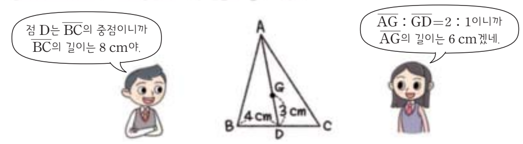
삼각형의 세 중선은 한 점 G(무게중심)에서 만나고, 이 점은 세 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다. 즉, 오른쪽 그림에서

$\overline{AG} : \overline{GD} = \overline{BG} : \overline{GE} = \overline{CG} : \overline{GF} = 2 : 1$



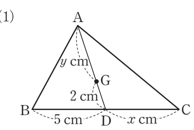
❶ 개념 확인

점 G가 △ABC의 무게중심일 때, 선분의 길이 구하기

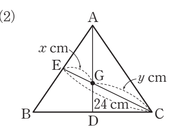


문제 1 다음 그림에서 점 G가 △ABC의 무게중심일 때, x, y의 값을 구하시오.

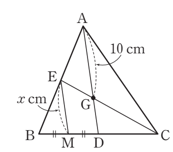
(1)



(2)



문제 2 오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이고, 점 M은 $\overline{BD}$의 중점이다. $\overline{AG} = 10$ cm일 때, x의 값을 구하시오.



문제 풀이

문제 1

주안점 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

| 풀이 | (1) 점 G가 △ABC의 무게중심이므로 $\overline{AD}$는 중선이다.

따라서 $x=5$이다.

또, 점 G는 $\overline{AD}$를 2 : 1로 나누는 점이므로

$\overline{AG} : \overline{GD} = y : 2 = 2 : 1$

따라서 $y=4$이다.

(2) 점 G는 $\overline{CE}$를 2 : 1로 나누는 점이므로

$$x = \frac{1}{3} \times 24 = 8$$

$$y = \frac{2}{3} \times 24 = 16$$

문제 2

주안점 삼각형의 무게중심의 성질과 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

| 풀이 | 점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$

에서 $\overline{GD} = 5$ cm

이때 $\overline{AD} = 10 + 5 = 15$ (cm)

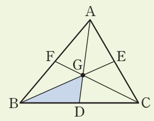
그런데 $\overline{BE} = \overline{EA}$, $\overline{BM} = \overline{MD}$이므로 △ABD에서

$\overline{AD} : \overline{EM} = \overline{BD} : \overline{BM} = 2 : 1$

즉, $15 : x = 2 : 1$

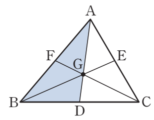
따라서 $x = \dfrac{15}{2}$이다.

예제 1 오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 $\triangle ABC$의 넓이가 $12\ cm^2$일 때, $\triangle GBD$의 넓이를 구하시오.



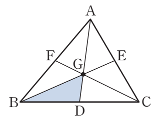
풀이 오른쪽 그림에서 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이고, $\triangle ABC$와 $\triangle ABD$는 높이가 같으므로

$$\triangle ABD=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12=6\ (cm^2)$$



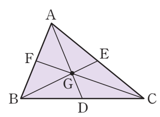
또, 오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{AD}$를 점 A로부터 $2:1$로 나눈다. 이때 $\triangle GBD$와 $\triangle ABD$는 높이가 같으므로

$$\triangle GBD=\frac{1}{3}\triangle ABD=\frac{1}{3}\times 6=2\ (cm^2)$$



답 $2\ cm^2$

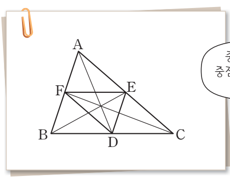
문제 3 오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 $\triangle GBC$의 넓이가 $9\ cm^2$일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하시오.



의사소통·추론

생각 넓히기 모둠 활동

다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 세 변의 중점을 D, E, F라고 할 때, $\triangle ABC$의 무게중심과 $\triangle DEF$의 무게중심이 일치하는지 모둠별로 알아보자.



플러스 자료

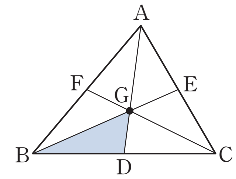
삼각형의 무게중심과 넓이

(1) 삼각형의 세 중선에 의하여 삼각형의 넓이는 6등분된다. 오른쪽 그림에서

$$\triangle ABD=\frac{1}{2}\triangle ABC$$

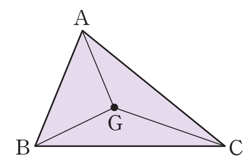
이므로

$$\triangle GBD=\frac{1}{3}\triangle ABD=\frac{1}{6}\triangle ABC$$



(2) 삼각형의 무게중심과 세 꼭짓점을 이어 생기는 세 삼각형의 넓이는 같다.

$$\triangle GAB=\triangle GBC=\triangle GCA=\frac{1}{3}\triangle ABC$$



문제 3

주안점 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\triangle ABC$에서 점 E는 $\overline{AC}$의 중점이므로

$$\triangle EBC=\frac{1}{2}\triangle ABC \quad \cdots\cdots ①$$

또, 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{BG}:\overline{GE}=2:1$에서

$$\triangle GBC=\frac{2}{3}\triangle EBC \quad \cdots\cdots ②$$

①, ②에서

$$\triangle GBC=\frac{1}{3}\triangle ABC$$

따라서 $\triangle ABC=3\triangle GBC=3\times 9=27\ (cm^2)$이다.

생각 넓히기

의사소통·추론

[지도 목표] 삼각형의 무게중심의 성질을 이해하게 한다.

[지도 방법] $\triangle ABC$의 세 중선이 $\triangle DEF$의 세 변의 중점을 지남을 이해하고 두 삼각형의 무게중심이 일치함을 설명할 수 있도록 지도한다.

[풀이] $\triangle ABC$와 $\triangle AFE$에서

$\overline{AB}:\overline{AF}=\overline{AC}:\overline{AE}=2:1$이고 $\angle A$는 공통인 각이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle AFE$이다.

이때 $\angle ABC=\angle AFE$이므로 $\overline{BC}\,/\!/\,\overline{FE}$이고

$\overline{FE}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이다. 한편, $\overline{FE}$와 $\overline{AD}$의 교점을 H라고 하면 $\triangle ABD$에서 $\overline{FH}\,/\!/\,\overline{BD}$이고 $\overline{AB}:\overline{AF}=2:1$이므로 $\overline{FH}=\frac{1}{2}\overline{BD}$이다.

마찬가지 방법으로 $\triangle ADC$에서 $\overline{HE}=\frac{1}{2}\overline{DC}$이다.

따라서 $\overline{FH}=\overline{HE}$이므로 점 H는 $\overline{FE}$의 중점이고, $\overline{AD}$는 $\overline{FE}$의 중점을 지난다.

같은 방법을 이용하여 나머지 두 중선 BE, CF도 각각 $\overline{DF}$, $\overline{ED}$의 중점을 지남을 보일 수 있다.

따라서 $\triangle ABC$의 무게중심과 $\triangle DEF$의 무게중심은 일치한다.

스스로 확인하기

1 이해하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로 $8:x=2:1$

따라서 $x=4$이다.

2 이해하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로

$$\overline{GD}=\frac{1}{2}\times 18=9\ (\mathrm{cm})$$

또, 점 G′은 $\triangle GBC$의 무게중심이므로

$\overline{GG'}:\overline{G'D}=2:1$이다.

따라서 $\overline{GG'}=\frac{2}{3}\times 9=6\ (\mathrm{cm})$이다.

3 추론하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\triangle ABD=\frac{1}{2}\triangle ABC$이므로

$$\triangle GBD=\frac{1}{3}\triangle ABD=\frac{1}{6}\triangle ABC$$

마찬가지 방법으로 $\triangle GAF=\triangle GCE=\frac{1}{6}\triangle ABC$

따라서 $5=\triangle GBD+\triangle GAF+\triangle GCE=\frac{1}{2}\triangle ABC$

에서 $\triangle ABC=2\times 5=10\ (\mathrm{cm}^2)$이다.

4 추론하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로

$$\angle BED=\angle EBC\ (\text{엇각}),\ \angle CDE=\angle DCB\ (\text{엇각})$$

따라서 $\triangle GED \backsim \triangle GBC$이다. 한편, 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 $\overline{BG}:\overline{GE}=2:1$이므로

$$\triangle GBC:\triangle GED=4:1$$

따라서 $\triangle GBC=4\triangle GED=8\ (\mathrm{cm}^2)$이다.

5 문제 해결하기 | 하 중 상

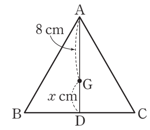
주안점 삼각형의 무게중심의 성질과 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

스스로 확인하기

정답 및 풀이 285쪽

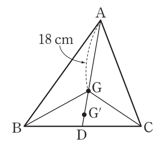
1

오른쪽 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심일 때, x의 값을 구하시오.



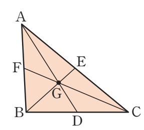
2

오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고, 점 G′은 $\triangle GBC$의 무게중심이다. $\overline{AG}=18$ cm일 때, $\overline{GG'}$의 길이를 구하시오.



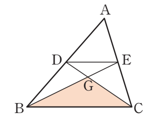
3

오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 $\triangle GAF$, $\triangle GBD$, $\triangle GCE$의 넓이의 합이 $5\ \mathrm{cm}^2$일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하시오.



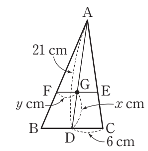
4

오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고, $\triangle GED$의 넓이가 $2\ \mathrm{cm}^2$일 때, $\triangle GBC$의 넓이를 구하시오.



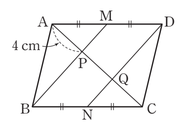
5

오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고, $\overline{BC}/\!/\overline{FE}$이다. $\overline{AD}=21$ cm, $\overline{DC}=6$ cm일 때, x, y의 값을 구하시오.



6 발전 문제

다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 두 점 M, N은 각각 두 변 AD, BC의 중점이다. $\overline{AP}=4$ cm일 때, $\overline{PQ}$의 길이를 구하시오.



수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 474~475쪽
소단원 평가 ⇨ 481쪽

218 **14차시**

이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

|풀이| $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로

$$x=\frac{1}{3}\times 21=7$$

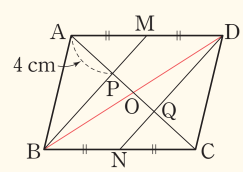
$\triangle AFG \backsim \triangle ABD$이므로 $y:6=\overline{AG}:\overline{AD}=2:3$

따라서 $y=\frac{6\times 2}{3}=4$이다.

6 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 무게중심의 성질과 평행사변형에서 대각선의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라고 하면 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle CDB$의 무게중심이다.



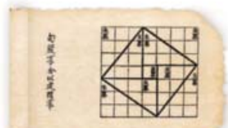
$\overline{AP}:\overline{PO}=2:1$에서 $\overline{PO}=2$ cm

마찬가지 방법으로 $\overline{QO}=2$ cm

따라서 $\overline{PQ}=\overline{PO}+\overline{QO}=2+2=4\ (\mathrm{cm})$이다.

5 피타고라스 정리

피타고라스 정리를 이해하고 설명할 수 있다.

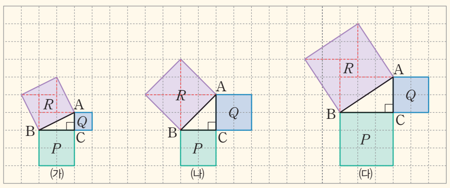


신라의 천문학 교재로 쓰인 중국의 책 "주비산경"에는 직각삼각형의 두 변의 길이가 3, 4일 때, 나머지 한 변의 길이는 5가 된다고 쓰여 있다.

탐구 학습

피타고라스 정리는 무엇인가요?

열기 다음 그림은 한 칸의 크기가 1인 모눈종이 위에 세 직각삼각형 ABC와 직각삼각형의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형 P, Q, R를 그린 것이다. 그림 (가), (나), (다)에서 정사각형 P, Q, R의 넓이를 구하고, 이들 사이에 어떤 관계가 있는지 설명하여 보자.



다지기 그림 (가), (나), (다)에서 정사각형 P, Q, R의 넓이를 구하면 다음과 같다.

	P의 넓이	Q의 넓이	R의 넓이
(가)	4	1	
(나)	4	4	
(다)	9	4	

(가)에서 $4+1=\square$, (나)에서 $4+4=\square$, (다)에서 $9+4=\square$이므로

(P의 넓이)+(Q의 넓이)=(R의 넓이)

인 관계가 성립한다.

키우기 직각삼각형의 세 변의 길이 사이에는 어떤 관계가 있을까?

피타고라스 정리 탐구 학습에서 정사각형 P와 Q의 넓이는 각각 $\overline{BC}^2$, $\overline{AC}^2$이고, 정사각형 R의 넓이는 $\overline{AB}^2$이므로 다음을 알 수 있다.

$$\overline{BC}^2+\overline{AC}^2=\overline{AB}^2$$

15차시 219

5 피타고라스 정리

1 소단원 성취기준

[9수04-16] 피타고라스 정리를 이해하고 설명할 수 있다.

- 피타고라스 정리를 이해하고 설명할 수 있다.
- 직각삼각형이 되는 조건을 이해할 수 있다.

2 새로 나온 학습 요소

피타고라스 정리

3 지도상의 유의점

- 피타고라스 정리를 도형의 닮음을 이용하여 설명하게 한다.
- 피타고라스 정리는 그 의미를 파악하는 데 중점을 두어 지도한다.
- 직각삼각형의 세 변의 길이는 유리수인 경우만 다룬다.
- 직각삼각형이 되는 조건은 직관적으로 이해하게 한다.
- 피타고라스 정리를 이해하고 설명하는 활동은 관찰이나 실험을 통해 확인하기, 연역적으로 논증하기 등과 같은 다양한 정당화 방법을 학생 수준에 맞게 활용할 수 있다.

탐구 학습 지도 방법

열기

모눈 한 칸의 넓이가 1임을 이용하여 각 그림의 정사각형 P, Q, R의 넓이를 구하고, 이들 사이에 어떤 관계가 있는지 설명하게 한다.

다지기

	P의 넓이	Q의 넓이	R의 넓이
(가)	4	1	5
(나)	4	4	8
(다)	9	4	13

이므로 (P의 넓이)+(Q의 넓이)=(R의 넓이)임을 알게 한다.

답 5, 8, 13

키우기

P, Q, R의 넓이는 각각 직각삼각형의 밑변의 길이, 높이, 빗변의 길이의 제곱임을 이해하고, 직각삼각형의 빗변의 길이의 제곱은 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합이 됨을 직관적으로 알 수 있도록 지도한다.

소단원 도입 글 지도 방법

옛날에는 직각삼각형의 직각을 낀 두 변 가운데 짧은 변을 구(勾), 긴 변을 고(股), 빗변을 현(弦)이라고 하였다. 신라의 천문학 교재로 사용된 중국의 책 "주비산경"에는 구를 3, 고를 4라고 할 때 현은 5가 된다는 내용이 있는데 이 구고현의 정리를 '구와 고의 제곱을 더하면 현의 제곱이 된다.'라고 제시해 놓았다. 구고현의 정리는 적어도 기원전 1000년쯤 발견된 것으로 알려져 있어 피타고라스 정리보다 먼저 발견된 것으로 보인다. 이와 같은 수학사를 소개함으로써 피타고라스 정리에 흥미를 느끼고 그 중요성을 알도록 지도한다.

(이준우, '실생활 자료를 활용한 피타고라스 정리의 지도에 관한 연구')

⁚ 교과서 지도 방안

❶ **생각 열기 |** $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $a^2+b^2=c^2$임을 보이기 위해서는 △ABC와 닮음인 두 직각삼각형을 찾아 닮음비를 구하고, 닮음인 두 직각삼각형에서 변의 길이 사이의 관계를 구하면 된다. 이때 △ABC와 닮음인 직각삼각형을 만들기 위해서는 점 C에서 $\overline{AB}$에 수선을 그으면 되는 것을 이해하게 한다.

❷ 닮은 두 직각삼각형에서 변의 길이 사이의 관계를 구할 때, 삼각형의 닮음 조건과 닮음의 성질이 이용되므로 이를 충분히 복습하여 이해하게 한다.

❸ 피타고라스 정리를 이용하여 직각삼각형의 한 변의 길이를 구할 때, 변의 길이는 항상 양수임에 주의하게 한다.

❹ **따라 하기 |** 학생들이 예제의 풀이 과정과 같이 피타고라스 정리를 이용하여 직각삼각형의 빗변의 길이를 구할 수 있도록 지도한다.

|풀이| 피타고라스 정리에 따라

$$\overline{AB}^2=1^2+\left(\frac{4}{3}\right)^2=1+\frac{16}{9}$$

$$=\frac{25}{9}=\left(\frac{5}{3}\right)^2$$

그런데 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=\frac{5}{3}$ cm

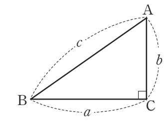
답 $\frac{5}{3}$ cm

❺ 피타고라스 정리를 이용하여 직각삼각형에서 두 변의 길이가 주어질 때 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있도록 지도한다.

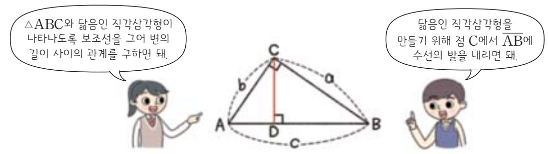
$\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$, $\overline{AB}=c$라고 할 때 도형의 닮음을 이용하여

$$a^2+b^2=c^2$$

이 성립하는지 설명하여 보자.



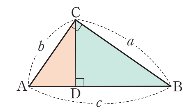
❶ 생각 열기



❷ 설명하기

1단계 | 점 C에서 빗변에 수선의 발 내리기

오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 D라고 하자.



2단계 | 닮은 두 삼각형에서 변의 길이 사이의 관계 구하기

➊ 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같을 때 두 삼각형은 서로 닮음이다.

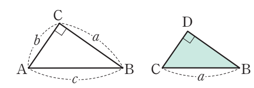
△ABC와 △CBD에서

$\angle B$는 공통인 각, $\angle ACB=\angle CDB=90^\circ$

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle CBD$

따라서 $c : a=a : \overline{DB}$이므로

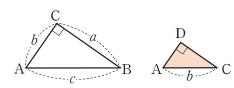
$a^2=c\times\overline{DB}$ …… ①



마찬가지로 △ABC와 △ACD에서

$c : b=b : \overline{AD}$이므로

$b^2=c\times\overline{AD}$ …… ②



3단계 | $a^2+b^2=c^2$임을 보이기

①, ②를 변끼리 더하면

$a^2+b^2=c\times\overline{DB}+c\times\overline{AD}=c\times(\overline{DB}+\overline{AD})$

이때 $\overline{DB}+\overline{AD}=c$이므로 $a^2+b^2=c^2$

일반적으로 직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이의 제곱의 합은 빗변의 길이의 제곱과 같음을 알 수 있다. 이와 같은 성질을 **피타고라스 정리**라고 한다.

220 15차시

문제 풀이

문제 1

주안점 피타고라스 정리를 이용하여 직각삼각형에서 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 피타고라스 정리에 따라

$$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=1^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2$$

$$=1+\frac{144}{25}=\frac{169}{25}=\left(\frac{13}{5}\right)^2$$

그런데 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=\frac{13}{5}$ cm이다.

(2) 피타고라스 정리에 따라 $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$이므로

$$\overline{AC}^2=\overline{BC}^2-\overline{AB}^2$$

$$=17^2-15^2=289-225$$

$$=64=8^2$$

그런데 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=8$ cm이다.

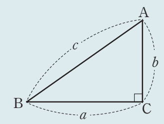
이상을 정리하면 다음과 같다.

피타고라스 정리는 고대 그리스의 수학자인 피타고라스(Pythagoras, B.C. 569?~B.C. 475?)의 이름에서 유래하였다.

피타고라스 정리

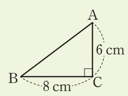
직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라고 하면

$$a^2+b^2=c^2$$



예제 1

$\angle C=90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=6$ cm, $\overline{BC}=8$ cm일 때, $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.



풀이 피타고라스 정리에 따라

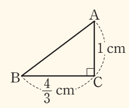
$$\overline{AB}^2=6^2+8^2=36+64$$
$$=100=10^2$$

그런데 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=10$ cm

답 10 cm

따라 하기 | 피타고라스 정리 이해하기

$\angle C=90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=1$ cm, $\overline{BC}=\frac{4}{3}$ cm일 때, $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.



풀이 피타고라스 정리에 따라

$\overline{AB}^2=$ ______

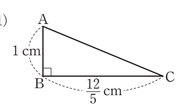
$=$ ______

그런데 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=$ ______

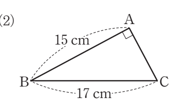
답 ______

문제 1 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.

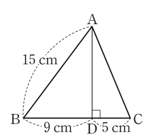
(1)



(2)



문제 2 오른쪽 그림과 같이 △ABC의 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 점 D라고 하자. $\overline{AB}=15$ cm, $\overline{BD}=9$ cm, $\overline{DC}=5$ cm일 때, $\overline{AD}$, $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.



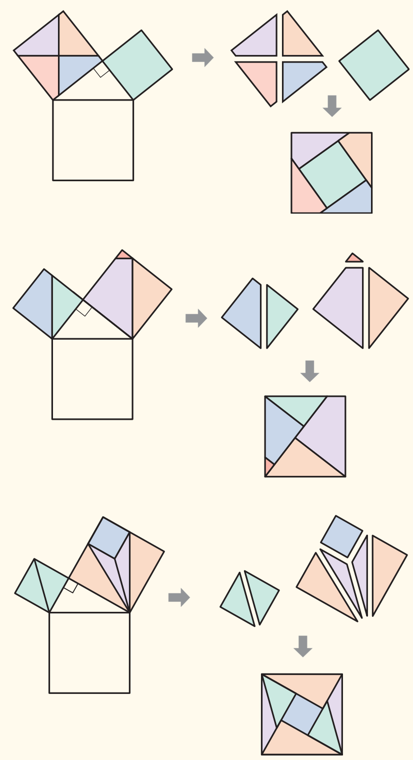
16차시 221

수준별 지도 자료

■ **조각 맞추기**

하 수준 조각 맞추기 활동과 같은 구체적인 조작을 통해 피타고라스 정리를 확인하고 이해하도록 지도한다.

예 여러 가지 직각삼각형에서 세 변을 각각 한 변으로 하는 세 정사각형을 그린 다음 직각을 낀 두 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 조각으로 나누고 직각삼각형의 빗변을 한 변으로 하는 정사각형에 맞추어 붙여 보면 작은 두 정사각형의 넓이의 합은 큰 정사각형의 넓이와 같음을 직관적으로 확인할 수 있게 한다.



문제 2

주안점 피타고라스 정리를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| △ABD는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 따라

$$\overline{AD}^2=15^2-9^2$$
$$=225-81$$
$$=144=12^2$$

그런데 $\overline{AD}>0$이므로 $\overline{AD}=12$ cm이다.

또, △ADC는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 따라

$$\overline{AC}^2=12^2+5^2$$
$$=144+25$$
$$=169=13^2$$

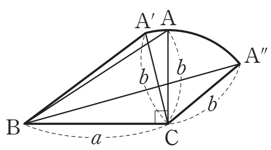
그런데 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=13$ cm이다.

교과서 지도 방안

❶ 컴퓨터 프로그램을 이용하여 세 변의 길이 사이에 $a^2+b^2=c^2$인 관계가 성립하는 삼각형이 직각삼각형임을 직관적으로 이해하도록 지도한다. 직각삼각형이 되는 조건은 피타고라스 정리의 내용과 다름을 구별할 수 있도록 지도하되 피타고라스 정리의 역임을 직접적으로 언급하지 않는다.

플러스 자료

직각삼각형의 결정 조건



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}=a$이고, 점 C를 중심으로 반지름의 길이가 b인 원을 그려, 원주 위의 세 점 A, A′, A″을 잡을 때

(1) $\angle C=90^\circ$인 $\triangle ABC$에서
 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AB}^2=a^2+b^2$

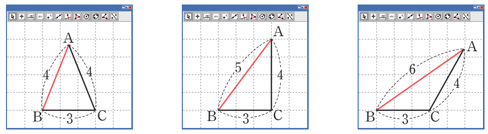
(2) $\angle C<90^\circ$인 $\triangle A'BC$에서
 $\overline{A'B}<\overline{AB}$이므로 $\overline{A'B}^2<a^2+b^2$

(3) $\angle C>90^\circ$인 $\triangle A''BC$에서
 $\overline{A''B}>\overline{AB}$이므로 $\overline{A''B}^2>a^2+b^2$

직각삼각형이 되는 조건은 무엇인가요?

직각삼각형이 되는 조건

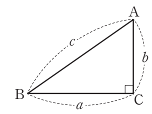
❶ 컴퓨터 프로그램을 이용하여 $\triangle ABC$의 세 변의 길이 a, b, c 중 한 변의 길이를 바꾸면서 이들 사이에 어떤 관계가 있을 때, 이 삼각형이 직각삼각형이 되는지 알아보자.



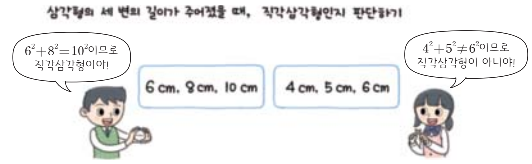
$3^2+4^2>4^2$ $3^2+4^2=5^2$ $3^2+4^2<6^2$

위의 그림에서 $3^2+4^2=5^2$인 두 번째 삼각형이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형임을 알 수 있다.

일반적으로 세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형 ABC에서 $a^2+b^2=c^2$이면 이 삼각형은 빗변의 길이가 c인 직각삼각형임이 알려져 있다.



개념 확인



문제 3 세 변의 길이가 각각 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형인 것을 모두 찾으시오.

(1) 3 cm, 6 cm, 7 cm (2) 5 cm, 12 cm, 13 cm

(3) 9 cm, 12 cm, 15 cm (4) 8 cm, 8 cm, 11 cm

생각 넓히기 문제 해결

모둠 활동

3, 4, 5와 같이 직각삼각형의 세 변의 길이가 되는 세 자연수의 쌍을 피타고라스 수라고 한다. 모둠별로 계산기를 이용하여 가장 큰 수가 17인 피타고라스 수를 찾아보자.

222 16차시

생각 넓히기 문제 해결

[지도 목표] 직각삼각형이 되는 조건을 이용하여 피타고라스 수를 찾을 수 있게 한다.

[지도 방법] 3, 4, 5와 같이 직각삼각형의 세 변의 길이가 되는 세 자연수의 쌍을 피타고라스 수라고 함을 소개한다. 직각삼각형이 되는 조건을 이용하여 가장 큰 수가 주어진 경우 피타고라스 수를 구하게 하고, 복잡한 계산은 계산기를 사용하도록 지도한다.

[예시 답안] 가장 큰 수가 17인 피타고라스 수를 a, b, 17이라고 하면 $a^2+b^2=17^2$이다. 1^2, 2^2, $\cdots$, 16^2 중에서 두 수의 합이 289인 경우는 $8^2+15^2=64+225=289$이다. 따라서 가장 큰 수가 17인 피타고라스 수를 쌍으로 나타내면 $(8, 15, 17)$이다.

문제 풀이

문제 3

주안점 직각삼각형이 되는 조건을 이해하여 세 변의 길이가 주어졌을 때 직각삼각형이 되는 것을 찾을 수 있게 한다.

|풀이| (1) $3^2+6^2=45$, $7^2=49$이므로 $3^2+6^2\neq7^2$
 따라서 이 삼각형은 직각삼각형이 아니다.

(2) $5^2+12^2=169$, $13^2=169$이므로 $5^2+12^2=13^2$
 따라서 이 삼각형은 직각삼각형이다.

(3) $9^2+12^2=225$, $15^2=225$이므로 $9^2+12^2=15^2$
 따라서 이 삼각형은 직각삼각형이다.

(4) $8^2+8^2=128$, $11^2=121$이므로 $8^2+8^2\neq11^2$
 따라서 이 삼각형은 직각삼각형이 아니다.

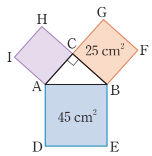
그러므로 직각삼각형인 것은 (2), (3)이다.

스스로 확인하기

정답 및 풀이 286쪽

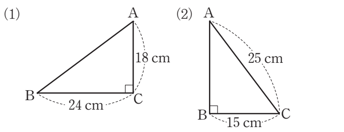
1

오른쪽 그림은 ∠C=90°인 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형 3개를 그린 것이다. □ADEB의 넓이는 45 cm², □BFGC의 넓이는 25 cm²일 때, □ACHI의 넓이를 구하시오.



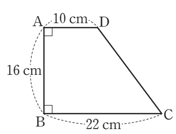
2

다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.



3

오른쪽 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{DC}$의 길이를 구하시오.



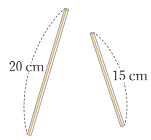
4

세 변의 길이가 각각 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형인 것을 찾으시오.

(1) 6 cm, 10 cm, 14 cm
(2) 7 cm, 15 cm, 20 cm
(3) 9 cm, 40 cm, 41 cm
(4) 12 cm, 15 cm, 25 cm

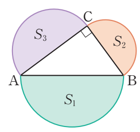
5

길이가 각각 20 cm, 15 cm인 빨대에 길이가 x cm인 빨대를 하나만 추가하여 직각삼각형을 만들려고 한다. 필요한 빨대의 길이는 몇 cm인지 구하시오. (단, $x>20$)



6 창의•융합

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 세 변 AB, BC, CA를 지름으로 하는 세 반원을 그릴 때, 그 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라고 하자. 이때 S_1, S_2, S_3 사이의 관계를 말하시오.



수업 보충 자료

기초력 향상 문제 ⇨ 476~477쪽
소단원 평가 ⇨ 482쪽
활동지 ⇨ 489쪽

이해도를 표시해 보세요.

17차시 223

스스로 확인하기

1 이해하기 | 하 중 상

주안점 피타고라스 정리를 통해 직각삼각형의 각 변을 한 변으로 하는 세 정사각형의 넓이 사이의 관계를 이해하게 한다.

|풀이| 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$이고, (□ADEB의 넓이)$=\overline{AB}^2$, (□BFGC의 넓이)$=\overline{BC}^2$, (□ACHI의 넓이)$=\overline{AC}^2$이므로

(□ACHI의 넓이)$=45-25=20$ (cm²)

따라서 □ACHI의 넓이는 20 cm²이다.

2 계산하기 | 하 중 상

주안점 피타고라스 정리를 이용하여 직각삼각형에서 한 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) 피타고라스 정리에 따라

$$\overline{AB}^2=18^2+24^2=324+576=900=30^2$$

그런데 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=30$ cm이다.

(2) 피타고라스 정리에 따라

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로 $\overline{AB}^2=\overline{AC}^2-\overline{BC}^2$

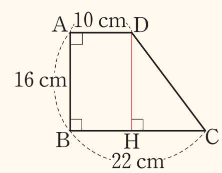
즉, $\overline{AB}^2=25^2-15^2=625-225=400=20^2$

그런데 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=20$ cm이다.

3 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 적당한 보조선을 긋고 피타고라스 정리를 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 오른쪽 그림에서



$\overline{DH}=16$ cm,

$\overline{HC}=22-10=12$ (cm)

이므로 직각삼각형 DHC에서

$$\overline{DC}^2=16^2+12^2=400=20^2$$

그런데 $\overline{DC}>0$이므로 $\overline{DC}=20$ cm이다.

4 판별하기 | 하 중 상

주안점 세 변의 길이가 주어졌을 때 직각삼각형이 되는 것을 찾을 수 있게 한다.

|풀이| (1) $6^2+10^2=136\neq14^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

(2) $7^2+15^2=274\neq20^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

(3) $9^2+40^2=1681=41^2$이므로 직각삼각형이다.

(4) $12^2+15^2=369\neq25^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

따라서 직각삼각형인 것은 (3)이다.

5 추론하기 | 하 중 상

주안점 직각삼각형이 되는 조건을 알게 한다.

|풀이| $x^2=20^2+15^2=400+225=625=25^2$

그런데 $x>20$이므로 $x=25$

즉, 필요한 빨대의 길이는 25 cm이다.

6 정당화하기 | 하 중 상

주안점 피타고라스 정리를 이용하여 닮은 도형의 넓이 사이의 관계를 알게 한다.

|풀이| △ABC의 세 변 BC, AC, AB의 길이를 각각 a, b, c라고 하면

$$S_1=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{c}{2}\right)^2=\frac{\pi}{8}c^2,\ S_2=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{\pi}{8}a^2,$$

$$S_3=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{b}{2}\right)^2=\frac{\pi}{8}b^2$$

△ABC에서 피타고라스 정리에 따라 $a^2+b^2=c^2$이므로

$$S_2+S_3=\frac{\pi}{8}a^2+\frac{\pi}{8}b^2=\frac{\pi}{8}(a^2+b^2)=\frac{\pi}{8}c^2=S_1$$

따라서 $S_2+S_3=S_1$이다.

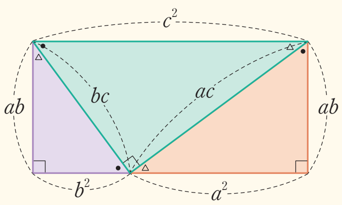
생각 생각 활동

[지도 목표] 피타고라스 정리가 성립하는 것을 여러 가지 방법으로 설명할 수 있게 한다.

[지도 방법]

서로 닮은 세 직각삼각형으로 하나의 직사각형을 만들어 이를 이용하여 피타고라스 정리가 성립하는 것을 설명할 수 있도록 지도한다.

세 변의 길이가 a, b, c인 직각삼각형에 대하여 닮음비가 $1:a$, $1:b$, $1:c$인 세 직각삼각형을 다음 그림과 같이 붙이면 하나의 직사각형이 만들어진다.



이때 세 삼각형이 하나의 직사각형이 되는 이유는 다음과 같다.

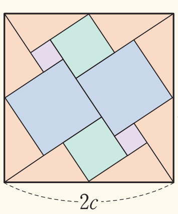
직각삼각형의 두 예각을 각각 ●, △라고 하면

●+△$=90^\circ$

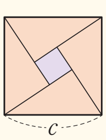
이므로 직각삼각형의 꼭짓점이 모여 이루는 각은 모두 직각 또는 평각이 된다.

수행 과제

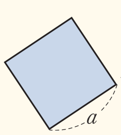
|풀이|



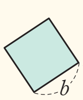
의 넓이는 $4c^2$,



의 넓이는 c^2,



의 넓이는 a^2,



의 넓이는 b^2이다.

따라서 $4c^2=2c^2+2a^2+2b^2$에서

$$c^2=a^2+b^2$$

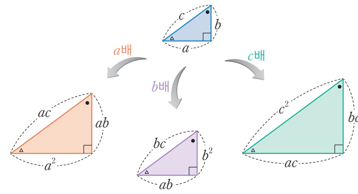
이다.

생각 생각 활동

피타고라스 정리의 다른 설명

피타고라스 정리가 성립함을 다음과 같은 방법으로 설명할 수 있다.

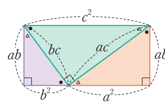
아래 그림과 같이 세 변의 길이가 a, b, c인 직각삼각형에서 닮음비가 각각 $1:a$, $1:b$, $1:c$인 직각삼각형 3개를 만든다.



위에서 만든 3개의 삼각형을 이용하면 오른쪽 그림과 같은 직사각형을 만들 수 있다. 그런데 직사각형의 대변의 길이는 같으므로

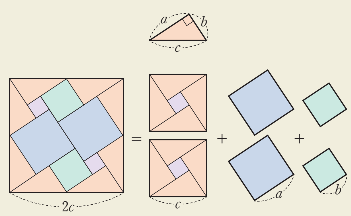
$$c^2=a^2+b^2$$

임을 알 수 있다.



수행 과제 추론

다음 그림은 2015년 우리나라의 수학자가 피타고라스 정리가 성립함을 그림으로 설명한 것이다. 이 그림을 이용하여 피타고라스 정리가 성립함을 설명하여 보자.



플러스 자료

피타고라스 정리를 증명한 우리나라 수학자

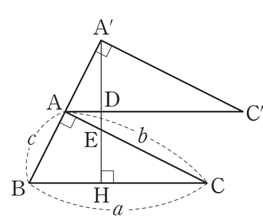
피타고라스 정리는 그 역사가 오래된 만큼 그 증명 방법도 수백 가지가 넘는다. 우리나라 수학자 허남구도 2015년 1월 "The College Mathematics Journal"이라는 논문집에 이 정리의 증명 방법을 처음 발표한 후, 그해 5월에는 "The American Mathematical Monthly"라는 논문집에 두 번째 증명 방법을 발표하였으며, 2017년 6월에는 "Mathematics Magazine"이라는 논문집에 세 번째 증명 방법을 발표하였다. 2015년 1월에 발표한 증명 방법은 수행 과제의 문제이며, 2015년 5월에 발표한 증명 방법은 다음과 같다.

오른쪽 그림에서

$\overline{AC}=\overline{AE}+\overline{EC}$이므로

$$b=\frac{c^2}{b}+\left(2b-\frac{a^2}{b}\right)$$

따라서 $a^2=b^2+c^2$



(허남구, 'Proof without words: Pythagorean Theorem via Ptolemy's Theorem'; 'Proof without words: The Pythagorean Theorem'; 'A new proof of the Pythagorean Theorem')

정답 및 풀이 286쪽

개념 콕콕

1 도형의 닮음

(1) 닮은 두 평면도형에서
① 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.
② 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

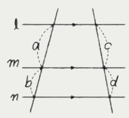
(2) 닮은 두 입체도형에서
① 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하다.
② 대응하는 면은 닮은 도형이다.

2 삼각형의 닮음 조건

(1) 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같다.
(2) 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.
(3) 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다.

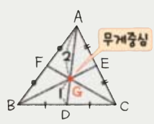
3 평행선 사이의 선분의 길이의 비

$l /\!/ m /\!/ n$이면
$a : b = c : d$

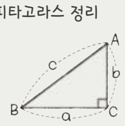


4 삼각형의 무게중심

$\overline{AG} : \overline{GD} = \overline{BG} : \overline{GE}$
$= \overline{CG} : \overline{GF}$
$= 2 : 1$

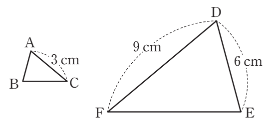


5 피타고라스 정리



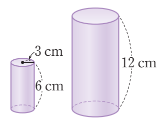
$a^2+b^2=c^2$

01 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$일 때, $\overline{AB}$의 길이는?



① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm ④ 4 cm ⑤ 5 cm

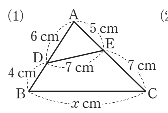
02 오른쪽 그림에서 두 원기둥이 서로 닮은 도형일 때, 큰 원기둥의 밑면의 넓이는?



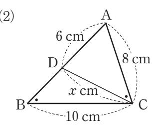
① 20π cm^2 ② 24π cm^2 ③ 28π cm^2 ④ 32π cm^2 ⑤ 36π cm^2

03 다음 그림에서 x의 값을 구하시오.

(1)



(2)



(단, $\angle B = \angle ACD$)

19차시 225

스스로 마무리하기

01 이해하기 | 하 중 상

주안점 평면도형에서의 닮음의 성질을 이용하여 대응하는 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{DF}$이므로 $\overline{AB} = x$ cm라고 하면 $x : 6 = 3 : 9$에서 $x = 2$이다.
따라서 $\overline{AB}$의 길이는 ② 2 cm이다.

02 이해하기 | 하 중 상

주안점 닮은 두 평면도형의 넓이의 비를 이용하여 원기둥의 밑면의 넓이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 닮음비는 $6 : 12 = 1 : 2$이고 넓이의 비는 닮음비의 제곱이므로 큰 원기둥의 밑면의 넓이를 x cm^{2}라고 하면 $1^2 : 2^2 = 9\pi : x$에서 $x = 36\pi$이다.
따라서 큰 원기둥의 밑면의 넓이는 ⑤ 36π cm^{2}이다.

03 이해하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 닮음 조건을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $\triangle ABC \backsim \triangle AED$이므로
$x : 7 = 10 : 5$에서 $x = 14$이다.
(2) $\triangle ABC \backsim \triangle ACD$이므로
$10 : x = 8 : 6$에서 $x = \dfrac{15}{2}$이다.

개념 콕콕 확인 문제

1 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소한 것이 다른 도형과 합동이 될 때, 이 두 도형은 서로 □인 관계에 있다고 한다.

(2) 닮은 두 도형에서 대응하는 변의 길이의 비를 □(이)라고 한다.

(3) 삼각형의 세 중선의 교점을 그 삼각형의 □(이)라고 하고, 이 점은 세 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 각각 □(으)로 나눈다.

2 다음 설명 중에서 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 ( ) 안에 써넣으시오.

(1) 닮은 두 삼각형에서 대응하는 변의 길이의 비는 같다. ( )

(2) 닮은 두 평면도형의 닮음비와 넓이의 비는 같다. ( )

(3) 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으면 두 삼각형은 서로 닮음이다. ( )

(4) 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같으면 두 삼각형은 서로 닮음이다. ( )

답 1 (1) 닮음 (2) 닮음비 (3) 무게중심, 2 : 1 2 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ×

04 계산하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 닮음 조건을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $\triangle ADC \backsim \triangle BDA$이므로

$4 : x = 8 : 4$에서 $x=2$이다.

(2) $\triangle ABC \backsim \triangle ACD$이므로

$(4+x) : 6 = 6 : 4$에서 $4(4+x)=36$

따라서 $x=5$이다.

05 계산하기 | 하 중 상

주안점 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$이므로

$(x+10) : 10 = 18 : 12$에서 $12(x+10)=180$

즉, $x+10=15$에서 $x=5$이다.

(2) $x : 3 = 8 : 6$에서 $x=4$이다.

06 추론하기 | 하 중 상

주안점 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle DCE$이다.

따라서 $\overline{BE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{DC} = 2 : 3$

즉, $\overline{BE} : \overline{BC} = 2 : 5$

$\triangle BDC$에서 $\overline{EF} /\!/ \overline{CD}$이고 $\overline{CD}=3$ cm이므로

$\overline{BE} : \overline{BC} = x : 3 = 2 : 5$에서 $x=\frac{6}{5}$이다.

07 추론하기 | 하 중 상

주안점 닮은 도형에서 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\triangle OAD \backsim \triangle OCB$이므로

$\triangle OAD : \triangle OCB = 9 : 36 = 1 : 4 = 1^2 : 2^2$

따라서 두 삼각형의 닮음비는 $1 : 2$이므로

$\overline{BC} = 18 \times \frac{2}{3} = 12$ (cm)이다.

08 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 무게중심의 성질과 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\triangle ADC$에서 $\overline{AE}=\overline{EC}$, $\overline{DM}=\overline{MC}$이므로

$\overline{AD} : \overline{EM} = \overline{CD} : \overline{CM} = 2 : 1$, 즉 $\overline{AD}=6$ cm

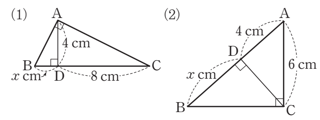
그런데 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AD} : \overline{AG} = 3 : 2$

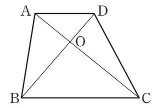
따라서 $\overline{AG}=4$ cm이다.

스스로 마무리하기

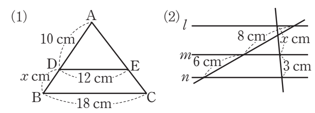
04 다음 그림에서 x의 값을 구하시오.



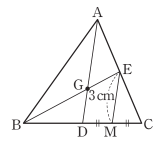
07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 $\triangle OAD$의 넓이는 9 cm^2, $\triangle OCB$의 넓이는 36 cm^2이다. $\overline{AD}+\overline{BC}=18$ (cm)일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하시오.



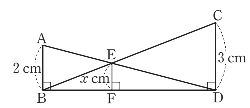
05 다음 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$, $l /\!/ m /\!/ n$일 때, x의 값을 구하시오.



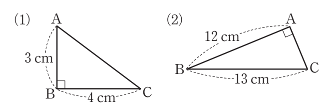
08 오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고, 점 M은 $\overline{DC}$의 중점이다. $\overline{EM}=3$ cm일 때, $\overline{AG}$의 길이를 구하시오.



06 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{EF}$, $\overline{CD}$는 각각 $\overline{BD}$와 수직이고, 점 E는 $\overline{AD}$와 $\overline{BC}$의 교점이다. $\overline{AB}=2$ cm, $\overline{CD}=3$ cm일 때, x의 값을 구하시오.



09 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.



226 20차시

09 계산하기 | 하 중 상

주안점 피타고라스 정리를 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| (1) $\overline{AC}^2 = 3^2+4^2=25=5^2$

그런데 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=5$ cm이다.

(2) $\overline{AC}^2 = 13^2-12^2=169-144=25=5^2$

그런데 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=5$ cm이다.

10 설명하기 | 하 중 상

주안점 평면도형에서 닮은 도형의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DB}$에서 $y : x = 10 : 5$

따라서 $y=2x$ ······ ①

$\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{BC} : \overline{DB}$에서 $(x+9) : y = 10 : 5$

따라서 $2y = x+9$ ······ ②

(가)

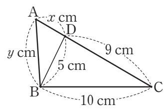
①, ②를 연립하여 풀면 $x=3$, $y=6$이다.

(나)

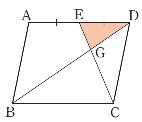
정답 및 풀이 286쪽

서술형

10 오른쪽 그림에서 △ABC∽△ADB일 때, x, y의 값을 구하시오.

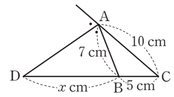


11 오른쪽 그림에서 평행사변형 ABCD의 넓이는 30 cm²이다. 점 E는 $\overline{AD}$의 중점이고 점 G는 $\overline{BD}$와 $\overline{CE}$의 교점일 때, △GDE의 넓이를 구하시오.

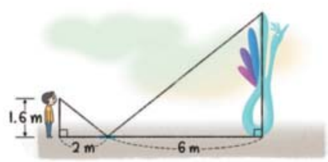


사고력 높이기

12 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 ∠A의 외각의 이등분선과 $\overline{CB}$의 연장선의 교점을 D라고 할 때, x의 값을 구하시오.



13 준호가 어느 공원에 세워진 조형물의 높이를 구하려고 조형물의 밑부분에서 6 m 떨어진 곳에 거울을 놓고, 거울에서 2 m 떨어진 곳에 섰더니 조형물의 꼭대기가 거울에 비쳐 보였다. 준호의 눈높이가 1.6 m라고 할 때, 조형물의 높이를 구하시오.
(단, 거울의 크기는 생각하지 않는다.)



학습 내용 점검

1. 도형의 닮음	▸01, 02, 10번	
2. 삼각형의 닮음 조건	▸03, 04, 13번	
3. 평행선 사이의 선분의 길이의 비	▸05, 06, 07, 12번	
4. 삼각형의 무게중심	▸08, 11번	
5. 피타고라스 정리	▸09번	

학습 태도 점검

흥미도 ☆☆☆☆☆　집중도 ☆☆☆☆☆　참여도 ☆☆☆☆☆　협동심 ☆☆☆☆☆

나의 학습 일기

이 단원을 배우고 나서 새롭게 알게 된 점이나 부족한 점을 적어 보세요.

수업 보충 자료

단원 평가 ⇨ 483~485쪽
보충 문제 ⇨ 486쪽
심화 문제 ⇨ 487쪽

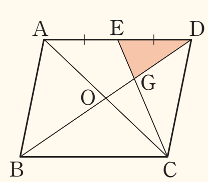
20차시 227

채점 기준	배점 비율
(가) 대응하는 변의 길이의 비를 이용하여 연립방정식 세우기	60 %
(나) x, y의 값 구하기	40 %

11 설명하기 | 하 중 상

주안점 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 도형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 오른쪽 그림에서 점 O는 $\overline{AC}$의 중점이므로 점 G는 △ACD의 무게중심이다. ······ (가)



$\triangle ACD=\frac{1}{2}\square ABCD=15\ (\text{cm}^2)$이고

점 E는 $\overline{AD}$의 중점이므로

$\triangle CDE=\frac{1}{2}\triangle ACD=\frac{15}{2}\ (\text{cm}^2)$이다. ······ (나)

$\overline{CG}:\overline{GE}=2:1$이므로

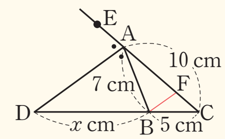
$\triangle GDE=\frac{15}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{2}\ (\text{cm}^2)$이다. ······ (다)

채점 기준	배점 비율
(가) 점 G가 △ACD의 무게중심임을 알기	20 %
(나) △CDE의 넓이 구하기	40 %
(다) △GDE의 넓이 구하기	40 %

12 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

|풀이| 오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고 $\overline{AD}$에 평행한 직선과 $\overline{AC}$의 교점을 F라고 하자.



∠EAD=∠AFB (동위각),
∠DAB=∠ABF (엇각)이고
∠EAD=∠DAB이므로 ∠AFB=∠ABF이다.
즉, $\overline{AB}=\overline{AF}$이므로 $\overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}=3$ (cm)
△CAD에서 $\overline{FB}\,/\!/\,\overline{AD}$이므로

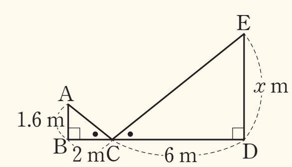
$\overline{CF}:\overline{FA}=\overline{CB}:\overline{BD}$

즉, $3:7=5:x$에서 $x=\frac{35}{3}$이다.

13 문제 해결하기 | 하 중 상

주안점 닮은 도형의 성질을 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

|풀이| 오른쪽 그림에서



△ABC∽△EDC이므로
$\overline{AB}:\overline{ED}=\overline{BC}:\overline{DC}$
즉, $1.6:x=2:6$에서
$x=4.8$이다.
따라서 조형물의 높이는 4.8 m이다.

자기 평가 지도 방법

학습 내용 점검 단원의 학습 내용을 얼마나 성취했는지 스스로 평가하게 하고, 성취도에 따라 보충 문제, 심화 문제를 과제로 주어 스스로 학습할 수 있게 한다.

성취도 체크

이 2개 이하인 경우 보충 → 지도서 486쪽
이 3개 이상인 경우 심화 → 지도서 487쪽

학습 태도 점검 자신의 수업 전반에 대한 태도를 반성하고, 이를 통해 보완해야 할 점을 스스로 점검해 보게 한다.

함께하는 프로젝트

[지도 목표] 팬터그래프를 이용하여 닮은 도형을 그릴 수 있게 한다.

[지도 방법] 폭이 일정한 두꺼운 종이로 팬터그래프를 만들어 보게 하고, 이를 이용하여 닮음비가 1 : 3인 닮은 도형을 그려 보게 한다.

탐구 과제

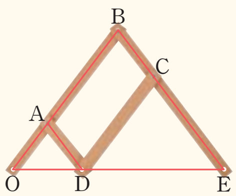
[풀이]

1 오른쪽 그림에서

$\overline{AB}=\overline{DC}=20$ cm

$\overline{AD}=\overline{BC}=10$ cm

이므로 사각형 ADCB는 평행사변형이다.



즉, $\overline{AD}/\!/\overline{BE}$이므로

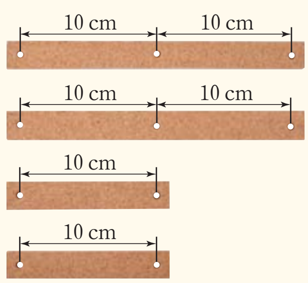
두 삼각형 AOD, BOE는 서로 닮음이다.

그런데 $\overline{OA}=10$ cm, $\overline{OB}=30$ cm이므로 두 삼각형의 닮음비는 1 : 3이다.

따라서 이 팬터그래프를 이용하여 점 D와 점 E가 그린 도형의 닮음비는 1 : 3이 된다.

[예시 답안]

2 다음과 같이 막대를 준비한다.



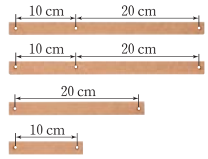
이 막대를 이용하여 같은 방법으로 만든 팬터그래프로 그린 도형의 닮음비는 1 : 2이다.

함께하는 프로젝트

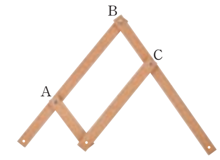
팬터그래프로 닮은 도형 그리기

한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소하여 그리는 도구를 팬터그래프(pantagraph)라고 한다. 팬터그래프를 만들어 닮음비가 1 : 3인 도형을 그려 보자.

1단계 폭이 일정한 두꺼운 종이로 직사각형 모양의 막대를 만들어 다음과 같이 구멍을 뚫는다.



2단계 다음 그림과 같이 A, B, C의 3곳에 누름 못을 이용하여 4개의 막대를 연결한다.



다음 그림과 같이 점 O를 고정하고 점 D와 점 E에 연필을 끼워 점 D를 움직여 도형을 그리면 점 E도 따라 움직이면서 도형이 그려진다. 이때 점 D와 점 E가 그리는 도형의 닮음비는 1 : 3이 된다.

탐구 과제

1 위에서 만든 팬터그래프를 이용하여 점 D와 점 E가 그린 도형의 닮음비가 1 : 3이 되는 이유를 설명하여 보자.

2 닮음비가 1 : 2인 도형을 그리는 팬터그래프를 만들고, 닮은 도형을 그려 보자.

228 21차시

성취기준

[9수04-13] 도형의 닮음의 의미와 닮은 도형의 성질을 이해한다.

탐구 과제 평가 기준

1. 주어진 단계에 따라 만든 팬터그래프로 그린 도형의 닮음비가 1 : 3이 되는 이유를 설명할 수 있는지 평가한다.
2. 닮음비가 1 : 2인 도형을 그리는 팬터그래프를 만들 수 있는지 평가한다.

평가 시 유의 사항

❶ 평가는 관찰 평가와 자기 평가로 이루어진다. 관찰 평가의 경우 의사소통, 창의·융합 역량을 평가하고, 자기 평가의 경우 태도, 표현, 문제 해결 반성을 중심으로 평가한다.

❷ 평가 항목의 의미를 사전에 간단히 설명하고 자기 평가 시 객관성을 유지하도록 지도한다.

❸ 관찰 평가는 수업 중에 하고, 자기 평가는 수업이 끝난 후에 한다.

❹ 관찰 평가와 자기 평가의 결과를 반영하여 생활기록부에 세부 능력 및 특기 사항을 기재할 수 있다.

관찰 평가 예시

<table>
<tr><td colspan="2">학습 주제</td><td colspan="6">팬터그래프로 닮은 도형 그리기</td><td rowspan="4">특기 사항</td></tr>
<tr><td colspan="2">핵심 역량</td><td colspan="3">의사소통</td><td colspan="3">창의·융합</td></tr>
<tr><td rowspan="2">번호</td><td rowspan="2">성명</td><td colspan="3">주어진 팬터그래프로 그린 도형의 닮음비가 1 : 3인 이유를 정확하게 설명하였는가?</td><td colspan="3">닮음비가 1 : 2인 도형을 그릴 수 있는 팬터그래프를 만들었는가?</td></tr>
<tr><td>상</td><td>중</td><td>하</td><td>상</td><td>중</td><td>하</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

자기 평가 예시

작성자 : 학년 반 번 이름 ( )

<table>
<tr><td rowspan="2">평가 내용</td><td rowspan="2">평가 항목</td><td colspan="3">평가</td></tr>
<tr><td>상</td><td>중</td><td>하</td></tr>
<tr><td>태도</td><td>팬터그래프를 만드는 활동에 적극적으로 참여하였는가?</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>표현</td><td>자신이 만든 팬터그래프로 그린 도형의 닮음비에 대한 설명을 논리적으로 표현하였는가?</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>문제 해결 반성</td><td>자신이 만든 팬터그래프를 이용하여 그린 도형의 닮음비가 1 : 2인지 확인하였는가?</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="5">느낀 점</td></tr>
</table>

학교 생활기록부 기재 예시

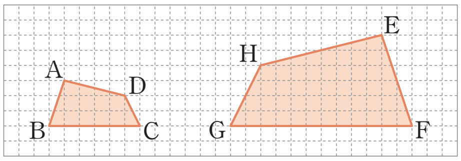
수준	세부 능력 및 특기 사항
상	주어진 팬터그래프로 그린 도형의 닮음비가 1 : 3인 이유를 논리적으로 설명함. 닮음비가 1 : 2인 도형을 그리는 팬터그래프를 도형의 닮음의 성질을 이용하여 정확하게 만들어 닮음비가 1 : 2인 닮은 도형을 그리고 그 과정을 이해하여 설명함.
중	주어진 팬터그래프로 그린 도형의 닮음비가 1 : 3인 이유를 직관적으로 설명함. 닮음비가 1 : 2인 도형을 그리는 팬터그래프를 만들어 닮음비가 1 : 2인 닮은 도형을 그리고, 두 도형의 닮음비가 1 : 2인 이유를 이해함.
하	주어진 팬터그래프로 그린 도형의 닮음비가 1 : 3인 이유를 이해하고, 닮음비가 1 : 2인 도형을 그리는 팬터그래프를 만들어 닮음비가 1 : 2인 닮은 도형을 그림.

기초력 향상 문제

• 정답 및 풀이 490쪽

1

아래 그림의 닮은 두 도형에 대하여 다음을 구하시오.



(1) $\overline{CD}$와 대응하는 변

(2) $\angle B$와 대응하는 각

(3) 점 A와 대응하는 꼭짓점

(4) 닮음인 두 사각형을 기호로 나타내기

(5) □ABCD와 □EFGH의 닮음비

2

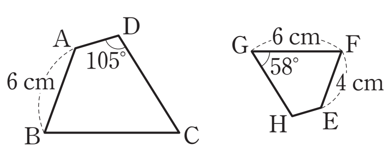
다음 보기 중에서 두 도형이 항상 닮은 도형인 것을 모두 찾으시오.

보기

ㄱ. 두 정삼각형	ㄴ. 두 직각삼각형
ㄷ. 두 원	ㄹ. 두 직사각형
ㅁ. 두 마름모	ㅂ. 두 정사각형

3

다음 그림에서 □ABCD∽□EFGH일 때, 다음을 구하시오.



(1) □ABCD와 □EFGH의 닮음비

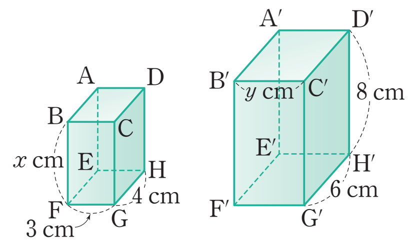
(2) $\overline{BC}$의 길이

(3) $\angle C$의 크기

(4) $\angle H$의 크기

4

다음 그림에서 두 직육면체는 서로 닮은 도형이다. $\overline{AB}$에 대응하는 모서리가 $\overline{A'B'}$일 때, x, y의 값을 구하시오.



5

다음 닮은 두 도형의 넓이의 비를 구하시오.

(1) 닮음비가 1 : 2인 두 삼각형

(2) 닮음비가 4 : 5인 두 사각형

6

다음 닮은 두 입체도형의 부피의 비를 구하시오.

(1) 닮음비가 1 : 3인 두 사면체

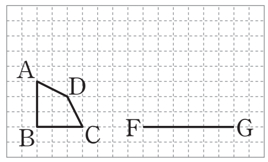
(2) 닮음비가 2 : 5인 두 원뿔

기초력 향상 문제

•정답 및 풀이 490쪽

1

오른쪽 모눈종이 위에 □ABCD를 2배로 확대하여 □EFGH를 그리고, 다음을 구하시오.



(1) 닮음인 두 사각형을 기호로 나타내기

(2) 점 A와 대응하는 꼭짓점

(3) $\overline{AD}$와 대응하는 변

(4) ∠C와 대응하는 각

2

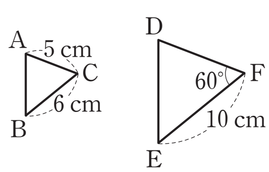
다음 보기 중에서 두 도형이 항상 닮은 도형인 것을 모두 찾으시오.

보기

ㄱ. 두 원뿔	ㄴ. 두 구
ㄷ. 두 삼각기둥	ㄹ. 두 직육면체
ㅁ. 두 정육면체	ㅂ. 두 원기둥

3

오른쪽 그림에서 △ABC∽△DEF일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\overline{BC}$: $\overline{EF}$

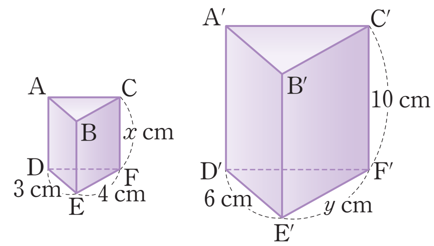
(2) △ABC와 △DEF의 닮음비

(3) $\overline{DF}$의 길이

(4) ∠C의 크기

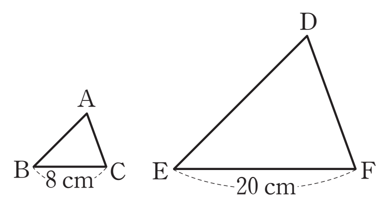
4

다음 그림에서 두 삼각기둥은 서로 닮은 도형이다. $\overline{AB}$에 대응하는 모서리가 $\overline{A'B'}$일 때, x, y의 값을 구하시오.



5

다음 그림에서 △ABC∽△DEF일 때, 두 삼각형의 넓이의 비를 구하시오.



6

다음을 구하시오.

(1) 닮은 두 부채꼴의 넓이의 비가 16 : 25일 때, 두 부채꼴의 닮음비

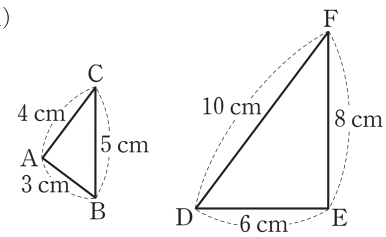
(2) 닮은 두 원뿔의 부피의 비가 8 : 27일 때, 두 원뿔의 겉넓이의 비

• 정답 및 풀이 490쪽

1

다음 그림을 보고 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1)



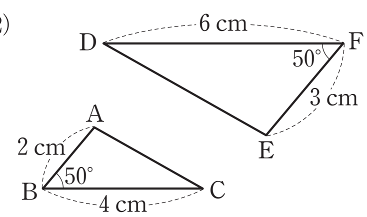
$\overline{AB}:\overline{ED}=3:\square=1:\square$

$\overline{BC}:\overline{DF}=5:\square=1:\square$

$\overline{AC}:\overline{EF}=4:\square=1:\square$

따라서　$\triangle ABC \backsim \square$

(2)



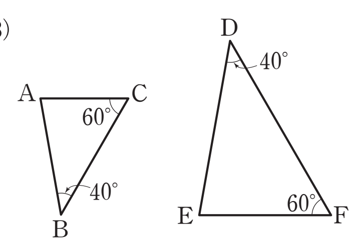
$\overline{AB}:\overline{EF}=\square:\square$

$\overline{BC}:\overline{FD}=4:6=\square:\square$

$\angle B=\angle F=50^\circ$

따라서　$\triangle ABC \backsim \square$

(3)



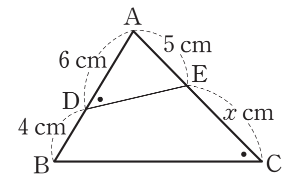
$\angle B=\square=40^\circ$

$\angle C=\square=60^\circ$

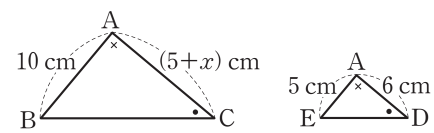
따라서　$\triangle ABC \backsim \square$

2

다음은 오른쪽 그림에서 $\angle C=\angle ADE$일 때, x의 값을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.



$\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서



$\angle C=\square$

$\angle A$는 공통인 각

이므로

$\triangle ABC \backsim \square$

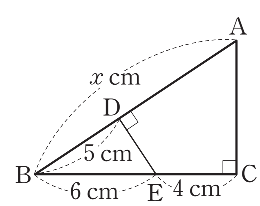
$\overline{AB}:\overline{AE}=\square:\overline{AD}$에서

$10:5=\square:6$

따라서 $x=\square$이다.

3

오른쪽 그림에서 x의 값을 구하시오.

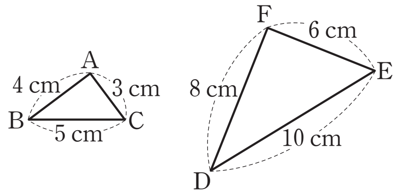


•정답 및 풀이 490쪽

1

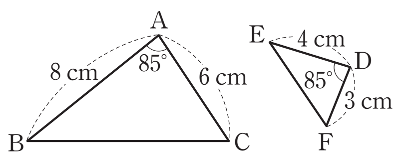
다음 그림에서 닮음인 삼각형을 찾아 □ 안에 써넣으시오.

(1)



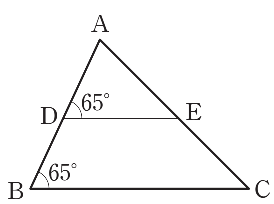
△ABC∽□

(2)



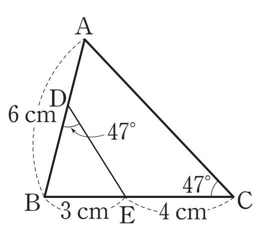
△ABC∽□

(3)



△ABC∽□

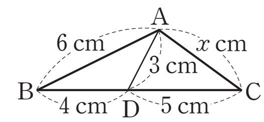
(4)



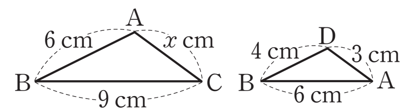
△ABC∽□

2

다음은 오른쪽 그림에서 x의 값을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.



△ABC와 △DBA에서



$\overline{AB} : \overline{DB} =$ □ : □

$\overline{BC} : \overline{BA} =$ □ : □

∠B는 공통인 각

이므로

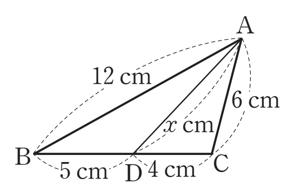
△ABC∽□

$\overline{AC} : \overline{DA} = x : 3 =$ □ : □

따라서 $x=$ □이다.

3

오른쪽 그림에서 x의 값을 구하시오.



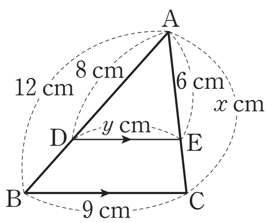
기초력 향상 문제

●정답 및 풀이 491쪽

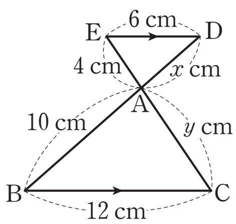
1

다음 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, x, y의 값을 구하시오.

(1)



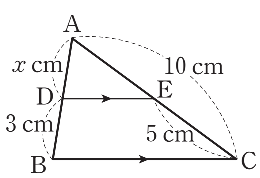
(2)



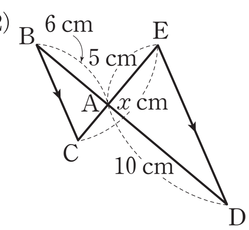
2

다음 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, x의 값을 구하시오.

(1)



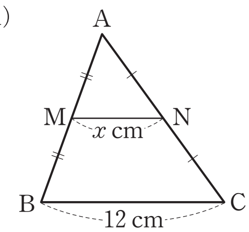
(2)



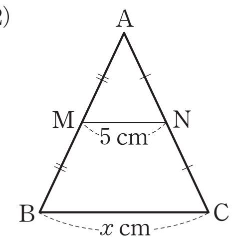
3

다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점을 각각 M, N이라고 할 때, x의 값을 구하시오.

(1)



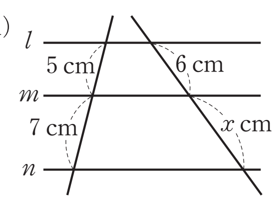
(2)



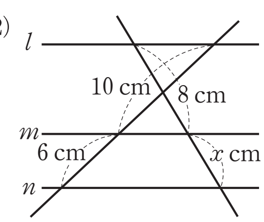
4

다음 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, x의 값을 구하시오.

(1)



(2)



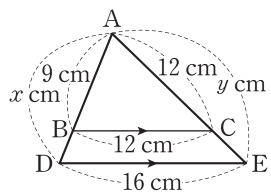
기초력 향상 문제

• 정답 및 풀이 491쪽

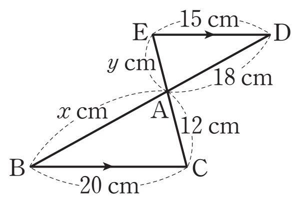
1

다음 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, x, y의 값을 구하시오.

(1)



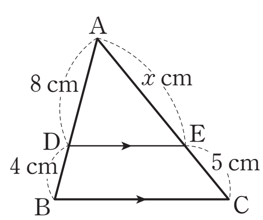
(2)



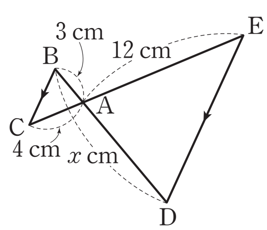
2

다음 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, x의 값을 구하시오.

(1)



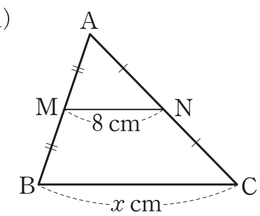
(2)



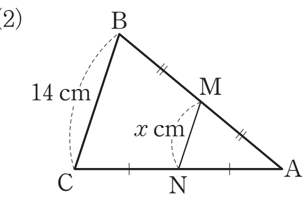
3

다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점을 각각 M, N이라고 할 때, x의 값을 구하시오.

(1)



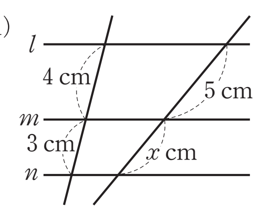
(2)



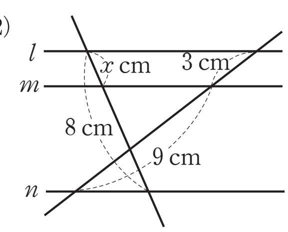
4

다음 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, x의 값을 구하시오.

(1)



(2)



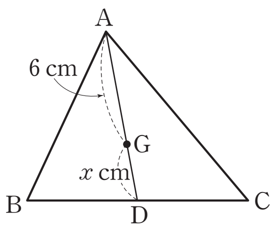
기초력 향상 문제

•정답 및 풀이 491쪽

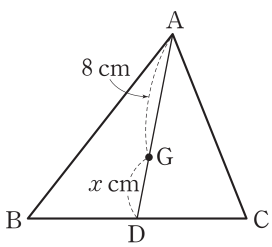
1

다음 그림에서 점 G가 △ABC의 무게중심일 때, x의 값을 구하시오.

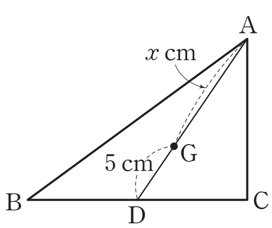
(1)



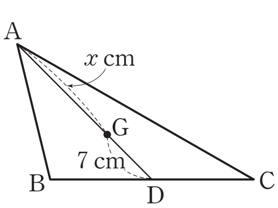
(2)



(3)



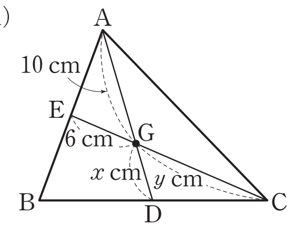
(4)



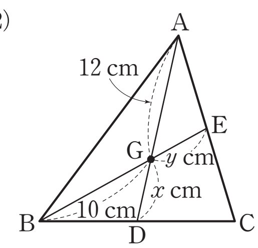
2

다음 그림에서 점 G가 △ABC의 무게중심일 때, x, y의 값을 구하시오.

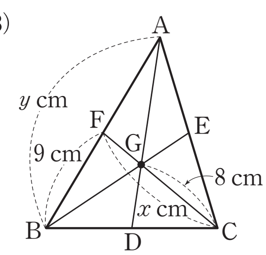
(1)



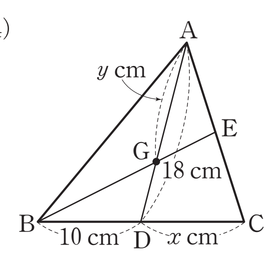
(2)



(3)



(4)

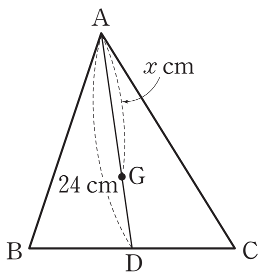


●정답 및 풀이 491쪽

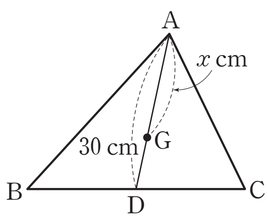
1

다음 그림에서 점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심일 때, x의 값을 구하시오.

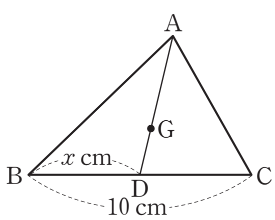
(1)



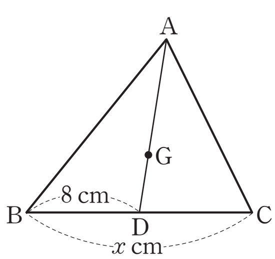
(2)



(3)

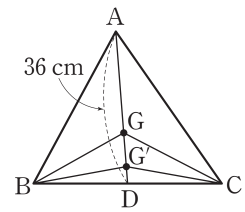


(4)



2

오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이고, 점 G′은 $\triangle$GBC의 무게중심이다. $\overline{AD}=36$ cm일 때, 다음을 구하시오.

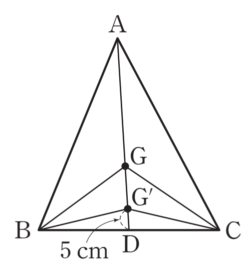


(1) $\overline{GD}$의 길이

(2) $\overline{G'D}$의 길이

3

오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이고, 점 G′은 $\triangle$GBC의 무게중심이다. $\overline{G'D}=5$ cm일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\overline{GG'}$의 길이

(2) $\overline{AG}$의 길이

기초력 향상 문제

●정답 및 풀이 492쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) 직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라고 하면

$$\square + \square = \square$$

이 성립한다. 이것을 ☐☐☐☐(이)라고 한다.

(2) 세 변의 길이가 각각 a, b, c인 삼각형에서

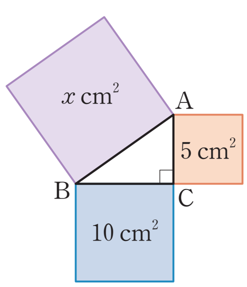
$$a^2+b^2=c^2$$

이면 이 삼각형은 빗변의 길이가 □인 직각삼각형이다.

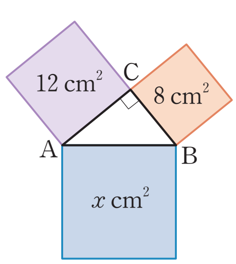
2

다음 그림은 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 세 정사각형을 그리고, 그 넓이를 나타낸 것이다. x의 값을 구하시오.

(1)



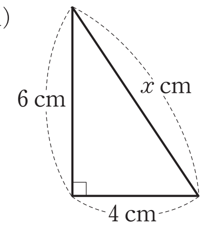
(2)



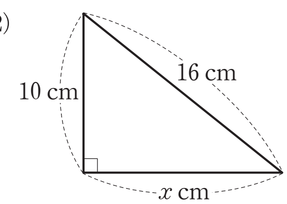
3

다음 그림의 직각삼각형에서 x^2의 값을 구하시오.

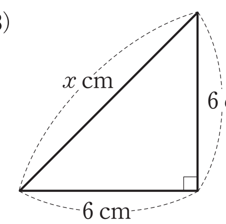
(1)



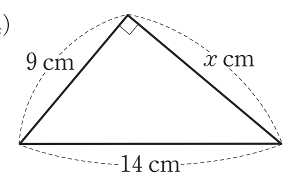
(2)



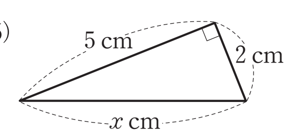
(3)



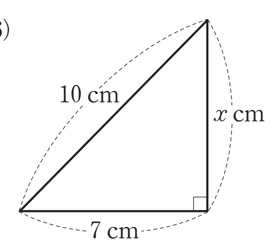
(4)



(5)



(6)



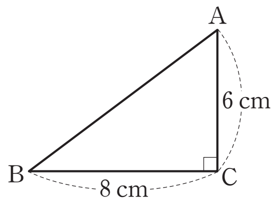
기초력 향상 문제

•정답 및 풀이 492쪽

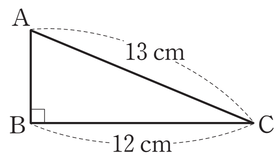
1

다음 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.

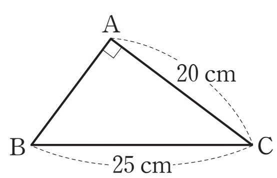
(1)



(2)



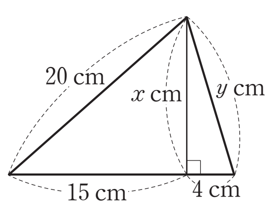
(3)



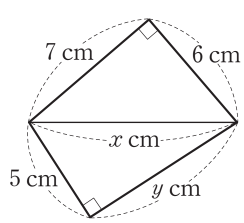
2

다음 그림에서 x^2, y^2의 값을 구하시오.

(1)



(2)



3

다음 보기 중에서 알맞은 것을 찾아 □ 안에 써넣으시오.

보기

$=$　　$\neq$　　직각삼각형이다
직각삼각형이 아니다

(1) 삼각형의 세 변의 길이가 각각 4 cm, 6 cm, 8 cm이면

$$4^2+6^2 \ \square \ 8^2$$

이므로 이 삼각형은 ______.

(2) 삼각형의 세 변의 길이가 각각 8 cm, 15 cm, 17 cm이면

$$8^2+15^2 \ \square \ 17^2$$

이므로 이 삼각형은 ______.

4

세 변의 길이가 각각 다음과 같이 주어진 삼각형 중에서 직각삼각형인 것은 ○표, 직각삼각형이 아닌 것은 ×표를 (　) 안에 써넣으시오.

(1) 6 cm, 6 cm, 10 cm　(　　)

(2) 3 cm, 4 cm, 5 cm　(　　)

(3) 4 cm, 5 cm, 7 cm　(　　)

(4) 9 cm, 12 cm, 15 cm　(　　)

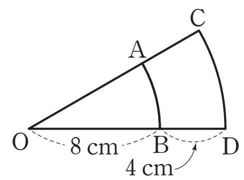
(5) 8 cm, 15 cm, 20 cm　(　　)

(6) 10 cm, 24 cm, 26 cm　(　　)

•정답 및 풀이 492쪽

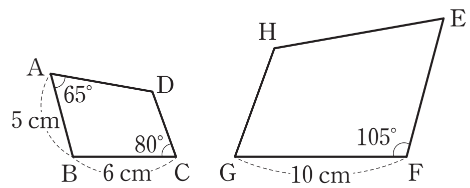
1

다음 그림에서 $\overline{OB}=8\text{ cm}$, $\overline{BD}=4\text{ cm}$일 때, 두 부채꼴 OAB와 OCD의 둘레의 길이의 비를 구하시오.



2

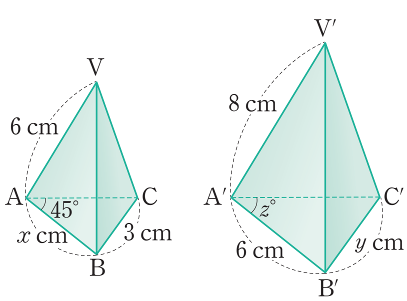
아래 그림에서 □ABCD∽□EFGH일 때, 다음을 구하시오.



(1) ∠H의 크기 (2) $\overline{EF}$의 길이

3

다음 그림에서 두 삼각뿔은 서로 닮은 도형이다. △ABC∽△A′B′C′일 때, x, y, z의 값을 구하시오.

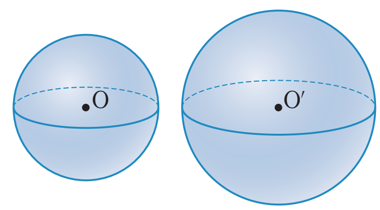


4

넓이가 150 cm^2인 그림을 복사기로 40 % 축소하여 복사할 때, 축소된 그림의 넓이를 구하시오.

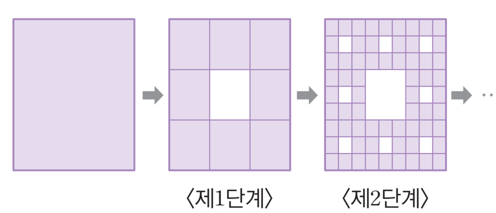
5

다음 그림과 같이 두 구 O, O′의 중심을 지나는 평면으로 자른 단면의 넓이의 비가 9 : 16이고 구 O′의 부피가 $128\pi\text{ cm}^3$일 때, 구 O의 부피를 구하시오.



6

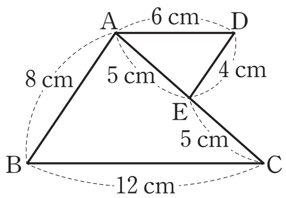
다음 왼쪽 그림과 같은 직사각형이 있다. 이 직사각형을 9등분 하고 한가운데 직사각형을 지운다. 그리고 남은 8개의 직사각형을 같은 방법으로 각각 9등분 하고 한가운데 직사각형을 지운다. 이와 같은 과정을 반복할 때, 처음 직사각형과 제4단계에서 지워지는 직사각형 1개의 닮음비를 구하시오.



●정답 및 풀이 493쪽

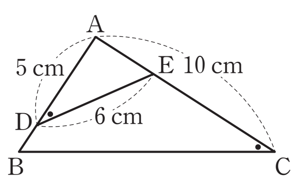
1

다음 그림에서 서로 닮은 삼각형을 찾아 기호 ∽을 써서 나타내고, 그때의 닮음 조건을 쓰시오.



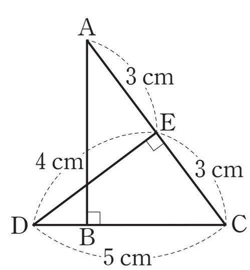
2

다음 그림에서 $\angle C = \angle ADE$일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하시오.



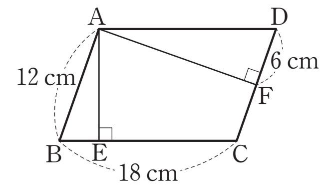
3

오른쪽 그림에서 $\angle ABC = \angle DEC = 90°$일 때, $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.



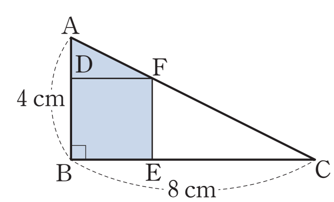
4

오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$와 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라고 할 때, $\overline{BE}$의 길이를 구하시오.



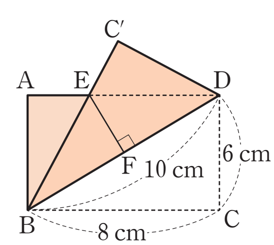
5

다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$인 직각삼각형 ABC 안에 정사각형 DBEF가 있다. 정사각형 DBEF의 꼭짓점 F가 변 AC 위에 있을 때, □ABEF의 넓이를 구하시오.



6

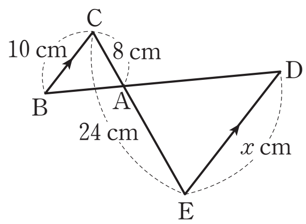
오른쪽 그림은 직사각형 ABCD를 대각선 BD를 접는 선으로 하여 접은 것이다. $\overline{AD}$와 $\overline{BC'}$의 교점을 E라 하고 점 E에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 F라고 할 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하시오.



•정답 및 풀이 494쪽

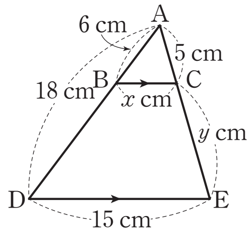
1

다음 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, x의 값을 구하시오.



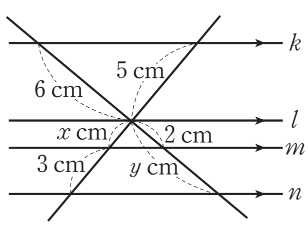
2

오른쪽 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, $x+y$의 값을 구하시오.



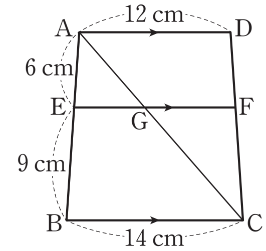
3

다음 그림에서 $k /\!/ l /\!/ m /\!/ n$일 때, xy의 값을 구하시오.



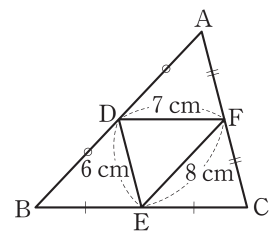
4

오른쪽 그림에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{EF} /\!/ \overline{BC}$일 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하시오.



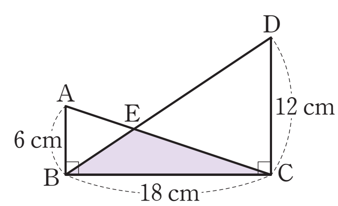
5

오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 중점을 각각 D, E, F라고 하자. $\overline{DE}=6$ cm, $\overline{EF}=8$ cm, $\overline{FD}=7$ cm일 때, △ABC의 둘레의 길이를 구하시오.



6

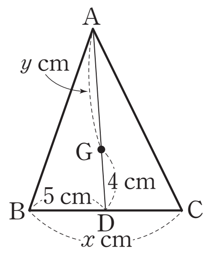
다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$가 모두 $\overline{BC}$에 수직이고 점 E는 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점일 때, △EBC의 넓이를 구하시오.



•정답 및 풀이 494쪽

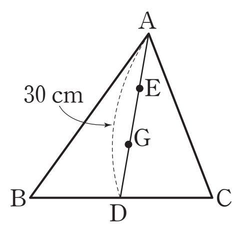
1

오른쪽 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심일 때, $x+y$의 값을 구하시오.



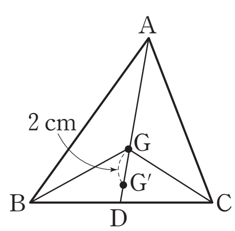
2

오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 점 E는 $\overline{AG}$의 중점이다. $\overline{AD}=30$ cm일 때, $\overline{EG}$의 길이를 구하시오.



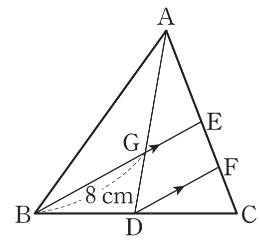
3

오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 점 G′은 $\triangle GBC$의 무게중심이다. $\overline{GG'}=2$ cm일 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하시오.



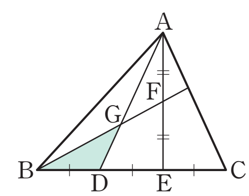
4

오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 $\overline{BE}/\!/\overline{DF}$이다. $\overline{BG}=8$ cm일 때, $\overline{DF}$의 길이를 구하시오.



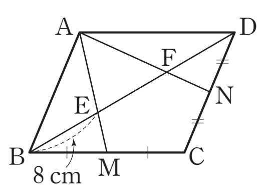
5

오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 점 D, E는 $\overline{BC}$의 3등분점이고, 점 F는 $\overline{AE}$의 중점이다. $\triangle ABC$의 넓이가 36 cm^2일 때, $\triangle BDG$의 넓이를 구하시오.



6

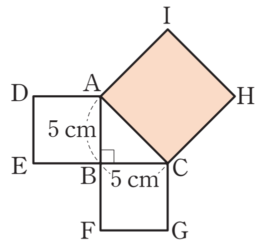
오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BC}$와 $\overline{CD}$의 중점을 각각 M, N이라 하고 대각선 BD와 두 선분 AM, AN의 교점을 각각 E, F라고 하자. $\overline{BE}=8$ cm일 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하시오.



•정답 및 풀이 495쪽

1

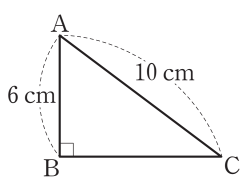
오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 세 정사각형을 그렸다.
$\overline{AB}=5$ cm, $\overline{BC}=5$ cm일 때, 정사각형 CHIA의 넓이를 구하시오.



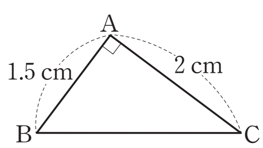
2

다음 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC}$의 길이를 구하시오.

(1)

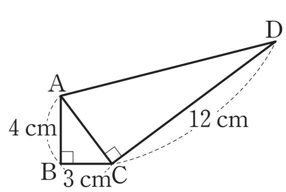


(2)



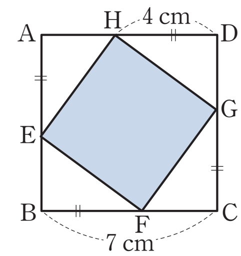
3

오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=4$ cm, $\overline{BC}=3$ cm, $\overline{CD}=12$ cm일 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하시오.



4

오른쪽 그림에서 □ABCD는 한 변의 길이가 7 cm인 정사각형이고 $\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}=4$ cm일 때, □EFGH의 둘레의 길이를 구하시오.



5

세 변의 길이가 각각 다음 보기와 같은 삼각형 중에서 직각삼각형인 것을 모두 찾으시오.

보기

ㄱ. 6 cm, 6 cm, 10 cm

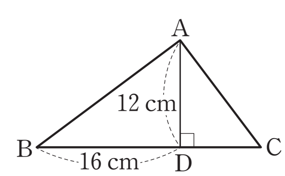
ㄴ. 5 cm, 12 cm, 13 cm

ㄷ. 1 cm, $\frac{4}{3}$ cm, $\frac{5}{3}$ cm

ㄹ. 1.5 cm, 2 cm, 3 cm

6

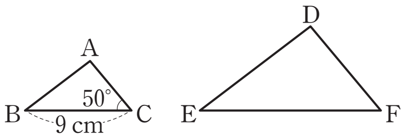
오른쪽 그림과 같이 △ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라고 하자.
$\overline{AD}=12$ cm, $\overline{BD}=16$ cm이고 △ABC의 넓이가 150 cm^{2}일 때, $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.



단원 평가

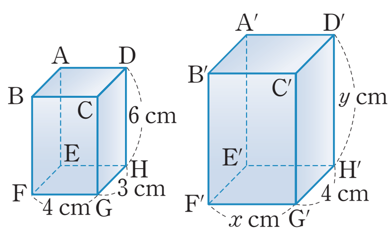
•정답 및 풀이 496쪽

01 아래 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$이고 닮음비가 $3:5$일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

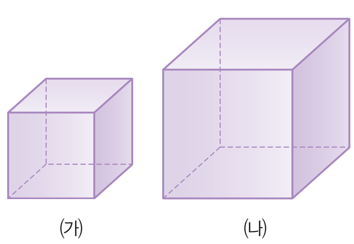


① $\angle F=50^\circ$ ② $\overline{EF}=15\text{ cm}$
③ $\angle A=90^\circ$ ④ $\overline{AC}:\overline{DF}=3:5$
⑤ $\angle B:\angle E=3:5$

02 다음 그림에서 두 직육면체는 서로 닮은 도형이고 $\square ABCD \backsim \square A'B'C'D'$일 때, $x+y$의 값을 구하시오.

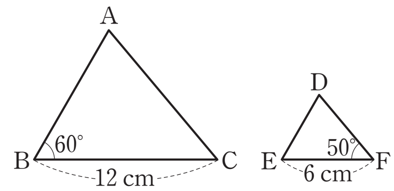


03 부피의 비가 $8:27$인 닮은 두 정육면체 (가), (나)에서 정육면체 (가)의 겉넓이가 36 cm^2일 때, 정육면체 (나)의 겉넓이는?



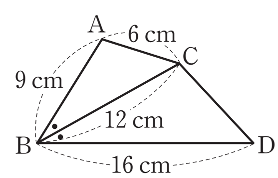
① 49 cm^2 ② 64 cm^2 ③ 72 cm^2
④ 81 cm^2 ⑤ 100 cm^2

04 아래 그림에서 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$가 닮은 도형이 되려면 다음 중에서 어느 조건을 추가해야 하는가?

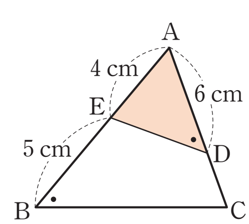


① $\overline{AC}=6\text{ cm}$, $\overline{DF}=3\text{ cm}$
② $\overline{AB}=12\text{ cm}$, $\overline{DE}=6\text{ cm}$
③ $\angle A=70^\circ$, $\angle E=60^\circ$
④ $\angle C=45^\circ$, $\angle D=45^\circ$
⑤ $\overline{AC}=12\text{ cm}$, $\overline{DF}=6\text{ cm}$

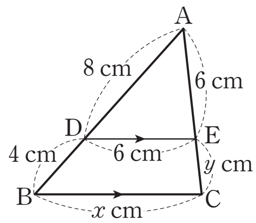
05 오른쪽 그림에서 $\angle ABC=\angle CBD$일 때, $\overline{CD}$의 길이를 구하시오.



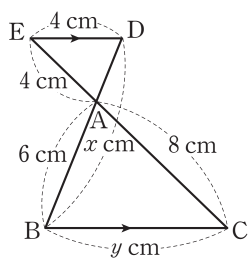
06 오른쪽 그림에서 $\angle ABC=\angle ADE$이고 $\triangle ABC$의 넓이가 36 cm^2일 때, $\triangle ADE$의 넓이를 구하시오.



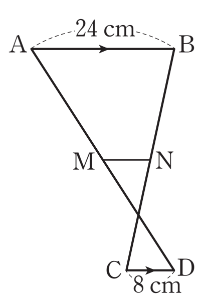
07 오른쪽 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, $x+y$의 값을 구하시오.



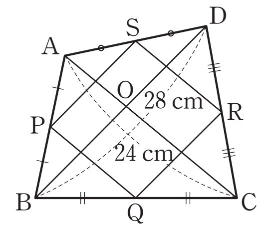
08 오른쪽 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, $x+y$의 값을 구하시오.



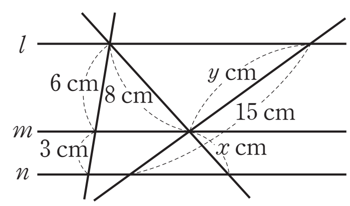
09 오른쪽 그림에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이고, M, N은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 중점일 때, $\overline{MN}$의 길이를 구하시오.



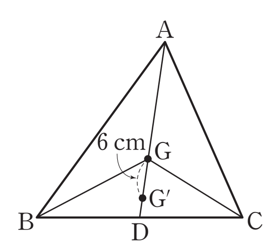
10 오른쪽 그림과 같은 □ABCD에서 각 변의 중점을 P, Q, R, S라 하고, 두 대각선 AC, BD의 교점을 O라고 하자. $\overline{AC}=24$ cm, $\overline{BD}=28$ cm일 때, □PQRS의 둘레의 길이를 구하시오.



11 다음 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, xy의 값을 구하시오.

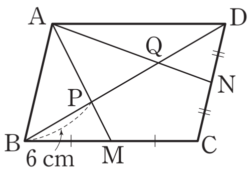


12 오른쪽 그림에서 두 점 G, G′은 각각 △ABC와 △GBC의 무게중심이다. $\overline{GG'}=6$ cm일 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하시오.



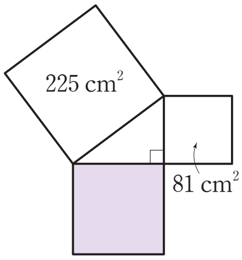
•정답 및 풀이 496쪽

13 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$의 중점을 각각 M, N이라 하고 대각선 BD와 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$의 교점을 각각 P, Q라 고 하자. $\overline{BP}=6$ cm일 때, $\overline{BD}$의 길이를 구하시오.



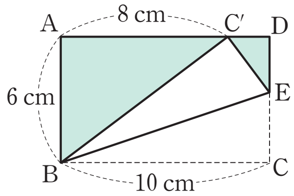
14 세 변의 길이가 각각 6 cm, 8 cm, 10 cm인 삼각형의 넓이를 구하시오.

15 오른쪽 그림은 직각삼각형의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. 이때 색칠한 정사각형의 한 변의 길이를 구하시오.

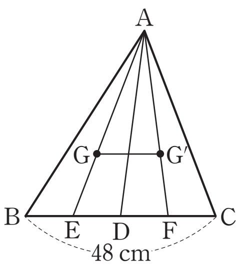


서술형

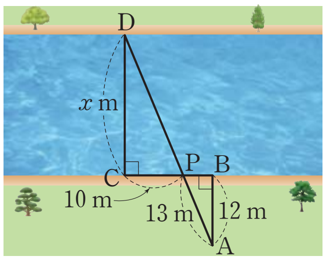
16 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD를 $\overline{BE}$를 접는 선으로 하여 꼭짓점 C가 $\overline{AD}$ 위의 점 C′에 오도록 접었을 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하시오.



17 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이고, 두 점 G, G′은 각각 △ABD, △ADC의 무게중심이다. $\overline{BC}=48$ cm일 때, $\overline{GG'}$의 길이를 구하시오.



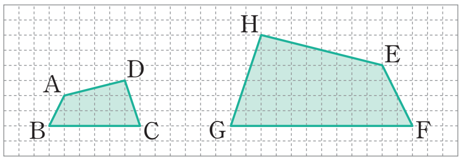
18 다음은 강의 폭을 구하기 위해 측정하여 나타낸 것이다. 강의 폭은 몇 m인지 구하시오.



보충 문제

•정답 및 풀이 497쪽

01 아래 그림의 닮은 두 도형에 대하여 다음을 구하시오.



(1) $\overline{AB}$와 대응하는 변

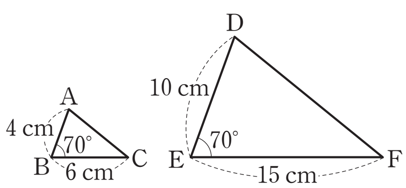
(2) $\angle C$와 대응하는 각

(3) 점 D와 대응하는 꼭짓점

(4) 닮음인 두 사각형을 기호로 나타내기

(5) □ABCD와 □EFGH의 닮음비

02 아래 그림의 △ABC와 △DEF에 대하여 다음을 구하시오.



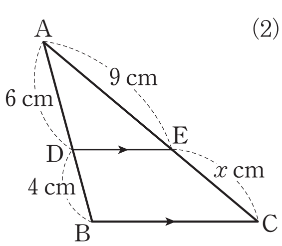
(1) $\overline{AB}:\overline{DE}$　　(2) $\overline{BC}:\overline{EF}$

(3) $\angle B=\angle$ □　　(4) $\triangle ABC \backsim$ □

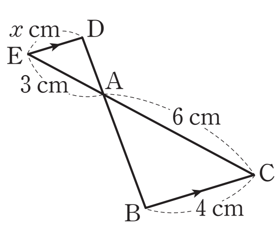
(5) 닮음 조건과 닮음비

03 다음 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, x의 값을 구하시오.

(1)

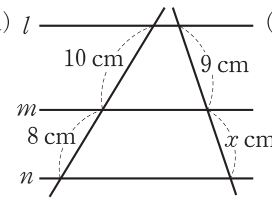


(2)

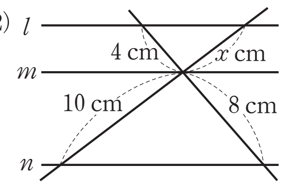


04 다음 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, x의 값을 구하시오.

(1)

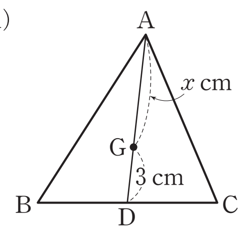


(2)

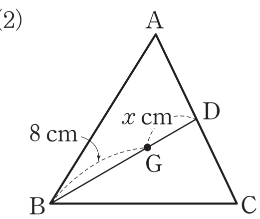


05 다음 그림에서 점 G가 △ABC의 무게중심일 때, x의 값을 구하시오.

(1)

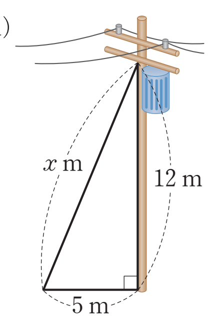


(2)

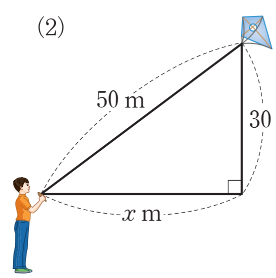


06 다음 그림에서 x의 값을 구하시오.

(1)



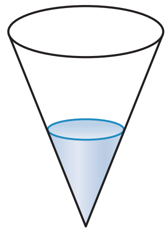
(2)



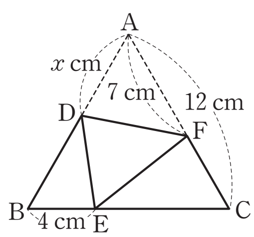
심화 문제

●정답 및 풀이 498쪽

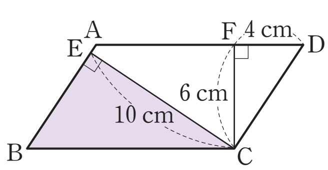
01 오른쪽 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 일정한 속도로 물을 넣어 가득 채우는 데 56초가 걸린다고 한다. 현재 그릇의 깊이의 반까지 물이 채워져 있다고 할 때, 나머지를 채우는 데 걸리는 시간을 구하시오.



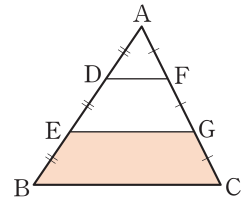
02 오른쪽 그림은 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A가 $\overline{BC}$ 위의 점 E에 오도록 접은 것이다. $\overline{AF}=7$ cm, $\overline{AC}=12$ cm, $\overline{BE}=4$ cm일 때, x의 값을 구하시오.



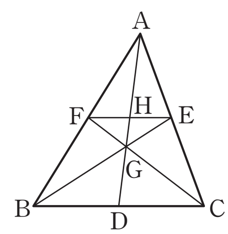
03 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 한 꼭짓점 C에서 변 AB, AD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라고 할 때, △BCE의 넓이를 구하시오.



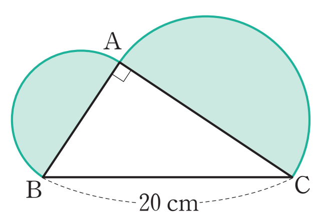
04 오른쪽 그림의 △ABC에서 변 AB, AC의 3등분점을 각각 D, E와 F, G라고 하자. □DEGF의 넓이가 36 cm^{2}일 때, □EBCG의 넓이를 구하시오.



05 오른쪽 그림에서 점 G가 △ABC의 무게중심일 때, $\overline{AH}:\overline{HG}:\overline{GD}$를 구하시오.



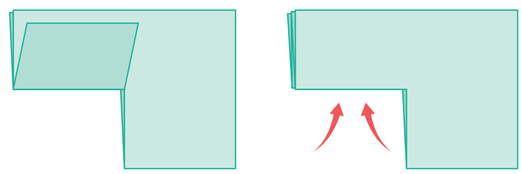
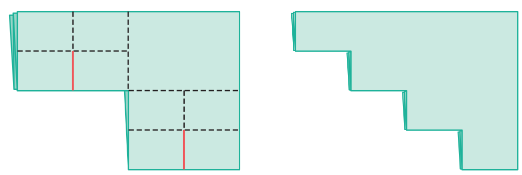
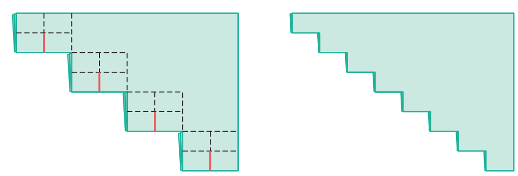
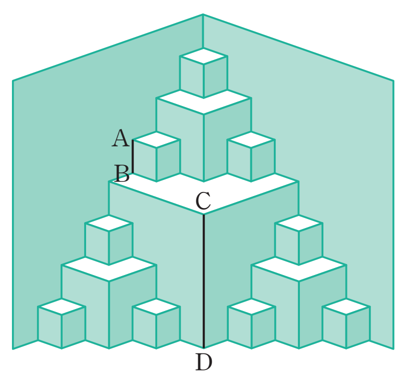
06 다음 그림과 같이 ∠A$=90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 각각 지름으로 하는 반원을 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



학년 반 번 이름 |

입체 카드 만들기

자기 닮음 도형이란 도형의 일부분의 모양이 도형의 전체 모양과 서로 닮은 도형을 말한다. 닮은 도형의 성질을 이용하여 자기 닮음 도형인 입체 카드를 다음과 같이 만들어 보자.

❶단계 종이를 반으로 접은 후 접은 종이의 밑변의 중점에서 높이의 반이 되는 지점까지 자르고, 자른 부분의 왼쪽을 안으로 접어 넣는다.	
❷단계 오른쪽 그림과 같이 두 밑변의 중점에서 높이의 반이 되는 지점(빨간색 부분)까지 자르고, 자른 부분의 왼쪽을 안으로 접어 넣는다.	
❸단계 오른쪽 그림과 같이 네 밑변의 중점에서 높이의 반이 되는 지점까지 자르고, 자른 부분의 왼쪽을 안으로 접어 넣는다.	
❹단계 종이를 펼치면 오른쪽 그림과 같은 입체 카드가 완성된다.	

활동 과제

1 ❹단계의 그림에서 $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$의 길이의 비를 구하여 보자.

2 위와 다른 방법으로 자기 닮음 도형인 입체 카드를 만들어 보자.

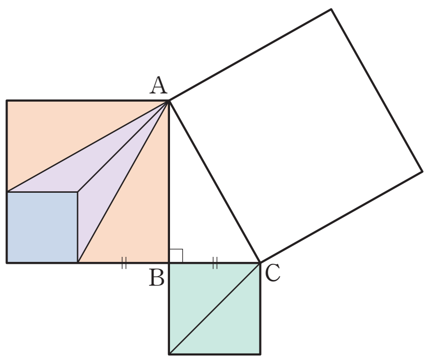
학년 반 번 이름 |

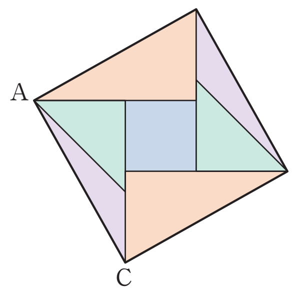
색종이로 알아보는 피타고라스 정리

다음 순서에 따라 색종이를 오려서 피타고라스 정리가 성립하는 것을 알아보는 활동을 하여 보자.

규칙

❶단계: 직각삼각형 ABC를 그린다.
❷단계: 직각삼각형 ABC에서 세 변을 각각 한 변으로 하는 세 정사각형을 그린다.
❸단계: 작은 두 정사각형을 그려진 선을 따라 오려서 큰 정사각형에 겹치지 않고 완전히 덮이도록 붙인다.

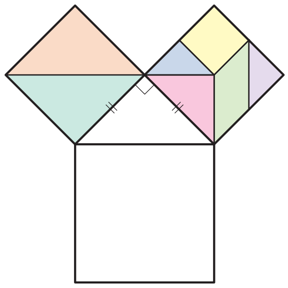




활동 과제

1 위의 그림을 이용하여 피타고라스 정리가 성립함을 설명하여 보자.

2 오른쪽 그림과 같이 직각이등변삼각형에서 직각을 낀 두 변에 칠교판이 놓여 있다. 이 칠교판을 큰 정사각형에 겹치지 않고 완전히 덮이도록 놓아 보자.



기초력 향상 문제 Ⅵ-1. 도형의 닮음 ①

1 (1) $\overline{GH}$ (2) $\angle F$ (3) 점 E (4) $\square ABCD \backsim \square EFGH$ (5) $1:2$
2 ㄱ, ㄷ, ㅂ
3 (1) $3:2$ (2) 9 cm (3) $58°$ (4) $105°$
4 $x=\frac{16}{3}$, $y=\frac{9}{2}$
5 (1) $1:4$ (2) $16:25$
6 (1) $1:27$ (2) $8:125$

3 (1) $\overline{AB}:\overline{EF}=6:4=3:2$
(2) $3:2=\overline{BC}:\overline{FG}$에서 $\overline{BC}=9\text{ cm}$

4 두 직육면체의 닮음비가 $4:6=2:3$이므로
$x:8=2:3$에서 $x=\frac{16}{3}$
$3:y=2:3$에서 $y=\frac{9}{2}$

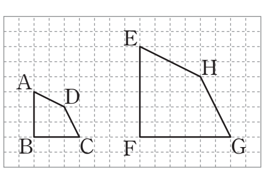
5 (1) 닮음비가 $1:2$이므로 넓이의 비는 $1^2:2^2=1:4$
(2) 닮음비가 $4:5$이므로 넓이의 비는 $4^2:5^2=16:25$

6 (1) 닮음비가 $1:3$이므로 부피의 비는 $1^3:3^3=1:27$
(2) 닮음비가 $2:5$이므로 부피의 비는 $2^3:5^3=8:125$

기초력 향상 문제 Ⅵ-1. 도형의 닮음 ②

1 (1) $\square ABCD \backsim \square EFGH$ (2) 점 E (3) $\overline{EH}$ (4) $\angle G$
2 ㄴ, ㅁ
3 (1) $3:5$ (2) $3:5$ (3) $\frac{25}{3}\text{ cm}$ (4) $60°$
4 $x=5$, $y=8$
5 $4:25$
6 (1) $4:5$ (2) $4:9$

1



3 (1) $\overline{BC}:\overline{EF}=6:10=3:5$
(3) $\overline{DF}=x\text{ cm}$라고 하면 $5:x=3:5$, $x=\frac{25}{3}$
따라서 $\overline{DF}=\frac{25}{3}\text{ cm}$이다.

4 두 삼각기둥의 닮음비가 $3:6=1:2$이므로
$1:2=x:10$에서 $x=5$
$1:2=4:y$에서 $y=8$

5 닮음비가 $8:20=2:5$이므로 넓이의 비는
$2^2:5^2=4:25$

6 (1) 넓이의 비가 $16:25=4^2:5^2$이므로 닮음비는 $4:5$이다.
(2) 부피의 비가 $8:27=2^3:3^3$이므로 닮음비는 $2:3$이다.
따라서 겉넓이의 비는
$2^2:3^2=4:9$

기초력 향상 문제 Ⅵ-2. 삼각형의 닮음 조건 ①

1 (1) 6, 2, 10, 2, 8, 2, $\triangle EDF$ (2) 2, 3, 2, 3, $\triangle EFD$
(3) $\angle D$, $\angle F$, $\triangle EDF$
2 $\angle ADE$, $\triangle AED$, $\overline{AC}$, $(5+x)$, 7
3 12

3 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$이므로
$\overline{AB}:\overline{EB}=\overline{BC}:\overline{BD}$
따라서 $x:6=10:5$에서 $x=12$

기초력 향상 문제 Ⅵ-2. 삼각형의 닮음 조건 ②

1 (1) $\triangle FDE$ (2) $\triangle DEF$ (3) $\triangle ADE$ (4) $\triangle EBD$
2 3, 2, 3, 2, $\triangle DBA$, 3, 2, $\frac{9}{2}$
3 8

3 $\triangle ABC \backsim \triangle DAC$이므로
$\overline{AB}:\overline{DA}=\overline{BC}:\overline{AC}$
따라서 $12:x=9:6$에서 $x=8$

기초력 향상 문제 Ⅵ-3. 평행선 사이의 선분의 길이의 비 ①

1 (1) $x=9$, $y=6$ (2) $x=5$, $y=8$ **2** (1) 3 (2) 8

3 (1) 6 (2) 10 **4** (1) $\frac{42}{5}$ (2) $\frac{24}{5}$

1 (1) $12:8=x:6$에서 $x=9$

$12:8=9:y$에서 $y=6$

(2) $12:6=10:x$에서 $x=5$

$12:6=y:4$에서 $y=8$

2 (1) $x:3=(10-5):5$에서 $x=3$

(2) $5:x=10:(10+6)$에서 $x=8$

4 (1) $5:7=6:x$에서 $x=\frac{42}{5}$

(2) $10:6=8:x$에서 $x=\frac{24}{5}$

기초력 향상 문제 Ⅵ-3. 평행선 사이의 선분의 길이의 비 ②

1 (1) $x=12$, $y=16$ (2) $x=24$, $y=9$ **2** (1) 10 (2) 12

3 (1) 16 (2) 7 **4** (1) $\frac{15}{4}$ (2) 2

1 (1) $16:12=x:9$에서 $x=12$

$16:12=y:12$에서 $y=16$

(2) $20:15=x:18$에서 $x=24$

$20:15=12:y$에서 $y=9$

2 (1) $8:4=x:5$에서 $x=10$

(2) $3:x=4:(4+12)$에서 $x=12$

4 (1) $4:3=5:x$에서 $x=\frac{15}{4}$

(2) $3:9=x:(8-x)$에서 $x=2$

기초력 향상 문제 Ⅵ-4. 삼각형의 무게중심 ①

1 (1) 3 (2) 4 (3) 10 (4) 14

2 (1) $x=5$, $y=12$ (2) $x=6$, $y=5$

(3) $x=12$, $y=18$ (4) $x=10$, $y=12$

1 (1) $6:x=2:1$에서 $x=3$

(2) $8:x=2:1$에서 $x=4$

(3) $x:5=2:1$에서 $x=10$

(4) $x:7=2:1$에서 $x=14$

2 (1) $10:x=2:1$에서 $x=5$

$y:6=2:1$에서 $y=12$

(2) $12:x=2:1$에서 $x=6$

$10:y=2:1$에서 $y=5$

(3) $x\times\frac{2}{3}=8$에서 $x=12$

$\frac{y}{2}=9$에서 $y=18$

(4) $x=10$, $y=18\times\frac{2}{3}=12$

기초력 향상 문제 Ⅵ-4. 삼각형의 무게중심 ②

1 (1) 16 (2) 20 (3) 5 (4) 16

2 (1) 12 cm (2) 4 cm **3** (1) 10 cm (2) 30 cm

1 (1) $x=24\times\frac{2}{3}=16$

(2) $x=30\times\frac{2}{3}=20$

(3) $2x=10$이므로 $x=5$

(4) $\frac{x}{2}=8$이므로 $x=16$

2 (1) $\overline{GD}=36\times\frac{1}{3}=12\ (\mathrm{cm})$

(2) $\overline{G'D}=\overline{GD}\times\frac{1}{3}=12\times\frac{1}{3}=4\ (\mathrm{cm})$

3 (1) $\overline{GG'}:\overline{G'D}=2:1$이므로 $\overline{GG'}=10$ cm
(2) $\overline{GD}=\overline{GG'}+\overline{G'D}=10+5=15$ (cm)이고,
$\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로 $\overline{AG}=30$ cm

기초력 향상 문제 Ⅵ-5. 피타고라스 정리 ①

1 (1) a^2, b^2, c^2, 피타고라스 정리 (2) c **2** (1) 15 (2) 20
3 (1) 52 (2) 156 (3) 72 (4) 115 (5) 29 (6) 51

1 (1) 직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이와 빗변의 길이를 각각 a, b, c라고 하면 $a^2+b^2=c^2$이 성립한다.
(2) 세 변의 길이가 각각 a, b, c인 삼각형에서 $a^2+b^2=c^2$이면 이 삼각형은 빗변의 길이가 c인 직각삼각형이다.

2 (1) $\overline{AC}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2$이므로 $x=5+10=15$
(2) $\overline{AC}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2$이므로 $x=12+8=20$

3 (1) 피타고라스 정리에 따라
$x^2=6^2+4^2=36+16=52$
(2) 피타고라스 정리에 따라
$x^2=16^2-10^2=256-100=156$
(3) 피타고라스 정리에 따라
$x^2=6^2+6^2=36+36=72$
(4) 피타고라스 정리에 따라
$x^2=14^2-9^2=196-81=115$
(5) 피타고라스 정리에 따라
$x^2=5^2+2^2=25+4=29$
(6) 피타고라스 정리에 따라
$x^2=10^2-7^2=100-49=51$

기초력 향상 문제 Ⅵ-5. 피타고라스 정리 ②

1 (1) 10 cm (2) 5 cm (3) 15 cm
2 (1) $x^2=175$, $y^2=191$ (2) $x^2=85$, $y^2=60$
3 (1) $\neq$, 직각삼각형이 아니다 (2) $=$, 직각삼각형이다
4 (1) × (2) ○ (3) × (4) ○ (5) × (6) ○

1 (1) 피타고라스 정리에 따라
$\overline{AB}^2=6^2+8^2=36+64=100=10^2$
$\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=10$ cm
(2) 피타고라스 정리에 따라
$\overline{AB}^2=13^2-12^2=169-144=25=5^2$
$\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=5$ cm
(3) 피타고라스 정리에 따라
$\overline{AB}^2=25^2-20^2=625-400=225=15^2$
$\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=15$ cm

2 (1) 피타고라스 정리에 따라
$x^2=20^2-15^2=400-225=175$
$y^2=x^2+4^2=175+16=191$
(2) 피타고라스 정리에 따라
$x^2=7^2+6^2=49+36=85$
$y^2=x^2-5^2=85-25=60$

3 (1) 삼각형의 세 변의 길이가 4 cm, 6 cm, 8 cm이면
$4^2+6^2\neq 8^2$
이므로 이 삼각형은 직각삼각형이 아니다.
(2) 삼각형의 세 변의 길이가 8 cm, 15 cm, 17 cm이면
$8^2+15^2=17^2$
이므로 이 삼각형은 직각삼각형이다.

4 (1) $6^2+6^2\neq 10^2$이므로 이 삼각형은 직각삼각형이 아니다.
(2) $3^2+4^2=5^2$이므로 이 삼각형은 직각삼각형이다.
(3) $4^2+5^2\neq 7^2$이므로 이 삼각형은 직각삼각형이 아니다.
(4) $9^2+12^2=15^2$이므로 이 삼각형은 직각삼각형이다.
(5) $8^2+15^2\neq 20^2$이므로 이 삼각형은 직각삼각형이 아니다.
(6) $10^2+24^2=26^2$이므로 이 삼각형은 직각삼각형이다.

소단원 평가 Ⅵ-1. 도형의 닮음

1 2 : 3 **2** (1) 110° (2) $\frac{25}{3}$ cm
3 $x=\frac{9}{2}$, $y=4$, $z=45$
4 24 cm^2 **5** 54π cm^3 **6** 81 : 1

1 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴은 닮은 도형이고, 그 닮음비는 반지름의 길이의 비와 같다. 또, 닮은 도형의 둘레의 길이의 비는 닮음비와 같다.
따라서 두 부채꼴 OAB와 OCD의 둘레의 길이의 비는
$8:(8+4)=2:3$이다.

2 (1) $\angle H=360^\circ-(65^\circ+80^\circ+105^\circ)=110^\circ$
(2) $\overline{AB}:\overline{EF}=6:10$에서 $\overline{EF}=\frac{25}{3}$ cm

3 두 삼각뿔은 서로 닮은 도형이고 닮음비는
$\overline{VA}:\overline{V'A'}=6:8=3:4$
$x:6=3:4$에서 $x=\frac{9}{2}$
$3:y=3:4$에서 $y=4$
$\angle BAC=45^\circ$이므로 $z=45$

4 원래 그림과 축소하여 복사된 그림의 닮음비는
$100:40=5:2$이므로 넓이의 비는
$5^2:2^2=25:4$
축소된 그림의 넓이를 x cm²라고 하면
$150:x=25:4$에서 $x=24$
따라서 축소된 그림의 넓이는 24 cm²이다.

5 두 구의 중심을 지나는 단면의 넓이의 비가 $9:16$이므로 닮음비는 $3:4$이다.
따라서 두 구의 부피의 비는
$3^3:4^3=27:64$
구 O의 부피를 x cm³라고 하면
$x:128\pi=27:64$에서 $x=54\pi$
따라서 구 O의 부피는 54π cm³이다.

6 처음 직사각형의 가로의 길이를 a라고 하면
제1단계에서 지워지는 직사각형의 가로의 길이는 $\frac{1}{3}a$,
제2단계에서 지워지는 직사각형의 가로의 길이는 $\left(\frac{1}{3}\right)^2a$,
제3단계에서 지워지는 직사각형의 가로의 길이는 $\left(\frac{1}{3}\right)^3a$,
제4단계에서 지워지는 직사각형의 가로의 길이는 $\left(\frac{1}{3}\right)^4a$
따라서 구하는 닮음비는
$a:\left(\frac{1}{3}\right)^4a=81:1$

소단원 평가 Ⅵ-2. 삼각형의 닮음 조건

1 $\triangle ABC\backsim\triangle EDA$, 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같다.
2 12 cm **3** $\frac{24}{5}$ cm **4** 4 cm
5 $\frac{80}{9}$ cm² **6** $\frac{15}{4}$ cm

1 $\triangle ABC$와 $\triangle EDA$에서
$\overline{AB}:\overline{ED}=\overline{BC}:\overline{DA}=\overline{CA}:\overline{AE}=2:1$
이므로 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같다.
따라서 $\triangle ABC\backsim\triangle EDA$이다.

2 $\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서
$\angle ACB=\angle ADE$, $\angle A$는 공통인 각
이므로 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다.
즉, $\triangle ABC\backsim\triangle AED$이다.
$\overline{BC}=x$ cm라고 하면
$10:5=x:6$, $x=12$
따라서 $\overline{BC}=12$ cm이다.

3 $\triangle ABC$와 $\triangle DEC$에서
$\angle ABC=\angle DEC=90^\circ$, $\angle C$는 공통인 각
이므로 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다.
즉, $\triangle ABC\backsim\triangle DEC$이다.
$\overline{AB}=x$ cm라고 하면
$x:4=6:5$, $x=\frac{24}{5}$
따라서 $\overline{AB}=\frac{24}{5}$ cm이다.

4 $\triangle ABE$와 $\triangle ADF$에서
$\angle AEB=\angle AFD=90^\circ$, $\angle B=\angle D$
이므로 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다.
즉, $\triangle ABE\backsim\triangle ADF$이다.
$\overline{BE}=x$ cm라고 하면
$x:6=12:18=2:3$, $x=4$
따라서 $\overline{BE}=4$ cm이다.

5 $\triangle ABC$와 $\triangle ADF$에서
$\angle B=\angle ADF=90^\circ$, $\angle A$는 공통인 각
이므로 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다.
즉, $\triangle ABC\backsim\triangle ADF$이다.

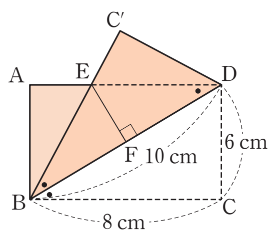
이때 정사각형 DBEF의 한 변의 길이를 a cm라고 하면
$\overline{BC}:\overline{DF}=\overline{AB}:\overline{AD}$에서

$$8:a=4:(4-a),\ a=\frac{8}{3}$$

따라서 □ABEF의 넓이는

$$\square ABEF=\frac{1}{2}\times\left(\frac{8}{3}+4\right)\times\frac{8}{3}$$
$$=\frac{80}{9}\ (\text{cm}^2)$$

6 $\angle EDB=\angle DBC$ (엇각), $\angle EBD=\angle DBC$ (접은 각)
이므로 $\angle EDB=\angle EBD$



즉, △EBD는 이등변삼각형이므로

$$\overline{BF}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times10=5\ (\text{cm})$$

△EBF∽△DBC이므로
$\overline{EF}=x$ cm라고 하면 $x:6=5:8$, $x=\frac{15}{4}$

따라서 $\overline{EF}=\frac{15}{4}$ cm이다.

소단원 평가 Ⅵ-3. 평행선 사이의 선분의 길이의 비

1 20	**2** 15	**3** $\frac{28}{3}$
4 $\frac{64}{5}$ cm	**5** 42 cm	**6** 36 cm^2

1 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로 $8:(24-8)=10:x$
따라서 $x=20$이다.

2 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로
$6:18=x:15$에서 $x=5$
$6:12=5:y$에서 $y=10$
따라서 $x+y=15$이다.

3 $6:2=5:x$에서 $x=\frac{5}{3}$
$6:y=5:(x+3)$에서 $6:y=5:\frac{14}{3}$이므로

$$y=\frac{28}{5}$$

따라서 $xy=\frac{28}{3}$이다.

4 △ABC에서 $\overline{EG}/\!/\overline{BC}$이므로 $\overline{EG}=x$ cm라고 하면

$$6:(6+9)=x:14,\ x=\frac{28}{5}$$

△CDA에서 $\overline{GF}/\!/\overline{AD}$이므로 $\overline{GF}=y$ cm라고 하면

$$9:(6+9)=y:12,\ y=\frac{36}{5}$$

따라서 $\overline{EF}=\frac{28}{5}+\frac{36}{5}=\frac{64}{5}$ (cm)이다.

5 △ABC와 △ADF는 서로 닮은 도형이고 닮음비가 2 : 1
이므로

$$\overline{BC}=2\overline{DF}=14\ (\text{cm})$$

같은 방법으로

$$\overline{AB}=2\overline{EF}=16\ (\text{cm})$$
$$\overline{CA}=2\overline{DE}=12\ (\text{cm})$$

따라서 △ABC의 둘레의 길이는
$14+16+12=42$ (cm)이다.

6 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 △ABE∽△CDE에서

$$\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{CD}=6:12=1:2$$

또, 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라고 하면
△ABC에서 $\overline{CE}:\overline{CA}=\overline{EF}:\overline{AB}=2:3$이므로

$$\overline{EF}=4\ \text{cm}$$

따라서 $\triangle EBC=\frac{1}{2}\times18\times4=36$ (cm^2)이다.

소단원 평가 Ⅵ-4. 삼각형의 무게중심

1 18	**2** 10 cm	**3** 9 cm
4 6 cm	**5** 4 cm^2	**6** 8 cm

1 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이므로 $x=2\times5=10$
$\overline{AG}:\overline{GD}=y:4=2:1$이므로 $y=8$
따라서 $x+y=18$이다.

2 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$이므로

$$\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AD} = \frac{2}{3} \times 30 = 20\ (\text{cm})$$

또, 점 E는 $\overline{AG}$의 중점이므로

$$\overline{EG} = \frac{1}{2}\overline{AG} = \frac{1}{2} \times 20 = 10\ (\text{cm})$$

3 점 G′은 △GBC의 무게중심이므로

$\overline{GG'} : \overline{G'D} = 2 : 1$에서 $\overline{G'D} = 1$ cm

따라서 $\overline{GD} = \overline{GG'} + \overline{G'D} = 2 + 1 = 3\ (\text{cm})$이다.

한편, 점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$에서 $\overline{AG} = 6$ cm

따라서 $\overline{AD} = \overline{AG} + \overline{GD} = 6 + 3 = 9\ (\text{cm})$이다.

4 $\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$에서 $\overline{GE} = 4$ cm

△BCD에서 $\overline{BE} /\!/ \overline{DF}$이므로

$$\overline{BE} : \overline{DF} = \overline{BC} : \overline{DC} = 2 : 1$$

따라서 $\overline{DF} = 6$ cm이다.

5 점 D는 $\overline{BC}$를 3등분 하는 점이므로

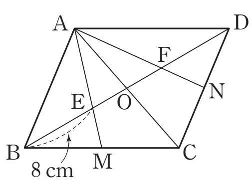
$$\triangle ABD = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3} \times 36 = 12\ (\text{cm}^2)$$

한편, 점 G는 △ABE의 무게중심이므로

$$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$$

따라서 $\triangle BDG = \frac{1}{3}\triangle ABD = \frac{1}{3} \times 12 = 4\ (\text{cm}^2)$이다.

6 오른쪽 그림과 같이 두 대각선의 교점을 O라고 하면 점 E는 △ABC의 무게중심이 된다.



$\overline{BE} : \overline{EO} = 2 : 1$에서

$$\overline{EO} = 4\ \text{cm}$$

또, 점 F는 △ACD의 무게중심이므로 같은 방법으로

$$\overline{FO} = 4\ \text{cm}$$

따라서 $\overline{EF} = \overline{EO} + \overline{FO} = 8\ (\text{cm})$이다.

소단원 평가 Ⅵ-5. 피타고라스 정리

1 $50\ \text{cm}^2$ **2** (1) 8 cm (2) 2.5 cm **3** 13 cm
4 20 cm **5** ㄴ, ㄷ **6** 15 cm

1 □ADEB의 넓이는 $\overline{AB}^2 = 25\ \text{cm}^2$,

□BFGC의 넓이는 $\overline{BC}^2 = 25\ \text{cm}^2$,

□CHIA의 넓이는 $\overline{AC}^2$

그런데 △ABC는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$이다.

따라서 □CHIA의 넓이는

$$\overline{AC}^2 = 25 + 25 = 50\ (\text{cm}^2)$$

2 (1) 피타고라스 정리에 따라

$$\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{AB}^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 = 8^2$$

$\overline{BC} > 0$이므로 $\overline{BC} = 8$ cm

(2) 피타고라스 정리에 따라

$$\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 = 2^2 + 1.5^2 = 4 + 2.25 = 6.25 = 2.5^2$$

$\overline{BC} > 0$이므로 $\overline{BC} = 2.5$ cm

3 △ABC는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 따라

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 = 5^2$$

$\overline{AC} > 0$이므로 $\overline{AC} = 5$ cm

또, △ACD는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 따라

$$\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$$

$\overline{AD} > 0$이므로 $\overline{AD} = 13$ cm

4 □ABCD는 정사각형이므로

$$\overline{AH} = \overline{DG} = \overline{CF} = \overline{BE} = 3\ \text{cm},$$
$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$

이고 조건에 따라 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 4$ cm이므로

△AEH≡△BFE≡△CGF≡△DHG이다.

따라서 $\overline{EH} = \overline{HG} = \overline{GF} = \overline{FE}$이고,

$\angle E = \angle F = \angle G = \angle H = 90^\circ$이므로 □EFGH는 정사각형이다.

한편, △AEH는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 따라 $\overline{EH}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{AH}^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 = 5^2$

$\overline{EH} > 0$이므로 $\overline{EH} = 5$ cm

따라서 □EFGH의 둘레의 길이는

$$5 \times 4 = 20\ (\text{cm})$$

5 ㄱ. $6^2+6^2 \neq 10^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

ㄴ. $5^2+12^2=13^2$이므로 직각삼각형이다.

ㄷ. $1^2+\left(\frac{4}{3}\right)^2=\left(\frac{5}{3}\right)^2$이므로 직각삼각형이다.

ㄹ. $1.5^2+2^2 \neq 3^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

따라서 직각삼각형인 것은 ㄴ, ㄷ이다.

6 $\overline{DC}=x$ cm라고 하면

$$\frac{1}{2}\times(16+x)\times 12=150,\ x=9$$

$\triangle ADC$는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 따라

$$\overline{AC}^2=\overline{AD}^2+\overline{DC}^2=12^2+9^2=144+81=225=15^2$$

$\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=15$ cm이다.

단원 평가

Ⅵ. 도형의 닮음과 피타고라스 정리

01 ③, ⑤	**02** $\frac{40}{3}$	**03** ④	**04** ③
05 8 cm	**06** 16 cm^2	**07** 12	**08** 17
09 8 cm	**10** 52 cm	**11** 40	
12 27 cm	**13** 18 cm	**14** 24 cm^2	
15 12 cm	**16** $\frac{8}{3}$ cm	**17** 16 cm	
18 24 m			

01 ① $\angle F=\angle C=50°$

② 닮음비가 3 : 5이므로

$\overline{BC}:\overline{EF}=3:5$에서 $\overline{EF}=15$ cm이다.

③ $\angle A=90°$인지는 알 수 없다.

④ 닮음비는 대응하는 변의 길이의 비와 같다.

따라서 $\overline{AC}:\overline{DF}=3:5$이다.

⑤ $\angle B=\angle E$

02 두 직육면체의 닮음비는 $\overline{GH}:\overline{G'H'}=3:4$이다.

$4:x=3:4$에서 $x=\frac{16}{3}$

$6:y=3:4$에서 $y=8$

따라서 $x+y=\frac{40}{3}$이다.

03 $8:27=2^3:3^3$에서 닮음비는 2 : 3이므로

$2^2:3^2=36:$ ((나)의 겉넓이)

따라서 (나)의 겉넓이는 81 cm^2이다.

04 ③ $\angle A=70°$, $\angle E=60°$이면

$\angle C=50°$, $\angle D=70°$이다.

따라서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$이다.

05 $\overline{BA}:\overline{BC}=9:12=3:4$,

$\overline{BC}:\overline{BD}=12:16=3:4$,

$\angle ABC=\angle CBD$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$이다.

따라서 $\overline{AC}:\overline{CD}=3:4$에서 $\overline{CD}=8$ cm이다.

06 $\angle ADE=\angle ABC$이고 $\angle A$는 공통인 각이므로

$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$이다.

$\overline{AD}:\overline{AB}=6:9=2:3$이므로

$$\triangle ADE : \triangle ABC=2^2:3^2=4:9$$

따라서 $\triangle ADE=16$ cm^2이다.

07 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}$에서 $12:8=x:6$, $x=9$

$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$에서 $8:4=6:y$, $y=3$

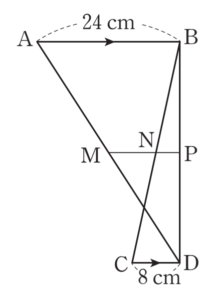
따라서 $x+y=12$이다.

08 $\overline{AB}:\overline{BD}=\overline{AC}:\overline{CE}$에서 $6:x=8:12$, $x=9$

$\overline{AC}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{DE}$에서 $8:4=y:4$, $y=8$

따라서 $x+y=17$이다.

09 오른쪽 그림과 같이 $\overline{MN}$의 연장선과 $\overline{BD}$가 만나는 점을 P라고 하면



$$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 24=12\ (\text{cm})$$

$$\overline{NP}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 8=4\ (\text{cm})$$

따라서 $\overline{MN}$의 길이는

$$\overline{MN}=\overline{MP}-\overline{NP}=12-4=8\ (\text{cm})$$

10 $\overline{PS}/\!/\overline{BD}/\!/\overline{QR}$, $\overline{PQ}/\!/\overline{AC}/\!/\overline{SR}$이고

$$\overline{PQ}=\overline{SR}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 24=12\ (\text{cm})$$

$$\overline{PS}=\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 28=14\ (\text{cm})$$

따라서 □PQRS의 둘레의 길이는

$$2\times(12+14)=52\ (\text{cm})$$

11 $6:3=8:x$에서 $\quad x=4$

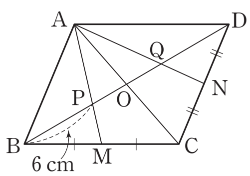
$6:3=y:(15-y)$에서 $\quad y=10$

따라서 $xy=40$이다.

12 $\overline{GD}=\frac{3}{2}\overline{GG'}=\frac{3}{2}\times6=9\ (\text{cm})$이므로

$\overline{AD}=3\overline{GD}=3\times9=27\ (\text{cm})$

13 점 P는 △ABC의 무게중심이므로



$\overline{BP}:\overline{PO}=2:1$

점 Q는 △ACD의 무게중심이므로

$\overline{OQ}:\overline{QD}=1:2$

이때 $\overline{BO}=\overline{DO}$이므로 $\quad \overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$

따라서 $\overline{BD}=3\overline{BP}=3\times6=18\ (\text{cm})$이다.

14 $6^2+8^2=100,\ 10^2=100$이므로 $\quad 6^2+8^2=10^2$

즉, 직각을 낀 두 변의 길이가 각각 6 cm, 8 cm인 직각삼각형이다.

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times6\times8=24\ (\text{cm}^2)$이다.

15 색칠한 정사각형의 넓이를 $x\ \text{cm}^2$라고 하면

$225=x+81$이므로 $\quad x=144$

따라서 색칠한 정사각형의 한 변의 길이는 12 cm이다.

16 △ABC′과 △DC′E에서

$\angle A=\angle D=90^\circ$

$\angle BC'E=\angle C=90^\circ$이므로

$\angle AC'B+\angle DC'E=90^\circ$

$\angle ABC'+\angle AC'B=90^\circ$에서

$\angle ABC'=\angle DC'E$

따라서 $\quad \triangle ABC' \backsim \triangle DC'E$

······ (가)

$\overline{AB}:\overline{DC'}=\overline{AC'}:\overline{DE}=6:2$이므로

$\overline{DE}=\frac{8}{3}\ \text{cm}$

······ (나)

채점 기준	배점 비율
(가) $\triangle ABC' \backsim \triangle DC'E$임을 설명하기	60 %
(나) $\overline{DE}$의 길이 구하기	40 %

17 $\overline{BE}=\overline{ED}=\overline{DF}=\overline{FC}=\frac{1}{4}\times48=12\ (\text{cm})$이므로

$\overline{EF}=12+12=24\ (\text{cm})$

······ (가)

△AGG′과 △AEF에서

$\overline{AG}:\overline{AE}=\overline{AG'}:\overline{AF}=2:3$, ∠GAG′은 공통인 각이므로 $\triangle AGG' \backsim \triangle AEF$이다.

······ (나)

따라서 $2:3=\overline{GG'}:\overline{EF}$이므로 $\overline{GG'}=16$ cm이다.

······ (다)

채점 기준	배점 비율
(가) $\overline{EF}$의 길이 구하기	30 %
(나) $\triangle AGG' \backsim \triangle AEF$임을 설명하기	40 %
(다) $\overline{GG'}$의 길이 구하기	30 %

18 △PAB가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 따라

$12^2+\overline{PB}^2=13^2$, $\overline{PB}=5$ m

······ (가)

$\angle C=\angle B=90^\circ$, $\angle CPD=\angle BPA$ (맞꼭지각)이므로

$\triangle PDC \backsim \triangle PAB$이다.

······ (나)

$\overline{DC}:\overline{AB}=\overline{PC}:\overline{PB}$에서

$x:12=10:5$, $x=24$

따라서 강의 폭은 24 m이다.

······ (다)

채점 기준	배점 비율
(가) 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{PB}$의 길이 구하기	30 %
(나) $\triangle PDC \backsim \triangle PAB$임을 설명하기	30 %
(다) 강의 폭 구하기	40 %

보충 문제

Ⅵ. 도형의 닮음과 피타고라스 정리

01 풀이 참조 **02** 풀이 참조 **03** (1) 6 (2) 2

04 (1) $\frac{36}{5}$ (2) 5 **05** (1) 6 (2) 4 **06** (1) 13 (2) 40

01 (1) $\overline{EF}$

(2) ∠G

(3) 점 H

(4) $\square ABCD \backsim \square EFGH$

(5) □ABCD와 □EFGH의 닮음비는

$\overline{BC}:\overline{FG}=6:12=1:2$

02 (1) $\overline{AB} : \overline{DE} = 4 : 10 = 2 : 5$

(2) $\overline{BC} : \overline{EF} = 6 : 15 = 2 : 5$

(3) E

(4) $\triangle$DEF

(5) 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같다. 이때 닮음비는 $2 : 5$이다.

03 (1) $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$에서 $6 : 4 = 9 : x$, $x = 6$

(2) $\overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$에서 $6 : 3 = 4 : x$, $x = 2$

04 (1) $10 : 8 = 9 : x$에서 $x = \frac{36}{5}$

(2) $x : 10 = 4 : 8$에서 $x = 5$

05 (1) $x = 2 \times \overline{GD} = 2 \times 3 = 6$

(2) $x = \frac{1}{2} \times \overline{BG} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$

06 (1) $x^2 = 5^2 + 12^2$에서 $x^2 = 169$, $x = 13$

(2) $x^2 + 30^2 = 50^2$에서 $x^2 = 1600$, $x = 40$

심화 문제

Ⅵ. 도형의 닮음과 피타고라스 정리

01 49초	**02** $\frac{28}{5}$	**03** $\frac{100}{3}$ cm^2
04 60 cm^2	**05** $3 : 1 : 2$	**06** 50π cm^2

01 채워져 있는 물의 깊이와 그릇의 깊이의 비가 $1 : 2$이므로 부피의 비는 $1^3 : 2^3 = 1 : 8$

전체 걸리는 시간이 56초이므로 전체 부피의 $\frac{1}{8}$까지 채우는 데 걸린 시간은 $\frac{1}{8} \times 56 = 7$(초)

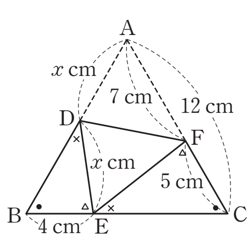
따라서 나머지를 채우는 데 걸리는 시간은 $56 - 7 = 49$(초)이다.

02 $\triangle$BED와 $\triangle$CFE에서

$\angle B = \angle C = 60^\circ$ …… ①

$\angle BED + \angle BDE = 120^\circ$,

$\angle BED + \angle CEF = 120^\circ$이므로



$\angle BDE = \angle CEF$ …… ②

①, ②에서 $\triangle BED \backsim \triangle CFE$

$\overline{DE} = \overline{AD} = x$ cm, $\overline{EF} = \overline{AF} = 7$ cm,

$\overline{FC} = 12 - 7 = 5$ (cm)이고

$\overline{BE} : \overline{CF} = \overline{DE} : \overline{EF}$이므로

$4 : 5 = x : 7$

따라서 $x = \frac{28}{5}$이다.

03 $\triangle$BCE와 $\triangle$DCF에서

$\angle BEC = \angle DFC = 90^\circ$, $\angle B = \angle D$이므로

$\triangle BCE \backsim \triangle DCF$이다.

이때 닮음비는

$\overline{CE} : \overline{CF} = 10 : 6 = 5 : 3$

$\overline{BE} : \overline{DF} = 5 : 3$에서

$\overline{BE} = \frac{20}{3}$ cm

따라서 $\triangle BCE = \frac{1}{2} \times \frac{20}{3} \times 10 = \frac{100}{3}$ (cm^2)이다.

04 $\triangle$ADF, $\triangle$AEG, $\triangle$ABC는 서로 닮은 도형이고 닮음비가 $1 : 2 : 3$이므로 넓이의 비는 $1^2 : 2^2 : 3^2 = 1 : 4 : 9$이다. 따라서

$\triangle ADF : \square DEGF : \square EBCG$

$= 1 : (4-1) : (9-4)$

$= 1 : 3 : 5$

즉, $\square DEGF : \square EBCG = 3 : 5$이므로

$\square EBCG = 60$ cm^2

05 점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로 $\overline{BE}$, $\overline{CF}$는 각각 $\triangle$ABC의 중선이다.

$\overline{HG} : \overline{GD} = \overline{EG} : \overline{BG} = 1 : 2$이므로

$\overline{GD} = 2\overline{HG}$

또, $\overline{AH} : \overline{HD} = \overline{AF} : \overline{FB} = 1 : 1$이므로

$\overline{AH} = \overline{HD} = \overline{HG} + \overline{GD} = 3\overline{HG}$

따라서 $\overline{AH} : \overline{HG} : \overline{GD} = 3\overline{HG} : \overline{HG} : 2\overline{HG} = 3 : 1 : 2$이다.

06 색칠한 부분의 넓이는 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로

$\frac{1}{2} \times \pi \times 10^2 = 50\pi$ (cm^2)

활동지 Ⅵ-1. 도형의 닮음

입체 카드 만들기

[지도 목표]

교구를 이용하여 닮은 도형을 만들어 보고, 그 성질을 이해하게 한다.

[지도 방법]

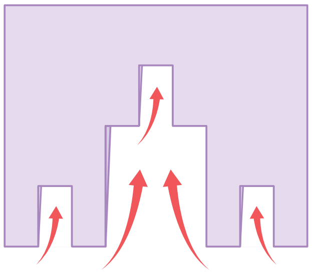
종이를 반으로 접어 자른 후 접어 넣는 활동을 반복하게 한다. 이때 자르는 부분과 접어 넣는 부분을 정확하게 조작할 수 있도록 지도한다. 만들어 놓은 입체 카드를 관찰하여 닮은 도형을 찾아볼 수 있게 한다. 또, 학생들이 다른 형태의 입체 카드를 만들어 볼 수 있도록 지도한다.

활동 과제

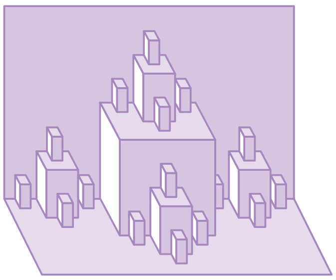
[활동 예시]

1 입체 카드에서 자르는 선의 길이를 높이의 반이 되도록 하였으므로 $\overline{AB}=\frac{1}{4}\overline{CD}$이다. 따라서 $\overline{AB}:\overline{CD}=1:4$이다.

2 〈그림 1〉과 같이 종이를 반으로 접은 후 밑변을 3등분 하는 두 점을 찾고, 이 두 점에서 높이의 반이 되는 지점까지 자른 후 가운데 부분을 안으로 접어 넣는 과정을 반복하면 〈그림 2〉와 같은 입체 카드가 만들어진다.



〈그림 1〉



〈그림 2〉

활동지 Ⅵ-5. 피타고라스 정리

색종이로 알아보는 피타고라스 정리

[지도 목표]

색종이를 오려 정사각형을 만드는 활동을 통하여 피타고라스 정리가 성립하는 것을 확인할 수 있게 한다.

[지도 방법]

직각삼각형에서 직각을 낀 두 변을 각각 한 변으로 하는 작은 두 정사각형을 그려진 선을 따라 오려서 큰 정사각형에 겹치지 않고 완전히 덮이게 붙일 수 있도록 지도한다. 이 활동을 통해 정사각형의 넓이를 비교함으로써 피타고라스 정리가 성립하는 것을 확인할 수 있도록 지도한다.

활동 과제

[풀이]

1 삼각형 ABC에서 $\overline{BC}=a$, $\overline{AC}=b$, $\overline{AB}=c$라고 하면 직각을 낀 두 변을 각각 한 변으로 하는 두 정사각형의 넓이는 각각 a^2, b^2이다. 그런데 이 두 정사각형을 오려서 붙이면 큰 정사각형이 되고, 큰 정사각형의 넓이는 c^2이므로 $a^2+b^2=c^2$임을 알 수 있다.

2 오른쪽 그림과 같이 작은 두 정사각형을 채운 칠교판을 이용하여 큰 정사각형을 겹치지 않게 완전히 채울 수 있다.