

Aula 4 – Decisão Racional sob Condições de Ignorância I

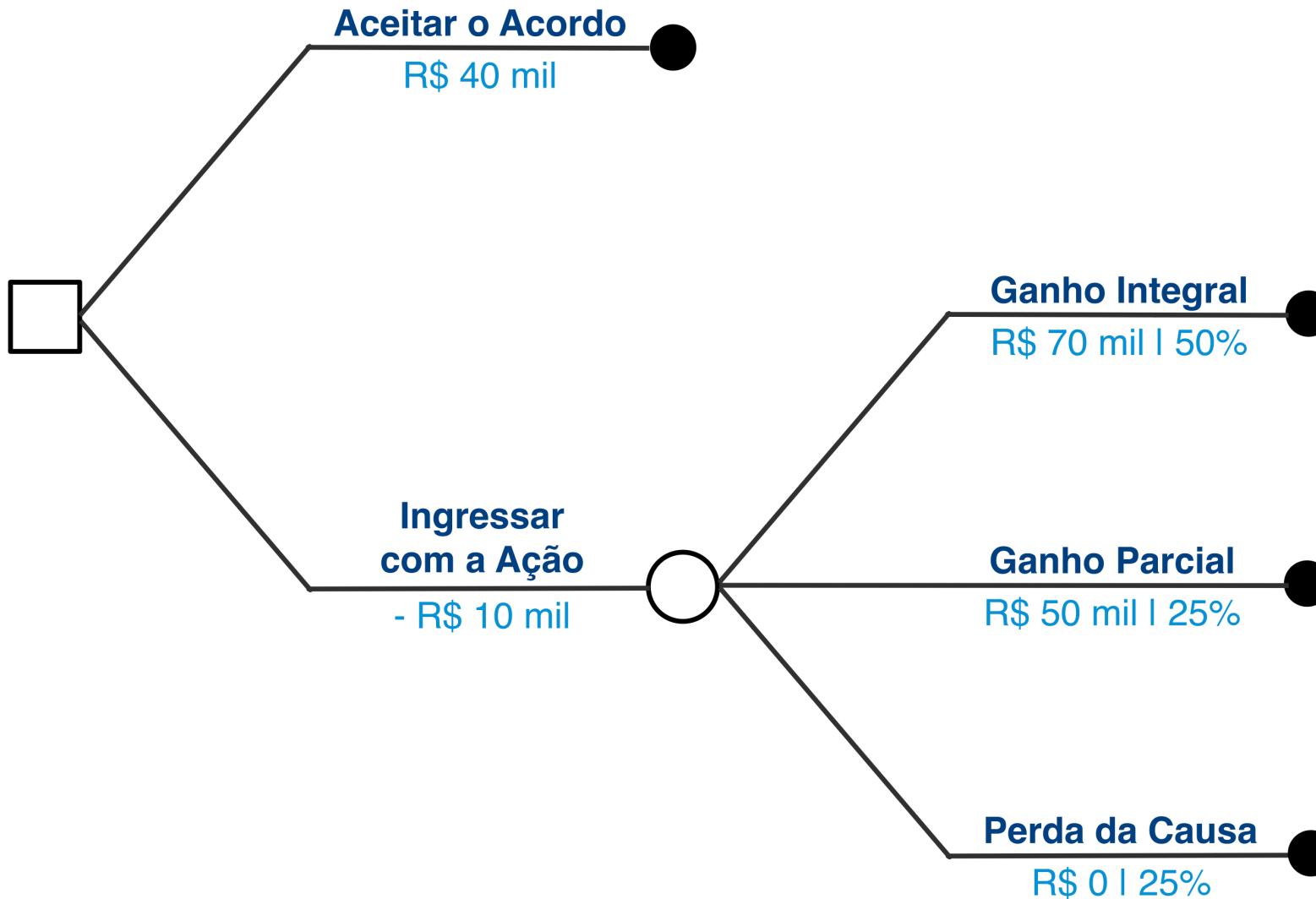
Teoria da Decisão – 2023.1

Lucas Thevenard

Respostas dos exercícios

Exercício 1: Acidente de trânsito

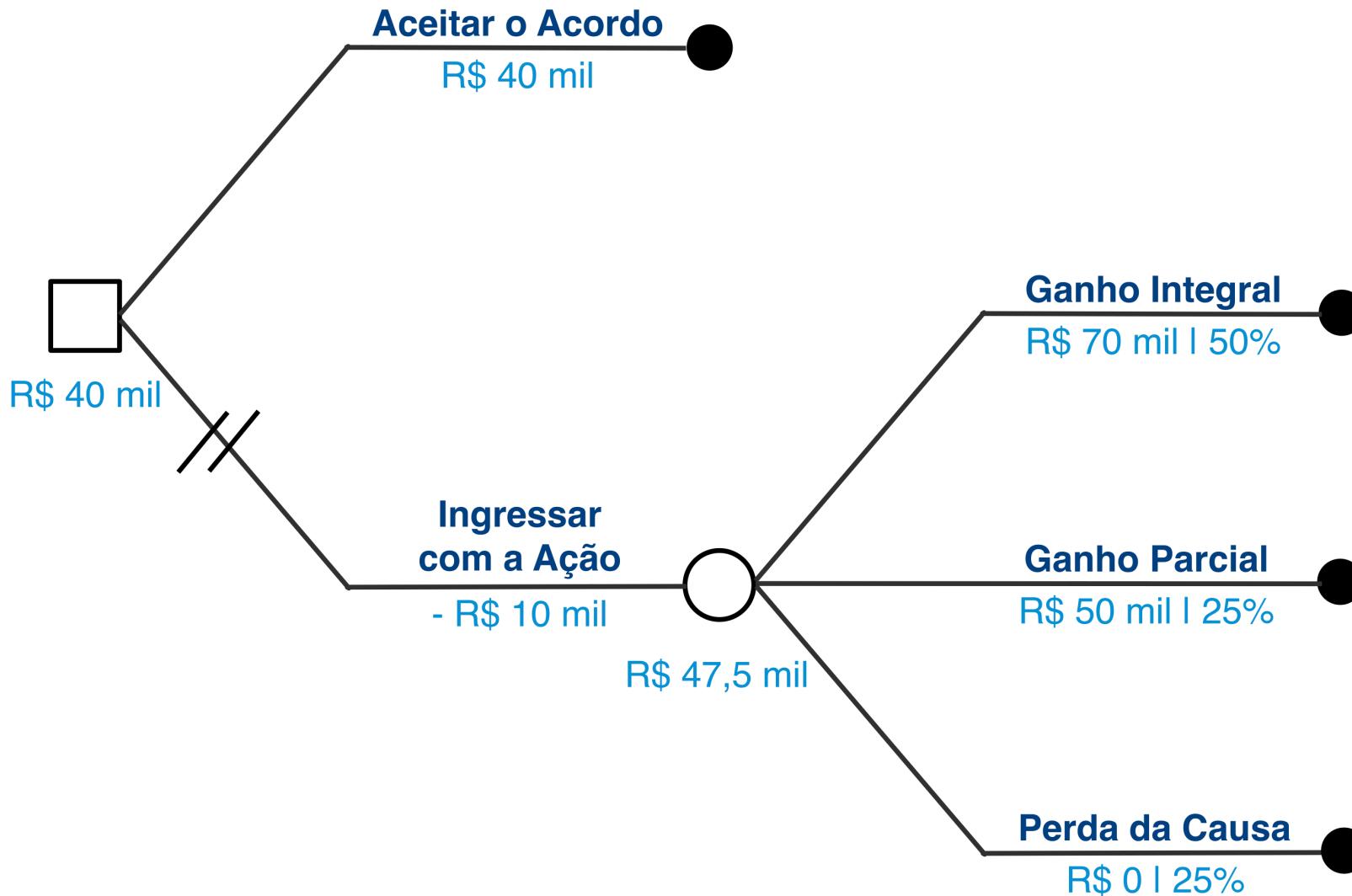
- Ganho de causa integral: R\$ 70.000,00 | 50% de chance
- Ganho de causa parcial: R\$ 50.000,00 | 25% de chance
- Chance de perder a causa: 25%
- Ação custa R\$ 10.000,00
- Acordo oferecido: R\$ 40.000,00
- O que fazer?



Valor Esperado

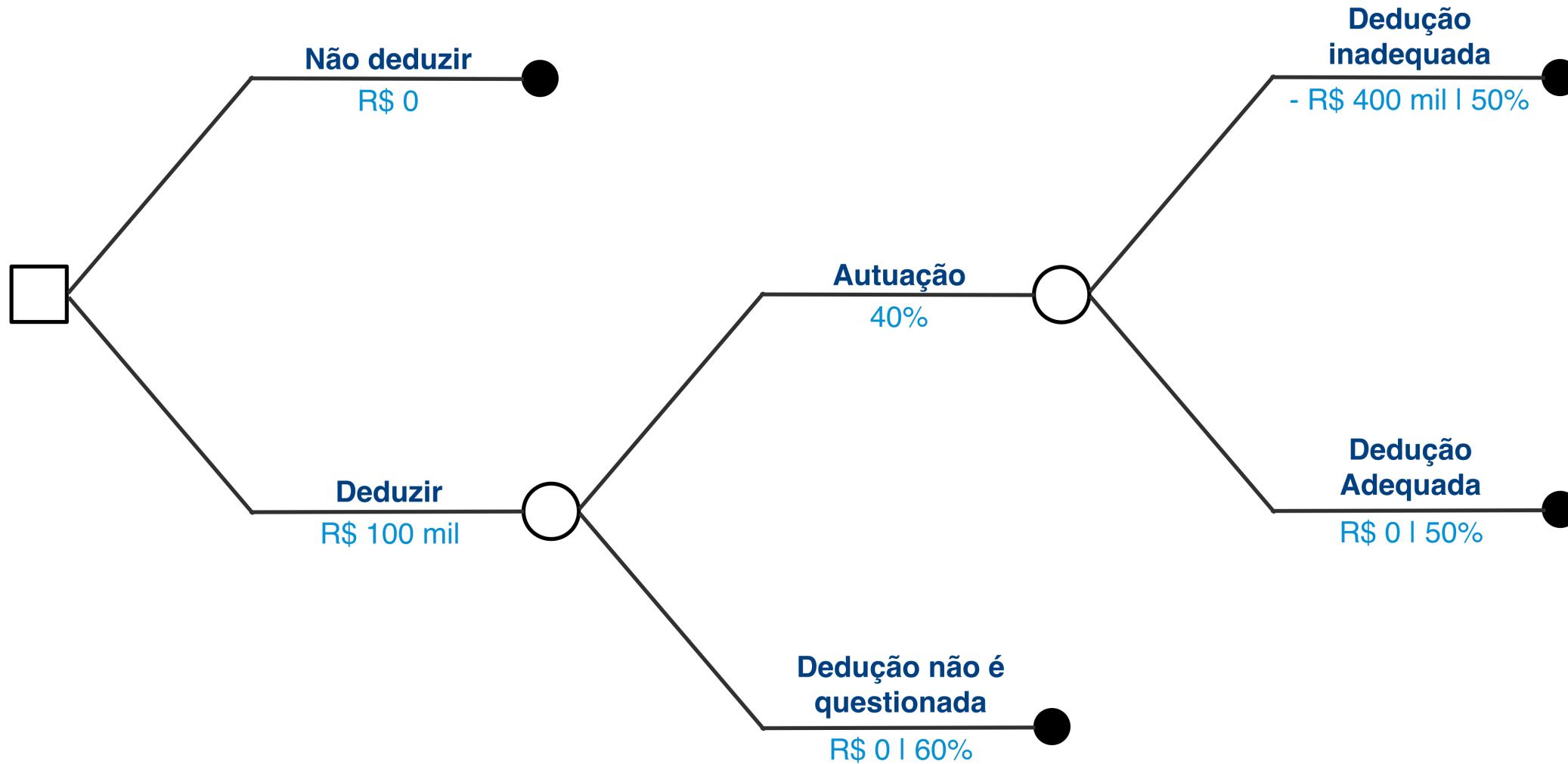
$$(0,5 \times 70) + (0,25 \times 50) + (0,25 \times 0)$$

$$35 + 12,5 + 0 = 47,5$$



Exercício 2: Conselho Tributário

- Dedução pouparia R\$ 100 mil.
- Autuação (40% de chance):
 - Inadequação da dedução (50% de chance):
 - Restituir o valor deduzido;
 - Pagar uma multa no valor de R\$ 300.000,00.

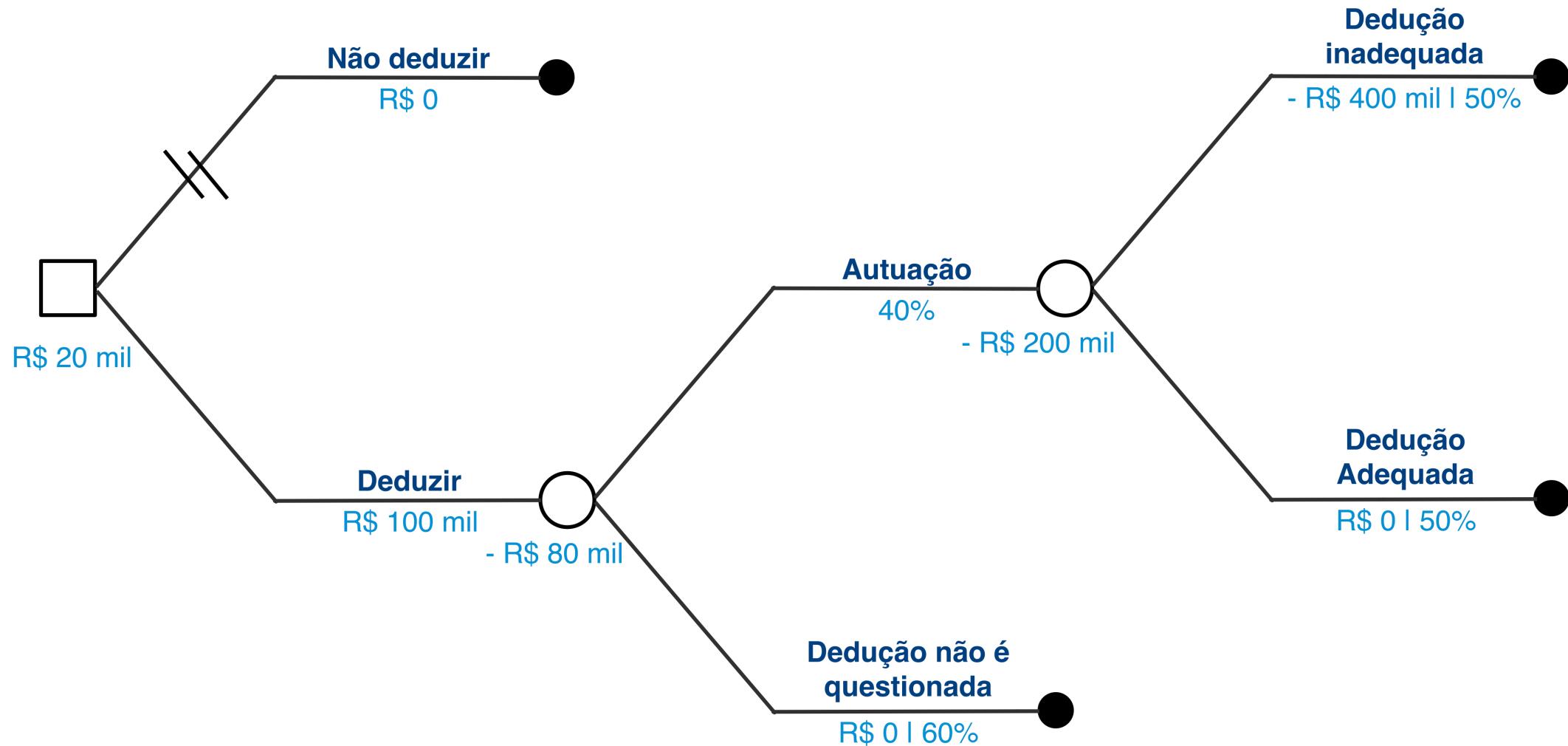


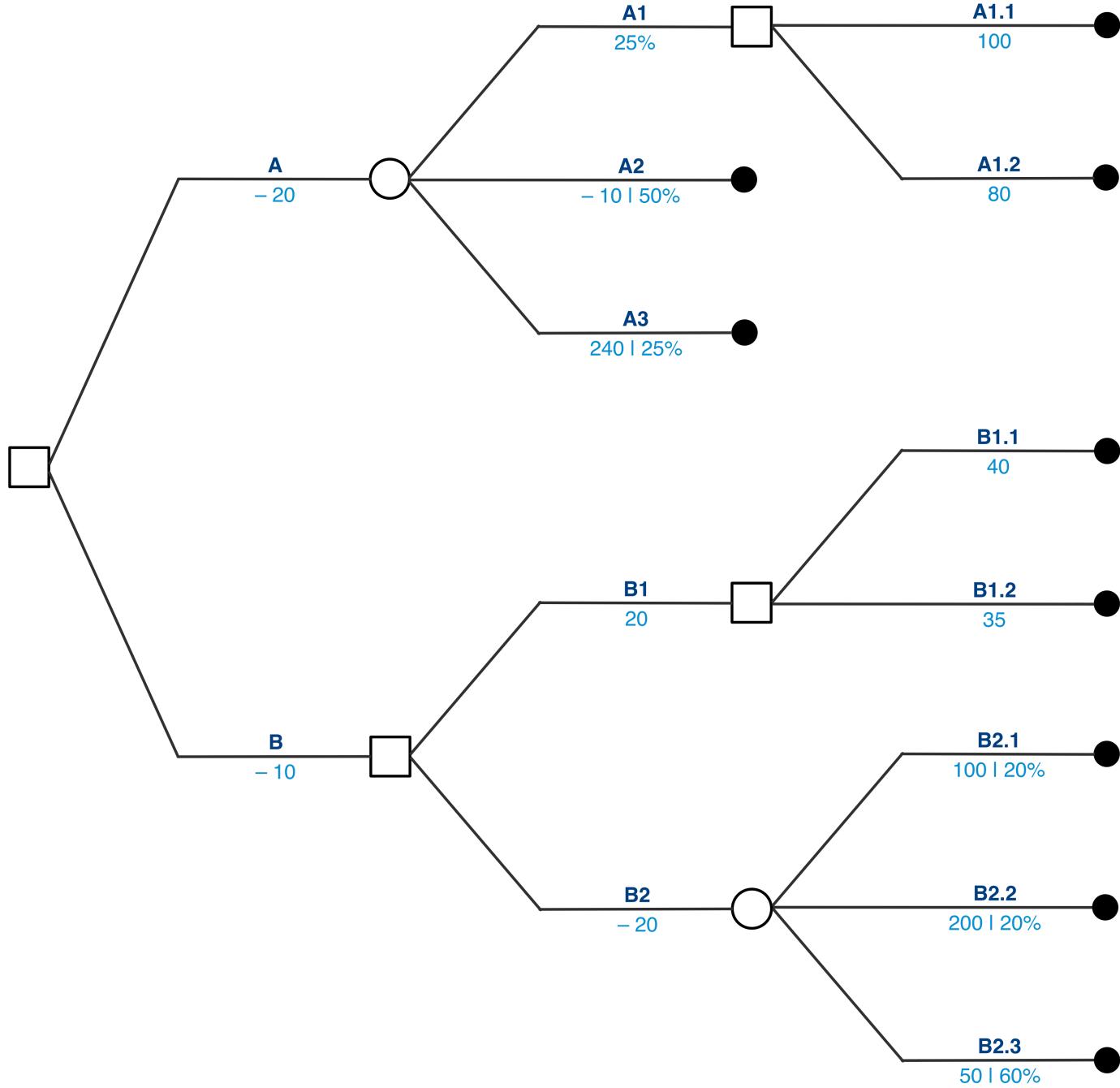
Autuação

$$(0,5 \times -400) + (0,6 \times 0) = -200$$

Deduzir

$$(0,4 \times -200) + (0,6 \times 0) = -80$$

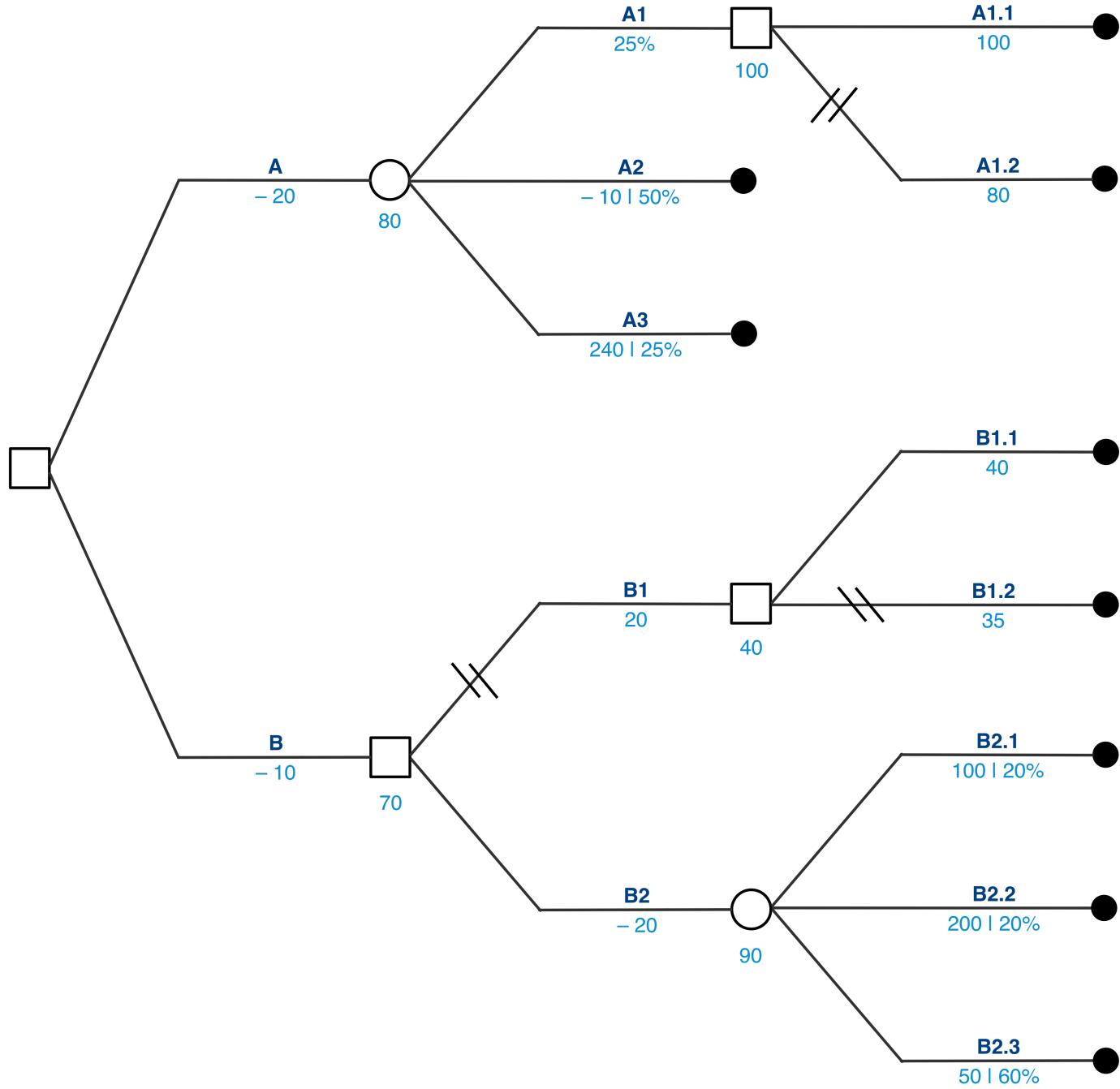




Exercício 3

$$(0,25 \times 100) + (0,5 \times -10) + (0,25 \times 240)$$
$$25 - 5 + 60 = 80$$

$$(0,2 \times 100) + (0,2 \times 200) + (0,6 \times 50)$$
$$20 + 40 + 30 = 90$$



Roteiro da aula

- **Modelo de Decição Racional sob Condição de Ignorância (MDRI)**
 - Maximin
 - Minimax
 - Regra do Otimismo
 - Postulado da Razão Insuficiente

Recapitulando: Certeza, Risco, Ignorância

- **Certeza** – consequências unívocas e certas para cada alternativa de decisão.
- **Risco** – pode haver múltiplos Estados do Mundo associados a uma alternativa de decisão, mas conseguimos estimar as probabilidades.
- **Ignorância** – não conseguimos estimar as probabilidades para os Estados do Mundo, apenas avaliar quais resultados são mais ou menos desejáveis.

Obs: nomenclaturas variam (diferentes usos do termo 'incerteza').

Vamos voltar ao exemplo da compra do imóvel e representá-lo na forma normal, sem as probabilidades

Alternativas	B está contaminado	B não está contaminado
Compra imediata de A	- R\$ 300 mil	- R\$ 300 mil
Compra imediata de B	- R\$ 400 mil	- R\$ 200 mil
Teste Prévio	- R\$ 345 mil	- R\$ 245 mil

E agora, como decidir?

Métodos de decisão sob ignorância

- **Maximin:** Escolho a alternativa que tem o melhor "pior caso". Ou seja, minimizo as minhas chances de me dar muito mal.
- **Minimax:** Escolho a alternativa que tem menos chances de me causar muito arrependimento. Ou seja, escolho o menor nível máximo de arrependimento.
- **Regra do otimismo:** Avalio o melhor e o pior resultado de cada alternativa com base em um "nível de otimismo".
- **Postulado da razão insuficiente:** Partindo da suposição de que todas os EDMs têm a mesma chance de ocorrer, comparamos o valor médio das alternativas.

1. Maximin

Escolho a alternativa que tem o melhor "pior caso". Ou seja, minimizo as minhas chances de me dar muito mal.

Maximin

Alternativas	B está contaminado	B não está contaminado
Compra imediata de A	- R\$ 300 mil	- R\$ 300 mil
Compra imediata de B	- R\$ 400 mil	- R\$ 200 mil
Teste Prévio	- R\$ 345 mil	- R\$ 245 mil

Maximin

Alternativas	B está contaminado	B não está contaminado
Compra imediata de A	- R\$ 300 mil *	- R\$ 300 mil *
Compra imediata de B	- R\$ 400 mil *	- R\$ 200 mil
Teste Prévio	- R\$ 345 mil *	- R\$ 245 mil

Maximin

Alternativas	B está contaminado	B não está contaminado
Compra imediata de A **	- R\$ 300 mil *	- R\$ 300 mil *
Compra imediata de B	- R\$ 400 mil *	- R\$ 200 mil
Teste Prévio	- R\$ 345 mil *	- R\$ 245 mil

Solução (Maximin): Compra imediata de A

Maximin

- **Definição:** Escolho a alternativa que tem o melhor "pior caso". Ou seja, minimizo as minhas chances de me dar muito mal.
- **Método Léxico:** resolução progressiva dos casos de 'empate' entre piores cenários (considerando o próximo pior cenário).

Maximin

Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3
A	4	6	8
B	8	4	5
C	3	4	13

Maximin

Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3
A	4 *	6	8
B	8	4 *	5
C	3 *	4	13

Maximin

Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3
A	-4	6	8
B	8	-4	5
-C-	-3	-4	-13

Maximin

Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3
A	-4	6 *	8
B	8	-4	5 *
-C-	-3	-4	-13

Maximin

Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3
A **	-4	6 *	8
B	8	-4	5 *
-C-	-3	-4	-13

Solução (Maximin Léxico): A

Maximin

Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	2	40	50	12
B	12	7	10	5
C	4	3	8	10
D	8	8	9	5

Maximin

Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	2 *	40	50	12
B	12	7	10	5 *
C	4	3 *	8	10
D	8	8	9	5 *

Maximin

Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	-2	-40	-50	-12
B	12	7	10	-5
C	-4	-3	-8	-10
D	8	8	9	-5

Maximin

Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	-2	-40	-50	-12
B	12	7 *	10	-5
C	-4	-3	-8	-10
D	8 *	8 *	9	-5

Maximin

Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
-A-	-2	-40	-50	-12
B	12	7 *	10	-5
-C-	-4	-3	-8	-10
D **	8 *	8 *	9	-5

Solução (Maximin): Alternativa D

2. Minimax

Escolho a alternativa que tem menos chances de me causar muito arrependimento. Ou seja, escolho o menor nível máximo de arrependimento.

Minimax

Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	2	40	50	12
B	12	7	10	5
C	4	3	8	10
D	8	8	9	5

- Será que não podemos nos arrepender de não ter escolhido a opção A?
- Como podemos calcular/medir nosso arrependimento para evitá-lo?

Minimax

Alternativas	EDM3
A	50
B	10
C	8
D	9

- Será que não podemos nos arrepender de não ter escolhido a opção A?
- Como podemos calcular/medir nosso arrependimento para evitá-lo?

Minimax

Opções

	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	2	40	50	12
B	12	7	10	5
C	4	3	8	10
D	8	8	9	5

Arrependimento

EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
12 - 2	40 - 40	50 - 50	12 - 12
12 - 12	40 - 7	50 - 10	12 - 5
12 - 4	40 - 3	50 - 8	12 - 10
12 - 8	40 - 8	50 - 9	12 - 5

Minimax

Opções

	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	2	40	50	12
B	12	7	10	5
C	4	3	8	10
D	8	8	9	5

Arrependimento

EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
10	0	0	0
0	33	40	7
8	37	42	2
4	32	41	7

Minimax

Opções

	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	2	40	50	12
B	12	7	10	5
C	4	3	8	10
D	8	8	9	5

Arrependimento

EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
10 *	0	0	0
0	33	40 *	7
8	37	42 *	2
4	32	41 *	7

Minimax

Opções

	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A **	2	40	50	12
B	12	7	10	5
C	4	3	8	10
D	8	8	9	5

Arrependimento

EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
10 *	0	0	0
0	33	40 *	7
8	37	42 *	2
4	32	41 *	7

Solução (Minimax): Alternativa A

Minimax

Opções

Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245

Minimax

Opções

Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245

Arrependimento

Contaminado	Limpo
- 300 - (- 300)	- 200 - (- 300)
- 300 - (- 400)	- 200 - (- 200)
- 300 - (-345)	- 200 - (- 245)

Minimax

Opções

Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245

Arrependimento

Contaminado	Limpo
0	100
100	0
45	45

Minimax

Opções

Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245

Arrependimento

Contaminado	Limpo
0	100 *
100 *	0
45 *	45 *

Minimax

Opções

Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste **	- 345	- 245

Arrependimento

Contaminado	Limpo
0	100 *
100 *	0
45 *	45 *

Solução (Minimax): Realizar o Teste

Minimax

- **Definição:** Escolho a alternativa que tem menos chances de me causar muito arrependimento. Ou seja, escolho o menor nível máximo de arrependimento.
- **Método Léxico:** resolução progressiva dos casos de 'empate' entre maiores níveis de arrependimento (considerando o próximo maior arrependimento).

Minimax

Opções

—	EDM1	EDM2	EDM3
A	12	8	6
B	6	14	7
C	2	8	10

Minimax

Opções

—	EDM1	EDM2	EDM3
A	12	8	6
B	6	14	7
C	2	8	10

Arrependimento

EDM1	EDM2	EDM3
12 - 12	14 - 8	10 - 6
12 - 6	14 - 14	10 - 7
12 - 2	14 - 8	10 - 10

Minimax

Opções

—	EDM1	EDM2	EDM3
A	12	8	6
B	6	14	7
C	2	8	10

Arrependimento

EDM1	EDM2	EDM3
0	6	4
6	0	3
10	6	0

Minimax

Opções

—	EDM1	EDM2	EDM3
A	12	8	6
B	6	14	7
C	2	8	10

Arrependimento

EDM1	EDM2	EDM3
0	6*	4
6*	0	3
10*	6	0

Minimax

Opções

—	EDM1	EDM2	EDM3
A	12	8	6
B	6	14	7
C	2	8	10

Arrependimento

EDM1	EDM2	EDM3
0	-6	4
-6	0	3
-10	-6	-0

Minimax

Opções

—	EDM1	EDM2	EDM3
A	12	8	6
B	6	14	7
C	2	8	10

Arrependimento

EDM1	EDM2	EDM3
0	-6	4 *
-6	0	3 *
-10	-6	-0

Minimax

Opções

—	EDM1	EDM2	EDM3
A	12	8	6
B **	6	14	7
C	2	8	10

Arrependimento

EDM1	EDM2	EDM3
0	—6—	4 *
—6—	0	3 *
—10—	—6—	—0—

Solução (Minimax Léxico): Alternativa B

3. Regra do otimismo

Avalio o melhor e o pior resultado de cada alternativa com base em um "nível de otimismo".

Regra do Otimismo

Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245

$$V_x = a \text{Max} + (1 - a) \text{Min} \quad | \quad a = 0, 7$$

Regra do Otimismo

Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245

$$V_x = a \text{Max} + (1 - a) \text{Min} \quad | \quad a = 0, 7$$

$$V_A = (0,7 \times -300) + (0,3 \times -300) = -300$$

$$V_B = (0,7 \times -200) + (0,3 \times -400) = -260$$

$$V_T = (0,7 \times -245) + (0,3 \times -345) = -275$$

Regra do Otimismo

Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B **	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245

$$V_x = a \text{Max} + (1 - a) \text{Min} \quad | \quad a = 0,7$$

$$V_A = (0,7 \times -300) + (0,3 \times -300) = -300$$

$$V_B = (0,7 \times -200) + (0,3 \times -400) = -260$$

$$V_T = (0,7 \times -245) + (0,3 \times -345) = -275$$

Solução (Regra do Otimismo): Compra imediata do Terreno B

Obs: Regra do Otimismo e Maximin

- A regra do otimismo é uma generalização do modelo Maximin.
- No modelo Maximin, temos um resultado que pressupõe nível de otimismo zero:
 - $V_x = aMax + (1 - a)Min \mid a = 0$
 - $V_x = 0Max + (1 - 0)Min \implies Vx = Min$

Regra do Otimismo

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	35	100	35	35
B	20	30	50	70
C	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$V_x = a \text{Max} + (1 - a) \text{Min} \quad | \quad a = 0, 2$$

Regra do Otimismo

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	35	100	35	35
B	20	30	50	70
C	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$V_x = a \text{Max} + (1 - a) \text{Min} \quad | \quad a = 0, 2$$

$$V_A = (0,2 \times 100) + (0,8 \times 35) = 48$$

$$V_B = (0,2 \times 70) + (0,8 \times 20) = 30$$

$$V_C = (0,2 \times 70) + (0,8 \times 35) = 42$$

$$V_D = (0,2 \times 140) + (0,8 \times 20) = 44$$

Regra do Otimismo

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A **	35	100	35	35
B	20	30	50	70
C	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$V_x = a \text{Max} + (1 - a) \text{Min} \quad | \quad a = 0, 2$$

$$V_A = (0,2 \times 100) + (0,8 \times 35) = 48$$

$$V_B = (0,2 \times 70) + (0,8 \times 20) = 30$$

$$V_C = (0,2 \times 70) + (0,8 \times 35) = 42$$

$$V_D = (0,2 \times 140) + (0,8 \times 20) = 44$$

Solução (Regra do Otimismo): Alternativa A

Regra do Otimismo

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	35	100	35	35
B	20	30	50	70
C	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$V_x = a \text{Max} + (1 - a) \text{Min} \quad | \quad a = 0, 6$$

Regra do Otimismo

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	35	100	35	35
B	20	30	50	70
C	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$V_x = a \text{Max} + (1 - a) \text{Min} \quad | \quad a = 0, 6$$

$$V_A = (0,6 \times 100) + (0,4 \times 35) = 74$$

$$V_B = (0,6 \times 70) + (0,4 \times 20) = 50$$

$$V_C = (0,6 \times 70) + (0,4 \times 35) = 56$$

$$V_D = (0,6 \times 140) + (0,4 \times 20) = 92$$

Regra do Otimismo

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	35	100	35	35
B	20	30	50	70
C	45	35	60	70
D **	20	140	20	20

$$V_x = a \text{Max} + (1 - a) \text{Min} \quad | \quad a = 0, 6$$

$$V_A = (0,6 \times 100) + (0,4 \times 35) = 74$$

$$V_B = (0,6 \times 70) + (0,4 \times 20) = 50$$

$$V_C = (0,6 \times 70) + (0,4 \times 35) = 56$$

$$V_D = (0,6 \times 140) + (0,4 \times 20) = 92$$

Solução (Regra do Otimismo): Alternativa D

4. Postulado da razão insuficiente

Partindo da suposição de que todas os EDMs têm a mesma chance de ocorrer, comparamos o valor médio das alternativas.

Postulado da razão insuficiente

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	35	100	35	35
B	20	30	50	70
C	45	35	60	70
D	20	140	20	20

Postulado da razão insuficiente

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	35	100	35	35
B	20	30	50	70
C	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$V_A = \frac{35 + 100 + 35 + 35}{4}$$

$$V_B = \frac{20 + 30 + 50 + 70}{4}$$

$$V_C = \frac{45 + 35 + 60 + 70}{4}$$

$$V_D = \frac{20 + 140 + 20 + 20}{4}$$

Postulado da razão insuficiente

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	35	100	35	35
B	20	30	50	70
C	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$V_A = \frac{35 + 100 + 35 + 35}{4} = \frac{205}{4}$$

$$V_B = \frac{20 + 30 + 50 + 70}{4} = \frac{170}{4}$$

$$V_C = \frac{45 + 35 + 60 + 70}{4} = \frac{210}{4}$$

$$V_D = \frac{20 + 140 + 20 + 20}{4} = \frac{200}{4}$$

Postulado da razão insuficiente

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	35	100	35	35
B	20	30	50	70
C	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$V_A = 35 + 100 + 35 + 35 = 205$$

$$V_B = 20 + 30 + 50 + 70 = 170$$

$$V_C = 45 + 35 + 60 + 70 = 210$$

$$V_D = 20 + 140 + 20 + 20 = 200$$

Postulado da razão insuficiente

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A	35	100	35	35
B	20	30	50	70
C **	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$V_A = 35 + 100 + 35 + 35 = 205$$

$$V_B = 20 + 30 + 50 + 70 = 170$$

$$V_C = 45 + 35 + 60 + 70 = 210$$

$$V_D = 20 + 140 + 20 + 20 = 200$$

Solução (Razão Insuficiente): Alternativa C

Postulado da razão insuficiente

Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245

Postulado da razão insuficiente

Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245

$$V_A = (-300) + (-300) = -600$$

$$V_B = (-400) + (-200) = -600$$

$$V_T = (-345) + (-245) = -590$$

Postulado da razão insuficiente

Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste **	- 345	- 245

$$V_A = (-300) + (-300) = -600$$

$$V_B = (-400) + (-200) = -600$$

$$V_T = (-345) + (-245) = -590$$

Solução (Razão Insuficiente): Realizar o Teste

Recapitulando: métodos de decisão sob ignorância

- **Maximin:** Escolho a alternativa que tem o melhor "pior caso". Ou seja, minimizo as minhas chances de me dar muito mal.
- **Minimax:** Escolho a alternativa que tem menos chances de me causar muito arrependimento. Ou seja, escolho o menor nível máximo de arrependimento.
- **Regra do otimismo:** Avalio o melhor e o pior resultado de cada alternativa com base em um "nível de otimismo".
- **Postulado da razão insuficiente:** Partindo da suposição de que todas os EDMs têm a mesma chance de ocorrer, comparamos o valor médio das alternativas.

Juntando tudo: questão da P1 do ano passado

- Ação de responsabilidade civil por danos decorrentes de um procedimento médico mal-sucedido
 - Escolher a melhor estratégia:
 - **Agressiva**: pedido mais alto, enfrentando pontos factuais controversos
 - **Moderada**: pedido moderado, enfrentamento parcial dos fatos
 - **Contida**: pedido mais baixo, apenas fatos consubstanciados nas provas da parte autora

3 Cenários

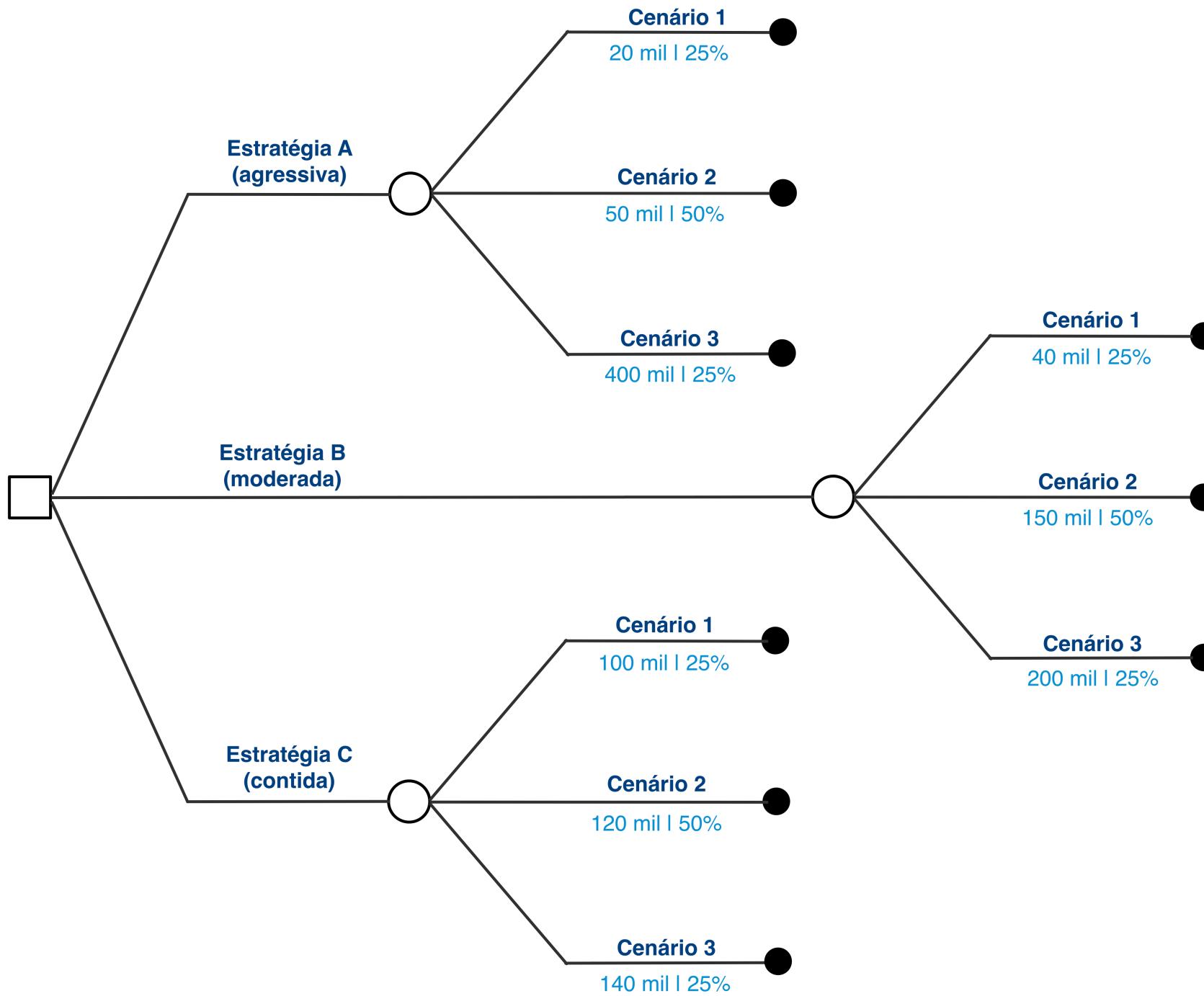
- **Cenário 1:** perícia totalmente contrária (25% de chance de ocorrer)
 - Estratégia A: R\$ 20 mil
 - Estratégia B: R\$ 40 mil
 - Estratégia C: R\$ 100 mil

3 Cenários

- **Cenário 2:** perícia parcialmente contrária (50% de chance de ocorrer)
 - Estratégia A: R\$ 50 mil
 - Estratégia B: R\$ 150 mil
 - Estratégia C: R\$ 120 mil

3 Cenários

- **Cenário 3:** perícia favorável (25% de chance de ocorrer)
 - Estratégia A: R\$ 400 mil
 - Estratégia B: R\$ 200 mil
 - Estratégia C: R\$ 140 mil



Estratégia A

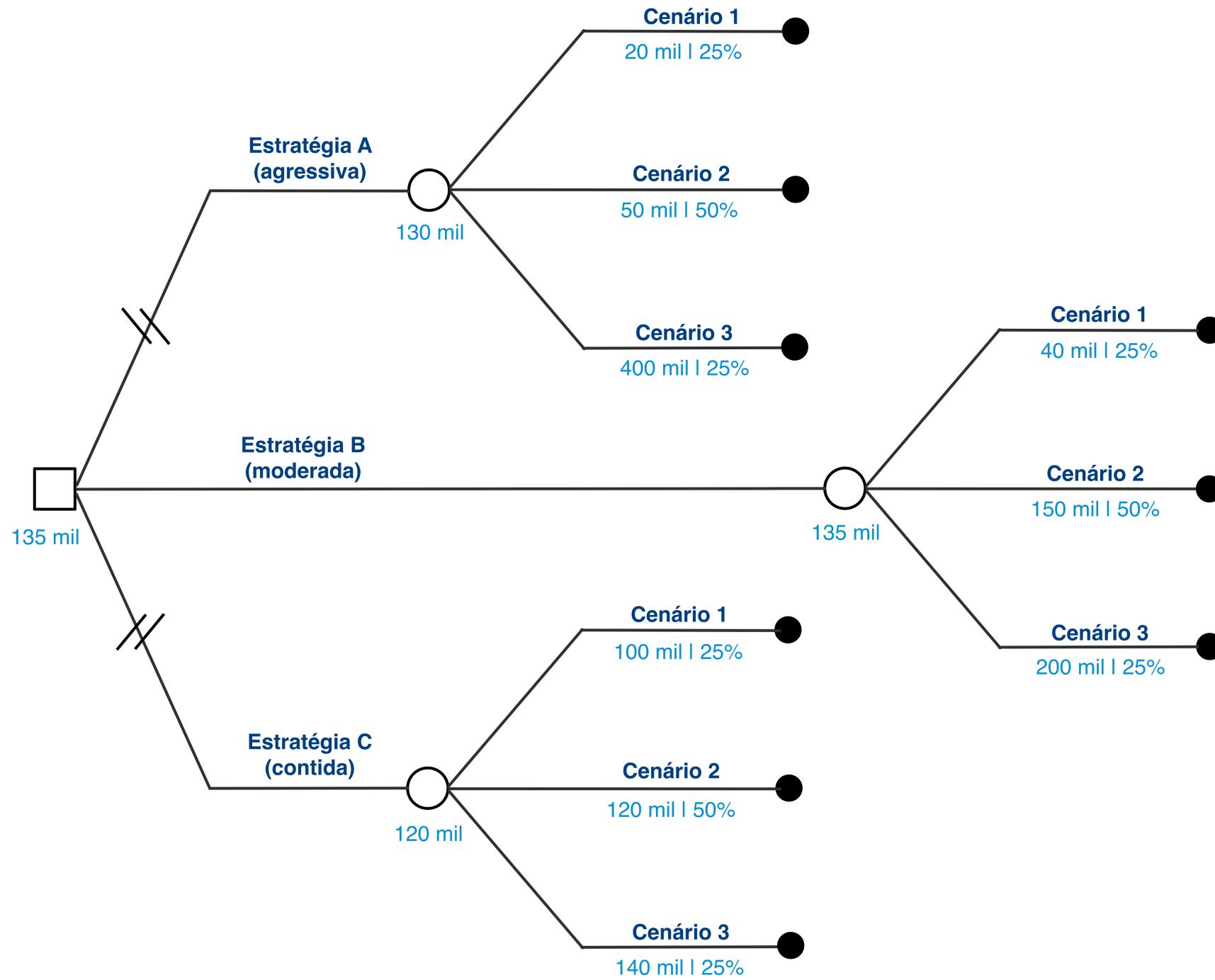
$$(0,25 \times 20) + (0,5 \times 50) + (0,25 \times 400) = 5 + 25 + 100 = 130$$

Estratégia B

$$(0,25 \times 40) + (0,5 \times 150) + (0,25 \times 200) = 10 + 75 + 50 = 135$$

Estratégia C

$$(0,25 \times 100) + (0,5 \times 120) + (0,25 \times 140) = 25 + 60 + 35 = 120$$



Postura em relação ao Risco

- O que faria um indivíduo avesso ao risco?
- E um indivíduo propenso ao risco?

Decisão sob condição de Ignorância - Maximin

- Suponha que não sabemos as probabilidades de ocorrência dos cenários 1, 2 e 3.
 - Como podemos resolver o problema utilizando o **método Maximin**?

Maximin

Estratégias	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3
A (Agressiva)	20 mil	50 mil	400 mil
B (Moderada)	40 mil	150 mil	200 mil
C (Contida)	100 mil	120 mil	140 mil

Maximin

Estratégias	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3
A (Agressiva)	20 mil *	50 mil	400 mil
B (Moderada)	40 mil *	150 mil	200 mil
C (Contida)	100 mil *	120 mil	140 mil

Maximin

Estratégias	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3
A (Agressiva)	20 mil *	50 mil	400 mil
B (Moderada)	40 mil *	150 mil	200 mil
C (Contida) **	100 mil *	120 mil	140 mil

Solução (Maximin): Estratégia C (Contida)

Decisão sob condição de Ignorância - Minimax

- Ainda supondo que não sabemos as probabilidades de ocorrência dos cenários.
 - Como podemos resolver o problema utilizando o **método Minimax**?

Minimax

Estratégias	C1	C2	C3
A	20	50	400
B	40	150	200
C	100	120	140

Minimax

Estratégias	C1	C2	C3
A	20	50	400
B	40	150	200
C	100	120	140

C1	C2	C3
100 - 20	150 - 50	400 - 400
100 - 40	150 - 150	400 - 200
100 - 100	150 - 120	400 - 140

Minimax

Estratégias	C1	C2	C3
A	20	50	400
B	40	150	200
C	100	120	140

C1	C2	C3
80	100	0
60	0	200
0	30	260

Minimax

Estratégias	C1	C2	C3
A	20	50	400
B	40	150	200
C	100	120	140

C1	C2	C3
80	100 *	0
60	0	200 *
0	30	260 *

Minimax

Estratégias	C1	C2	C3
A **	20	50	400
B	40	150	200
C	100	120	140

	C1	C2	C3
A **	80	100 *	0
B	60	0	200 *
C	0	30	260 *

Solução (Minimax): Estratégia A (Agressiva)