

Aula 6 – Introdução à Teoria dos Jogos

Teoria da Decisão – 2024.1

Lucas Thevenard

Respostas dos exercícios

T1.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	12	30	0	72	30
B	-60	0	12	18	120
C	30	54	0	42	12
D	0	84	6	18	30
E	0	12	48	60	20

T1.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	12	30	0★	72	30
B	-60★	0	12	18	120
C	30	54	0★	42	12
D	0★	84	6	18	30
E	0★	12	48	60	20

T1.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	12	30	0	72	30
B	60	0	12	18	120
C	30	54	0	42	12
D	0	84	6	18	30
E	0	12	48	60	20

T1.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	12★	30	0	72	30
B	60	0	12	18	120
C	30	54	0	42	12★
D	0	84	6★	18	30
E	0	12★	48	60	20

T1.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	-12-	30	-0-	72	30
-B-	-60-	-0-	-12-	-18-	-120-
C	30	54	-0-	42	-12-
-D-	-0-	-84-	-6-	-18-	-30-
E	-0-	-12-	48	60	20

T1.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	-12-	30 *	-0-	72	30 *
-B-	-60-	-0-	-12-	-18-	-120-
C	30 *	54	-0-	42	-12-
-D-	-0-	-84-	-6-	-18-	-30-
E	-0-	-12-	48	60	20 *

T1.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	-12-	30	-0-	72	-30-
-B-	-60-	-0-	-12-	-18-	-120-
C	-30-	54	-0-	42	-12-
-D-	-0-	-84-	-6-	-18-	-30-
-E-	-0-	-12-	-48-	-60-	-20-

T1.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	-12	30 *	-0	72	-30
-B-	-60	-0	-12	-18	-120
C	-30	54	-0	42 *	-12
-D-	-0	-84	-6	-18	-30
-E-	-0	-12	-48	-60	-20

T1.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	-12-	30 *	-0-	72	-30-
-B-	---60-	-0-	-12-	-18-	-120-
C **	-30-	54	-0-	42 *	-12-
-D-	-0-	-84-	-6-	-18-	-30-
-E-	-0-	-12-	-48-	-60-	-20-

Solução (Maximin): Alternativa C

T1.2. Minimax

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	12	30	0	72	30
B	-60	0	12	18	120
C	30	54	0	42	12
D	0	84	6	18	30
E	0	12	48	60	20

T1.2. Minimax

–	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	30-12	84-30	48-0	72-72	120-30
B	30+60	84-0	48-12	72-18	120-120
C	30-30	84-54	48-0	72-42	120-12
D	30-0	84-84	48-6	72-18	120-30
E	30-0	84-12	48-48	72-60	120-20

T1.2. Minimax

–	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	18	54	48	0	90
B	90	84	36	54	0
C	0	30	48	30	108
D	30	0	42	54	90
E	30	72	0	12	100

T1.2. Minimax

–	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	18	54	48	0	90 ★
B	90 ★	84	36	54	0
C	0	30	48	30	108 ★
D	30	0	42	54	90 ★
E	30	72	0	12	100 ★

T1.2. Minimax

–	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	18	54	48	0	–90–
B	–90–	84	36	54	0
–C–	–0–	–30–	–48–	–30–	–108–
D	30	0	42	54	–90–
–E–	–30–	–72–	–0–	–12–	–100–

T1.2. Minimax

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	18	54 *	48	0	—90—
B	—90—	84 *	36	54	0
—C—	—0—	—30—	—48—	—30—	—108—
D	30	0	42	54 *	—90—
—E—	—30—	—72—	—0—	—12—	—100—

T1.2. Minimax

–	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	18	–54–	48	0	–90–
–B–	–90–	–84–	–36–	–54–	–0–
–C–	–0–	–30–	–48–	–30–	–108–
D	30	0	42	–54–	–90–
–E–	–30–	–72–	–0–	–12–	–100–

T1.2. Minimax

–	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	18	–54–	48 ★	0	–90–
–B–	–90–	–84–	–36–	–54–	–0–
–C–	–0–	–30–	–48–	–30–	–108–
D	30	0	42 ★	–54–	–90–
–E–	–30–	–72–	–0–	–12–	–100–

T1.2. Minimax

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	18	-54	48 *	0	-90
B	-90	-84	-36	-54	-0
C	-0	-30	-48	-30	-108
D **	30	0	42 *	-54	-90
E	-30	-72	-0	-12	-100

Solução (Minimax): Alternativa D

T1.3. Regra do Otimismo

$a = 0,8$

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	12	30	0	72	30
B	-60	0	12	18	120
C	30	54	0	42	12
D	0	84	6	18	30
E	0	12	48	60	20

T1.3. Regra do Otimismo

$$a = 0,8$$

$$V_A = (0,8 \times 72) + (0,2 \times 0) = 57,6$$

$$V_B = (0,8 \times 120) + (0,2 \times -60) = 84$$

$$V_C = (0,8 \times 54) + (0,2 \times 0) = 43,2$$

$$V_D = (0,8 \times 84) + (0,2 \times 0) = 67,2$$

$$V_E = (0,8 \times 60) + (0,2 \times 0) = 48$$

T1.3. Regra do Otimismo

$$a = 0,8$$

$$V_A = (0,8 \times 72) + (0,2 \times 0) = 57,6$$

$$V_B = (0,8 \times 120) + (0,2 \times -60) = 84$$

$$V_C = (0,8 \times 54) + (0,2 \times 0) = 43,2$$

$$V_D = (0,8 \times 84) + (0,2 \times 0) = 67,2$$

$$V_E = (0,8 \times 60) + (0,2 \times 0) = 48$$

Solução (Otimismo): [Alternativa B](#)

T1.4. Postulado da Razão Insuficiente

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	12	30	0	72	30
B	-60	0	12	18	120
C	30	54	0	42	12
D	0	84	6	18	30
E	0	12	48	60	20

T1.4. Postulado da Razão Insuficiente

$$V_A = 12 + 30 + 0 + 72 + 30 = 144$$

$$V_B = -60 + 0 + 12 + 18 + 120 = 90$$

$$V_C = 30 + 54 + 0 + 42 + 12 = 138$$

$$V_D = 0 + 84 + 6 + 18 + 30 = 138$$

$$V_E = 0 + 12 + 48 + 60 + 20 = 140$$

T1.4. Postulado da Razão Insuficiente

$$V_A = 12 + 30 + 0 + 72 + 30 = 144$$

$$V_B = -60 + 0 + 12 + 18 + 120 = 90$$

$$V_C = 30 + 54 + 0 + 42 + 12 = 138$$

$$V_D = 0 + 84 + 6 + 18 + 30 = 138$$

$$V_E = 0 + 12 + 48 + 60 + 20 = 140$$

Solução (Razão Insuficiente): [Alternativa A](#)

Resultados da Tabela 1

- **Maximin:** Alternativa C
- **Minimax:** Alternativa D
- **Regra do Otimismo:** Alternativa B
- **Postulado da Razão Insuficiente:** Alternativa A

T2.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	25	45	0	35	10
B	10	25	0	60	25
C	0	70	5	15	25
D	0	10	40	50	18
E	-50	0	10	15	100

T2.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	25	45	0★	35	10
B	10	25	0★	60	25
C	0★	70	5	15	25
D	0★	10	40	50	18
E	-50★	0	10	15	100

T2.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	25	45	0	35	10
B	10	25	0	60	25
C	0	70	5	15	25
D	0	10	40	50	18
E	50	0	10	15	100

T2.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	25	45	0	35	10 *
B	10 *	25	0	60	25
C	0	70	5 *	15	25
D	0	10 *	40	50	18
E	50	0	10	15	100

T2.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	25	45	0	35	10
B	10	25	0	60	25
C	0	70	5	15	25
D	0	10	40	50	18
E	50	0	10	15	100

T2.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	25 ★	45	0	35	10
B	10	25 ★	0	60	25 ★
C	0	70	5	15	25
D	0	10	40	50	18 ★
E	50	0	10	15	100

T2.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	-25-	45	-0-	35	-10-
B	-10-	-25-	-0-	60	25
-C-	-0-	-70-	-5-	-15-	-25-
-D-	-0-	-10-	-40-	-50-	-18-
-E-	-50-	-0-	-10-	-15-	-100-

T2.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	-25-	45	-0-	35 ★	-10-
B	-10-	-25-	-0-	60	25 ★
-C-	-0-	-70-	-5-	-15-	-25-
-D-	-0-	-10-	-40-	-50-	-18-
-E-	-50-	-0-	-10-	-15-	-100-

T2.1. Maximin

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A **	-25-	45	-0-	35 *	-10-
B	-10-	-25-	-0-	60	25 *
-C-	-0-	-70-	-5-	-15-	-25-
-D-	-0-	-10-	-40-	-50-	-18-
-E-	-50-	-0-	-10-	-15-	-100-

Solução (Maximin): Alternativa A

T2.2. Minimax

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	25	45	0	35	10
B	10	25	0	60	25
C	0	70	5	15	25
D	0	10	40	50	18
E	-50	0	10	15	100

T2.2. Minimax

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	25-25	70-45	40-0	60-35	100-10
B	25-10	70-25	40-0	60-60	100-25
C	25-0	70-70	40-5	60-15	100-25
D	25-0	70-10	40-40	60-50	100-18
E	25+50	70-0	40-10	60-15	100-100

T2.2. Minimax

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	0	25	40	25	90
B	15	45	40	0	75
C	25	0	35	45	75
D	25	60	0	10	82
E	75	70	30	45	0

T2.2. Minimax

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	0	25	40	25	90 *
B	15	45	40	0	75 *
C	25	0	35	45	75 *
D	25	60	0	10	82 *
E	75 *	70	30	45	0

T2.2. Minimax

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	0	25	40	25	90
B	15	45	40	0	75
C	25	0	35	45	75
D	25	60	0	10	82
E	75	70	30	45	0

T2.2. Minimax

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	0	25	40	25	90
B	15	45 **	40	0	75
C	25	0	35	45 **	75
D	25	60	0	10	82
E	75	70 **	30	45	0

T2.2. Minimax

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	0	25	40	25	90
B	15	45	40	0	75
C	25	0	35	45	75
D	25	60	0	10	82
E	75	70	30	45	0

T2.2. Minimax

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	0	25	40	25	90
B	15	45	40 *	0	75
C	25	0	35 *	45	75
D	25	60	0	10	82
E	75	70	30	45	0

T2.2. Minimax

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	0	25	40	25	90
B	15	45	40 *	0	75
C **	25	0	35 *	45	75
D	25	60	0	10	82
E	75	70	30	45	0

Solução (Minimax): Alternativa C

T2.3. Regra do Otimismo

$a = 0,75$

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	25	45	0	35	10
B	10	25	0	60	25
C	0	70	5	15	25
D	0	10	40	50	18
E	-50	0	10	15	100

T2.3. Regra do Otimismo

$$a = 0,75$$

$$V_A = (0,75 \times 45) + (0,25 \times 0) = 33,75$$

$$V_B = (0,75 \times 60) + (0,25 \times 0) = 45$$

$$V_C = (0,75 \times 70) + (0,25 \times 0) = 52,5$$

$$V_D = (0,75 \times 50) + (0,25 \times 0) = 37,5$$

$$V_E = (0,75 \times 100) + (0,25 \times -50) = 62,5$$

T2.3. Regra do Otimismo

$$a = 0,75$$

$$V_A = (0,75 \times 45) + (0,25 \times 0) = 33,75$$

$$V_B = (0,75 \times 60) + (0,25 \times 0) = 45$$

$$V_C = (0,75 \times 70) + (0,25 \times 0) = 52,5$$

$$V_D = (0,75 \times 50) + (0,25 \times 0) = 37,5$$

$$V_E = (0,75 \times 100) + (0,25 \times -50) = 62,5$$

Solução (Otimismo): **Alternativa E**

T2.4. Postulado da Razão Insuficiente

—	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4	EDM5
A	25	45	0	35	10
B	10	25	0	60	25
C	0	70	5	15	25
D	0	10	40	50	18
E	-50	0	10	15	100

T2.4. Postulado da Razão Insuficiente

$$V_A = 25 + 45 + 0 + 35 + 10 = 115$$

$$V_B = 10 + 25 + 0 + 60 + 25 = 120$$

$$V_C = 0 + 70 + 5 + 15 + 25 = 115$$

$$V_D = 0 + 10 + 40 + 50 + 18 = 118$$

$$V_E = -50 + 0 + 10 + 15 + 100 = 75$$

T2.4. Postulado da Razão Insuficiente

$$V_A = 25 + 45 + 0 + 35 + 10 = 115$$

$$V_B = 10 + 25 + 0 + 60 + 25 = 120$$

$$V_C = 0 + 70 + 5 + 15 + 25 = 115$$

$$V_D = 0 + 10 + 40 + 50 + 18 = 118$$

$$V_E = -50 + 0 + 10 + 15 + 100 = 75$$

Solução (Razão Insuficiente): [Alternativa B](#)

Resultados da Tabela 2

- **Maximin:** Alternativa A
- **Minimax:** Alternativa C
- **Regra do Otimismo:** Alternativa E
- **Postulado da Razão Insuficiente:** Alternativa B

Exercício 2

—	EDM1	EDM2	EDM3
A	70	40	20
B	70	20	40
C	20	40	70

Qual método pode produzir uma solução?

- Razão Insuficiente?
- Regra do Otimismo?
- Maximin?
- Minimax?

Exercício 2

—	EDM1	EDM2	EDM3
A	70	40	20
B	70	20	40
C	20	40	70

—	EDM1	EDM2	EDM3
A	70 - 70	40 - 40	70 - 20
B	70 - 70	40 - 20	70 - 40
C	70 - 20	40 - 40	70 - 70

Exercício 2

—	EDM1	EDM2	EDM3
A	70	40	20
B	70	20	40
C	20	40	70

—	EDM1	EDM2	EDM3
A	0	0	50
B	0	20	30
C	50	0	0

Exercício 2

—	EDM1	EDM2	EDM3
A	70	40	20
B	70	20	40
C	20	40	70

—	EDM1	EDM2	EDM3
A	0	0	50 *
B	0	20	30 *
C	50 *	0	0

Exercício 2

—	EDM1	EDM2	EDM3
A	70	40	20
B	70	20	40
C	20	40	70

—	EDM1	EDM2	EDM3
A	0	0	50 *
B **	0	20	30 *
C	50 *	0	0

Resposta: O método minimax é o único que oferece uma solução.

Exercício 3

—	EDM1	EDM2	EDM3
A	310	168	0
B	140	140	140
C	184	280	70

Quais níveis mínimos de otimismo seriam necessários para escolhermos A ou C?

Quais níveis mínimos de otimismo seriam necessários para escolhermos A ou C?

$$V_A = 310a + 0(1 - a) = 310a$$

$$V_B = 140a + 140(1 - a) = 140(a + 1 - a) = 140$$

$$V_C = 280a + 70(1 - a) = 280a + 70 - 70a = 210a + 70$$

Quais níveis mínimos de otimismo seriam necessários para escolhermos A ou C?

$$V_A = 310a \text{ , } V_B = 140 \text{ , } V_C = 210a + 70$$

$$V_C > V_A \implies 210a + 70 > 310a \text{ , } a < \frac{7}{10}$$

Quais níveis mínimos de otimismo seriam necessários para escolhermos A ou C?

$$V_A = 310a \text{ , } V_B = 140 \text{ , } V_C = 210a + 70$$

$$V_C > V_A \implies 210a + 70 > 310a \text{ , } a < \frac{7}{10}$$

$$V_C > V_B \implies 210a + 70 > 140 \text{ , } a > \frac{1}{3}$$

Roteiro da aula

- Introdução ao conceito de Jogos
- Primeiro método de solução: dominância
- Segundo método de solução: equilíbrio de Nash

1. Introdução ao conceito de Jogos

O que é um jogo?

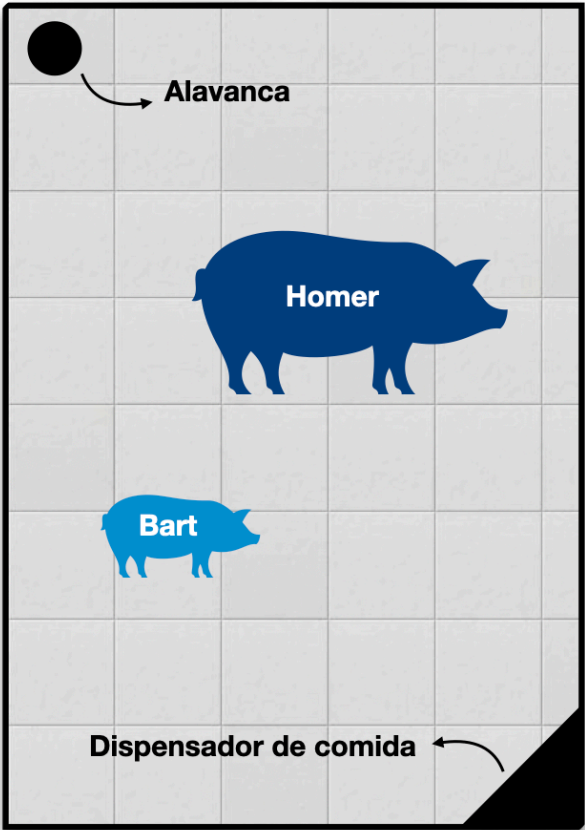
- Interação estratégica entre os jogadores.
- Conceito de estratégia: antecipar ações/decisões alheias.
- Qual é a aplicabilidade desse conceito a fenômenos sociais e jurídicos?

Formalização de um jogo

- Elementos estruturais mínimos
 - Jogadores
 - Estratégias (cursos de ação ou 'jogadas')
 - Payoffs (para cada jogador e cada combinação de jogadas)

Vamos Jogar: o jogo dos porquinhos

Vamos Jogar: o jogo dos porquinhos

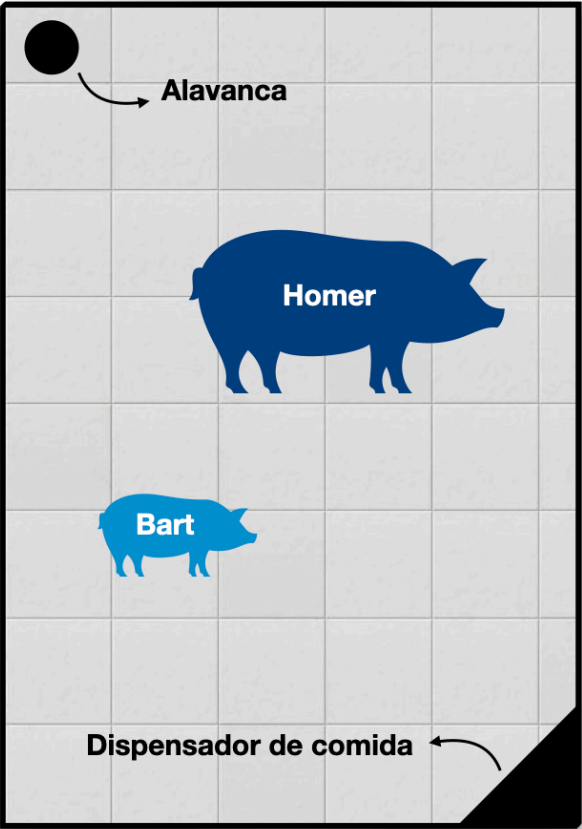


Bart

Homer

	Aciona	Espera
Aciona	(1/3, 2/3)	(0, 1)
Espera	(2/3, 1/3)	(0, 0)

Solução: jogo dos porquinhos

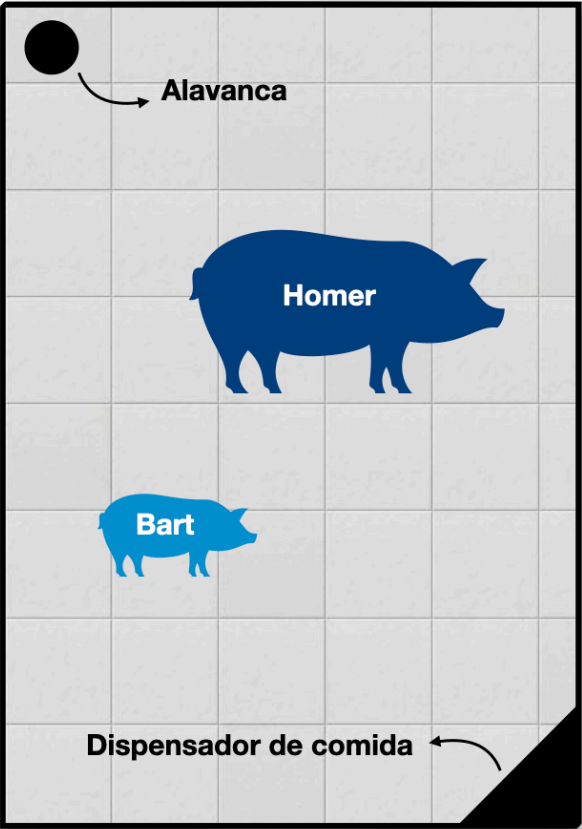


Bart

Homer

	Aciona	Espera
Aciona	(<u>1/3</u> , 2/3)	(0, 1)
Espera	(<u>2/3</u> , 1/3)	(0, 0)

Solução: jogo dos porquinhos

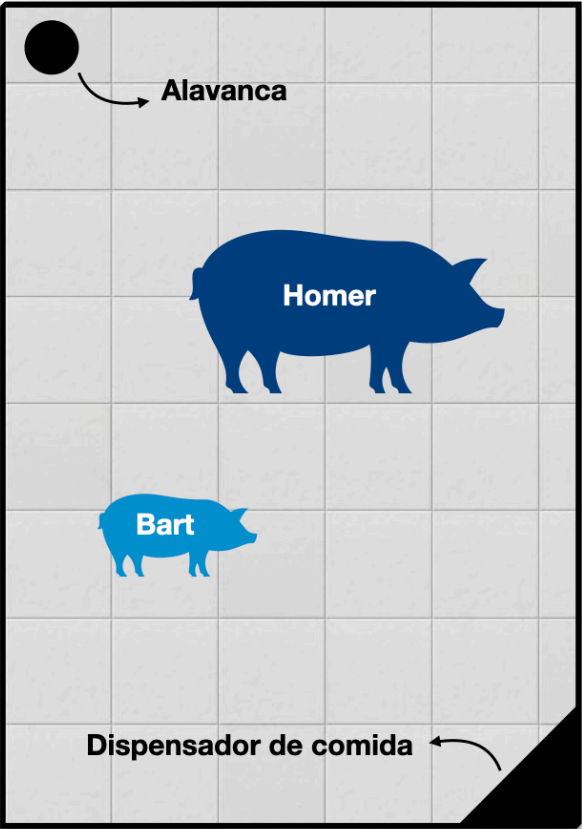


Bart

Homer

	Aciona	Espera
Aciona	(1/3, 2/3)	(0, 1)
Espera	(2/3, 1/3)	(0, 0)

Solução: jogo dos porquinhos

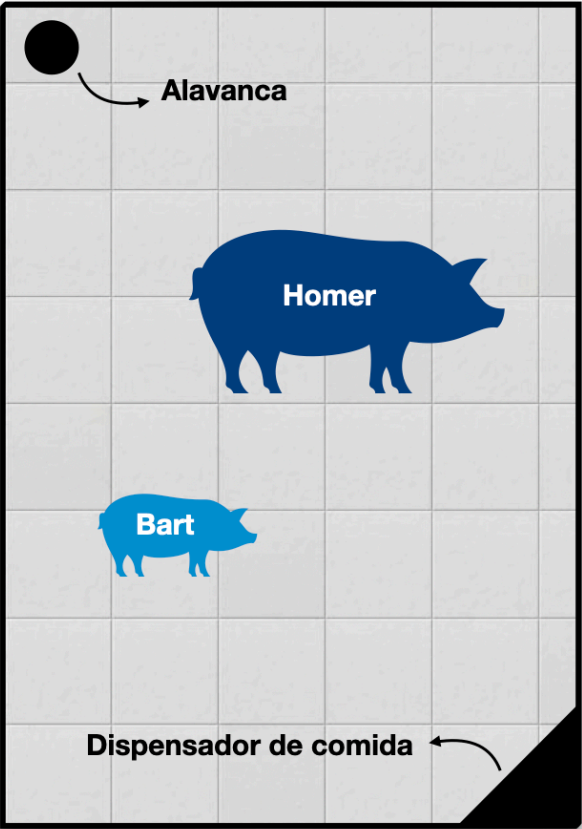


Bart

Homer

	Aciona	Espera
Aciona	(1/3, 2/3)	(0, 1)
<u>Espera</u>	(<u>2/3</u> , 1/3)	(<u>0</u> , 0)

Solução: jogo dos porquinhos

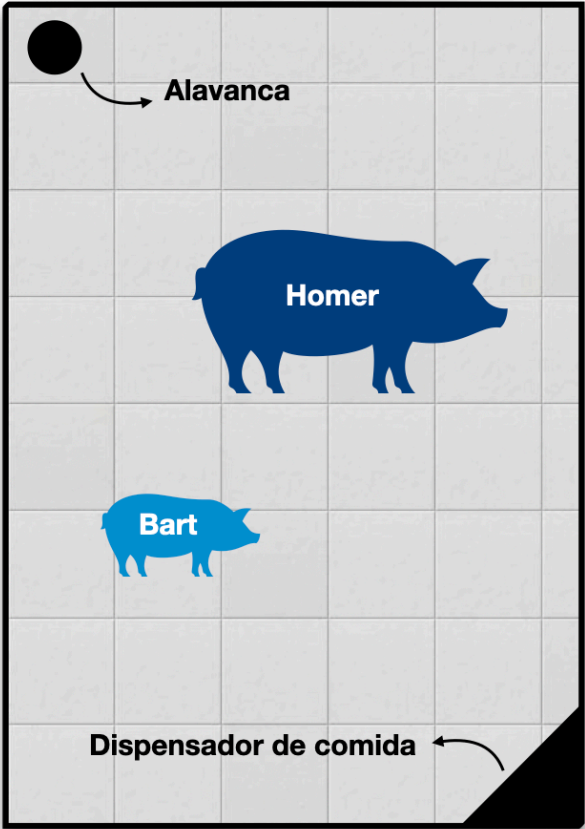


Bart

Homer

	<u>Aciona</u>	Espera
<u>Aciona</u>	(1/3, 2/3)	(0, 1)
<u>Espera</u>	(2/3, 1/3)	(0, 0)

Solução: jogo dos porquinhos



Bart

Homer

	Aciona	Espera
Aciona	(1/3, 2/3)	(0, 1)
Espera	(2/3, 1/3)	(0, 0)

Solução do Jogo: (Espera, Aciona)

Solução do jogo dos porquinhos

- **Solução:** (Espera, Aciona)
 - Importante: sempre indicamos a solução como um par de estratégias, na ordem dos jogadores (jogador 1 nas linhas, jogador 2 nas colunas).
- Interações estratégicas podem ter resultados contra-intuitivos:
 - Bart "vence" o jogo, apesar de ser o mais fraco,
 - Insights interessantes para interações sociais,
 - Falta de alternativas pode levar a vantagens estratégicas.

3. Primeiro método de solução: dominância

Dominância

- **Estratégias dominadas:** aquelas que nunca são preferíveis às demais, independente das ações do outro jogador.
- **Estratégia dominante:** sempre oferece o melhor resultado, ou seja, única estratégia que não é dominada.
- **Níveis de dominância:**
 - Dominância forte ou estrita: $A_i \succ B_i$, para todas as possíveis i combinações de jogadas envolvendo A e B .
 - Dominância fraca: $A_i \succsim B_i$, para todas as possíveis i combinações de jogadas envolvendo A e B .

Exemplo 1: equilíbrio de estratégias dominantes

	C	D
A	(4, 2)	(6, 3)
B	(2, 4)	(5, 5)

Exemplo 1: equilíbrio de estratégias dominantes

	C	D
A	(<u>4</u> , 2)	(6, 3)
B	(2, 4)	(5, 5)

Exemplo 1: equilíbrio de estratégias dominantes

	C	D
A	(<u>4</u> , 2)	(<u>6</u> , 3)
B	(2, 4)	(5, 5)

Exemplo 1: equilíbrio de estratégias dominantes

	C	D
<u>A</u>	(<u>4</u> , 2)	(<u>6</u> , 3)
B	(2, 4)	(5, 5)

Exemplo 1: equilíbrio de estratégias dominantes

	C	D
<u>A</u>	(<u>4</u> , 2)	(<u>6</u> , <u>3</u>)
B	(2, 4)	(5, 5)

Exemplo 1: equilíbrio de estratégias dominantes

	C	D
<u>A</u>	(<u>4</u> , 2)	(<u>6</u> , <u>3</u>)
B	(2, 4)	(5, <u>5</u>)

Exemplo 1: equilíbrio de estratégias dominantes

	C	<u>D</u>
<u>A</u>	(<u>4</u> , 2)	(<u>6</u> , <u>3</u>)
B	(2, 4)	(5, <u>5</u>)

Solução: (A, D)

Método do equilíbrio de estratégias dominantes

- Solução: **(A, D)**
- Método de solução: Identificamos a estratégia dominante de um jogador, quando ela existe, e presumimos que ele certamente optará por ela.
 - Em alguns casos, todos os jogadores têm estratégias dominantes (equilíbrio de estratégias dominantes).
 - Em outros casos, solucionando o jogo para parte dos jogadores, conseguimos prever a melhor resposta dos demais.

Exemplo 2: eliminação iterada de estratégias dominadas

	D	E	F
A	(13, 3)	(1, 4)	(7, 3)
B	(4, 1)	(3, 3)	(6, 2)
C	(-1, 9)	(2, 8)	(8, -1)

Exemplo 2: eliminação iterada de estratégias dominadas

	D	E	F
A	(13, 3)	(1, <u>4</u>)	(7, 3)
B	(4, 1)	(3, 3)	(6, 2)
C	(-1, 9)	(2, 8)	(8, -1)

Exemplo 2: eliminação iterada de estratégias dominadas

	D	E	F
A	(13, 3)	(1, <u>4</u>)	(7, 3)
B	(4, 1)	(3, <u>3</u>)	(6, 2)
C	(-1, 9)	(2, 8)	(8, -1)

Exemplo 2: eliminação iterada de estratégias dominadas

	D	E	F
A	(13, 3)	(1, <u>4</u>)	(7, 3)
B	(4, 1)	(3, <u>3</u>)	(6, 2)
C	(-1, <u>9</u>)	(2, 8)	(8, -1)

Exemplo 2: eliminação iterada de estratégias dominadas

	D	E	F
A	(13 , 3)	(1 , <u>4</u>)	(7 , 3)
B	(4 , 1)	(3 , <u>3</u>)	(6 , 2)
C	(-1 , <u>9</u>)	(2 , 8)	(8 , -1)

Exemplo 2: eliminação iterada de estratégias dominadas

	D	E	F
A	(13 , 3)	(1 , <u>4</u>)	(7, 3)
B	(4 , 1)	(3 , <u>3</u>)	(6, 2)
C	(-1 , <u>9</u>)	(2 , 8)	(8, -1)

Exemplo 2: eliminação iterada de estratégias dominadas

	D	E	F
A	(<u>13</u> , 3)	(1, <u>4</u>)	(7, 3)
B	(<u>4</u> , 1)	(3, <u>3</u>)	(6, 2)
C	(- <u>1</u> , <u>9</u>)	(2, 8)	(8, -1)

Exemplo 2: eliminação iterada de estratégias dominadas

	D	E	F
A	(<u>13</u> , 3)	(<u>1</u> , <u>4</u>)	(7 , 3)
B	(4, 1)	(<u>3</u> , <u>3</u>)	(6 , 2)
C	(-1, <u>9</u>)	(<u>2</u> , 8)	(8 , -1)

Exemplo 2: eliminação iterada de estratégias dominadas

	D	E	F
A	(<u>13</u> , 3)	(1, <u>4</u>)	(7, 3)
B	(4, 1)	(<u>3</u> , <u>3</u>)	(6, 2)
C	(-1, <u>9</u>)	(2, 8)	(8, -1)

Exemplo 2: eliminação iterada de estratégias dominadas

	D	E	F
A	(<u>13</u> , 3)	(<u>1</u> , <u>4</u>)	(7, 3)
B	(4, <u>1</u>)	(<u>3</u> , <u>3</u>)	(6, 2)
C	(-1, 9)	(2, 8)	(8, -1)

Exemplo 2: eliminação iterada de estratégias dominadas

	D	E	F
A	(<u>13</u> , 3)	(1, <u>4</u>)	(7, 3)
B	(4, <u>1</u>)	(<u>3</u> , <u>3</u>)	(6, 2)
C	(-1, 9)	(2, 8)	(8, -1)

Exemplo 2: eliminação iterada de estratégias dominadas

	D	E	F
A	(13, 3)	(<u>1</u> , <u>4</u>)	(7, 3)
B	(4, 1)	(<u>3</u> , <u>3</u>)	(6, 2)
C	(-1, 9)	(2, 8)	(8, -1)

Exemplo 2: eliminação iterada de estratégias dominadas

	D	E	F
A	(13, 3)	(1, 4)	(7, 3)
B	(4, 1)	(<u>3</u> , <u>3</u>)	(6, 2)
C	(-1, 9)	(2, 8)	(8, -1)

Solução: (B, E)

Método da eliminação iterada de estratégias dominadas

- Solução: **(B, E)**
- Forma de solução: Eliminamos gradualmente as estratégias de cada jogador que nunca seriam escolhidas.
- A cada passo descartamos as estratégias dominadas:
 - Se o jogador 1 tem uma estratégia dominada, eliminamos a respectiva linha.
 - Se o jogador 2 tem uma estratégia dominada, eliminamos a respectiva coluna.
 - Repetimos o processo até sobrar apenas um par de estratégias.

4. Segundo método de solução: equilíbrio de Nash

A solução por dominância nem sempre é suficiente

	C	D
A	(1, 1)	(0, 0)
B	(0, 0)	(1, 1)

Equilíbrio de Nash

- Dados dois jogadores A e B dizemos que a combinação de estratégias (a, b) desses jogadores, respectivamente, é um “equilíbrio de Nash” se 'a' é a melhor resposta do Jogador A à estratégia 'b' do Jogador B, ao mesmo tempo em que 'b' é a melhor resposta do Jogador B à estratégia 'a' do Jogador A.
 - Cada jogador dá sua melhor resposta à jogada do outro.
 - Pode haver mais de um equilíbrio de Nash em um mesmo jogo.
 - Qualquer jogo finito tem ao menos um equilíbrio de Nash (que pode ser em estratégias mistas).

1.A) Jogo da Licitação

		Empresa B	
		Oferta Alta	Oferta Baixa
Empresa A	Oferta Alta	(12, 12)	(0, 18)
	Oferta Baixa	(18, 0)	(8, 8)

1.A) Jogo da Licitação

		Empresa B	
		Oferta Alta	Oferta Baixa
Empresa A	Oferta Alta	(12, 12)	(0, 18)
	Oferta Baixa	(18, 0)	(8, 8)

1.A) Jogo da Licitação

		Empresa B	
		Oferta Alta	Oferta Baixa
Empresa A	Oferta Alta	(12, 12)	(0, 18)
	Oferta Baixa	(18, 0)	(8, 8)

1.A) Jogo da Licitação

		Empresa B	
		Oferta Alta	Oferta Baixa
Empresa A	Oferta Alta	(12, 12)	(0, 18)
	<u>Oferta Baixa</u>	(18, 0)	(8, 8)

1.A) Jogo da Licitação

		Empresa B	
		Oferta Alta	Oferta Baixa
Empresa A	Oferta Alta	(12, 12)	(0, <u>18</u>)
	<u>Oferta Baixa</u>	(<u>18</u> , 0)	(<u>8</u> , 8)

1.A) Jogo da Licitação

		Empresa B	
		Oferta Alta	Oferta Baixa
Empresa A	Oferta Alta	(12, 12)	(0, <u>18</u>)
	<u>Oferta Baixa</u>	(<u>18</u> , 0)	(<u>8</u> , <u>8</u>)

1.A) Jogo da Licitação

		Empresa B	
		Oferta Alta	<u>Oferta Baixa</u>
Empresa A	Oferta Alta	(12, 12)	(0, <u>18</u>)
	<u>Oferta Baixa</u>	(<u>18</u> , 0)	(<u>8</u> , <u>8</u>)

1.A) Jogo da Licitação

		Empresa B	
		Oferta Alta	<u>Oferta Baixa</u>
Empresa A	Oferta Alta	(12, 12)	(0, <u>18</u>)
	<u>Oferta Baixa</u>	(<u>18</u> , 0)	(<u>8</u> , <u>8</u>)

Solução do Jogo: (Oferta Baixa, Oferta Baixa)

1.B) Jogo das Aparências

João

Pedro

	Investe Menos	Investe Mais
Investe Menos	(84, 84)	(40, 100)
Investe Mais	(100, 40)	(60, 60)

1.B) Jogo das Aparências

		João	
		Investe Menos	Investe Mais
Pedro	Investe Menos	(84, 84)	(40, 100)
	Investe Mais	(100, 40)	(60, 60)

1.B) Jogo das Aparências

		João	
		Investe Menos	Investe Mais
Pedro	Investe Menos	(84, 84)	(40, 100)
	Investe Mais	(100, 40)	(60, 60)

1.B) Jogo das Aparências

João

Pedro

	Investe Menos	Investe Mais
Investe Menos	(84, 84)	(40, 100)
<u>Investe Mais</u>	(<u>100</u> , 40)	(<u>60</u> , 60)

1.B) Jogo das Aparências

João

Pedro

	Investe Menos	Investe Mais
Investe Menos	(84, 84)	(40, 100)
<u>Investe Mais</u>	(<u>100</u> , 40)	(<u>60</u> , 60)

1.B) Jogo das Aparências

		João	
		Investe Menos	Investe Mais
Pedro	Investe Menos	(84, 84)	(40, <u>100</u>)
	<u>Investe Mais</u>	(<u>100</u> , 40)	(<u>60</u> , 60)

1.B) Jogo das Aparências

		João	
		Investe Menos	Investe Mais
Pedro	Investe Menos	(84, 84)	(40, <u>100</u>)
	<u>Investe Mais</u>	(<u>100</u> , 40)	(<u>60</u> , 60)

1.B) Jogo das Aparências

		João	
		Investe Menos	Investe Mais
Pedro	Investe Menos	(84, 84)	(40, <u>100</u>)
	<u>Investe Mais</u>	(<u>100</u> , 40)	(<u>60</u> , <u>60</u>)

1.B) Jogo das Aparências

João

Pedro

	Investe Menos	<u>Investe Mais</u>
Investe Menos	(84, 84)	(40, <u>100</u>)
<u>Investe Mais</u>	(<u>100</u> , 40)	(<u>60</u> , <u>60</u>)

1.B) Jogo das Aparências

João

Pedro

	Investe Menos	<u>Investe Mais</u>
Investe Menos	(84, 84)	(40, <u>100</u>)
<u>Investe Mais</u>	(<u>100</u> , 40)	(<u>60</u> , <u>60</u>)

Solução do Jogo: (Investe Mais, Investe Mais)