

# Aula 4 – Decisão Racional sob Condições de Ignorância I

Teoria da Decisão - 2025.1

Lucas Thevenard



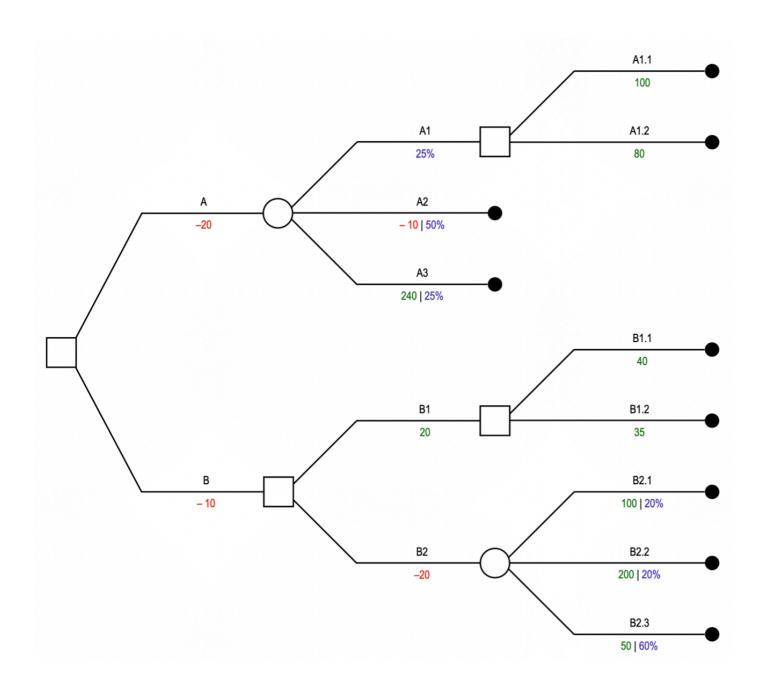
# Correção dos exercícios



#### EXERCÍCIO 1: Árvore decisória e posturas de risco

- a) Complete as informações para solucionar a árvore de decisão a seguir (Figura 1), e em seguida indique qual seria a decisão (A ou B) adotada por um indivíduo altamente avesso ao risco.
- b) Em seguida, ainda com base na mesma árvore, indique qual seria a opção adotada por um indivíduo com um alto nível de propensão ao risco.

#### \*FGV DIREITO RIO





#### **EXERCÍCIO 2: Conselho Tributário**

Você é consultada(o) por um cliente acerca de uma possível dedução tributária que lhe pouparia R\$ 50.000,00 em impostos. Seu cliente não sabe se essa dedução é permitida e quais poderiam ser as consequências jurídicas caso ele decidisse aplicar essa dedução.



#### **EXERCÍCIO 2: Conselho Tributário**

Após avaliar o caso, você conclui que não há um posicionamento definido acerca da possibilidade de dedução desse valor. Você acredita que as chances de que seu cliente seja autuado e que essa dedução seja questionada pela RFB são de cerca de 40%. Caso ele não seja autuado, a dedução sequer será avaliada. Caso ele seja autuado, há 50% de chance de que a dedução seja considerada adequada e nessa hipótese seu cliente também não pagaria nenhum valor. Por outro lado, há 50% de chance de que a dedução seja considerada indevida, caso em que, além de restituir o valor de R\$ 50.000,00, seu cliente também se veria forçado a pagar uma multa de R\$ 150.000,00.

O que fazer? Você deve aconselhar seu cliente a aplicar a dedução, ou não?



#### Roteiro da aula

- Modelo de Decião Racional sob Condição de Ignorância (MDRI)
  - Maximin
  - Minimax
  - Regra do Otimismo
  - Postulado da Razão Insuficiente



# Recapitulando: Certeza, Risco, Ignorância

- Certeza consequências unívocas e certas para cada alternativa de decisão.
- Risco pode haver múltiplos Estados do Mundo associados a uma alternativa de decisão, mas conseguimos estimar as probabilidades.
- Ignorância não conseguimos estimar as probabilidades para os Estados do Mundo, apenas avaliar quais resultados são mais ou menos desejáveis.

Obs: nomenclaturas variam (diferentes usos do termo 'incerteza').



# Vamos voltar ao exemplo da compra do imóvel e representá-lo na forma normal, sem as probabilidades

Alternativas	B está contaminado	B não está contaminado
Compra imediata de A	- R\$ 300 mil	- R\$ 300 mil
Compra imediata de B	- R\$ 400 mil	- R\$ 200 mil
Teste Prévio	- R\$ 345 mil	- R\$ 245 mil

E agora, como decidir?



# Métodos de decisão sob ignorância

- Maximin: Escolho a alternativa que tem o melhor "pior caso". Ou seja, minimizo as minhas chances de me dar muito mal.
- Minimax: Escolho a alternativa que tem menos chances de me causar muito arrependimento. Ou seja, escolho o menor nivel máximo de arrependimento.
- Regra do otimismo: Avalio o melhor e o pior resultado de cada alternativa com base em um "nível de otimismo".
- Postulado da razão insuficiente: Partindo da suposição de que todas os EDMs têm a mesma chance de ocorrer, comparamos o valor médio das alternativas.



# 1. Maximin

Escolho a alternativa que tem o melhor "pior caso". Ou seja, minimizo as minhas chances de me dar muito mal.



Alternativas	B está contaminado	B não está contaminado
Compra imediata de A	- R\$ 300 mil	- R\$ 300 mil
Compra imediata de B	- R\$ 400 mil	- R\$ 200 mil
Teste Prévio	- R\$ 345 mil	- R\$ 245 mil



Alternativas	B está contaminado	B não está contaminado
Compra imediata de A	- R\$ 300 mil ★	- R\$ 300 mil ★
Compra imediata de B	- R\$ 400 mil ★	- R\$ 200 mil
Teste Prévio	- R\$ 345 mil ★	- R\$ 245 mil



Alternativas	B está contaminado	B não está contaminado
Compra imediata de A **	- R\$ 300 mil <b>★</b>	- R\$ 300 mil ★
Compra imediata de B	- R\$ 400 mil <b>★</b>	- R\$ 200 mil
Teste Prévio	- R\$ 345 mil ★	- R\$ 245 mil

Solução (Maximin): Compra imediata de A



- **Definição**: Escolho a alternativa que tem o melhor "pior caso". Ou seja, minimizo as minhas chances de me dar muito mal.
- **Método Léxico**: resolução progressiva dos casos de 'empate' entre piores cenários (considerando o próximo pior cenário).



Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3
Α	4	6	8
В	8	4	5
С	3	4	13



Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3
Α	4*	6	8
В	8	4*	5
С	3*	4	13



Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3
Α	<del>-4-</del>	6	8
В	8	-4-	5
<del>-C-</del>	<del>-3-</del>	<del>-4-</del>	<del>- 13 -</del>



Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3
Α	-4-	<b>6</b> *	8
В	8	-4-	5*
<del>-C-</del>	<del>-3-</del>	<del>-4-</del>	<del>-13 -</del>



Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3
A **	<del>-4-</del>	<b>6</b> *	8
В	8	-4-	<b>5</b> *
<del>-C-</del>	<del>-3-</del>	-4-	<del>- 13 -</del>

Solução (Maximin Léxico): A



Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	2	40	50	12
В	12	7	10	5
С	4	3	8	10
D	8	8	9	5



Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	2*	40	50	12
В	12	7	10	<b>5</b> *
С	4	3*	8	10
D	8	8	9	<b>5</b> *



Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
<del>-A-</del>	<del>-2-</del>	<del>- 40 -</del>	<del>- 50 -</del>	<del>- 12 -</del>
В	12	7	10	<del>-5-</del>
<del>-C-</del>	<del>-4-</del>	<del>-3-</del>	<del>-8-</del>	<del>- 10 -</del>
D	8	8	9	<del>-5-</del>



Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
<del>-A-</del>	<del>-2-</del>	<del>-40 -</del>	<del>- 50 -</del>	<del>- 12 -</del>
В	12	7*	10	<del>-5-</del>
<del>-C-</del>	-4-	<del>-3-</del>	<del>-8-</del>	<del>- 10 -</del>
D	8*	8*	9	<del>-5-</del>



Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
<del>-A-</del>	<del>-2-</del>	<del>- 40 -</del>	<del>- 50 -</del>	<del>- 12 -</del>
В	12	7*	10	<del>-5-</del>
<del>-C-</del>	-4-	<del>-3-</del>	<del>-8-</del>	<del>- 10 -</del>
D**	8*	8*	9	<del>-5-</del>

Solução (Maximin): Alternativa D



# 2. Minimax

Escolho a alternativa que tem menos chances de me causar muito arrependimento. Ou seja, escolho o menor nivel máximo de arrependimento.



Alternativas	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	2	40	50	12
В	12	7	10	5
С	4	3	8	10
D	8	8	9	5

- Será que não podemos nos arrepender de não ter escolhido a opção A?
- Como podemos calcular/medir nosso arrependimento para evitá-lo?



Alternativas	EDM3
Α	50
В	10
С	8
D	9

- Será que não podemos nos arrepender de não ter escolhido a opção A?
- Como podemos calcular/medir nosso arrependimento para evitá-lo?



## **Opções**

	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	2	40	50	12
В	12	7	10	5
С	4	3	8	10
D	8	8	9	5

EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
12 - 2	40 - 40	50 - 50	12 - 12
12 - 12	40 - 7	50 - 10	12 - 5
12 - 4	40 - 3	50 - 8	12 - 10
12 - 8	40 - 8	50 - 9	12 - 5



## **Opções**

	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	2	40	50	12
В	12	7	10	5
С	4	3	8	10
D	8	8	9	5

EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
10	0	0	0
0	33	40	7
8	37	42	2
4	32	41	7



# **Opções**

	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	2	40	50	12
В	12	7	10	5
С	4	3	8	10
D	8	8	9	5

EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
10*	0	0	0
0	33	40*	7
8	37	42*	2
4	32	41*	7



# **Opções**

	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A **	2	40	50	12
В	12	7	10	5
С	4	3	8	10
D	8	8	9	5

# **Arrependimento**

EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
10*	0	0	0
0	33	40*	7
8	37	42*	2
4	32	41*	7

Solução (Minimax): Alternativa A



# **Opções**

Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245



# **Opções**

Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245

Contaminado	Limpo
- 300 - (- 300)	- 200 - (- 300)
- 300 - (- 400)	- 200 - (- 200)
- 300 - (-345)	- 200 - (- 245)



# **Opções**

Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245

Contaminado	Limpo
0	100
100	0
45	45



# **Opções**

Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245

Contaminado	Limpo
0	100*
100*	0
<b>45</b> *	45*



### **Opções**

Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste **	- 345	- 245

### Arrependimento

Contaminado	Limpo
0	100*
100*	0
<b>45</b> *	<b>45</b> *

Solução (Minimax): Realizar o Teste



- **Definição**: Escolho a alternativa que tem menos chances de me causar muito arrependimento. Ou seja, escolho o menor nivel máximo de arrependimento.
- **Método Léxico**: resolução progressiva dos casos de 'empate' entre maiores níveis de arrependimento (considerando o próximo maior arrependimento).



# **Opções**

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	12	8	6
В	6	14	7
С	2	8	10



### **Opções**

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	12	8	6
В	6	14	7
С	2	8	10

EDM1	EDM2	EDM3
12 - 12	14 - 8	10 - 6
12 - 6	14 - 14	10 - 7
12 - 2	14 - 8	10 - 10



## **Opções**

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	12	8	6
В	6	14	7
С	2	8	10

EDM1	EDM2	EDM3
0	6	4
6	0	3
10	6	0



## **Opções**

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	12	8	6
В	6	14	7
С	2	8	10

EDM1	EDM2	EDM3
0	6*	4
<b>6</b> *	0	3
10*	6	0



### **Opções**

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	12	8	6
В	6	14	7
С	2	8	10

EDM1	EDM2	EDM3
0	<del>-6-</del>	4
<del>-6-</del>	0	3
<del>- 10 -</del>	<del>-6-</del>	<del>-0-</del>



### **Opções**

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	12	8	6
В	6	14	7
С	2	8	10

EDM1	EDM2	EDM3
0	<del>-6-</del>	4*
<del>-6-</del>	0	3*
<del>- 10 -</del>	<del>-6-</del>	<del>-0-</del>



### **Opções**

	EDM1	EDM2	EDM3
A	12	8	6
B**	6	14	7
С	2	8	10

## **Arrependimento**

EDM1	EDM2	EDM3
0	<del>-6-</del>	4*
<del>-6-</del>	0	3*
<del>- 10 -</del>	<del>-6-</del>	<del>-0-</del>

Solução (Minimax Léxico): Alternativa B



# 3. Regra do otimismo

Avalio o melhor e o pior resultado de cada alternativa com base em um "nível de otimismo".



Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245

$$V_x = aMax + (1-a)Min \mid a=0,7$$



Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245

$$V_x = aMax + (1-a)Min \mid a=0,7$$

$$egin{aligned} V_A &= (0,7 imes-300) + (0,3 imes-300) = -300 \ V_B &= (0,7 imes-200) + (0,3 imes-400) = -260 \ V_T &= (0,7 imes-245) + (0,3 imes-345) = -275 \end{aligned}$$



Opções Contamina		Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B ★★	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245

$$egin{aligned} V_x &= aMax + (1-a)Min \mid \ a = 0,7 \ V_A &= (0,7 imes -300) + (0,3 imes -300) = -300 \end{aligned}$$

$$egin{aligned} V_B &= (0,7 imes-200) + (0,3 imes-400) = -260 \ V_T &= (0,7 imes-245) + (0,3 imes-345) = -275 \end{aligned}$$

Solução (Regra do Otimismo): Compra imediata do Terreno B



### Obs: Regra do Otimismo e Maximin

- A regra do otimismo é uma generalização do modelo Maximin.
- No modelo Maximin, temos um resultado que pressupõe nível de otimismo zero:

$$\circ V_x = 0 Max + (1-0) Min \implies Vx = Min$$



	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	35	100	35	35
В	20	30	50	70
С	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$V_x = aMax + (1-a)Min \mid a=0,2$$



	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	35	100	35	35
В	20	30	50	70
С	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$egin{aligned} V_x &= aMax + (1-a)Min \mid \ a = 0,2 \ V_A &= (0,2 imes 100) + (0,8 imes 35) = 48 \ V_B &= (0,2 imes 70) + (0,8 imes 20) = 30 \ V_C &= (0,2 imes 70) + (0,8 imes 35) = 42 \ V_D &= (0,2 imes 140) + (0,8 imes 20) = 44 \end{aligned}$$



	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
A **	35	100	35	35
В	20	30	50	70
С	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$egin{aligned} V_x &= aMax + (1-a)Min \mid a = 0,2 \ V_A &= (0,2 imes 100) + (0,8 imes 35) = 48 \ V_B &= (0,2 imes 70) + (0,8 imes 20) = 30 \ V_C &= (0,2 imes 70) + (0,8 imes 35) = 42 \ V_D &= (0,2 imes 140) + (0,8 imes 20) = 44 \end{aligned}$$

Solução (Regra do Otimismo): Alternativa A



	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	35	100	35	35
В	20	30	50	70
С	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$V_x = aMax + (1-a)Min \mid a=0,6$$



	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	35	100	35	35
В	20	30	50	70
С	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$egin{aligned} V_x &= aMax + (1-a)Min \mid a = 0,6 \ V_A &= (0,6 imes 100) + (0,4 imes 35) = 74 \ V_B &= (0,6 imes 70) + (0,4 imes 20) = 50 \ V_C &= (0,6 imes 70) + (0,4 imes 35) = 56 \ V_D &= (0,6 imes 140) + (0,4 imes 20) = 92 \end{aligned}$$



	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	35	100	35	35
В	20	30	50	70
С	45	35	60	70
D**	20	140	20	20

$$egin{aligned} V_x &= aMax + (1-a)Min \mid a = 0,6 \ V_A &= (0,6 imes 100) + (0,4 imes 35) = 74 \ V_B &= (0,6 imes 70) + (0,4 imes 20) = 50 \ V_C &= (0,6 imes 70) + (0,4 imes 35) = 56 \ V_D &= (0,6 imes 140) + (0,4 imes 20) = 92 \end{aligned}$$

Solução (Regra do Otimismo): Alternativa D



Partindo da suposição de que todas os EDMs têm a mesma chance de ocorrer, comparamos o valor médio das alternativas.



	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	35	100	35	35
В	20	30	50	70
С	45	35	60	70
D	20	140	20	20



	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	35	100	35	35
В	20	30	50	70
С	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$V_A = rac{35 + 100 + 35 + 35}{4} \ V_B = rac{20 + 30 + 50 + 70}{4} \ V_C = rac{45 + 35 + 60 + 70}{4} \ V_D = rac{20 + 140 + 20 + 20}{4}$$



	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	35	100	35	35
В	20	30	50	70
С	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$egin{align} V_A &= rac{35 + 100 + 35 + 35}{4} = rac{205}{4} \ V_B &= rac{20 + 30 + 50 + 70}{4} = rac{170}{4} \ V_C &= rac{45 + 35 + 60 + 70}{4} = rac{210}{4} \ V_D &= rac{20 + 140 + 20 + 20}{4} = rac{200}{4} \ \end{array}$$



	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	35	100	35	35
В	20	30	50	70
С	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$V_A = 35 + 100 + 35 + 35 = 205$$

$$V_B = 20 + 30 + 50 + 70 = 170$$

$$V_C = 45 + 35 + 60 + 70 = 210$$

$$V_D = 20 + 140 + 20 + 20 = 200$$



	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	35	100	35	35
В	20	30	50	70
C**	45	35	60	70
D	20	140	20	20

$$V_A = 35 + 100 + 35 + 35 = 205$$

$$V_B = 20 + 30 + 50 + 70 = 170$$

$$V_C = 45 + 35 + 60 + 70 = 210$$

$$V_D = 20 + 140 + 20 + 20 = 200$$

Solução (Razão Insuficiente): Alternativa C



Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245



Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste	- 345	- 245

$$V_A = (-300) + (-300) = -600$$

$$V_B = (-400) + (-200) = -600$$

$$V_T = (-345) + (-245) = -590$$



Opções	Contaminado	Limpo
Terreno A	- 300	- 300
Terreno B	- 400	- 200
Teste ★★	- 345	- 245

$$V_A = (-300) + (-300) = -600$$

$$V_B = (-400) + (-200) = -600$$

$$V_T = (-345) + (-245) = -590$$

Solução (Razão Insuficiente): Realizar o Teste



## Recapitulando: métodos de decisão sob ignorância

- Maximin: Escolho a alternativa que tem o melhor "pior caso". Ou seja, minimizo as minhas chances de me dar muito mal.
- Minimax: Escolho a alternativa que tem menos chances de me causar muito arrependimento. Ou seja, escolho o menor nivel máximo de arrependimento.
- Regra do otimismo: Avalio o melhor e o pior resultado de cada alternativa com base em um "nível de otimismo".
- Postulado da razão insuficiente: Partindo da suposição de que todas os EDMs têm a mesma chance de ocorrer, comparamos o valor médio das alternativas.



### Juntando tudo: questão da P1 de 2022

- Ação de responsabilidade civil por danos decorrentes de um procedimento médico mal-sucedido
  - Escolher a melhor estratégia:
    - Agressiva: pedido mais alto, enfrentando pontos factuais controversos
    - Moderada: pedido moderado, enfrentamento parcial dos fatos
    - Contida: pedido mais baixo, apenas fatos consubstanciados nas provas da parte autora



#### 3 Cenários

- Cenário 1: perícia totalmente contrária (25% de chance de ocorrer)
  - Estratégia A: R\$ 20 mil
  - Estratégia B: R\$ 40 mil
  - Estratégia C: R\$ 100 mil



#### 3 Cenários

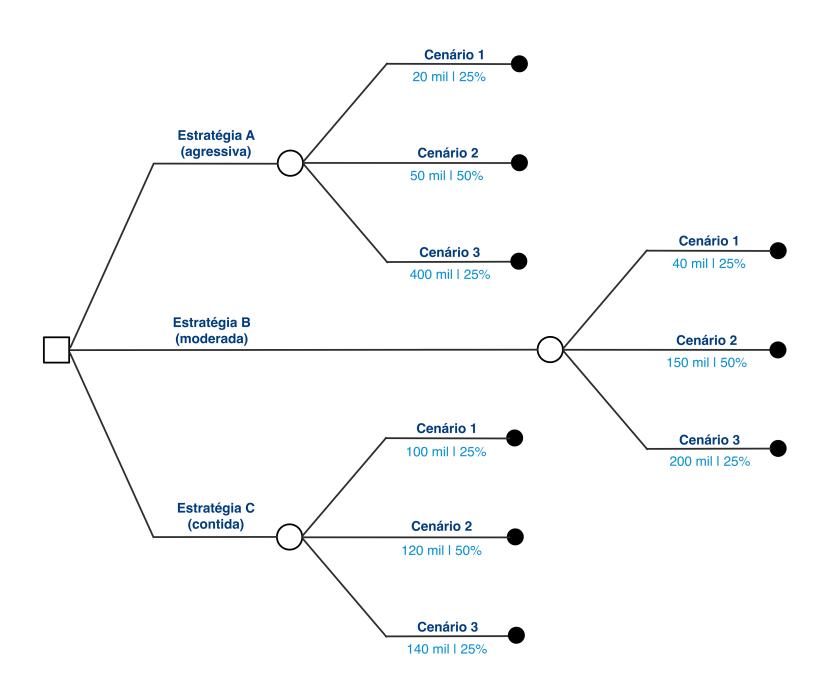
- Cenário 2: perícia parcialmente contrária (50% de chance de ocorrer)
  - Estratégia A: R\$ 50 mil
  - Estratégia B: R\$ 150 mil
  - Estratégia C: R\$ 120 mil



#### 3 Cenários

- Cenário 3: perícia favorável (25% de chance de ocorrer)
  - Estratégia A: R\$ 400 mil
  - Estratégia B: R\$ 200 mil
  - Estratégia C: R\$ 140 mil







#### **Estratégia A**

$$(0,25 \times 20) + (0,5 \times 50) + (0,25 \times 400) = 5 + 25 + 100 = 130$$

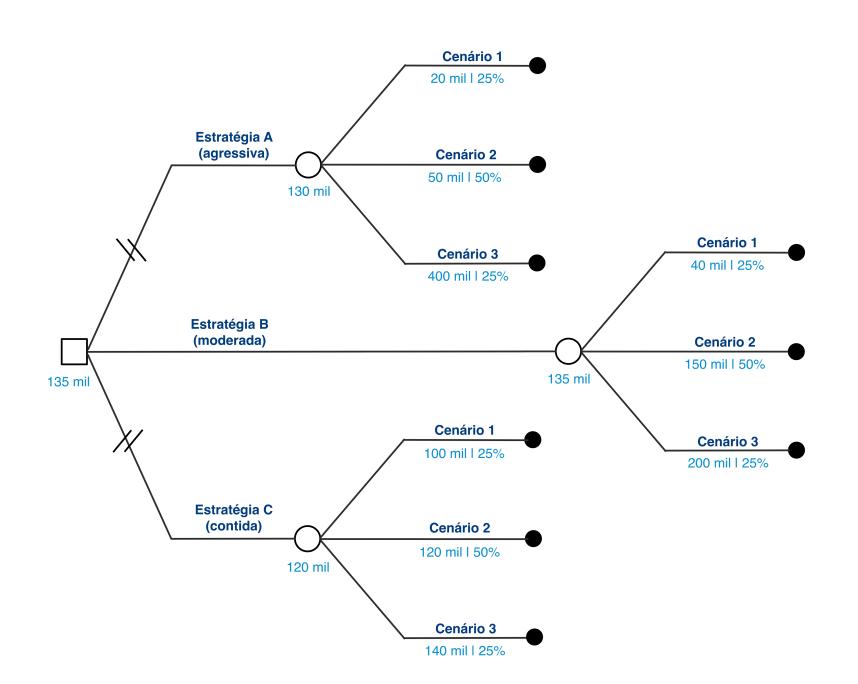
#### Estratégia B

$$(0,25\times 40)+(0,5\times 150)+(0,25\times 200)=10+75+50=135$$

#### **Estratégia C**

$$(0,25 \times 100) + (0,5 \times 120) + (0,25 \times 140) = 25 + 60 + 35 = 120$$







# Postura em relação ao Risco

- O que faria um indivíduo avesso ao risco?
- E um indivíduo propenso ao risco?



## Decisão sob condição de Ignorância - Maximin

- Suponha que não sabemos as probabilidades de ocorrência dos cenários 1, 2 e 3.
  - Como podemos resolver o problema utilizando o método Maximin?



### **Maximin**

Estratégias	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3
A (Agressiva)	20 mil	50 mil	400 mil
B (Moderada)	40 mil	150 mil	200 mil
C (Contida)	100 mil	120 mil	140 mil



### **Maximin**

Estratégias	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3
A (Agressiva)	20 mil <b>≭</b>	50 mil	400 mil
B (Moderada)	40 mil <b>★</b>	150 mil	200 mil
C (Contida)	100 mil ★	120 mil	140 mil



#### **Maximin**

Estratégias	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3
A (Agressiva)	20 mil <b>≭</b>	50 mil	400 mil
B (Moderada)	40 mil <b>★</b>	150 mil	200 mil
C (Contida) **	100 mil <b>★</b>	120 mil	140 mil

Solução (Maximin): Estratégia C (Contida)



## Decisão sob condição de Ignorância - Minimax

- Ainda supondo que não sabemos as probabilidades de ocorrência dos cenários.
  - Como podemos resolver o problema utilizando o método Minimax?



Estratégias	C1	C2	<b>C</b> 3
Α	20	50	400
В	40	150	200
С	100	120	140



Estratégias	C1	C2	<b>C</b> 3
Α	20	50	400
В	40	150	200
С	100	120	140

C1	C2	<b>C</b> 3
100 - 20	150 - 50	400 - 400
100 - 40	150 - 150	400 - 200
100 - 100	150 - 120	400 - 140



Estratégias	C1	C2	<b>C</b> 3
Α	20	50	400
В	40	150	200
С	100	120	140

C1	C2	С3
80	100	0
60	0	200
0	30	260



Estratégias	C1	C2	<b>C</b> 3
Α	20	50	400
В	40	150	200
С	100	120	140

C1	C2	<b>C</b> 3
80	100*	0
60	0	200*
0	30	260*



Estratégias	C1	C2	<b>C</b> 3
A **	20	50	400
В	40	150	200
С	100	120	140

C1	C2	<b>C</b> 3
80	100*	0
60	0	200*
0	30	260*

Solução (Minimax): Estratégia A (Agressiva)