

# Aula 8 – Jogos Sequenciais I

Teoria da Decisão – 2025.1

Lucas Thevenard

# Correção dos exercícios

## Jogo 1

	C	D
A	( 10, 10 )	( -5, 14 )
B	( 14, -5 )	( 2, 2 )

## Jogo 1

	C	D
A	( 10, 10 )	( -5, 14 )
B	( <u>14</u> , -5 )	( 2, 2 )

## Jogo 1

	C	D
A	( 10, 10 )	( -5, 14 )
B	( 14, -5 )	( 2, 2 )

## Jogo 1

	C	D
A	( 10, 10 )	( -5, 14 )
B	( <u>14</u> , -5 )	( <u>2</u> , 2 )

## Jogo 1

	C	D
A	( 10, 10 )	( -5, <u>14</u> )
<u>B</u>	( <u>14</u> , -5 )	( 2, 2 )

## Jogo 1

	C	D
A	( 10, 10 )	( -5, <u>14</u> )
<u>B</u>	( <u>14</u> , -5 )	( <u>2</u> , <u>2</u> )

## Jogo 1

	C	<u>D</u>
A	( 10, 10 )	( -5, <u>14</u> )
<u>B</u>	( <u>14</u> , -5 )	( <u>2</u> , <u>2</u> )

## Jogo 1

	<b>C</b>	<b>D</b>
<b>A</b>	( <b>10, 10</b> )	( <b>-5, 14</b> )
<b>B</b>	( <b>14, -5</b> )	( <b>2, 2</b> )

Solução: { (B, D) }

## Jogo 1

- Apenas um equilíbrio.
- Estratégias estritamente dominantes.
- Outra combinação de jogadas seria melhor de pareto para os jogadores.
- Qual é o jogo?
  - **Dilema dos prisioneiros.**

## Jogo 2

	C	D
A	( 0, 12 )	( 13, 13 )
B	( 12, 12 )	( 12, 0 )

## Jogo 2

	C	D
A	( 0, 12 )	( 13, 13 )
B	( <u>12</u> , 12 )	( 12, 0 )

## Jogo 2

	C	D
A	( 0, 12 )	( <u>13</u> , 13 )
B	( <u>12</u> , 12 )	( 12, 0 )

## Jogo 2

	C	D
A	( 0, 12 )	( <u>13</u> , 13 )
B	( <u>12</u> , 12 )	( 12, 0 )

## Jogo 2

	C	D
A	( 0, 12 )	( <u>13</u> , <u>13</u> )
B	( <u>12</u> , <u>12</u> )	( 12, 0 )

## Jogo 2

	C	D
A	( 0, 12 )	( <u>13</u> , <u>13</u> )
B	( <u>12</u> , <u>12</u> )	( 12, 0 )

## Jogo 2

	C	D
A	( 0, 12 )	( <u>13</u> , <u>13</u> )
B	( <u>12</u> , <u>12</u> )	( 12, 0 )

## Jogo 2

	C	D
A	( 0, 12 )	( <u>13</u> , <u>13</u> )
B	( <u>12</u> , <u>12</u> )	( 12, 0 )

Solução: { (A, D); (B, C) }

## Jogo 2

- Dois equilíbrios.
- Um equilíbrio é melhor, para ambos os jogadores, do que o outro.
- O equilíbrio mais vantajoso pode não ser obtido porque ambos garantem um payoff mínimo adotando as jogadas que levam ao equilíbrio inferior.
  - Jogo evidencia um possível problema de confiança entre os jogadores.
- Que jogo é esse?
  - **Jogo da Caça ao Veado.**

## Jogo 3

	C	D
A	( 6, 15 )	( 9, 9 )
B	( -2, -2 )	( 15, 6 )

## Jogo 3

	C	D
A	( <u>6</u> , 15 )	( 9, 9 )
B	( -2, -2 )	( 15, 6 )

## Jogo 3

	C	D
A	( <u>6</u> , 15 )	( 9, <u>9</u> )
B	( -2, -2 )	( <u>15</u> , 6 )

## Jogo 3

	C	D
A	( <u>6</u> , <b>15</b> )	( <b>9</b> , <b>9</b> )
B	( <b>-2</b> , <b>-2</b> )	( <u>15</u> , <b>6</b> )

## Jogo 3

	C	D
A	( <u>6</u> , <b>15</b> )	( <b>9</b> , <b>9</b> )
B	( <b>-2</b> , <b>-2</b> )	( <b>15</b> , <b>6</b> )

## Jogo 3

	C	D
A	( <u>6</u> , <u>15</u> )	( <u>9</u> , <u>9</u> )
B	( <u>-2</u> , <u>-2</u> )	( <u>15</u> , <u>6</u> )

## Jogo 3

	C	D
A	( <u>6</u> , <u>15</u> )	( <u>9</u> , <u>9</u> )
B	( <u>-2</u> , <u>-2</u> )	( <u>15</u> , <u>6</u> )

## Jogo 3

	C	D
A	( <u>6</u> , <u>15</u> )	( <u>9</u> , <u>9</u> )
B	( <u>-2</u> , <u>-2</u> )	( <u>15</u> , <u>6</u> )

Solução: { (A, C); (B, D) }

## Jogo 3

- Dois equilíbrios.
- Equilíbrios desiguais, conflito distributivo entre os jogadores.
- Se ambos os jogadores tentam obter o maior payoff possível (estratégia agressiva) o resultado é o pior para ambos.
- Qual é o jogo?
  - **Jogo da Galinha.**

## Jogo 4

	C	D
A	( 2, 2 )	( 12, 14 )
B	( 14, 12 )	( 2, 2 )

## Jogo 4

	C	D
A	( 2, 2 )	( 12, 14 )
B	( <u>14</u> , 12 )	( 2, 2 )

## Jogo 4

	C	D
A	( 2, 2 )	( <u>12</u> , 14 )
B	( 14, <u>12</u> )	( 2, 2 )

## Jogo 4

	C	D
A	( 2, 2 )	( <u>12</u> , 14 )
B	( 14, <u>12</u> )	( 2, 2 )

## Jogo 4

	C	D
A	( 2, 2 )	( <u>12</u> , <u>14</u> )
B	( <u>14</u> , <u>12</u> )	( 2, 2 )

## Jogo 4

	C	D
A	( 2, 2 )	( <u>12</u> , <u>14</u> )
B	( <u>14</u> , <u>12</u> )	( 2, 2 )

## Jogo 4

	C	D
A	( <u>2</u> , <u>2</u> )	( <u>12</u> , <u>14</u> )
B	( <u>14</u> , <u>12</u> )	( <u>2</u> , <u>2</u> )

## Jogo 4

	C	D
A	( 2, 2 )	( <u>12</u> , <u>14</u> )
B	( <u>14</u> , <u>12</u> )	( 2, 2 )

Solução: { (A, D); (B, C) }

## Jogo 4

- Dois equilíbrios.
- Equilíbrios são melhores que as combinações de jogadas que não são equilíbrios, para ambos os jogadores.
- Equilíbrios desiguais, conflito distributivo entre os jogadores.
- Qual é o jogo?
  - **Batalha dos Sexos.**

## Jogo 5

	C	D
A	( 5, 11 )	( 18, 18 )
B	( 11, 11 )	( 11, 5 )

## Jogo 5

	C	D
A	( 5, 11 )	( 18, 18 )
B	( <u>11</u> , 11 )	( 11, 5 )

## Jogo 5

	C	D
A	( 5, 11 )	( <u>18</u> , 18 )
B	( <u>11</u> , 11 )	( 11, 5 )

## Jogo 5

	C	D
A	( 5, 11 )	( <u>18</u> , 18 )
B	( <u>11</u> , 11 )	( 11, 5 )

## Jogo 5

	C	D
A	( 5, 11 )	( 18, 18 )
B	( 11, 11 )	( 11, 5 )

## Jogo 5

	C	D
A	( 5, 11 )	( 18, 18 )
B	( 11, 11 )	( 11, 5 )

## Jogo 5

	C	D
A	( 5, 11 )	( 18, 18 )
B	( 11, 11 )	( 11, 5 )

## Jogo 5

	C	D
A	( 5, 11 )	( 18, 18 )
B	( 11, 11 )	( 11, 5 )

Solução: { (A, D); (B, C) }

## Jogo 5

- Dois equilíbrios.
- Um equilíbrio é melhor, para ambos os jogadores, do que o outro.
- O equilíbrio mais vantajoso pode não ser obtido porque ambos garantem um payoff mínimo adotando as jogadas que levam ao equilíbrio inferior.
  - Jogo evidencia um possível problema de confiança entre os jogadores.
- Que jogo é esse?
  - **Jogo da Caça ao Veado.**

## Jogo 6

	C	D
A	( 7, 7 )	( 12, 12 )
B	( 12, 12 )	( 7, 7 )

## Jogo 6

	C	D
A	( <u>7</u> , 7 )	( 12, 12 )
B	( <u>12</u> , 12 )	( 7, 7 )

## Jogo 6

	C	D
A	( 7, 7 )	( <u>12</u> , 12 )
B	( <u>12</u> , 12 )	( 7, 7 )

## Jogo 6

	C	D
A	( <u>7</u> , <u>7</u> )	( <u>12</u> , <u>12</u> )
B	( <u>12</u> , <u>12</u> )	( <u>7</u> , <u>7</u> )

## Jogo 6

	C	D
A	( 7, 7 )	( <u>12</u> , <u>12</u> )
B	( <u>12</u> , <u>12</u> )	( 7, 7 )

## Jogo 6

	C	D
A	( 7, 7 )	( <u>12</u> , <u>12</u> )
B	( <u>12</u> , <u>12</u> )	( 7, 7 )

## Jogo 6

	C	D
A	( <u>7</u> , <u>7</u> )	( <u>12</u> , <u>12</u> )
B	( <u>12</u> , <u>12</u> )	( <u>7</u> , <u>7</u> )

## Jogo 6

	C	D
A	( <u>7</u> , <u>7</u> )	( <u>12</u> , <u>12</u> )
B	( <u>12</u> , <u>12</u> )	( <u>7</u> , <u>7</u> )

Solução: { (A, D); (B, C) }

## Jogo 6

- Dois equilíbrios.
- Equilíbrios são melhores que as combinações de jogadas que não são equilíbrios, para ambos os jogadores.
- Equilíbrios são idênticos: jogadores são indiferentes em relação aos equilíbrios.
- Que jogo é esse?
  - **Jogo de coordenação pura.**

## Roteiro da Aula

- Recapitulando os problemas estratégicos estudados
  - Definição de jogo, Conceitos de solução, Cooperação, Coordenação
- Equilíbrios em estratégias mistas
- Jogos Sequenciais

# 1. Recapitulando os problemas estratégicos estudados

## Recapitulando

- Jogos: situação estratégica
- Solução por Dominância - conceito forte, mas incompleto
- Solução por Equilíbrio de Nash - aspecto dinâmico, completo
  - Estratégias puras - melhores respostas se estabilizam
  - Estratégias mistas - inclui aleatoriedade (melhor não ser previsível)
- Problema da cooperação – dilema dos prisioneiros
- Problema da coordenação - 4 jogos clássicos

## Observe o jogo abaixo

	D	E	F
A	( 3, 2 )	( 1, 1 )	( 0, 4 )
B	( 1, 1 )	( 2, 3 )	( 0, 4 )
C	( 4, 0 )	( 4, 0 )	( 1, 1 )

## Observe o jogo abaixo

	D	E	F
A	( 3, 2 )	( 1, 1 )	( 0, 4 )
B	( 1, 1 )	( 2, 3 )	( 0, 4 )
C	( 4, 0 )	( 4, 0 )	( 1, 1 )

## Observe o jogo abaixo

	D	E	F
A	( 3, 2 )	( 1, 1 )	( 0, 4 )
B	( 1, 1 )	( 2, 3 )	( 0, 4 )
C	( 4, 0 )	( 4, 0 )	( 1, 1 )

## Observe o jogo abaixo

	D	E	F
A	( 3, 2 )	( 1, 1 )	( 0, 4 )
B	( 1, 1 )	( 2, 3 )	( 0, 4 )
C	( 4, 0 )	( 4, 0 )	( 1, 1 )

## Observe o jogo abaixo

	D	E	F
A	( 3, 2 )	( 1, 1 )	( 0, 4 )
B	( 1, 1 )	( 2, 3 )	( 0, 4 )
C	( 4, 0 )	( 4, 0 )	( 1, 1 )

## Observe o jogo abaixo

	D	E	F
A	( 3, <b>2</b> )	( 1, <b>1</b> )	( 0, <b>4</b> )
B	( 1, 1 )	( 2, 3 )	( 0, 4 )
C	( <b>4</b> , 0 )	( <b>4</b> , 0 )	( <b>1</b> , 1 )

## Observe o jogo abaixo

	D	E	F
A	( 3, 2 )	( 1, 1 )	( 0, <u>4</u> )
B	( 1, 1 )	( 2, 3 )	( 0, <u>4</u> )
C	( <u>4</u> , 0 )	( <u>4</u> , 0 )	( <u>1</u> , 1 )

## Observe o jogo abaixo

	D	E	F
A	( 3, 2 )	( 1, 1 )	( 0, <u>4</u> )
B	( 1, 1 )	( 2, 3 )	( 0, <u>4</u> )
C	( <u>4</u> , 0 )	( <u>4</u> , 0 )	( <u>1</u> , <u>1</u> )

## Observe o jogo abaixo

	D	E	F
A	( 3, 2 )	( 1, 1 )	( 0, <u>4</u> )
B	( 1, 1 )	( 2, 3 )	( 0, <u>4</u> )
C	( <u>4</u> , 0 )	( <u>4</u> , 0 )	( <u>1</u> , 1 )

## Observe o jogo abaixo

	D	E	F
A	( 3, 2 )	( 1, 1 )	( 0, <u>4</u> )
B	( 1, 1 )	( 2, 3 )	( 0, <u>4</u> )
C	( <u>4</u> , 0 )	( <u>4</u> , 0 )	( <u>1</u> , 1 )

- Os dois jogadores possuem estratégias dominantes.

Solução: (C, F)

- Mas esse equilíbrio é benéfico para os jogadores?
  - Qual seria o resultado se jogassem infinitas vezes?

## Observe o jogo abaixo

	D	E	F
A	( 3, 2 )	( 1, 1 )	( -0, 4 )
B	( 1, 1 )	( 2, 3 )	( -0, 4 )
C	( -4, 0 )	( -4, 0 )	( -1, 1 )
-			

- Os dois jogadores possuem estratégias dominantes.

Solução: (C, F)

- Mas esse equilíbrio é benéfico para os jogadores?
  - Qual seria o resultado se jogassem infinitas vezes?

Observe o jogo abaixo

	D	E
A	( 3, 2 )	( 1, 1 )
B	( 1, 1 )	( 2, 3 )

Observe o jogo abaixo

	D	E
A	( <u>3</u> , 2 )	( 1, 1 )
B	( 1, 1 )	( 2, 3 )

Observe o jogo abaixo

	D	E
A	( <u>3</u> , 2 )	( 1, <u>1</u> )
B	( 1, <u>1</u> )	( <u>2</u> , 3 )

Observe o jogo abaixo

	D	E
A	( <u>3</u> , 2 )	( 1, <u>1</u> )
B	( 1, <u>1</u> )	( <u>2</u> , 3 )

Observe o jogo abaixo

	D	E
A	( <u>3</u> , <u>2</u> )	( <u>1</u> , <u>1</u> )
B	( <u>1</u> , <u>1</u> )	( <u>2</u> , <u>3</u> )

Observe o jogo abaixo

	D	E
A	( <u>3</u> , <u>2</u> )	( <u>1</u> , <u>1</u> )
B	( <u>1</u> , <u>1</u> )	( <u>2</u> , <u>3</u> )

Observe o jogo abaixo

	D	E
A	( <u>3</u> , <u>2</u> )	( <u>1</u> , <u>1</u> )
B	( <u>1</u> , <u>1</u> )	( <u>2</u> , <u>3</u> )

## Observe o jogo abaixo

	D	E
A	( <u>3</u> , <u>2</u> )	( <u>1</u> , <u>1</u> )
B	( <u>1</u> , <u>1</u> )	( <u>2</u> , <u>3</u> )

- O novo jogo envolve um problema de coordenação. Que jogo é esse?
  - Jogo da Batalha dos Sexos.

Solução: { (A, D), (B, E) }

## 2. Equilíbrios em estratégias mistas

		Ímpar	
		0	1
Par	0	( <u>1, 0</u> )	( <u>0, 1</u> )
	1	( <u>0, 1</u> )	( <u>1, 0</u> )

## Introdução ao conceito de estratégias mistas

- Como jogar par ou ímpar?
- Por que não devemos sempre jogar 0 ou sempre jogar 1.
- Seria desejável jogar 1 em 75% dos casos? Por que?

## Estratégias mistas

- **Par ou ímpar:** nenhum jogador deve utilizar uma estratégia com mais frequência que a outra (mais de 50% das vezes).
  - A situação em que cada jogador utiliza cada estratégia em 50% dos casos é considerada um equilíbrio de Nash.
  - Cada jogador, nesse caso, está dando sua melhor resposta ao outro.
    - Qualquer mudança nas distribuições seria instável pois os jogadores teriam incentivos para mudar suas estratégias.
  - Chamamos esse tipo de equilíbrio de "**estratégias mistas**" pois cada jogador não usa apenas uma estratégia. Mais de uma estratégia é usada, cada uma em uma certa proporção de casos (distribuição de probabilidades).

## Estratégias mistas

- Nem sempre a distribuição de probabilidades será 50% para cada jogador.
  - Como calcular o equilíbrio em estratégias mistas em casos menos triviais que o jogo de par ou ímpar? (...)
- Jogos podem possuir simultaneamente equilíbrios em estratégias puras e equilíbrios em estratégias mistas.
  - Exemplo: o jogo da galinha também possui um equilíbrio em estratégias mistas.

**Agora vamos aprender a calcular o equilíbrio em  
estratégias mistas**

Pode deixar que eu  
sei o que estou  
fazendo...



Modelos de  
decisão racional



Jogos, estratégia  
e dominância



Equilíbrio de Nash  
em estratégias  
puras



Estratégias  
mistas



## IMPORTANTE

### Respire fundo e tenha brio!

- Esse é o conceito de solução mais sofisticado que teremos no curso.
- O John Nash é um gênio mesmo??
  - Resposta: **SIM!**

## Jogo "Run or Pass" (futebol americano)

		Defesa	
		Defende o Passe	Defende a Corrida
Ataque	Passe	( 2, -2 )	( 17, -17 )
	Corrida	( 6, -6 )	( 1, -1 )

## Jogo "Run or Pass" (futebol americano)

		Defesa	
		Defende o Passe	Defende a Corrida
Ataque	Passe	( 2, -2 )	( 17, -17 )
	Corrida	( <u>6</u> , -6 )	( 1, -1 )

## Jogo "Run or Pass" (futebol americano)

		Defesa	
		Defende o Passe	Defende a Corrida
Ataque	Passe	( 2, -2 )	( 17, -17 )
	Corrida	( 6, -6 )	( 1, -1 )

## Jogo "Run or Pass" (futebol americano)

		Defesa	
		Defende o Passe	Defende a Corrida
Ataque	Passe	( 2, -2 )	( 17, -17 )
	Corrida	( 6, -6 )	( 1, -1 )

## Jogo "Run or Pass" (futebol americano)

		Defesa	
		Defende o Passe	Defende a Corrida
Ataque	Passe	( 2, <u>-2</u> )	( <u>17</u> , -17 )
	Corrida	( <u>6</u> , -6 )	( 1, -1 )

## Jogo "Run or Pass" (futebol americano)

		Defesa	
		Defende o Passe	Defende a Corrida
Ataque	Passe	( 2, -2 )	( 17, -17 )
	Corrida	( 6, -6 )	( 1, -1 )

# Jogo "Run or Pass" (futebol americano)

		Defesa	
		Defende o Passe	Defende a Corrida
Ataque	Passe	( 2, <u>-2</u> )	( <u>17</u> , -17 )
	Corrida	( <u>6</u> , -6 )	( 1, <u>-1</u> )

Não há solução em estratégias puras

## Como jogar esse jogo?

- O ataque pode sempre optar pela jogada com o maior potencial de ganho (passe)?
  - Não, pois o ataque, nesse caso, vai sempre defender o passe, garantindo que o ataque avance apenas 2 jardas.
- O ataque deve defender o passe, aleatoriamente, em 50% dos casos? Que tal em 60% dos casos?
  - Como analisar as estratégias da defesa nesse caso?

## Análise do valor esperado

- Precisamos calcular o valor esperado de cada resposta da defesa, sabendo que o ataque opta pelo passe em 50% dos casos e pela corrida nos outros 50%.
- $E_{dp} = (0, 5)(-2) + (0, 5)(-6) = -4$
- $E_{dc} = (0, 5)(-17) + (0, 5)(-1) = -9$
- $E_{dp} > E_{dc}$
- Defesa sempre prefere defender o passe, e o ataque ganha em média apenas 4 jardas!

## Como evitar que o outro jogador antecipe nossa jogada?

- Devemos escolher as probabilidades das estratégias de forma que a outra parte, em cada jogo, seja indiferente entre qual resposta adotar.
  - **Ataque:** probabilidade de passar e de correr que iguala o valor esperado de defender o passe ou a corrida.
  - **Defesa:** probabilidade de defender o passe e de defender a corrida que iguala o valor esperado de passar ou correr.

## Análise da estratégia do ataque

- Escolhe a probabilidade de passar ( $q_p$ ) de forma que, para a defesa, o valor esperado de defender o passe ( $E_{dp}$ ) seja igual ao valor esperado de defender a corrida ( $E_{dc}$ ).
- $(1 - q_p)$  = probabilidade de correr
- $E_{dp} = (q_p)(-2) + (1 - q_p)(-6) = 4q_p - 6$
- $E_{dc} = (q_p)(-17) + (1 - q_p)(-1) = -16q_p - 1$
- $E_{dp} = E_{dc} \implies 4q_p - 6 = -16q_p - 1 \implies q_p = \frac{5}{20} = 25\%$

## Análise da estratégia da defesa

- Escolhe a probabilidade de defender o passe ( $q_{dp}$ ) de forma que, para o ataque, o valor esperado de passar ( $E_p$ ) seja igual ao valor esperado de correr ( $E_c$ ).
- $(1 - q_{dp})$  = probabilidade de defender a corrida
- $E_p = (q_{dp})(2) + (1 - q_{dp})(17) = -15q_{dp} + 17$
- $E_c = (q_{dp})(6) + (1 - q_{dp})(1) = 5q_{dp} + 1$
- $E_p = E_c \implies -15q_{dp} + 17 = 5q_{dp} + 1 \implies q_{dp} = \frac{16}{20} = 80\%$

# Solução do jogo "Run or Pass"

		Defesa	
		Defende o Passe	Defende a Corrida
Ataque	Passe	( 2, -2 )	( 17, -17 )
	Corrida	( 6, -6 )	( 1, -1 )

**Ataque passa em 25% dos casos e corre em 75% dos casos,  
Defesa defende o passe em 80% dos casos e a corrida em 20% dos casos.**

## Voltando ao jogo da galinha...

		Predador 2	
		Agressivo (Hawk)	Passivo (Dove)
Predador 1	Agressivo (Hawk)	( -3, -3 )	( 4, 0 )
	Passivo (Dove)	( 0, 4 )	( 2, 2 )

## Voltando ao jogo da galinha...

		Predador 2	
		Agressivo (Hawk)	Passivo (Dove)
Predador 1	Agressivo (Hawk)	( -3, -3 )	( 4, 0 )
	Passivo (Dove)	( 0, 4 )	( 2, 2 )

## Voltando ao jogo da galinha...

		Predador 2	
		Agressivo (Hawk)	Passivo (Dove)
Predador 1	Agressivo (Hawk)	( -3, -3 )	( 4, 0 )
	Passivo (Dove)	( 0, 4 )	( 2, 2 )

## Voltando ao jogo da galinha...

Predador 2

Predador 1

	<b>Agressivo (Hawk)</b>	<b>Passivo (Dove)</b>
<b>Agressivo (Hawk)</b>	( -3, -3 )	( 4, 0 )
<b>Passivo (Dove)</b>	( 0, 4 )	( 2, 2 )

## Voltando ao jogo da galinha...

		Predador 2	
		Agressivo (Hawk)	Passivo (Dove)
Predador 1	Agressivo (Hawk)	( -3, -3 )	( 4, 0 )
	Passivo (Dove)	( 0, 4 )	( 2, 2 )

## Voltando ao jogo da galinha...

Predador 2

Predador 1

	<b>Agressivo (Hawk)</b>	<b>Passivo (Dove)</b>
<b>Agressivo (Hawk)</b>	( -3, -3 )	( 4, 0 )
<b>Passivo (Dove)</b>	( 0, 4 )	( 2, 2 )

# Voltando ao jogo da galinha...

		Predador 2	
		Agressivo (Hawk)	Passivo (Dove)
Predador 1	Agressivo (Hawk)	( -3, -3 )	( 4, 0 )
	Passivo (Dove)	( 0, 4 )	( 2, 2 )

Solução (estratégias puras): { (Hawk, Dove), (Dove, Hawk) }

## Qual seria o equilíbrio desse jogo em estratégias mistas?

- Cada predador escolhe a probabilidade de ser agressivo ( $q_a$ ) de forma que, para o outro, o valor esperado de ser agressivo ( $E_a$ ) seja igual ao de ser passivo ( $E_p$ ).
- $(1 - q_a)$  = probabilidade de ser passivo
- $E_a = (q_a)(-3) + (1 - q_a)(4) = 4 - 7q_a$
- $E_p = (q_a)(0) + (1 - q_a)(2) = 2 - 2q_a$
- $E_a = E_p \implies 4 - 7q_a = 2 - 2q_a \implies q_a = \frac{2}{5} = 40\%$

## Equilíbrio representa a tendência de equilíbrio da população

- Se mais indivíduos se tornam hawks, há um excesso de encontro entre agressivos, gerando prejuízos para ambos (-3, -3).
- Se mais indivíduos se tornam doves, há uma maior oportunidade para hawks ganharem mais (4, 0).

### 3. Jogos Sequenciais

## Vamos jogar NIM!

- Cada jogador escolhe retirar entre 1 e 6 peças a cada turno.
- O jogo começa com 20 peças.
- O último jogador que retira (acaba com as peças) vence.

## Entendendo o resultado de NIM

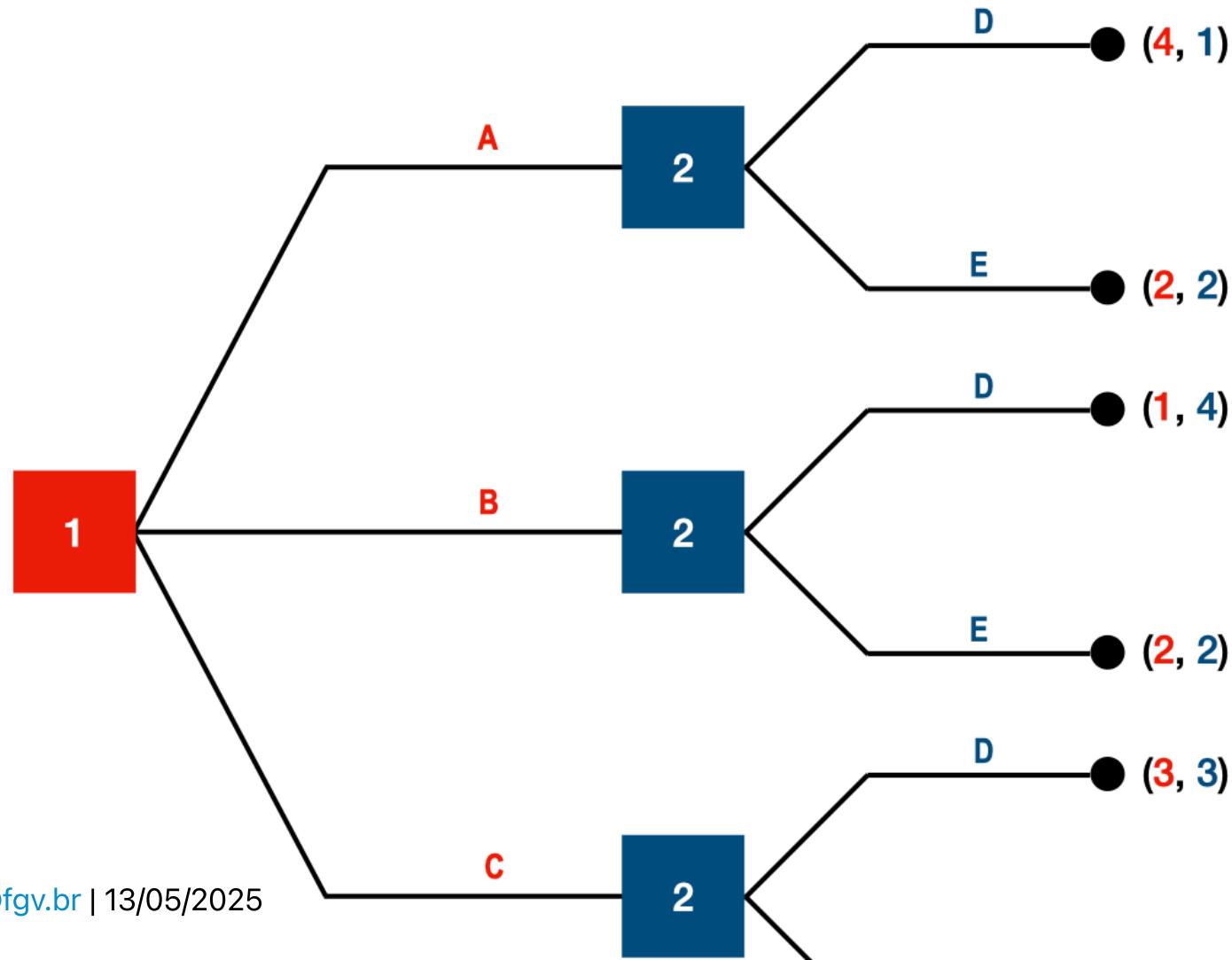
- Jogador que joga quando há 7 peças perde o jogo.
- Consequentemente, jogador que joga quando há 14 peças perde o jogo.

## NIM com 20 peças

- Com 20 peças, Jogador 1 sempre pode vencer se jogar corretamente.
  - Jogador 1 tira 6, deixando o jogador 2 com 14.
  - Em seguida, tira o suficiente para deixar o outro jogador com 7 peças.
  - Por fim, tira as remanescentes.
- **First-mover advantage:** em diversos jogos, quem age primeiro tem a vantagem.
  - Mas o que acontece quando jogamos NIM com 21 peças?
  - Embora seja comum, nem todos os jogos possuem first-mover advantage.

## Indução retroativa

- Para resolver jogos sequenciais, precisamos voltar ao conceito de **indução retroativa**.
  - Em NIM, para entendermos nossa primeira jogada, precisamos entender como o jogo termina.
  - Em jogos sequenciais, cada jogador tenta antecipar as jogadas seguintes por isso a análise é feita de trás para frente.



## Jogo da proposição e voto

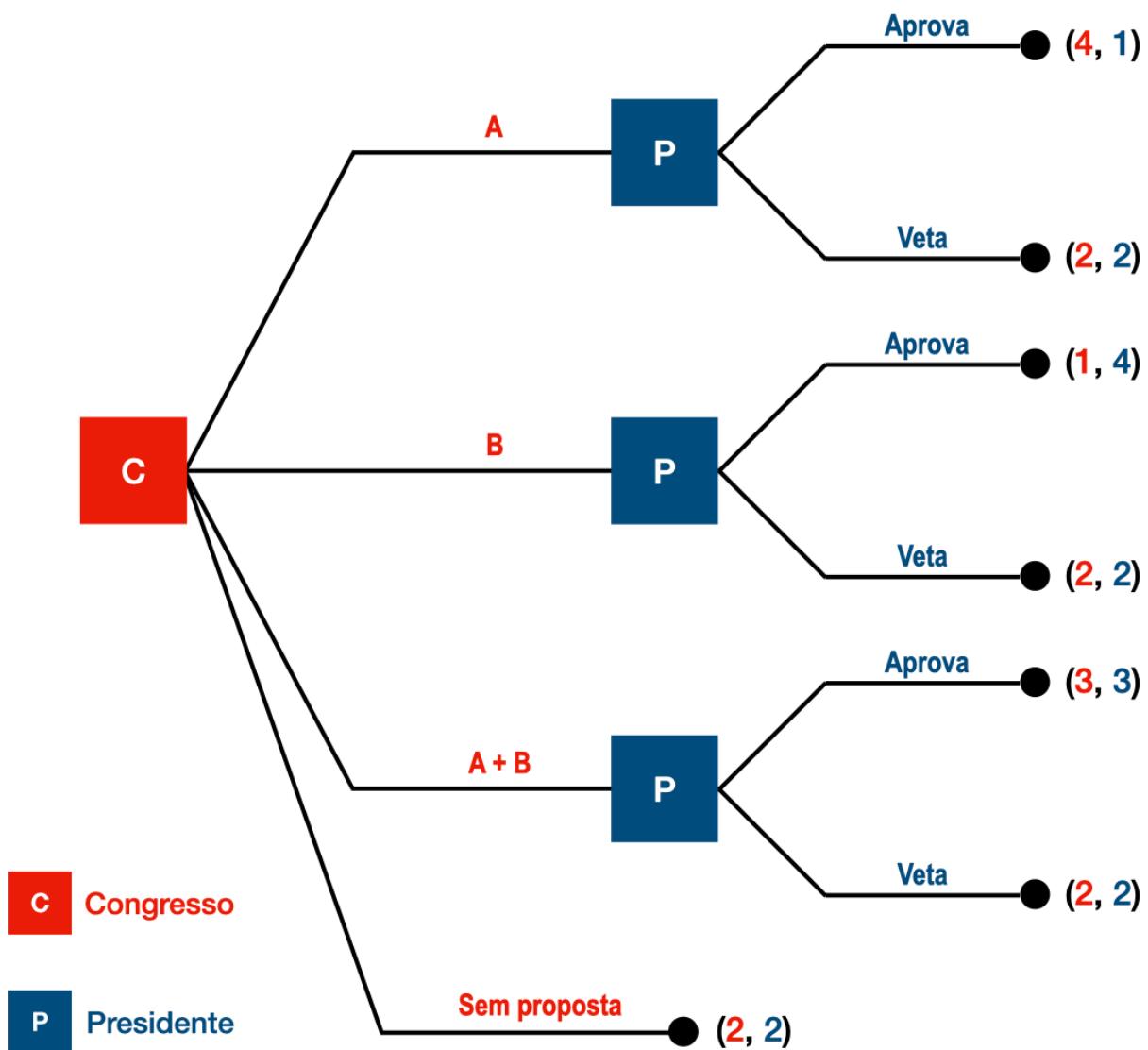
- Interação entre o Congresso e um Presidente com preferências divergentes.
- Congresso prefere a provisão A, mas não gosta da provisão B.
- Presidente gosta da provisão B, mas não gosta da provisão A.

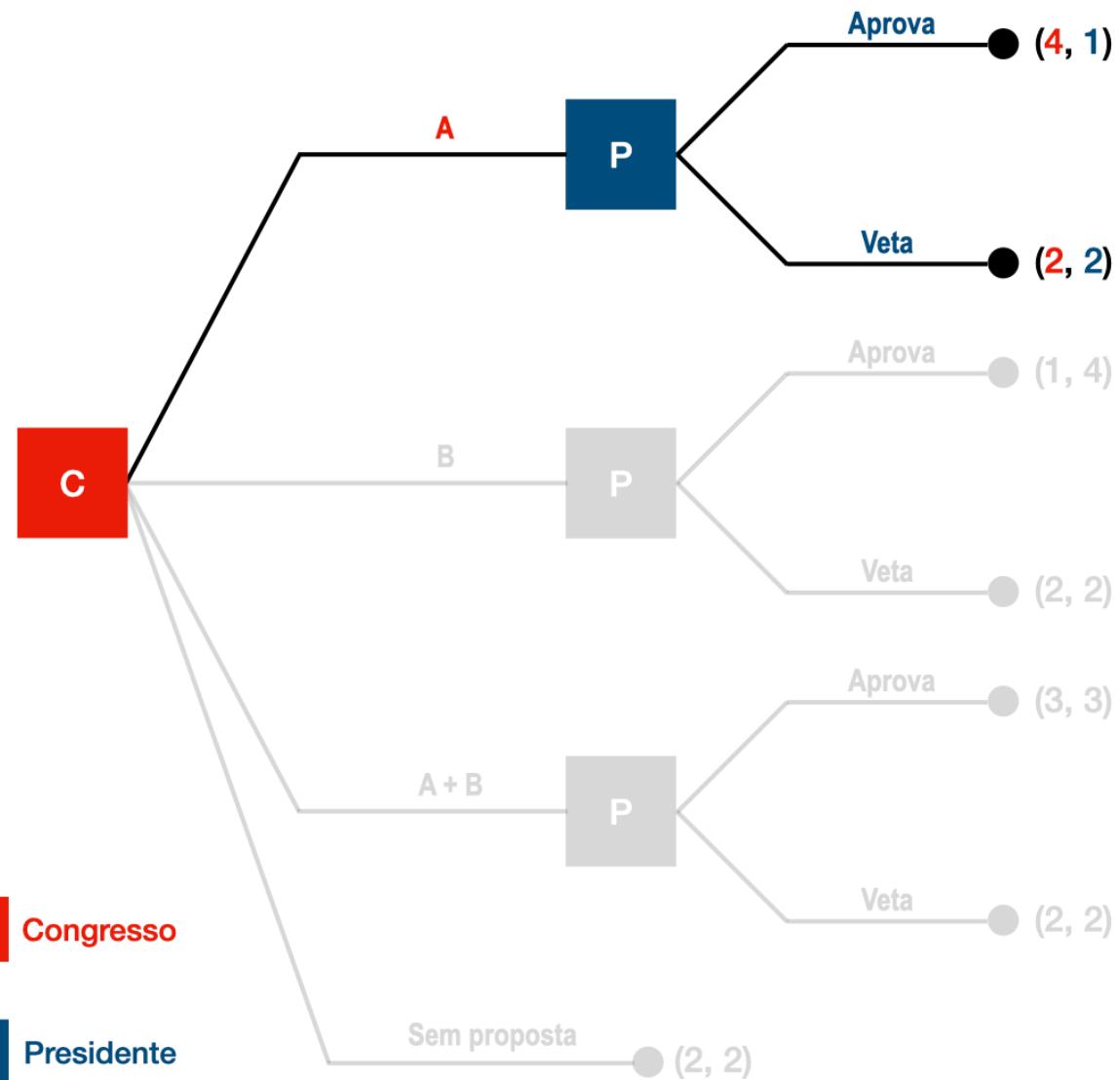
## Ranking de preferências dos jogadores

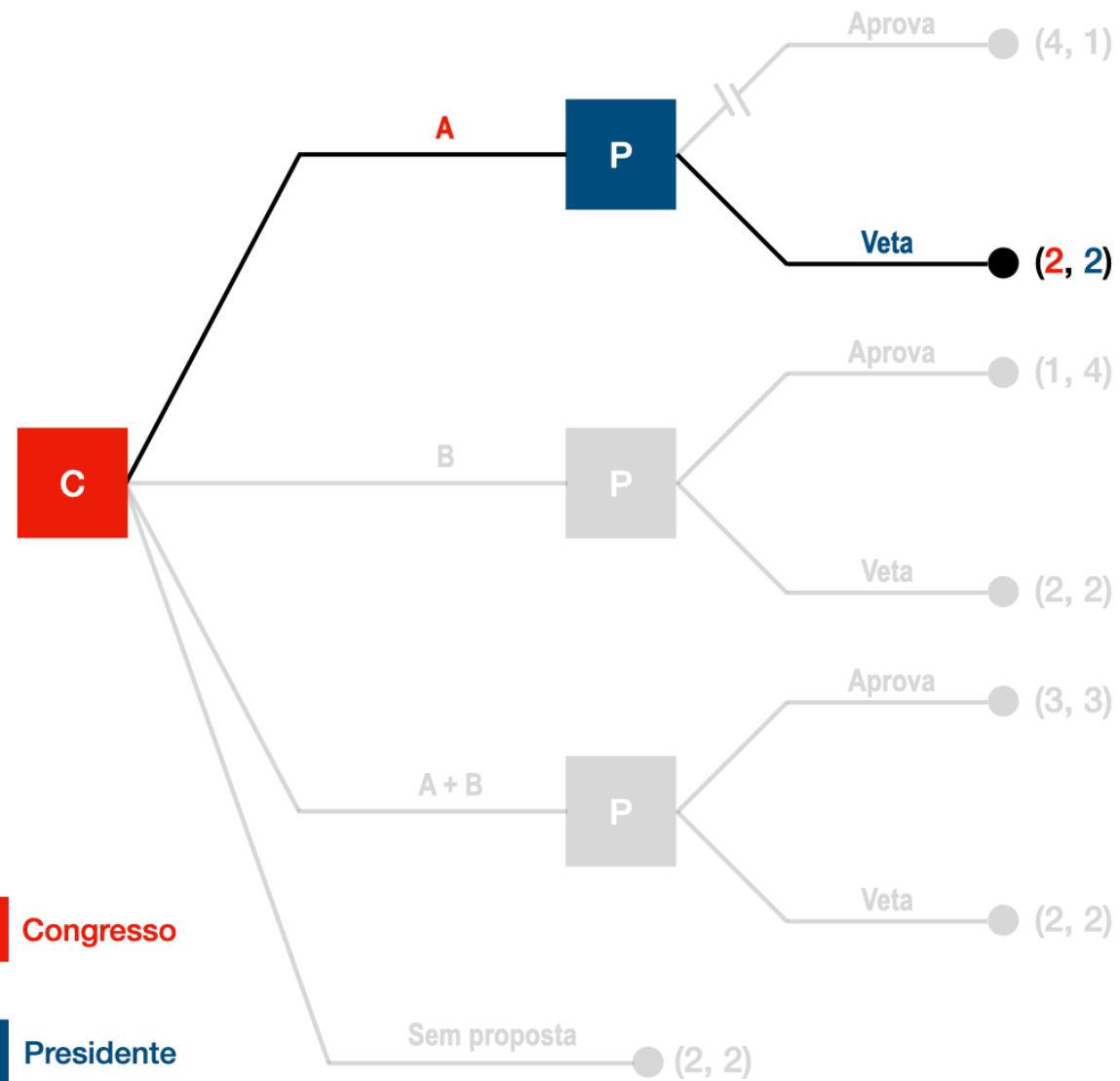
Resultado	Congresso	Presidente
Apenas A	4	1
Apenas B	1	4
A + B	3	3
Nenhuma	2	2

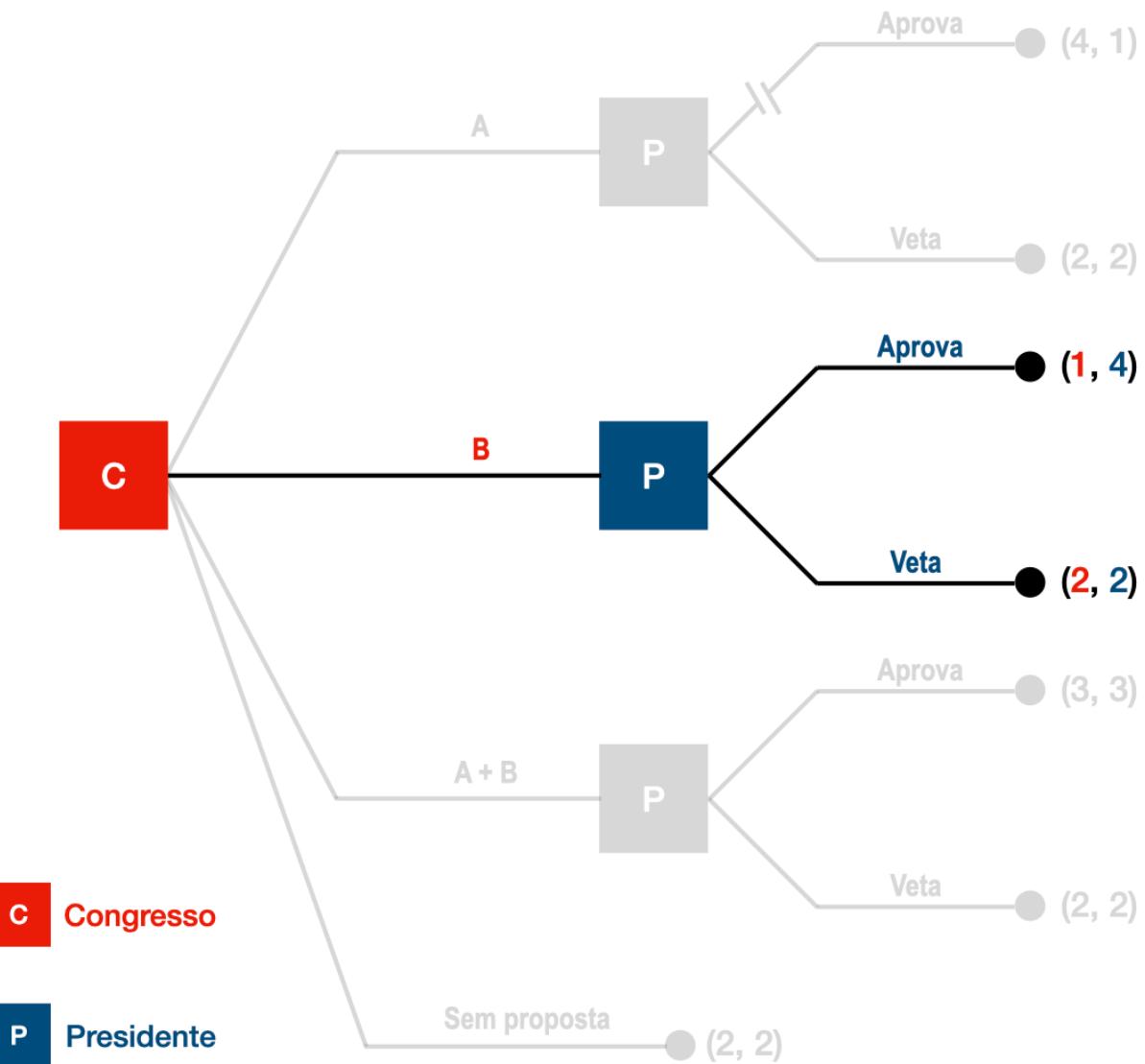
# Jogo da proposição e voto

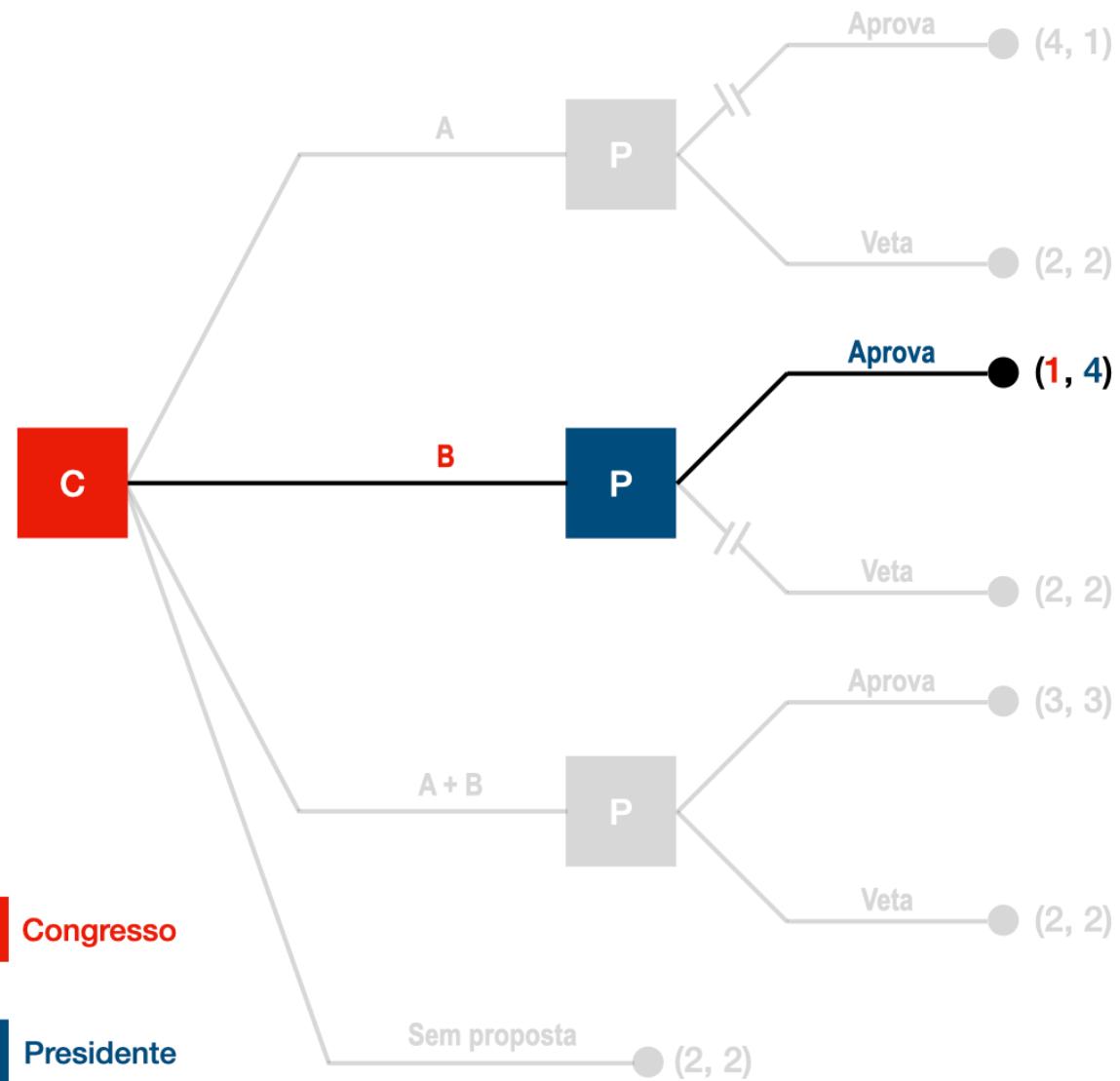
- Opções do Congresso:
  - Enviar proposta apenas com a provisão A.
  - Enviar proposta apenas com a provisão B.
  - Enviar proposta com ambas as provisões, A + B.
  - Não enviar proposta nenhuma.
- Opções do Presidente:
  - Aprova totalmente a proposta enviada
  - Veta totalmente/rejeita totalmente a proposta enviada.

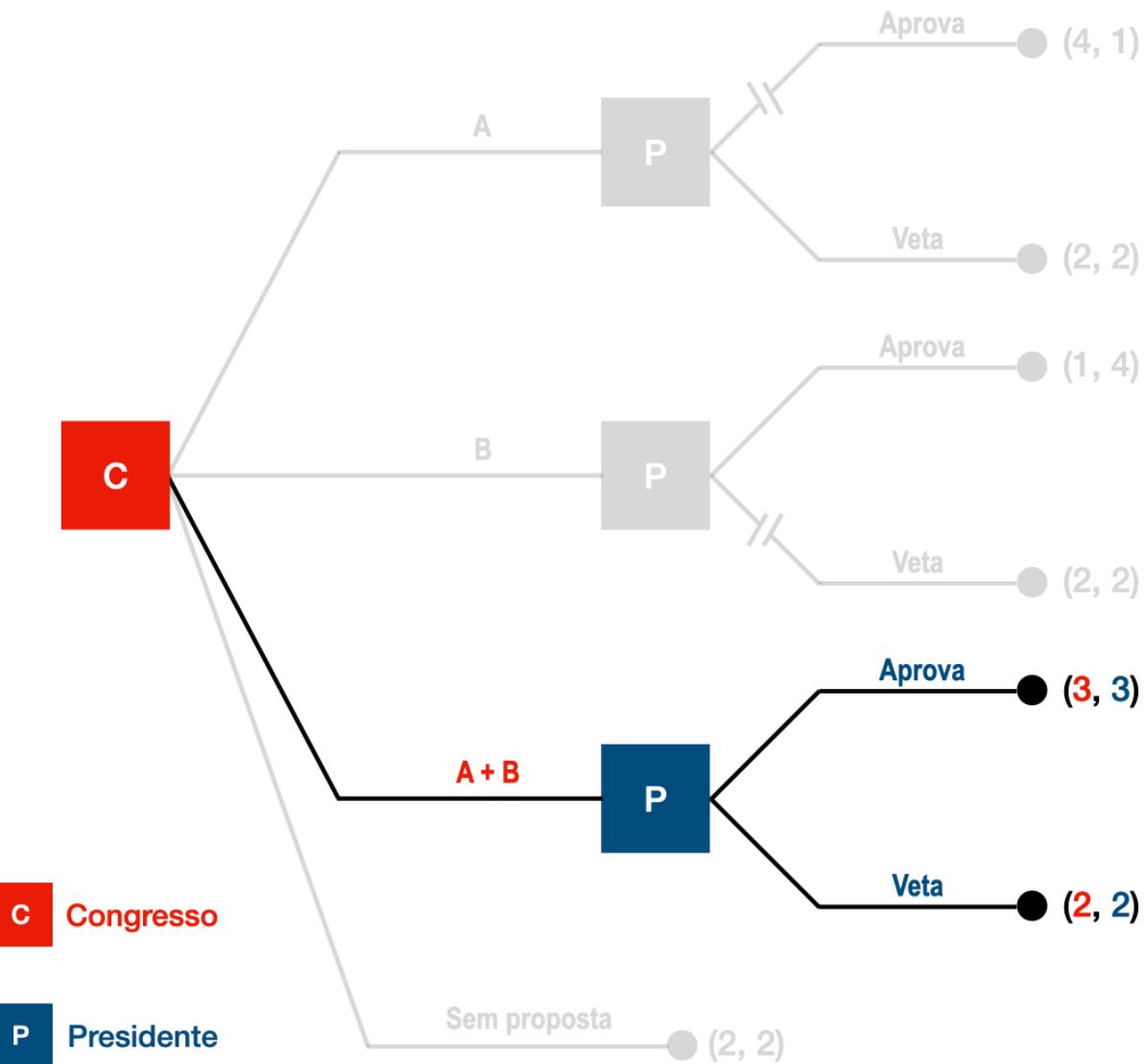


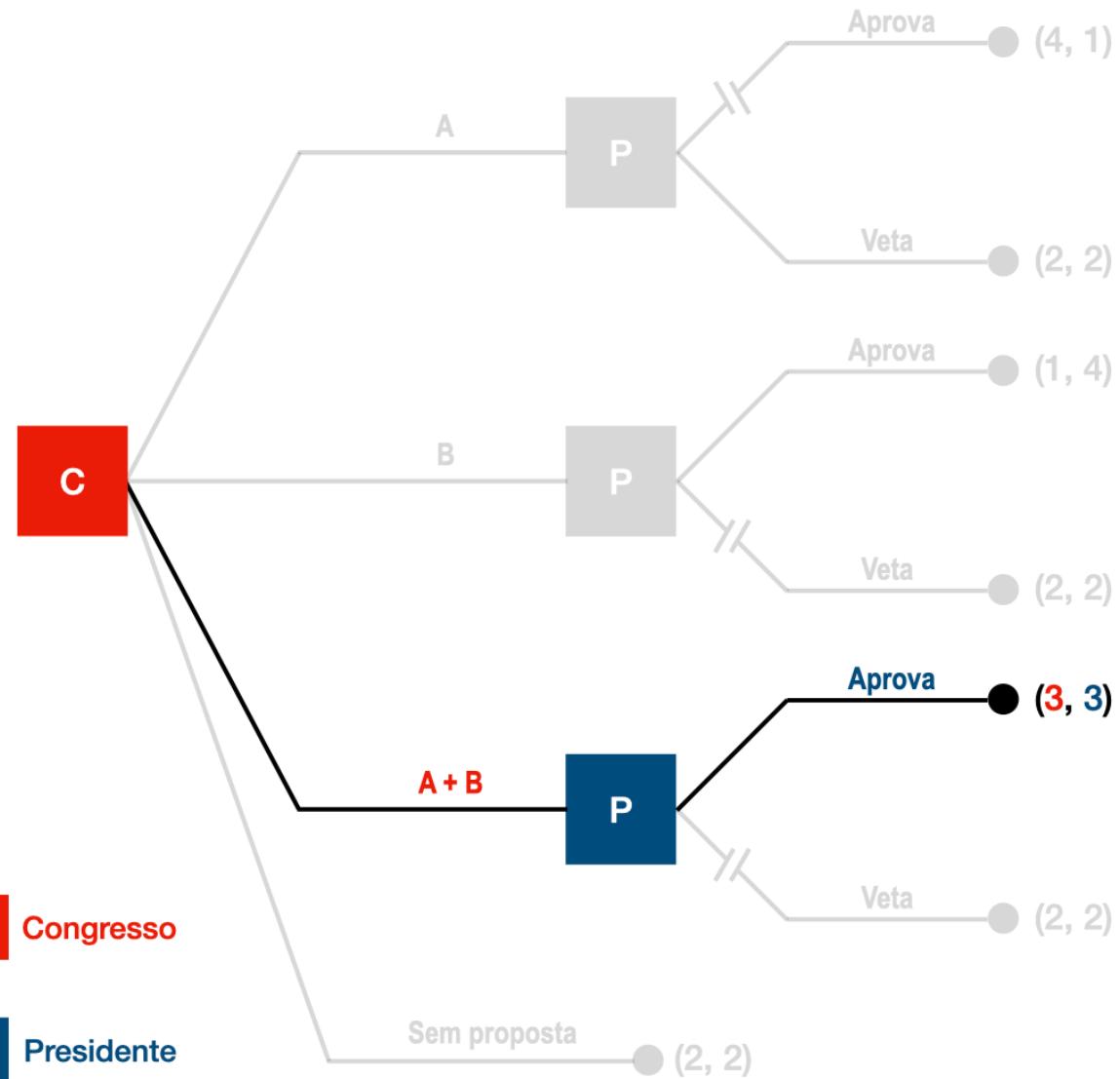


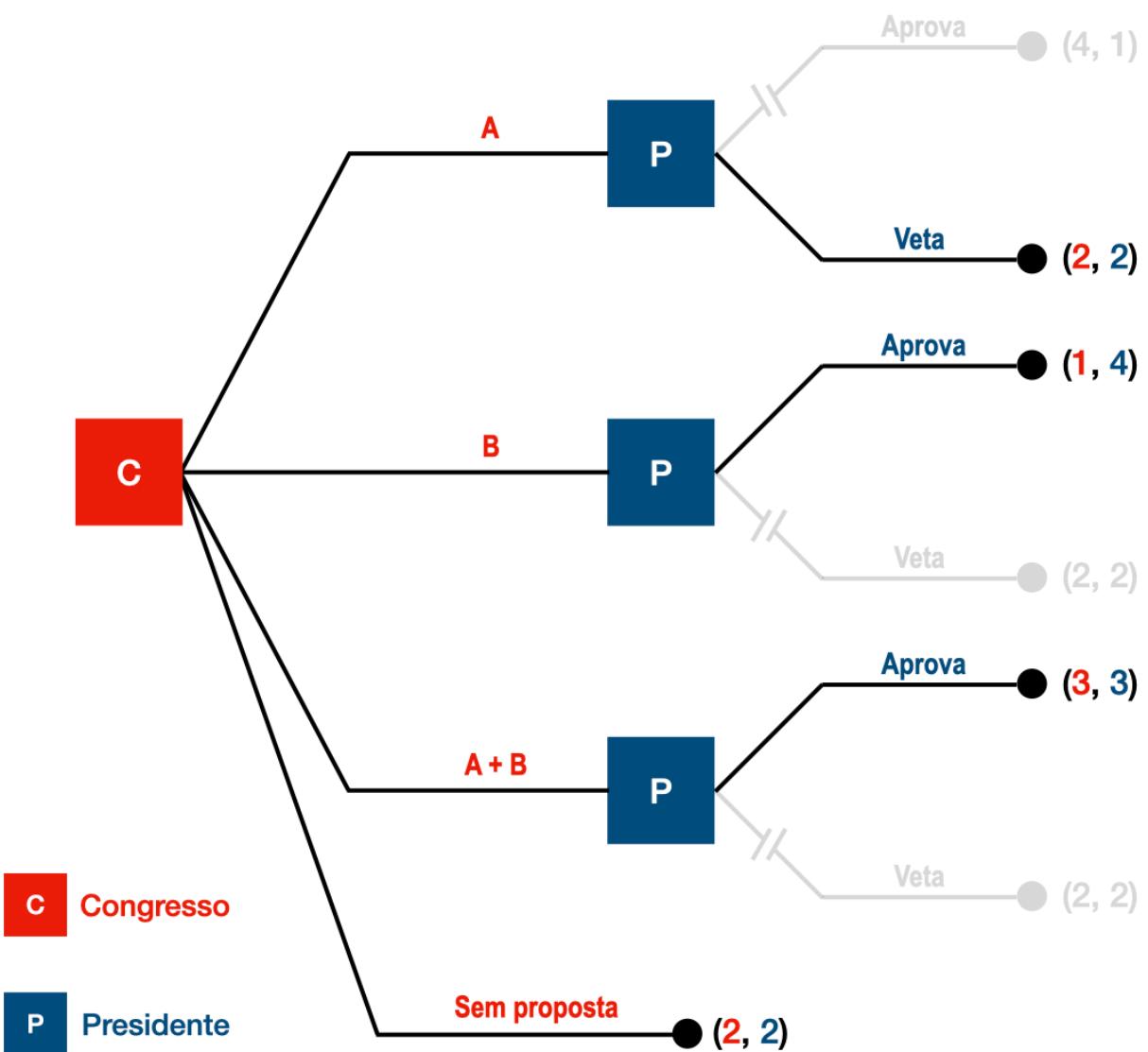


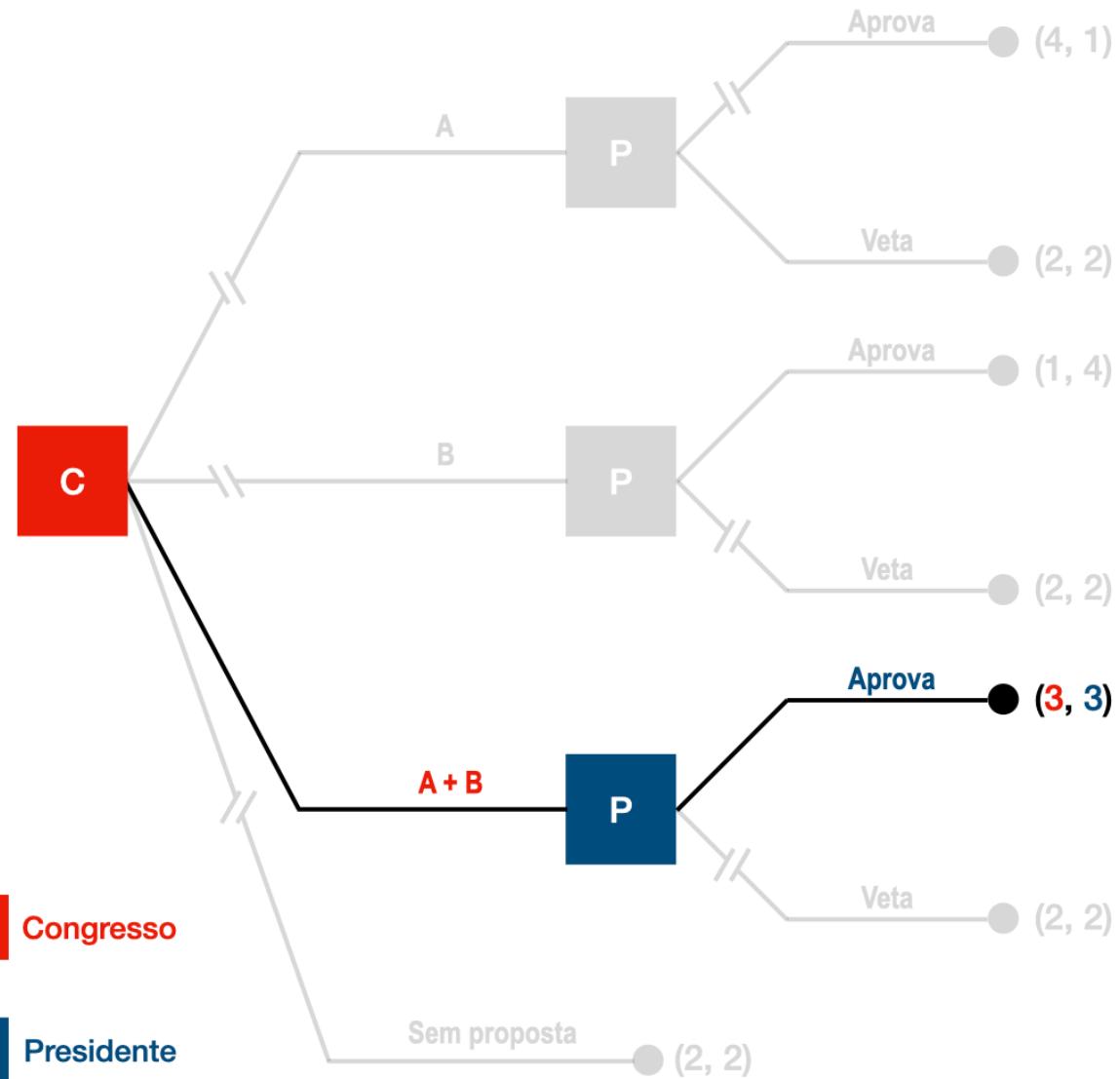












## Jogo da proposição e voto

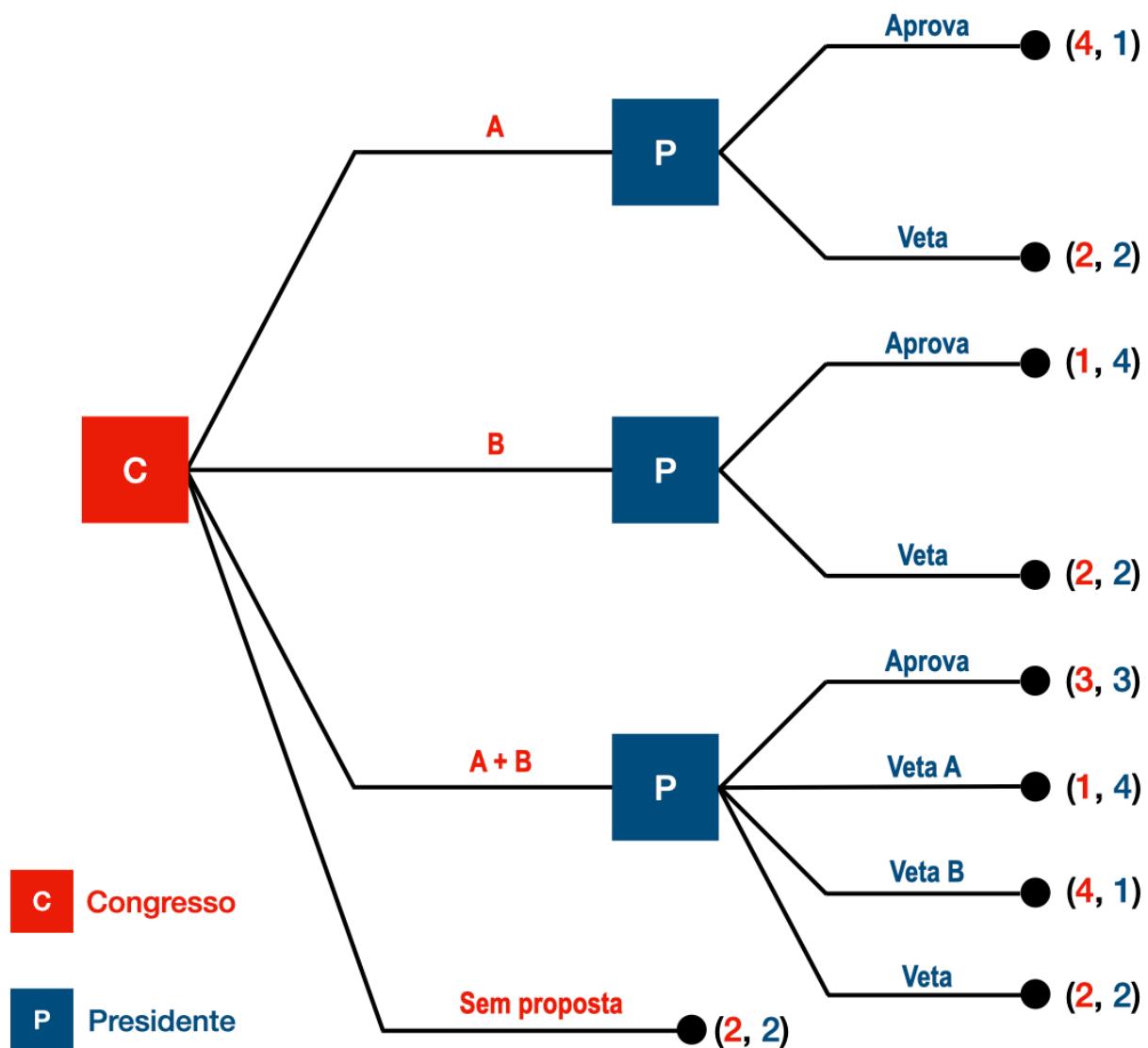
- Solução: **(A + B, Aprova)**
- Antecipando que a proposição A seria vetada pelo Presidente, o Congresso envia a proposta que contém tanto a proposição A como a proposição B.

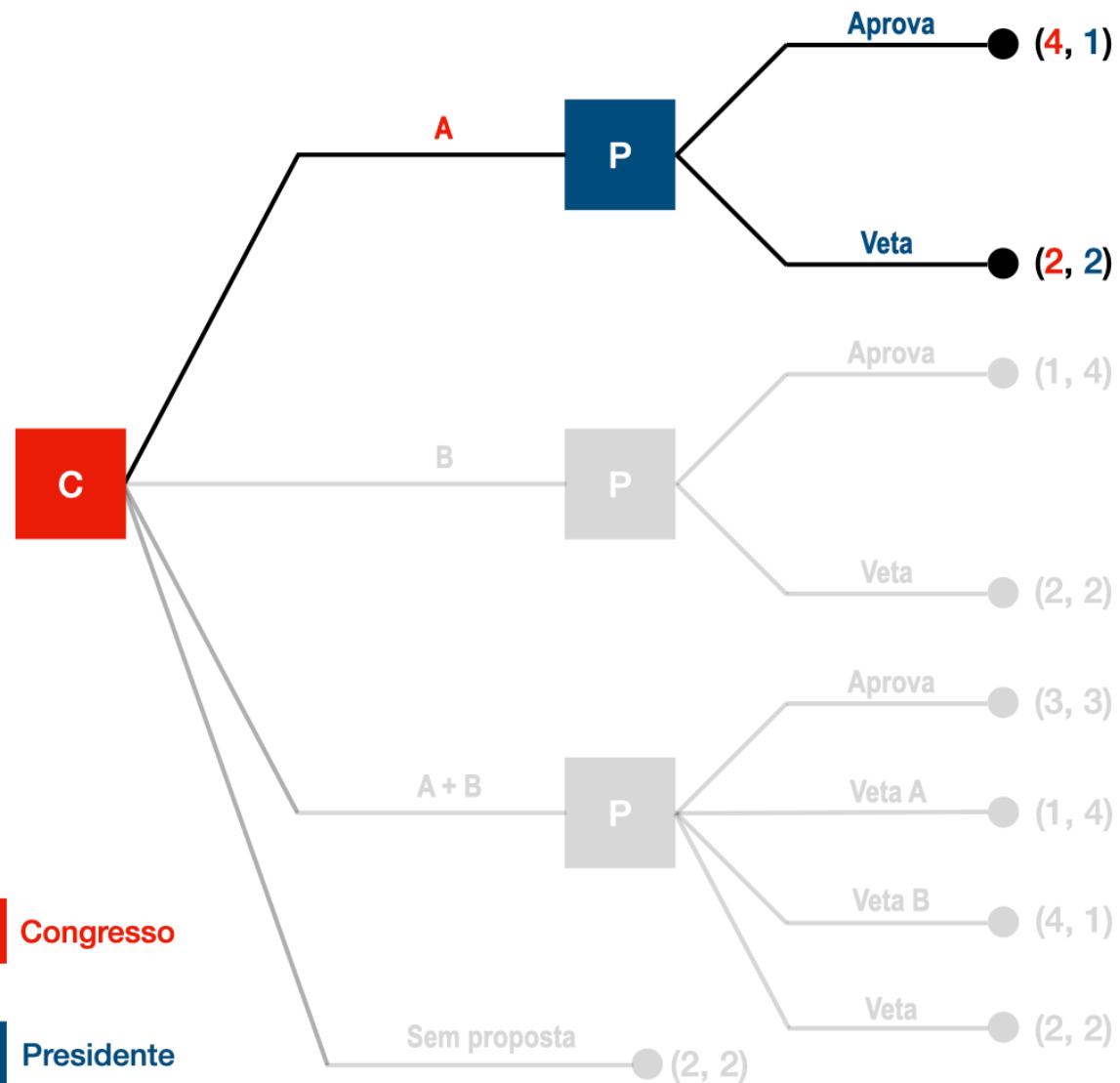
## Conceitos

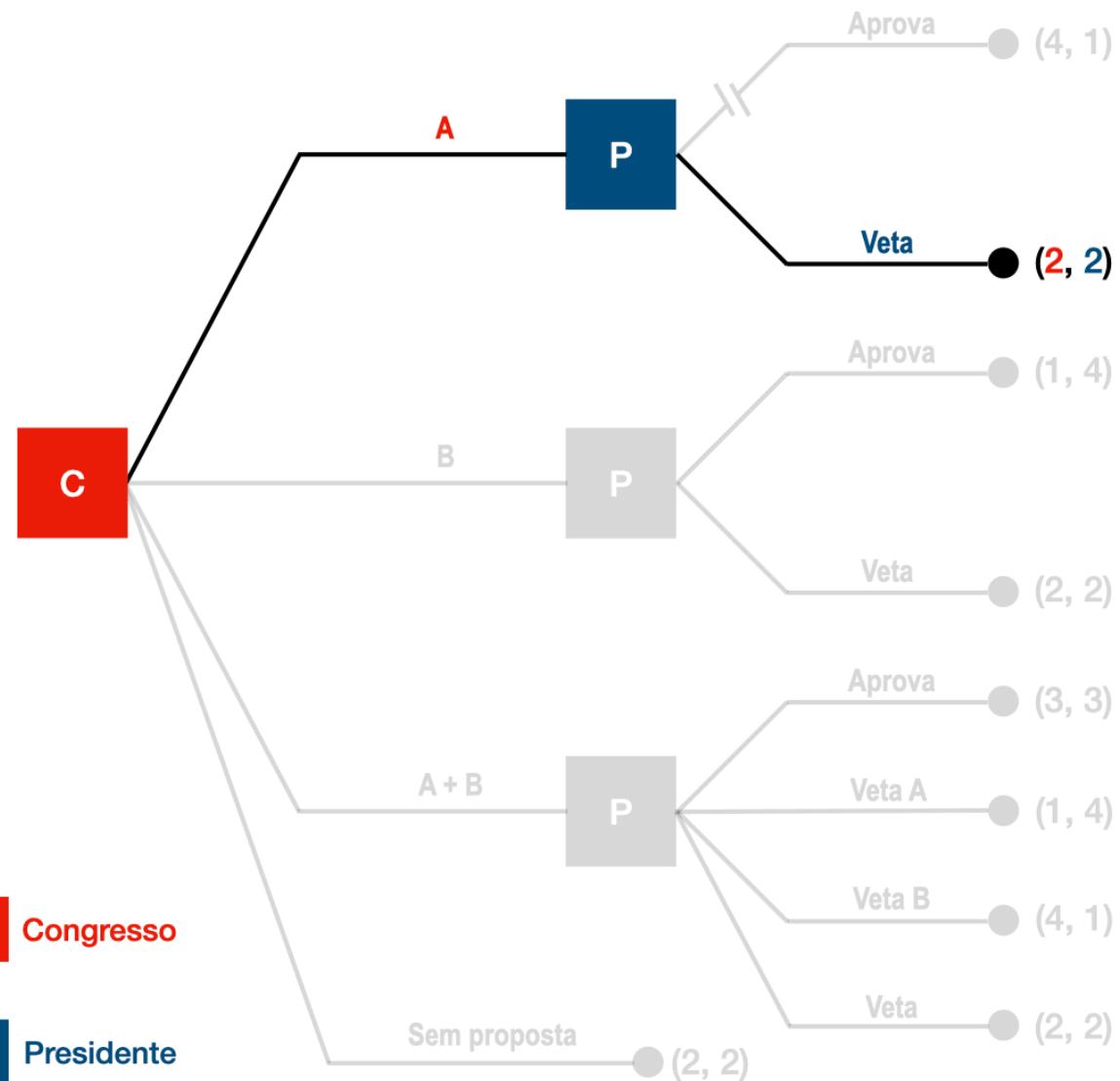
- Em jogos sequenciais, chamamos de "estratégia" a sequência de jogadas que descreve todo o percurso até um nódulo final do jogo (também chamado de nó terminal).
- A ideia de equilíbrio de Nash ainda pode ser aplicada: cada jogador está dando sua melhor resposta, dadas as respostas dos demais.
  - A melhor jogada do Presidente se o Congresso propõe A + B é aprovar, e a melhor jogada do Congresso se o Presidente aprova A + B é propor A + B.

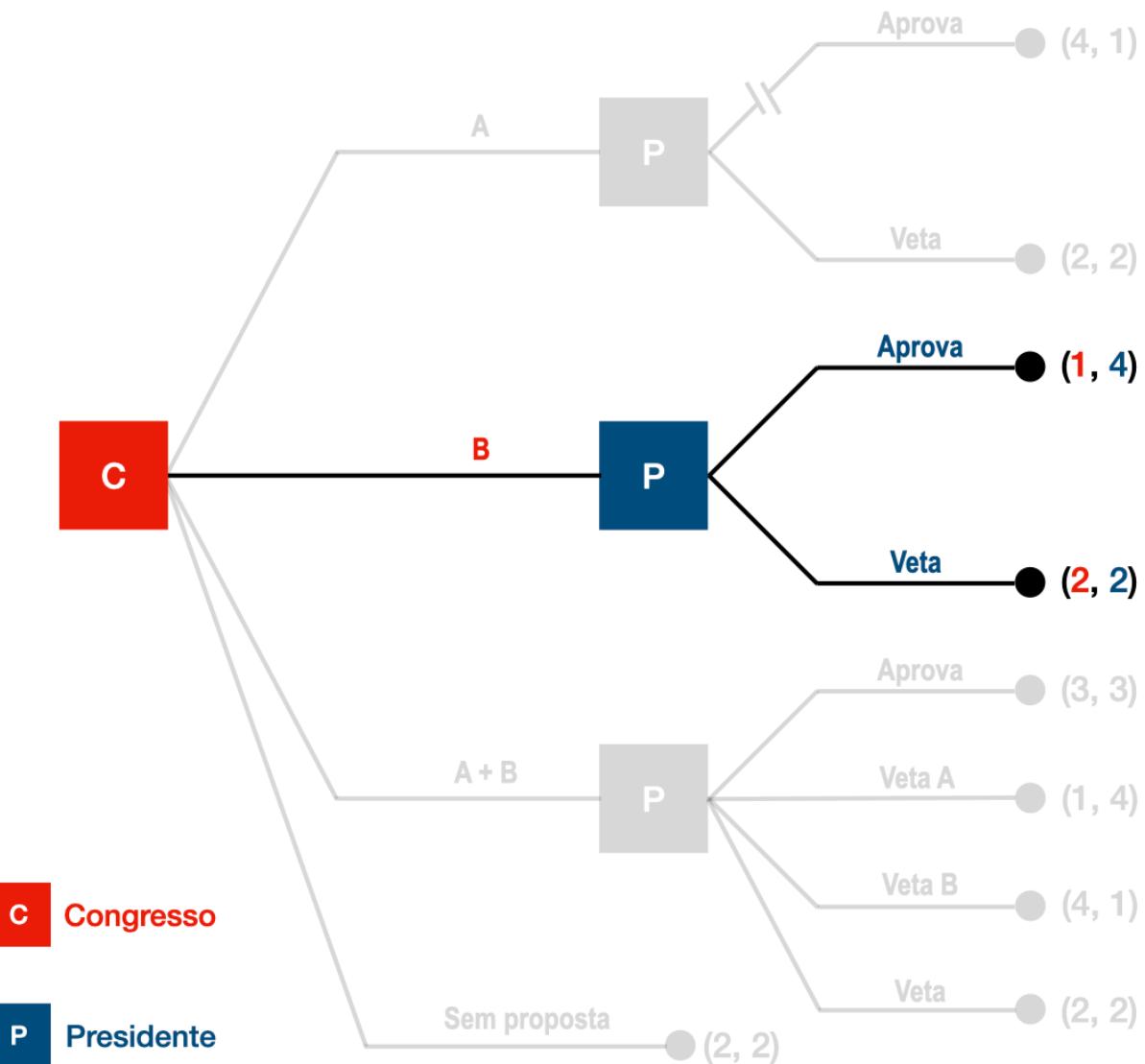
## Veto parcial

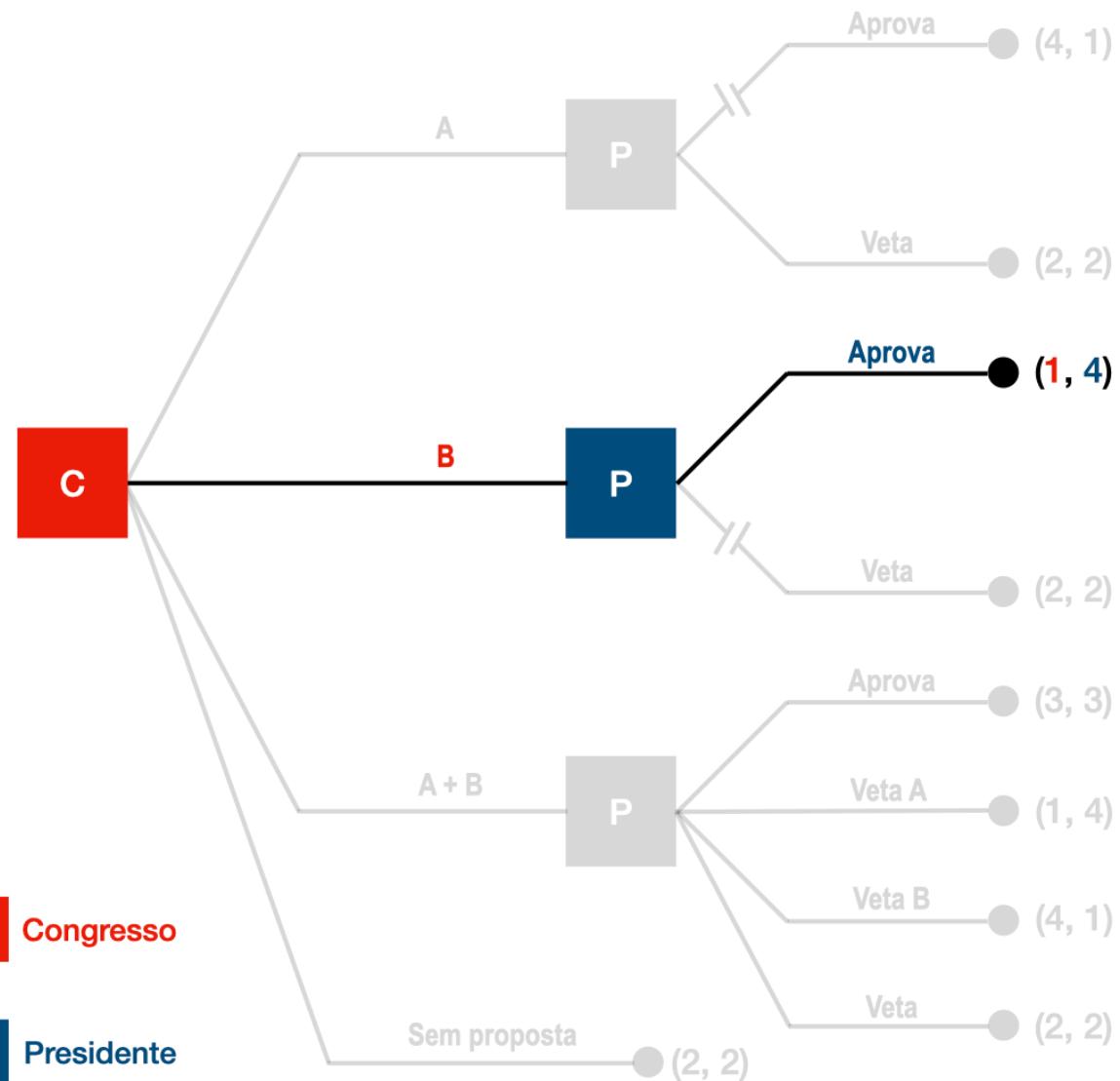
- O que acontece se o presidente puder vetar parcialmente apenas a proposição de que não gosta?
  - Agora, quando o congresso propõe A + B o presidente pode também vetar apenas A ou apenas B.

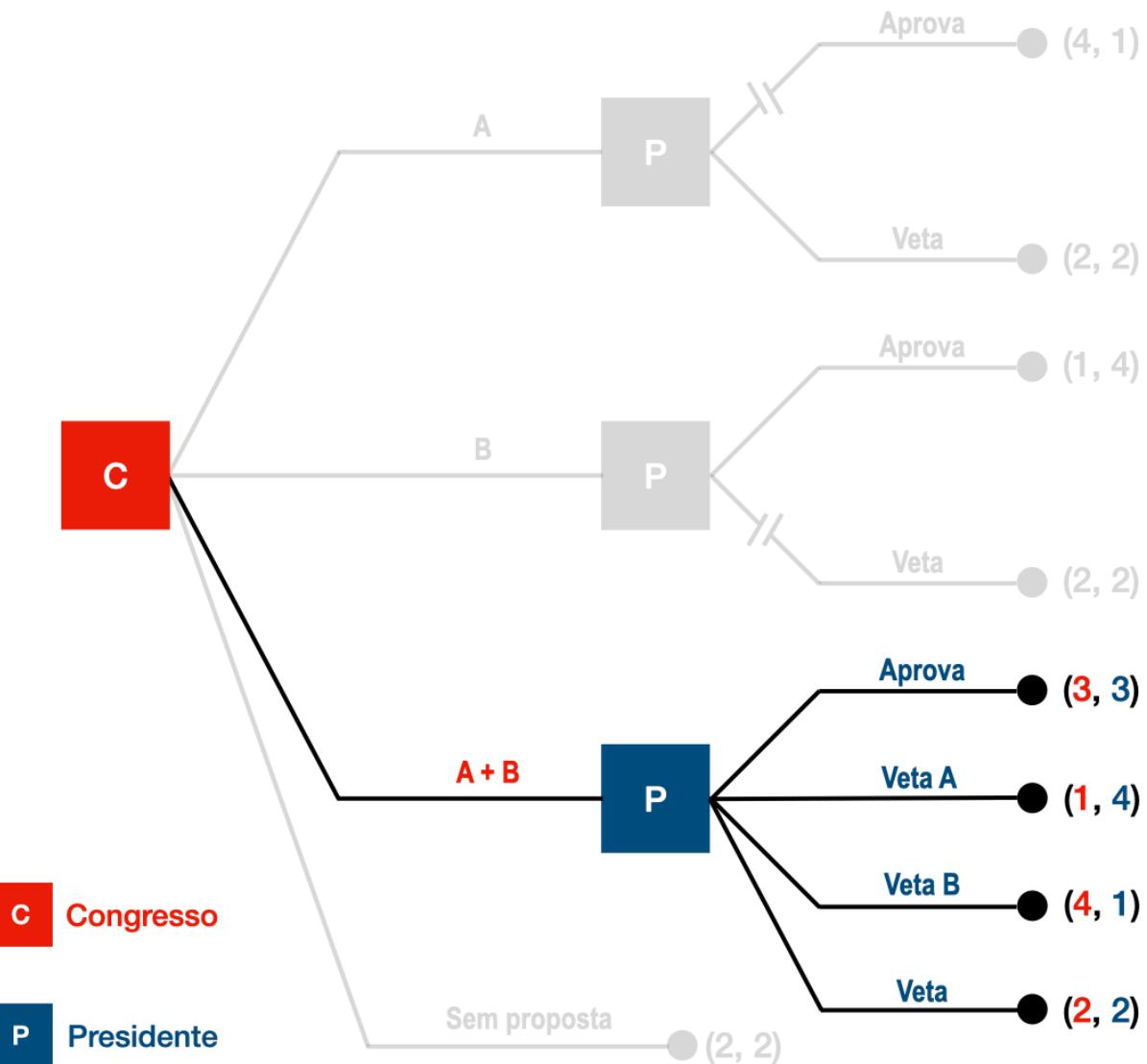


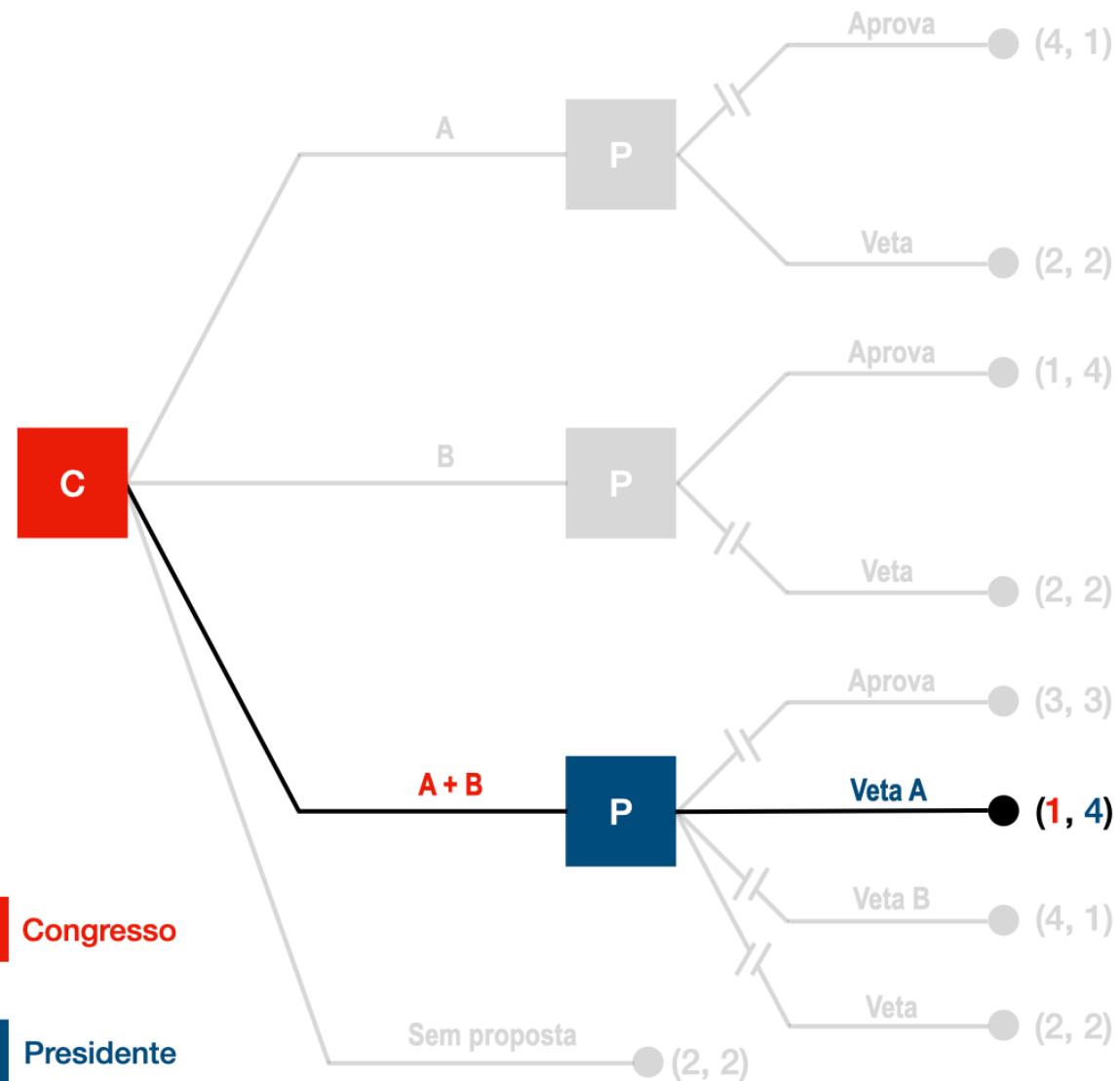


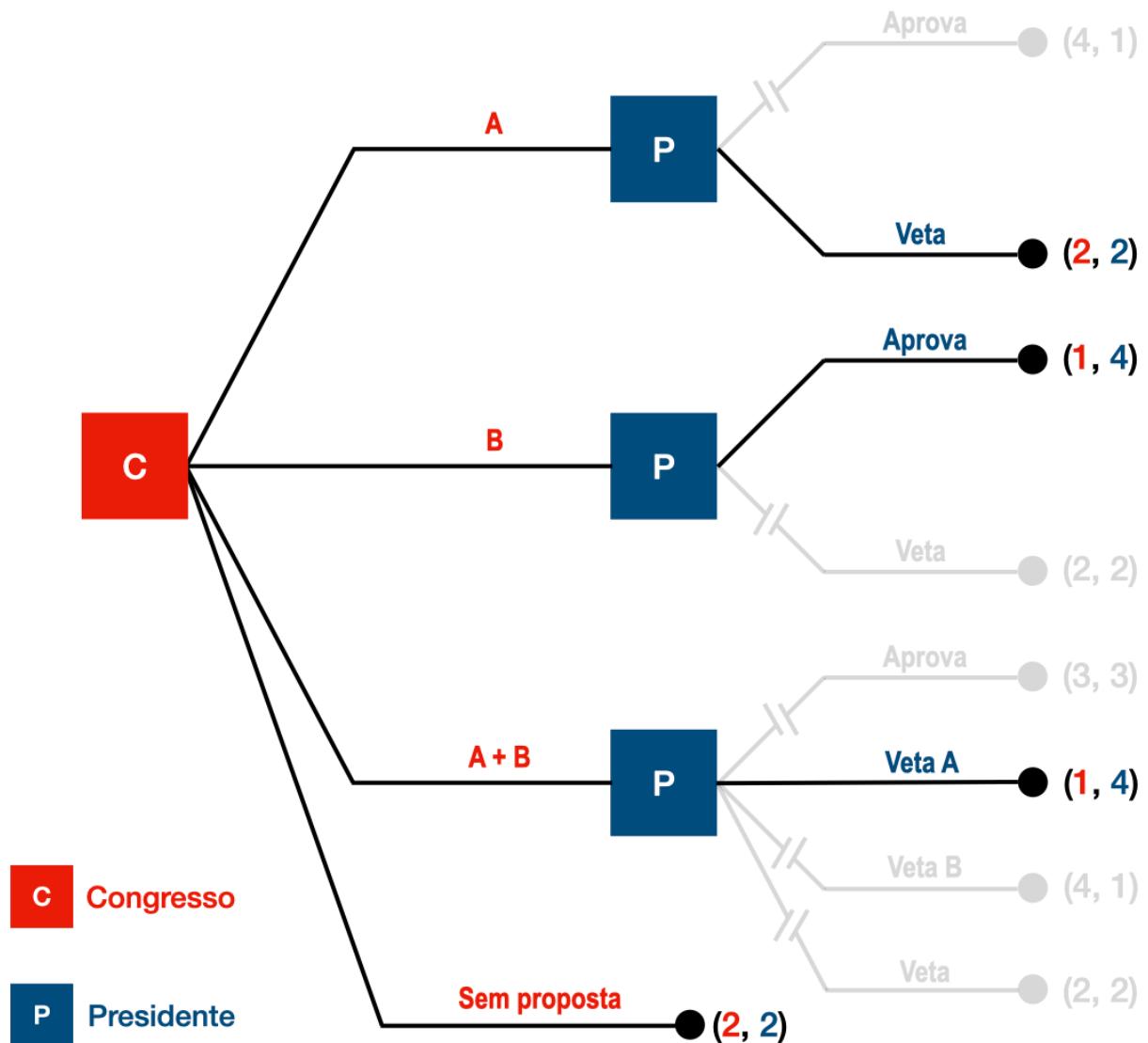


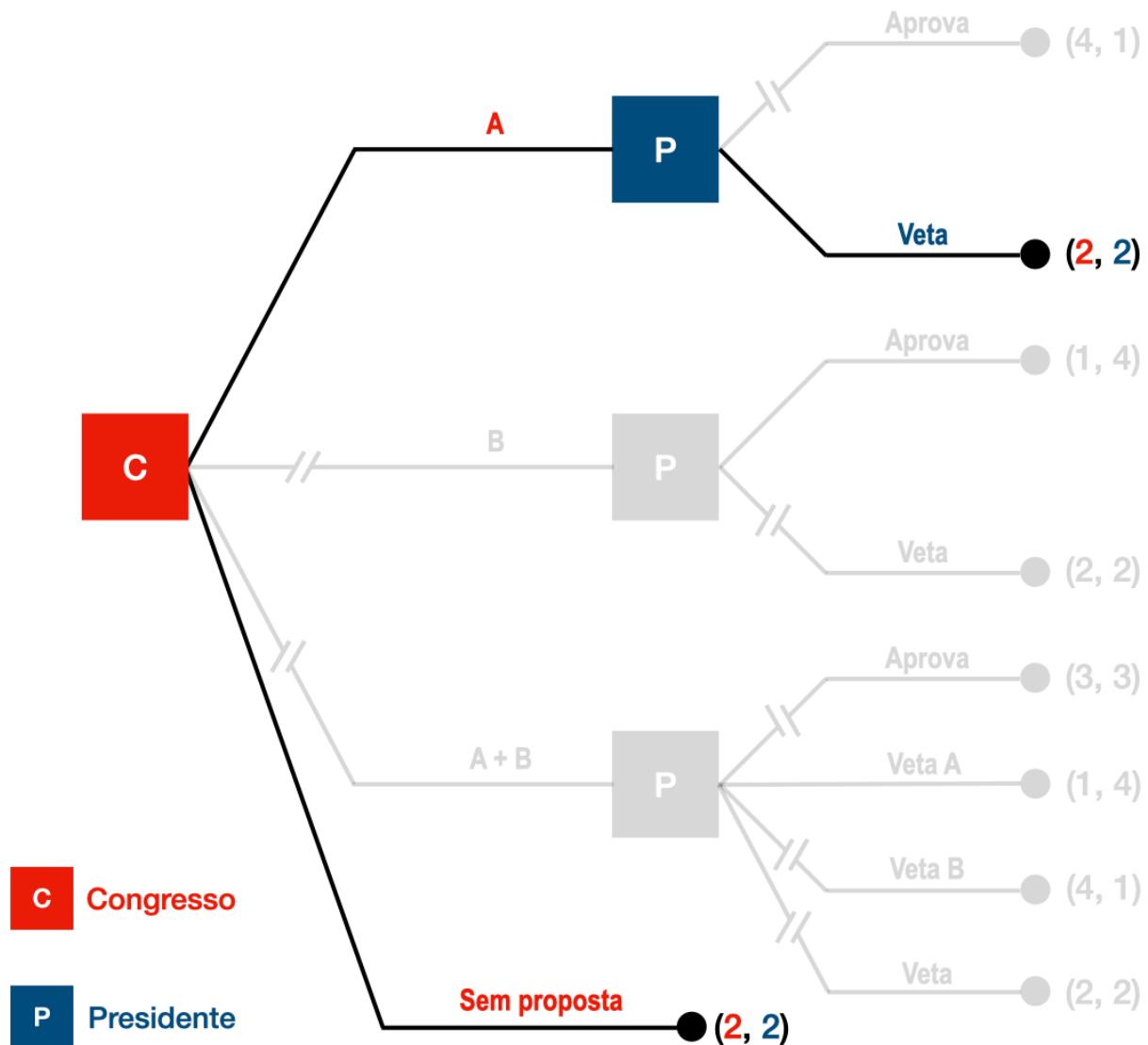






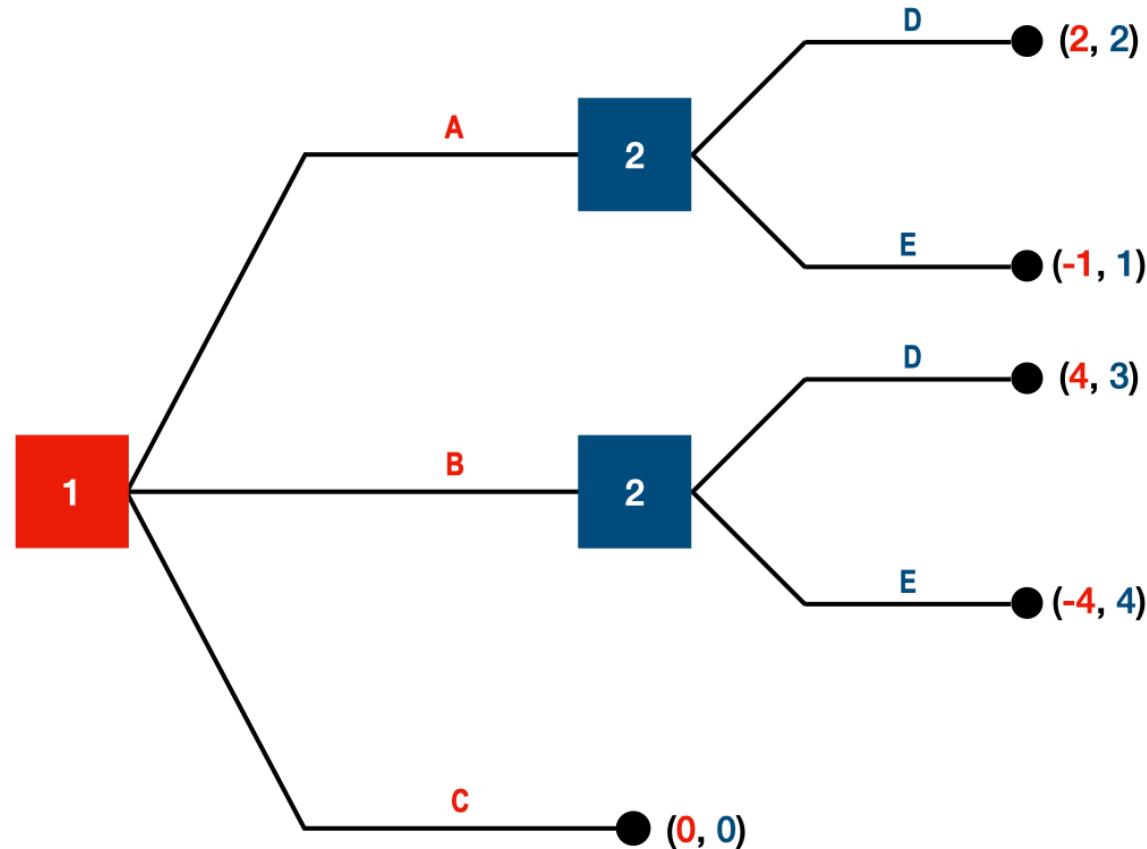


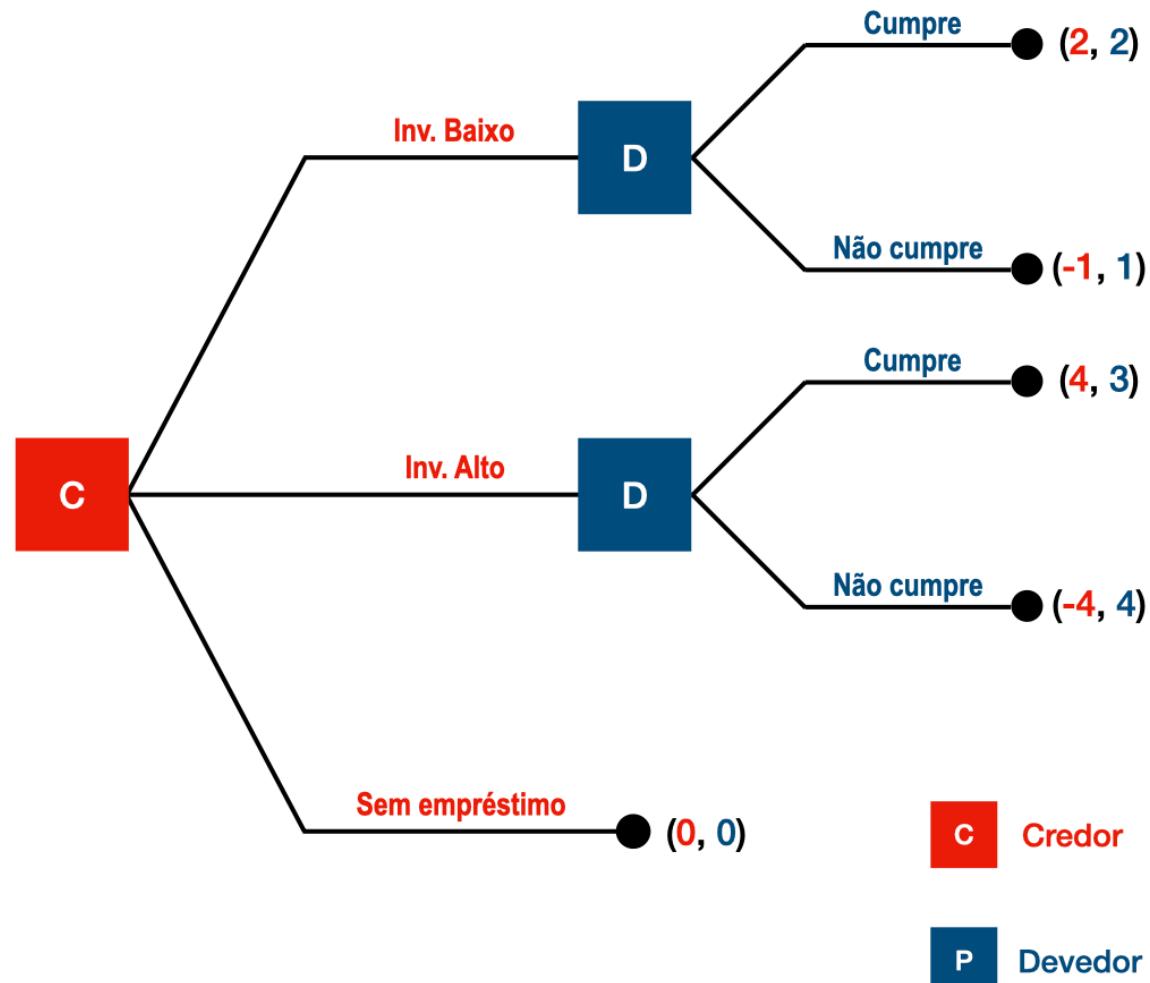


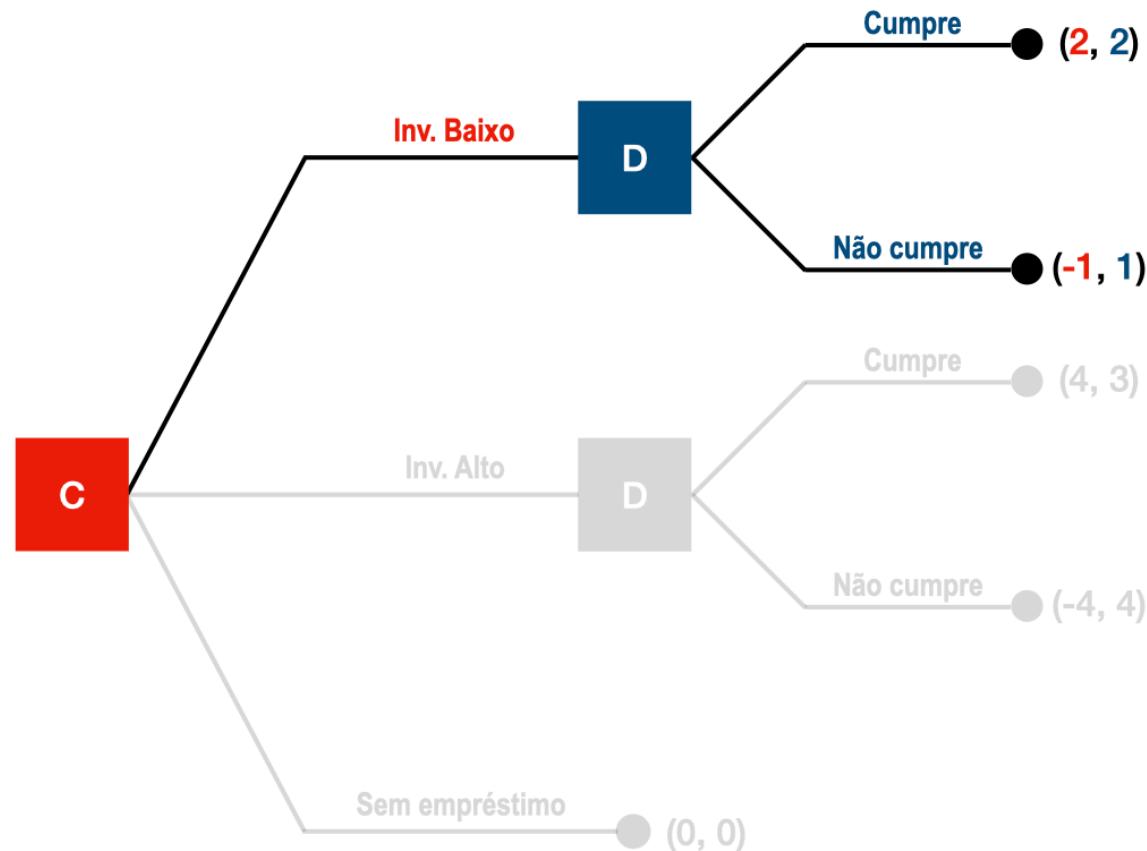


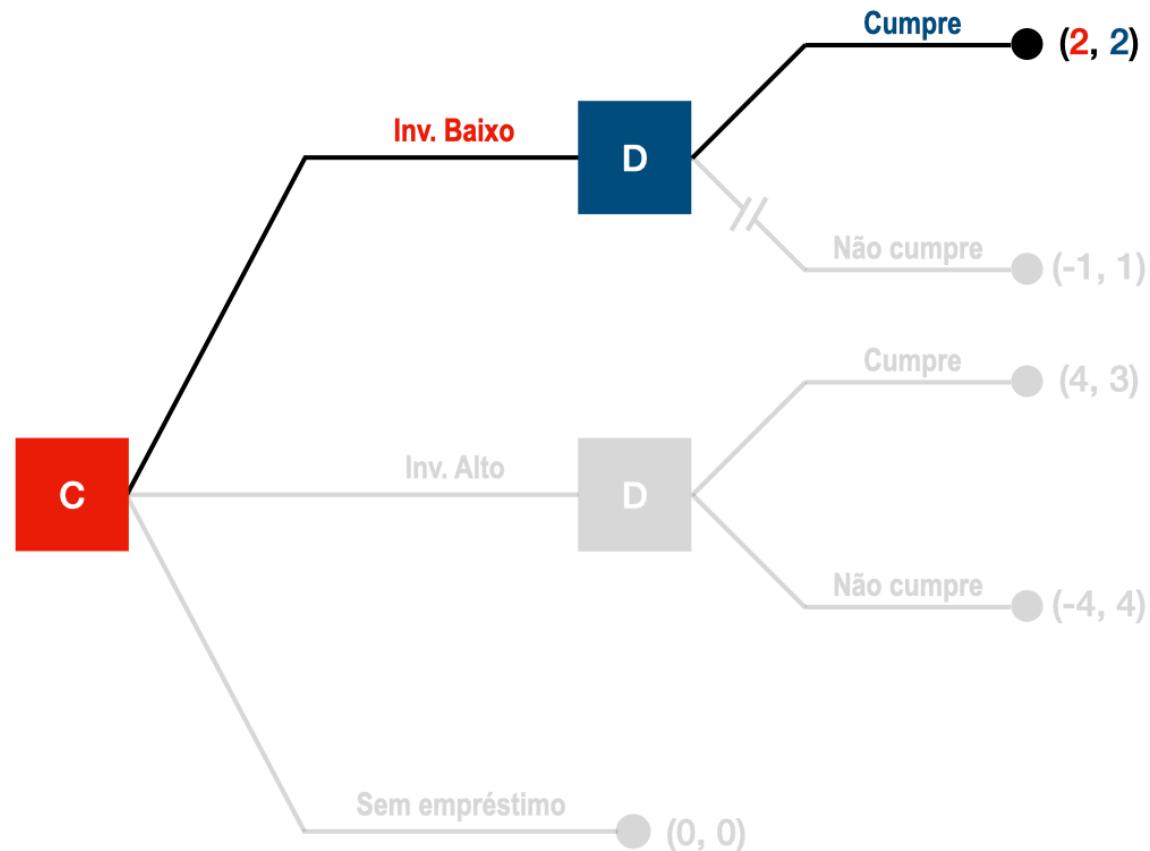
## Jogo da proposição com voto parcial

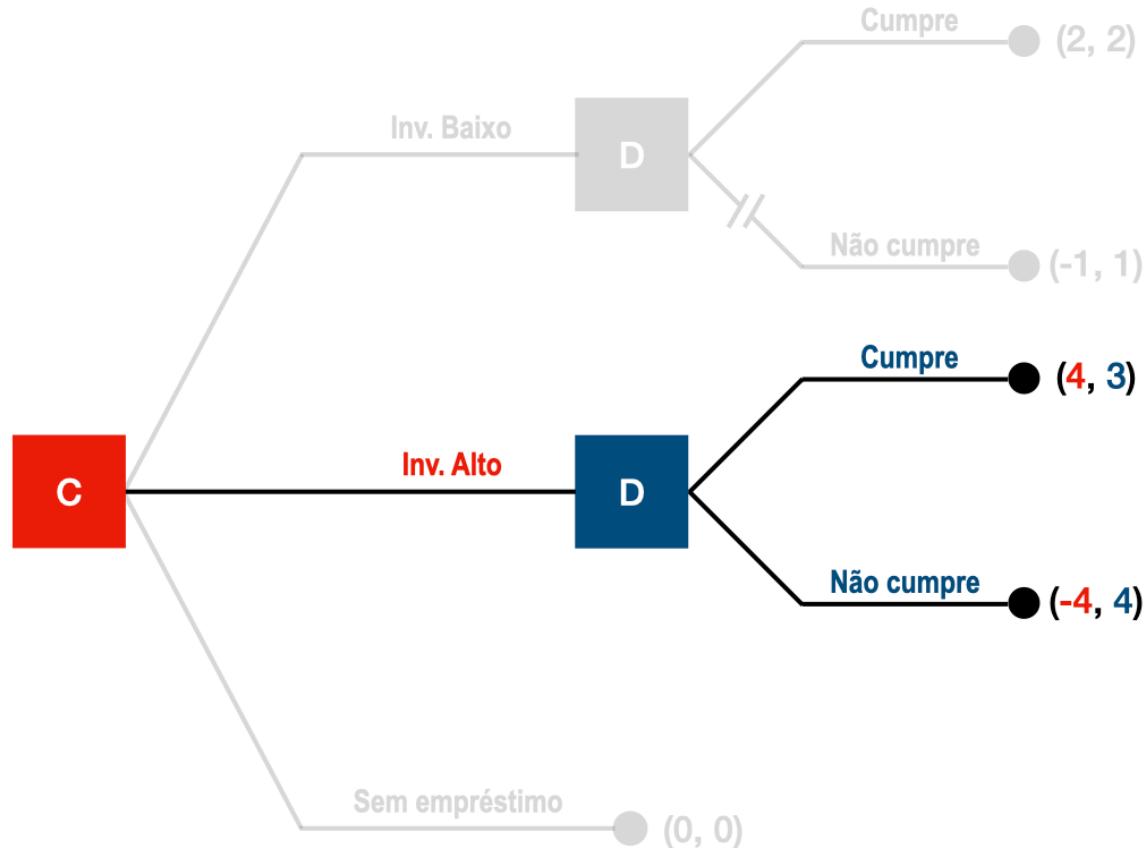
- Solução: { **(A, Veto), (Sem proposta)** }
- Antecipando que a proposição A + B resultaria em um voto parcial do Presidente, agora o Congresso prefere enviar proposta que contém apenas a proposição A (e que será vetada) ou não enviar proposta nenhuma.

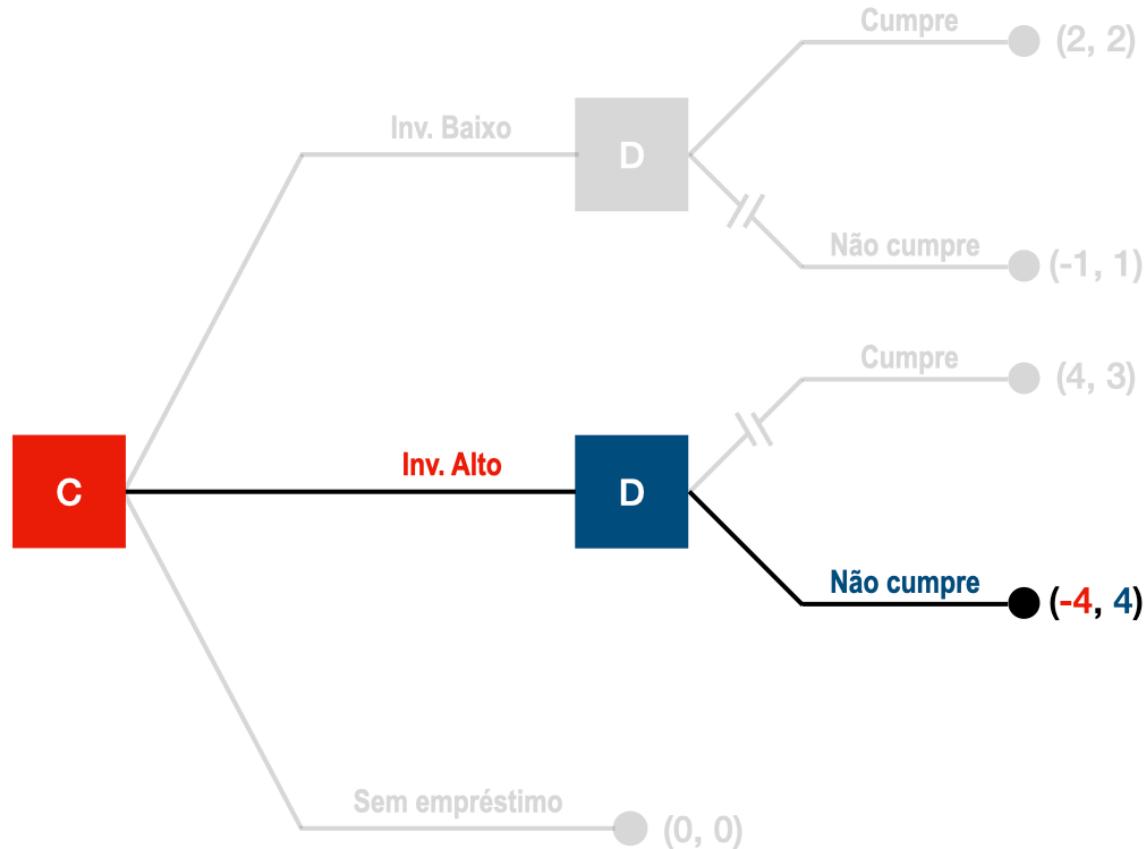


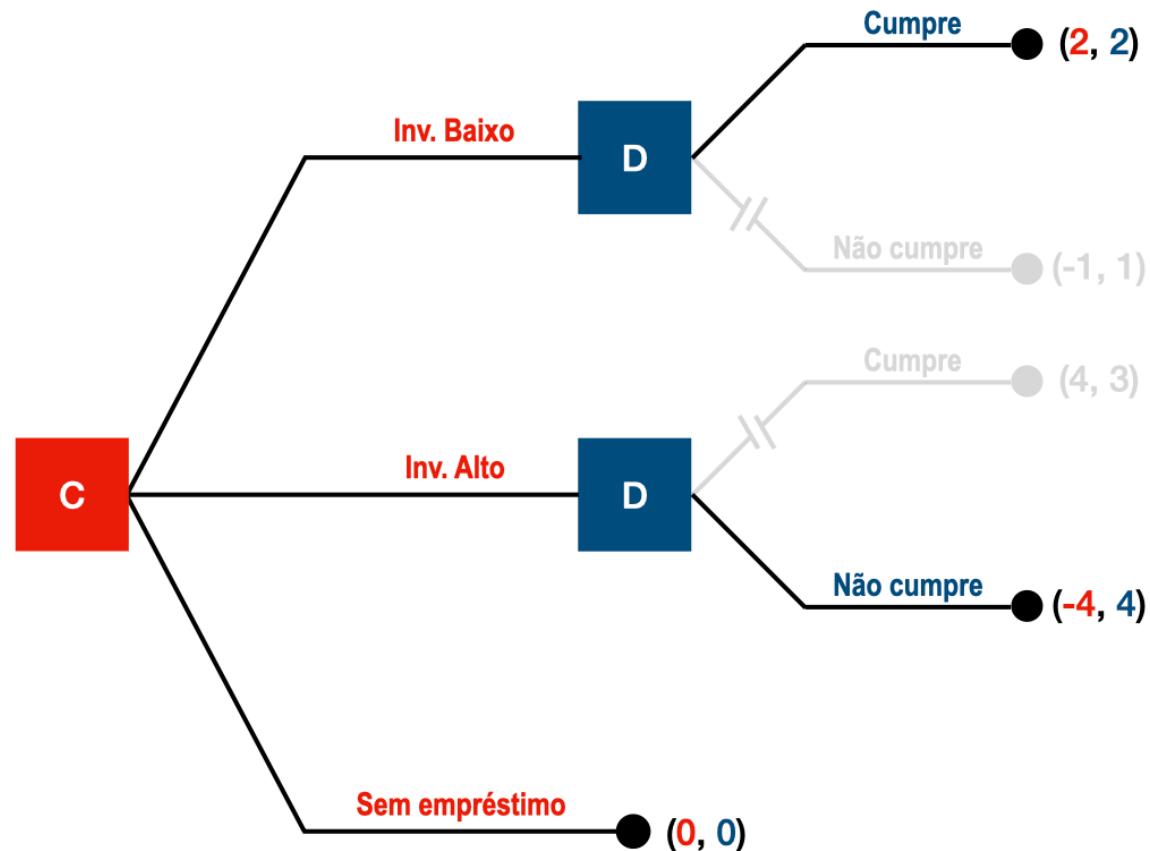


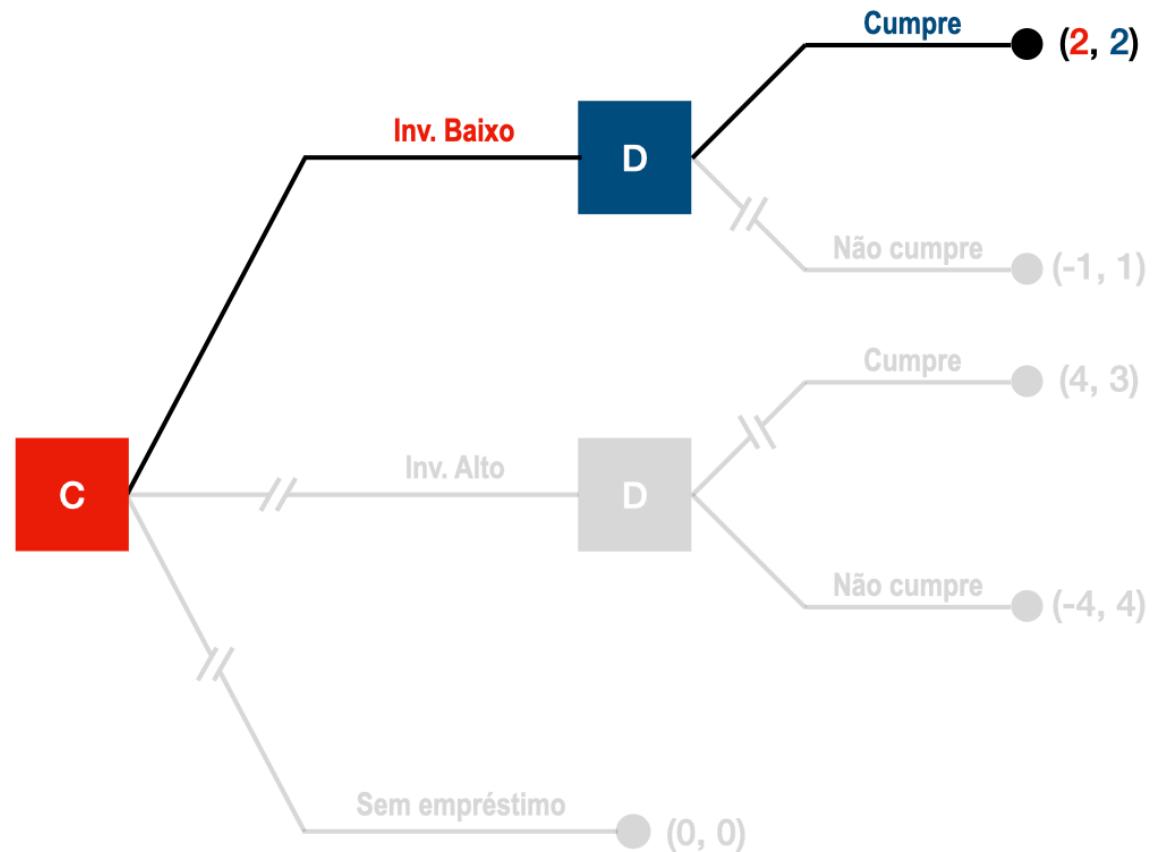


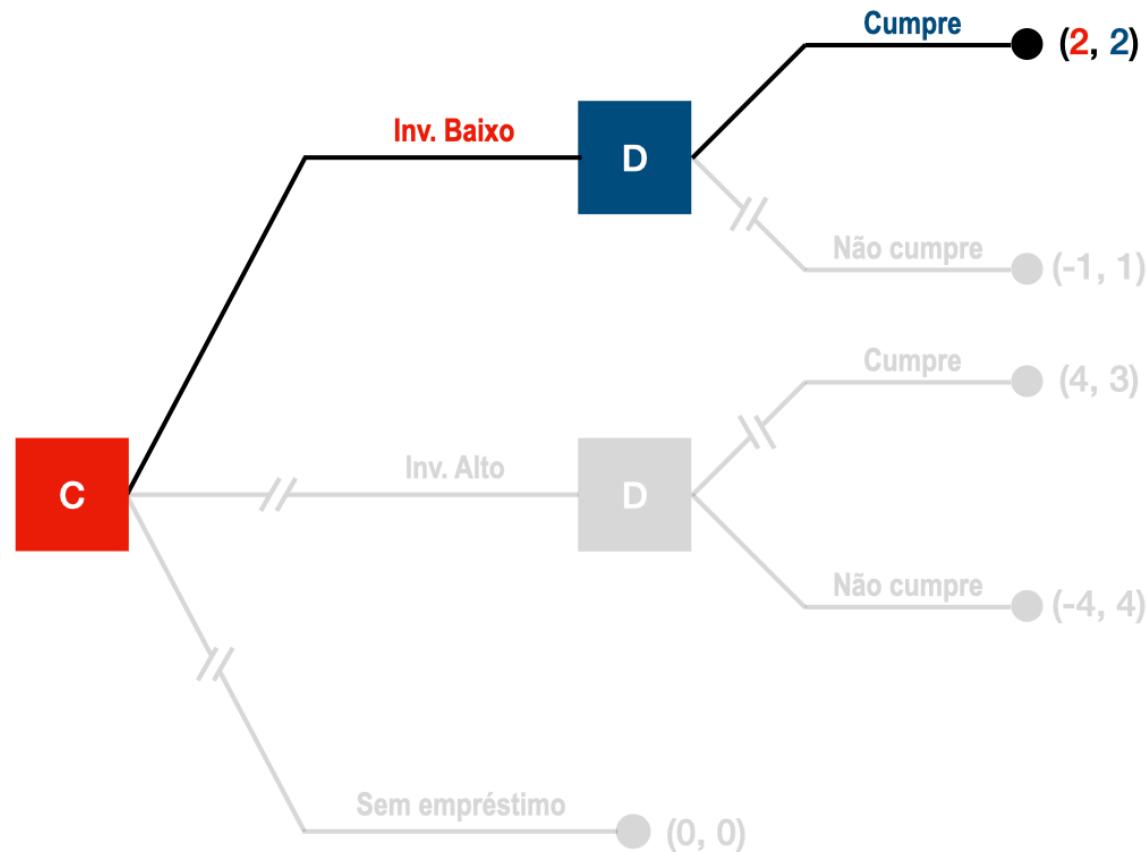








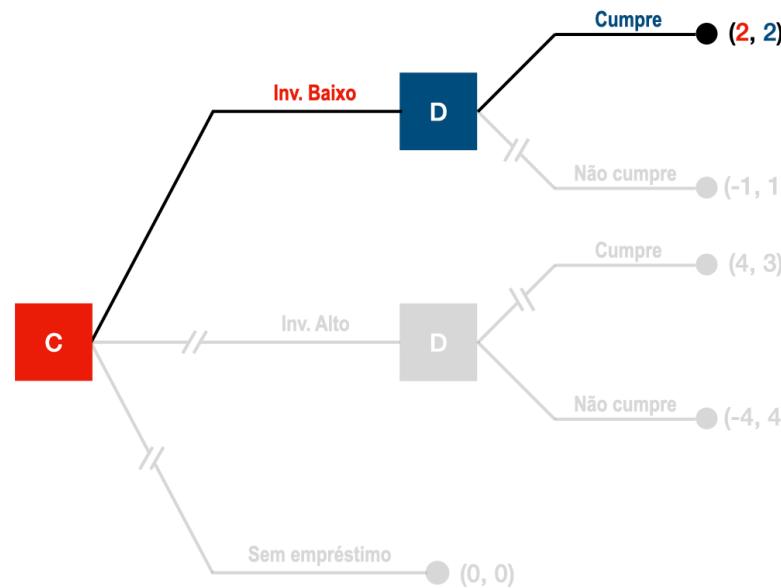




## Solução do Jogo

- (Investe Baixo, Cumpre)
- É o ótimo de pareto?
  - Não! (2, 2) X (4, 3)

## Que problema é esse?



- O J1 quer incubar o J2 de uma responsabilidade, mas teme que os incentivos de J2 o levem a desviar da solução mutuamente benéfica.
- J2 gostaria de convencer J1 a confiar em sua conduta, mas seus próprios incentivos estão em conflito com os interesses de J1.
- Esse problema espelha um conhecido conceito da AED. Que conceito é esse?
- **RISCO MORAL**

# Jogo do empréstimo e o problema do Risco Moral

- Relações de investimento e empréstimo (papel fundamental para a Economia).
- Relações do tipo Principal x Agente.
- Muitas aplicações jurídicas:
  - Seguros e previdência,
  - Direito Societário,
  - Licitações,
  - Representação política e funções estatais,
  - Etc.

## Jogo do empréstimo e o problema do Risco Moral

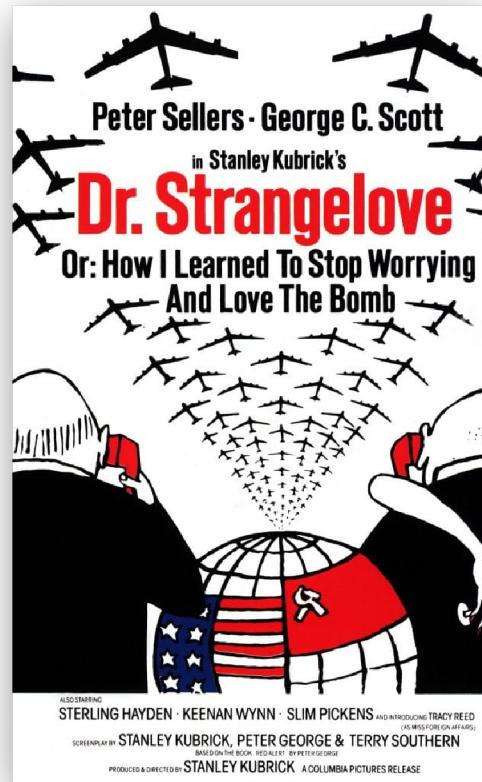
- Soluções possíveis?
  - Solução normativa (regulação).
  - Monitoramento e controle.
  - Redimensionamento dos payoffs (incentive design).
  - Garantias (commitment strategies).

# Garantias e comprometimento (commitment strategies)



- Episódios de “queima de navios” (William na invasão da Normandia, Hernán Cortéz na invasão do novo mundo).
- Tentativa de exclusão voluntária de cursos de ação possíveis.
  - Novamente, ter menos opções de ação pode ser uma vantagem estratégica, como vimos com o jogo dos porquinhos.

# Garantias e comprometimento (commitment strategies)



- Dr Strangelove (Dr. Fantástico): a máquina do fim do mundo (doomsday machine) soviética tinha uma falha.
- É preciso que a outra parte saiba. Sem o conhecimento da outra parte, não há nenhum sentido.
- Obs: em jogos com informação limitada, comprometimento pode ser utilizado como mecanismo de sinalização.