

# Aula 5 – Decisão Racional sob Condições de Ignorância II

Teoria da Decisão - 2023.1

Lucas Thevenard



## Respostas dos exercícios



T1.1 - Maximin

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	5	0
В	15	5	500
С	35	40	30



T1.1 - Maximin

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	5	0*
В	15	<b>5</b> *	500
С	35	40	30*



T1.1 - Maximin

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	5	0*
В	15	<b>5</b> *	500
C**	35	40	30*

Solução (Maximin): Alternativa C



## **Opções**

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	5	0
В	15	5	500
С	35	40	30

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000 - 1000	40 - 5	500 - 0
В	1000 - 15	40 - 5	500 - 500
С	1000 - 35	40 - 40	500 - 30



## **Opções**

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	5	0
В	15	5	500
С	35	40	30

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	0	35	500
В	985	35	0
С	965	0	470



## **Opções**

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	5	0
В	15	5	500
С	35	40	30

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	0	35	500 ★
В	985*	35	0
С	965★	0	470



## **Opções**

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	10	40	35
В	10	20	44
С	4	52	45

## **Arrependimento**

	EDM1	EDM2	EDM3
A **	0	35	500 <b>*</b>
В	985*	35	0
С	965*	0	470

Solução (Minimax): Alternativa A



## T1.3 - Regra do Otimismo

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	5	0
В	15	5	500
С	35	40	30

$$V_x = aMax + (1-a)Min \mid a=0,1$$



## T1.3 - Regra do Otimismo

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	5	0
В	15	5	500
С	35	40	30

$$egin{aligned} V_x &= aMax + (1-a)Min \mid a = 0,1 \ V_A &= (0,1 imes 1000) + (0,9 imes 0) = 100 \ V_B &= (0,1 imes 500) + (0,9 imes 5) = 54,5 \ V_T &= (0,1 imes 40) + (0,9 imes 30) = 31 \end{aligned}$$



## T1.3 - Regra do Otimismo

_	EDM1	EDM2	EDM3
A **	1000	5	0
В	15	5	500
С	35	40	30

$$egin{aligned} V_x &= aMax + (1-a)Min \mid a = 0,1 \ V_A &= (0,1 imes 1000) + (0,9 imes 0) = 100 \ V_B &= (0,1 imes 500) + (0,9 imes 5) = 54,5 \ V_T &= (0,1 imes 40) + (0,9 imes 30) = 31 \end{aligned}$$

Solução (Otimismo): Alternativa A



#### T1.4 - Postulado da Razão Insuficiente

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	5	0
В	15	5	500
С	35	40	30



#### T1.4 - Postulado da Razão Insuficiente

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	5	0
В	15	5	500
С	35	40	30

$$V_A = 1000 + 5 + 0 = 1005$$

$$V_B = 15 + 5 + 500 = 520$$

$$V_C = 35 + 40 + 30 = 105$$



#### T1.4 - Postulado da Razão Insuficiente

_	EDM1	EDM2	EDM3
A **	1000	5	0
В	15	5	500
С	35	40	30

$$V_A = 1000 + 5 + 0 = 1005$$

$$V_B = 15 + 5 + 500 = 520$$

$$V_C = 35 + 40 + 30 = 105$$

Solução (Razão Insuficiente): Alternativa A



#### Resultados da Tabela 1

• Maximin: Alternativa C

• Minimax: Alternativa A

• Regra do Otimismo: Alternativa A

• Postulado da Razão Insuficiente: Alternativa A



T2.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	60	0	40
В	80	40	0
С	20	0	120



T2.1 - Maximin

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	60	0*	40
В	80	40	0*
С	20	0*	120



T2.1 - Maximin

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	60	<del>-0-</del>	40
В	80	40	-0-
С	20	-0-	120



T2.1 - Maximin

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	60	<del>-0-</del>	40*
В	80	40*	<del>-0-</del>
С	20*	<del>-0-</del>	120



T2.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	60	<del>-0-</del>	<del>-40 -</del>
В	80	<del>- 40 -</del>	<del>-0-</del>
<del>-C-</del>	<del>- 20 -</del>	<del>-0-</del>	<del>- 120 -</del>



T2.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	60*	<del>-0-</del>	<del>-40 -</del>
В	<b>80</b> *	<del>-40 -</del>	<del>-0-</del>
<del>-C-</del>	<del>- 20 -</del>	-0-	<del>- 120 -</del>



T2.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	60*	<del>-0-</del>	<del>-40 -</del>
B**	<b>80</b> *	<del>-40 -</del>	<del>-0-</del>
<del>-C-</del>	<del>- 20 -</del>	<del>-0-</del>	<del>- 120 -</del>

Solução (Maximin): Alternativa B



## **Opções**

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	60	0	40
В	80	40	0
С	20	0	120

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	80 - 60	40 - 0	120 - 40
В	80 - 80	40 - 40	120 - 0
С	80 - 20	40 - 0	120 - 120



## **Opções**

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	60	0	40
В	80	40	0
С	20	0	120

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	20	40	80
В	0	0	120
С	60	40	0



## **Opções**

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	60	0	40
В	80	40	0
С	20	0	120

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	20	40	<b>80</b> *
В	0	0	120 *
С	60 <b>*</b>	40	0



## **Opções**

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	60	0	40
В	80	40	0
С	20	0	120

## **Arrependimento**

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	20	40	<b>80</b> *
В	0	0	120*
C**	60*	40	0

Solução (Minimax): Alternativa C



## T2.3 - Regra do Otimismo

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	60	0	40
В	80	40	0
С	20	0	120

$$V_x = aMax + (1-a)Min \mid a=0,25$$



### T2.3 - Regra do Otimismo

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	60	0	40
В	80	40	0
С	20	0	120

$$egin{aligned} V_x &= aMax + (1-a)Min \mid a = 0,25 \ V_A &= (0,25 imes 60) + (0,3 imes 0) = 15 \ V_B &= (0,25 imes 80) + (0,3 imes 0) = 20 \ V_C &= (0,25 imes 120) + (0,3 imes 0) = 30 \end{aligned}$$



## T2.3 - Regra do Otimismo

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	60	0	40
В	80	40	0
C**	20	0	120

$$egin{aligned} V_x &= aMax + (1-a)Min \mid a = 0, 25 \ V_A &= (0, 25 imes 60) + (0, 3 imes 0) = 15 \ V_B &= (0, 25 imes 80) + (0, 3 imes 0) = 20 \ V_C &= (0, 25 imes 120) + (0, 3 imes 0) = 30 \end{aligned}$$

Solução (Regra do Otimismo): Alternativa C



#### T2.4 - Postulado da Razão Insuficiente

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	60	0	40
В	80	40	0
С	20	0	120



#### T2.4 - Postulado da Razão Insuficiente

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	60	0	40
В	80	40	0
С	20	0	120

$$V_A = 60 + 0 + 40 = 100$$

$$V_B = 80 + 40 + 0 = 120$$

$$V_C = 20 + 0 + 120 = 140$$



#### T2.4 - Postulado da Razão Insuficiente

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	60	0	40
В	80	40	0
C**	20	0	120

$$V_A = 60 + 0 + 40 = 100$$

$$V_B = 80 + 40 + 0 = 120$$

$$V_C = 20 + 0 + 120 = 140$$

Solução (Razão Insuficiente): Alternativa C



#### Resultados da Tabela 2

- Maximin: Alternativa B
- Minimax: Alternativa C
- Regra do Otimismo: Alternativa C
- Postulado da Razão Insuficiente: Alternativa C



T3.1 - Maximin

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	40	88	20
В	104	90	8
С	80	70	20



T3.1 - Maximin

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	40	88	20*
В	104	90	8*
С	80	70	20*



T3.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	40	88	<del>- 20 -</del>
В	<del>-104 -</del>	<del>-90 -</del>	<del>-8-</del>
С	80	70	<del>- 20 -</del>



T3.1 - Maximin

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	40*	88	<del>- 20 -</del>
В	<del>-104 -</del>	<del>-90 -</del>	<del>-8-</del>
С	80	<b>70</b> *	<del>- 20 -</del>



T3.1 - Maximin

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	40*	88	<del>- 20 -</del>
В	<del>-104 -</del>	<del>- 90 -</del>	<del>-8-</del>
C**	80	<b>70</b> *	<del>- 20 -</del>

Solução (Maximin): Alternativa C



#### **Opções**

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	40	88	20
В	104	90	8
С	80	70	20

# **Arrependimento**

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	104 - 40	90 - 88	20 - 20
В	104 - 104	90 - 90	20 - 8
С	104 - 80	90 - 70	20 - 20



# **Opções**

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	40	88	20
В	104	90	8
С	80	70	20

#### Arrependimento

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	64	2	0
В	0	0	12
С	24	20	0



# **Opções**

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	40	88	20
В	104	90	8
С	80	70	20

#### Arrependimento

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	64*	2	0
В	0	0	12*
С	24*	20	0



# **Opções**

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	40	88	20
В	104	90	8
С	80	70	20

# **Arrependimento**

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	64*	2	0
B**	0	0	12*
С	24*	20	0

Solução (Minimax): Alternativa B



#### T3.3 - Regra do Otimismo

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	40	88	20
В	104	90	8
С	80	70	20

$$egin{aligned} V_A &= (0,7 imes 88) + (0,3 imes 20) = 67.6 \ V_B &= (0,7 imes 90) + (0,3 imes 8) = 65.4 \end{aligned}$$

 $V_C = (0, 7 \times 80) + (0, 3 \times 20) = 62$ 

 $V_x = aMax + (1-a)Min \mid a=0,7$ 



## T3.3 - Regra do Otimismo

_	EDM1	EDM2	EDM3
A **	40	88	20
В	104	90	8
С	80	70	20

$$egin{aligned} V_x &= aMax + (1-a)Min \mid a = 0,7 \ V_A &= (0,7 imes 88) + (0,3 imes 20) = 67.6 \ V_B &= (0,7 imes 90) + (0,3 imes 8) = 65.4 \ V_C &= (0,7 imes 80) + (0,3 imes 20) = 62 \end{aligned}$$

Solução (Regra do Otimismo): Alternativa A



#### T3.4 - Postulado da Razão Insuficiente

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	40	88	20
В	104	90	8
С	80	70	20



#### T3.4 - Postulado da Razão Insuficiente

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	40	88	20
В	104	90	8
С	80	70	20

$$V_A = 40 + 88 + 20 = 148$$

$$V_B = 104 + 90 + 8 = 202$$

$$V_C = 80 + 70 + 20 = 170$$



#### T3.4 - Postulado da Razão Insuficiente

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	40	88	20
B**	104	90	8
С	80	70	20

$$V_A = 40 + 88 + 20 = 148$$

$$V_B = 104 + 90 + 8 = 202$$

$$V_C = 80 + 70 + 20 = 170$$

Solução (Razão Insuficiente): Alternativa B



#### Resultados da Tabela 3

- Maximin: Alternativa C
- Minimax: Alternativa B
- Regra do Otimismo: Alternativa A
- Postulado da Razão Insuficiente: Alternativa B



#### Exercício 2: Há alguma diferença entre os métodos de solução?

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1	3	6
В	4	10	11
С	3	8	9

- Não, pois  $B \succ C \succ A$ .
- A alternativa A é estritamente dominada pela alternativa B, que, por sua vez, é estritamente dominada pela alternativa C. Logo, qualquer método irá escolher a alternativa C.



#### Exercício 2: Há alguma diferença entre os métodos de solução?

_	EDM1	EDM2	EDM3
<del>- A -</del>	<del>-1-</del>	<del>-3-</del>	<del>-6-</del>
B**	4	10	1
<del>-C-</del>	<del>-3-</del>	<del>-8-</del>	<del>-9-</del>

Solução (Todos os métodos): Alternativa B



#### Roteiro da aula

- Critérios de racionalidade e decisões coletivas
- Decisão sob ignorância na Teoria da Justiça de Rawls
- Críticas aos métodos de solução sob condições de ignorância



# 1. Critérios de racionalidade e decisões coletivas



# Ordenação de preferências

- Completude: para quaisquer opções A e B, ao menos uma das seguintes opções deve valer:  $A \succsim B$ , ou  $A \preceq B$ .
- Reflexividade: indivíduos são indiferentes a opções idênticas, ou seja, qualquer opção A é tão boa quanto ela mesma, portanto:  $A\sim A$ .
- Transitividade: as opções devem poder ser ordenadas de forma não circular, obedecendo à regra da transitividade:  $A \succsim B \succsim C \implies A \succsim C$ .



# Decisões coletivas (votação)

- Problema da agregação de preferências
- Paradoxo de Condorcet
  - Indivíduo 1:  $A \succ B \succ C$
  - $\circ$  Indivíduo 2:  $B \succ C \succ A$
  - Indivíduo 3:  $C \succ A \succ B$
- Resultado da votação:  $A \succ B \succ C \succ A$  (viola a transitividade)
  - Teorema de Arrow: processos de votação ordinais não conseguem garantir a preservação de um grupo de propriedades desejáveis.



# Condições desejáveis em sistemas de votação (Arrow)

- Sistema não-ditatorial: preferências de múltiplos indivíduos devem ser consideradas.
- **Domínio irrestrito (universalidade)**: o sistema deve produzir um único conjunto completo de ordenação de todas as preferências dos indivíduos.
  - Todas as preferências devem ser consideradas,
  - Conjuntos de preferências idênticas devem produzir a mesma ordenação.
- Independência de alternativas irrelevantes: a ordenação de pares de alternativas deve depender apenas da ordenação das duas alternativas envolvidas.



# Condições desejáveis em sistemas de votação (Arrow)

- Monotonicidade (associação positiva): cada indivíduo não deve ser capaz de prejudicar uma alternativa por avaliá-la melhor.
- Não-imposição (soberania cidadã): todas as formas de ordenação devem ser potencialmente possíveis.
- Eficiência de pareto (unanimidade): se todos preferem uma opção a outra, o resultado social deve refletir essa preferência.



# Condições desejáveis em sistemas de votação (Arrow)

- Sistema não-ditatorial
- Domínio irrestrito (universalidade)
- Independência de alternativas irrelevantes
- Monotonicidade (associação positiva)
- Não-imposição (soberania cidadã)
- Eficiência de pareto (unanimidade)

Mas o que isso significa?



# 2. Decisão sob ignorância na Teoria da Justiça de Rawls



# Leitura do trecho de Teoria da Justiça



# Teoria da Justiça de Rawls

- Posição original e véu da ignorância: Decisão sob condição de ignorância.
- Por que adotar o método Maximin?
  - Ignorância radical: Impossibilidade de atribuir probabilidades, de estabelecer valorações cardinais ou mesmo de considerar todos os Estados do Mundo.
  - Indivíduos devem justificar suas opções e preferem garantir um mínimo necessário.
  - Seria irracional assumir riscos intoleráveis.
- **Princípio da diferença**: avaliação das instituições com base em seus efeitos sobre os indivíduos menos favorecidos pela distribuição social.



# Harsanyi

- Refutação do método Maximin: Decisões morais não deveriam ser tomadas com base nos piores cenários possíveis, mas sim com base na utilidade esperada das alternativas disponíveis.
  - Exemplo: decisão entre um emprego ruim em Nova lorque ou um emprego melhor em Chicago.
- Implicações imorais do Princípio da Diferença em certos casos.
  - Exemplo: Doação de órgãos deve privilegiar os mais enfermos?
- Probabilidades subjetivas (bayesianas) X Probabilidades empíricas (frequentismo).

HARSANYI, John. Can the Maximin Principle Serve as a Basis for Morality? A Critique of John Rawls's Theory. The American Political Science Review, Vol. 69, No. 2 (Jun., 1975), pp. 594-606.



#### **Outras críticas?**

- Decorrências da ignorância radical não são completamente exploradas por Ralws.
- É possível evitar riscos intoleráveis?
  - Dilema das vítimas invisíveis (Jean Tirole).
- É possível avaliar as consequências? Nossas preferências seriam estáticas?
  - Forma de neo-kantianismo? A Teoria da Justiça pode se apartar de um contexto histórico-cultural?
  - Perspectiva do estruturalismo histórico (Foucault): relações de poder situadas historicamente moldam nossa forma de conceber a realidade, influenciando nossas ideias e preferências.



#### L.A. Paul

- Professora de filosofia e ciência cognitiva em Yale.
- Escreveu o livro "Transformative
  Experience" (2014) e o paper "What
  you can't expect when you're
  expecting" (2015).





# 3. Críticas aos modelos de decisão sob condição de ignorância



# Quais são os principais problemas do método Maximin?



#### **Maximin**

- Método extremamente conservador.
- Impede a consideração das melhores oportunidades de ganho.
- Não considera todas as alternativas.

	EDM1	EDM2
Α	1.5	1.75
В	1	900

_	EDM1	EDM2	EDM3	•••	EDM99	EDM100
Α	10	10	10	• • •	10	10
В	9	20	20	•••	20	20



# Quais são os principais problemas do método Minimax?



#### **Minimax**

 Ao contrário do maximin, neste método pode haver influência excessiva de alternativas melhores

	EDM1	EDM2
Α	300	300
В	-100	900

_	EDM1	EDM2	EDM3	•••	EDM99	EDM100
Α	10	10	10	•••	10	10
В	20	5	5	• • •	5	5



#### **Minimax**

 Permutações dos mesmos resultados de uma alternativa de decisão entre os Estados do mundo podem levar a soluções diferentes.

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	0	1	3
В	0	1	3
С	3	0	1

EDM1	EDM2	EDM3
3	0	0
3	0	0
0	1	2



 A inclusão de uma alternativa que não é escolhida pode mudar a solução do problema.

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	0	10	4
В	5	2	10

EDM1	EDM2	EDM3	
5	0	6	
0	8	0	

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	0	10	4
В	5	2	10
С	10	5	1

EDM1	EDM2	EDM3
10	0	6
5	8	0
0	5	9



#### **Minimax**

- Ao contrário do maximin, neste método pode haver influência excessiva de alternativas melhores
- Permutações dos mesmos resultados de uma alternativa de decisão entre os Estados do mundo podem levar a soluções diferentes.
- A inclusão de uma alternativa que não é escolhida pode mudar a solução do problema.



# Quais são os principais problemas da Regra do Otimismo?



## Regra do Otimismo

- Necessidade de escolher o nível de otimismo (arbitrário).
- Considera apenas parte das opções.
- Pode se reverter em max-max ou maxmin:
  - Quando adotamos níveis de otimismo 1 ou 0;
  - Quando as melhores alternativas ou as piores são idênticas

	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	0	1	1	11
В	0	10	10	10

_	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	10	9	9	1
В	10	2	2	2



# Quais são os principais problemas do Postulado da Razão Insuficiente?



#### Postulado da Razão Insuficiente

- Presunção de que as alternativas são equiprováveis.
- Presume neutralidade entre os cenários equiprováveis: pode ser um tratamento inadequado de riscos muito altos.

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	-200	150	150
В	0	45	45



# Conclusão geral sobre métodos de decisão racional sob condições de ignorância

- Todos os métodos enfrentam limitações.
  - Para utilizá-los é necessário entender qual método melhor se aplica ao problema analisado.
  - Sistema de votação dos métodos não funciona (pode incorrer no mesmo problema indicado por Arrow).



# Paradoxo de condorcet na composição de métodos

Vamos considerar, no exemplo a seguir, como os três métodos ordenariam as alternativas, tomadas duas a duas (considerando um nível de otimismo de 0,5).

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1	14	13
В	-1	17	11
С	0	20	6

Método	A vs. B	B vs. C	A vs. C
Maximin	Α	С	Α
Minimax	В	В	Α
Otimismo	В	С	С

Chegamos a a um resultado que viola a transitividade, pois:  $C \succ B \succ A \succ C$ 



# Conclusão geral sobre métodos de decisão racional sob condições de ignorância

- Todos os métodos enfrentam limitações.
  - Para utilizá-los é necessário entender qual método melhor se aplica ao problema analisado.
  - Sistema de votação dos métodos não funciona (pode incorrer no mesmo problema indicado por Arrow).
- Limites de racionalidade em casos de ignorância profunda.
  - Método maximin é o único que admite uma escala ordinal de preferências.
  - Problema das experiências transformativas não tem solução na literatura.