

Aula 5 – Decisão Racional sob Condições de Ignorância II

Teoria da Decisão - 2023.1

Lucas Thevenard



Respostas dos exercícios



T1.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	10	40	35
В	10	20	44
С	4	52	45



T1.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	10*	40	35
В	10*	20	44
С	4*	52	45



T1.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	-10 -	40	35
В	-10 -	20	44
С	-4-	- 52 -	- 45 -



T1.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	-10 -	40	35*
В	-10 -	20*	44
С	-4-	- 52 -	- 45 -



T1.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
A **	- 10 -	40	35★
В	-10 -	20*	44
С	-4-	- 52 -	- 45 -

Solução (Maximin): Alternativa A



Opções

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	10	40	35
В	10	20	44
С	4	52	45

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	10 - 10	52 - 40	45 - 35
В	10 - 10	52 - 20	45 - 44
С	10 - 4	52 - 52	45 - 45



Opções

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	10	40	35
В	10	20	44
С	4	52	45

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	0	12	10
В	0	32	1
С	6	0	0



Opções

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	10	40	35
В	10	20	44
С	4	52	45

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	0	12*	10
В	0	32*	1
С	6 *	0	0



Opções

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	10	40	35
В	10	20	44
С	4	52	45

Arrependimento

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	0	12*	10
В	0	32*	1
C**	6 *	0	0

Solução (Minimax): Alternativa C



T1.3 - Regra do Otimismo

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	10	40	35
В	10	20	44
С	4	52	45

$$V_x = aMax + (1-a)Min \mid a=0,25$$



T1.3 - Regra do Otimismo

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	10	40	35
В	10	20	44
С	4	52	45

$$egin{aligned} V_x &= aMax + (1-a)Min \mid a = 0, 25 \ V_A &= (0, 25 imes 40) + (0, 75 imes 10) = 17, 5 \ V_B &= (0, 25 imes 44) + (0, 75 imes 10) = 18, 5 \end{aligned}$$

 $V_T = (0, 25 \times 52) + (0, 75 \times 4) = 16$



T1.3 - Regra do Otimismo

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	10	40	35
B**	10	20	44
С	4	52	45

$$egin{aligned} V_x &= aMax + (1-a)Min \mid a = 0, 25 \ V_A &= (0, 25 imes 40) + (0, 75 imes 10) = 17, 5 \ V_B &= (0, 25 imes 44) + (0, 75 imes 10) = 18, 5 \ V_T &= (0, 25 imes 52) + (0, 75 imes 4) = 16 \end{aligned}$$

Solução (Otimismo): Alternativa B



T1.4 - Postulado da Razão Insuficiente

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	10	40	35
В	10	20	44
С	4	52	45



T1.4 - Postulado da Razão Insuficiente

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	10	40	35
В	10	20	44
С	4	52	45

$$V_A = 10 + 40 + 35 = 85$$

$$V_B = 10 + 20 + 44 = 74$$

$$V_C = 4 + 52 + 45 = 101$$



T1.4 - Postulado da Razão Insuficiente

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	10	40	35
В	10	20	44
C**	4	52	45

$$V_A = 10 + 40 + 35 = 85$$

$$V_B = 10 + 20 + 44 = 74$$

$$V_C = 4 + 52 + 45 = 101$$

Solução (Razão Insuficiente): Alternativa C



Resultados da Tabela 1

- Maximin: Alternativa A
- Minimax: Alternativa C
- Regra do Otimismo: Alternativa B
- Postulado da Razão Insuficiente: Alternativa C



T2.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	20	0	30
В	60	0	10
С	0	20	40



T2.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	20	0*	30
В	60	0*	10
С	0*	20	40



T2.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	20	-0-	30
В	60	-0-	10
С	-0-	20	40



T2.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	20*	-0-	30
В	60	-0-	10 *
С	-0-	20*	40



T2.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	- 20 -	-0-	30
-B-	-60 -	-0-	-10 -
С	-0-	- 20 -	40



T2.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	- 20 -	-0-	30*
-B-	-60 -	-0-	-10 -
С	-0-	- 20 -	40*



T2.1 - Maximin

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	- 20 -	-0-	30*
-B-	-60 -	-0-	-10 -
C**	-0-	- 20 -	40*

Solução (Maximin): Alternativa C



Opções

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	20	0	30
В	60	0	10
С	0	20	40

	EDM1	EDM2	EDM3
A	60 - 20	20 - 0	40 - 30
В	60 - 60	20 - 0	40 - 10
С	60 - 0	20 - 20	40 - 40



Opções

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	20	0	30
В	60	0	10
С	0	20	40

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	40	20	10
В	0	20	30
С	60	0	0



Opções

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	20	0	30
В	60	0	10
С	0	20	40

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	40*	20	10
В	0	20	30*
С	60*	0	0



Opções

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	20	0	30
В	60	0	10
С	0	20	40

Arrependimento

	EDM1	EDM2	EDM3
А	40*	20	10
B**	0	20	30*
С	60*	0	0

Solução (Minimax): Alternativa B



T2.3 - Regra do Otimismo

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	20	0	30
В	60	0	10
С	0	20	40

$$V_x = aMax + (1-a)Min \mid a=0,7$$



T2.3 - Regra do Otimismo

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	20	0	30
В	60	0	10
С	0	20	40

$$egin{aligned} V_x &= aMax + (1-a)Min \mid a = 0,7 \ V_A &= (0,7 imes 30) + (0,3 imes 0) = 21 \ V_B &= (0,7 imes 60) + (0,3 imes 0) = 42 \ V_C &= (0,7 imes 40) + (0,3 imes 0) = 28 \end{aligned}$$



T2.3 - Regra do Otimismo

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	20	0	30
B**	60	0	10
С	0	20	40

$$egin{aligned} V_x &= aMax + (1-a)Min \mid a = 0,7 \ V_A &= (0,7 imes 30) + (0,3 imes 0) = 21 \ V_B &= (0,7 imes 60) + (0,3 imes 0) = 42 \ V_C &= (0,7 imes 40) + (0,3 imes 0) = 28 \end{aligned}$$

Solução (Regra do Otimismo): Alternativa B



T2.4 - Postulado da Razão Insuficiente

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	20	0	30
В	60	0	10
С	0	20	40



T2.4 - Postulado da Razão Insuficiente

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	20	0	30
В	60	0	10
С	0	20	40

$$V_A = 20 + 0 + 30 = 50$$

$$V_B = 60 + 0 + 10 = 70$$

$$V_C = 0 + 20 + 40 = 60$$



T2.4 - Postulado da Razão Insuficiente

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	20	0	30
B**	60	0	10
С	0	20	40

$$V_A = 20 + 0 + 30 = 50$$

$$V_B = 60 + 0 + 10 = 70$$

$$V_C = 0 + 20 + 40 = 60$$

Solução (Razão Insuficiente): Alternativa B



Resultados da Tabela 2

- Maximin: Alternativa C
- Minimax: Alternativa B
- Regra do Otimismo: Alternativa B
- Postulado da Razão Insuficiente: Alternativa B



T3.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	10	30
В	60	80	70
С	0	10	2000



T3.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	10*	30
В	60*	80	70
С	0*	10	2000



T3.1 - Maximin

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	10 *	30
B**	60*	80	70
С	0*	10	2000

Solução (Maximin): Alternativa B



Opções

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	10	30
В	60	80	70
С	0	10	2000

Arrependimento

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000 - 1000	80 - 10	2000 - 30
В	1000 - 60	80 - 80	2000 - 70
С	1000 - 0	80 - 10	2000 - 2000



Opções

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	10	30
В	60	80	70
С	0	10	2000

Arrependimento

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	0	70	1970
В	940	0	1930
С	1000	70	0



Opções

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	10	30
В	60	80	70
С	0	10	2000

Arrependimento

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	0	70	1970 *
В	940	0	1930*
С	1000*	70	0



Opções

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	10	30
В	60	80	70
C**	0	10	2000

Arrependimento

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	0	70	1970 *
В	940	0	1930*
С	1000*	70	0

Solução (Minimax): Alternativa C



T3.3 - Regra do Otimismo

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	10	30
В	60	80	70
С	0	10	2000

$$V_x = aMax + (1-a)Min \mid a=0,1$$

$$egin{aligned} V_A &= (0,1 imes 1000) + (0,9 imes 10) = 109 \ V_B &= (0,1 imes 80) + (0,9 imes 60) = 62 \ V_C &= (0,1 imes 2000) + (0,9 imes 0) = 200 \end{aligned}$$



T3.3 - Regra do Otimismo

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	10	30
В	60	80	70
C**	0	10	2000

$$V_x = aMax + (1-a)Min \mid a=0,1$$

$$egin{aligned} V_A &= (0,1 imes 1000) + (0,9 imes 10) = 109 \ V_B &= (0,1 imes 80) + (0,9 imes 60) = 62 \ V_C &= (0,1 imes 2000) + (0,9 imes 0) = 200 \end{aligned}$$

Solução (Regra do Otimismo): Alternativa C



T3.4 - Postulado da Razão Insuficiente

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	10	30
В	60	80	70
С	0	10	2000



T3.4 - Postulado da Razão Insuficiente

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	10	30
В	60	80	70
С	0	10	2000

$$V_A = 1000 + 10 + 30 = 1040$$

$$V_B = 60 + 80 + 70 = 210$$

$$V_C = 0 + 10 + 2000 = 2010$$



T3.4 - Postulado da Razão Insuficiente

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1000	10	30
В	60	80	70
C**	0	10	2000

$$V_A = 1000 + 10 + 30 = 1040$$

$$V_B = 60 + 80 + 70 = 210$$

$$V_C = 0 + 10 + 2000 = 2010$$

Solução (Razão Insuficiente): Alternativa C



Resultados da Tabela 3

- Maximin: Alternativa B
- Minimax: Alternativa C
- Regra do Otimismo: Alternativa C
- Postulado da Razão Insuficiente: Alternativa C



Exercício 2: Há alguma diferença entre os métodos de solução?

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1	2	4
В	2	4	8
С	4	8	16

- Não, pois $C \succ B \succ A$.
- A alternativa A é estritamente dominada pela alternativa B, que, por sua vez, é estritamente dominada pela alternativa C. Logo, qualquer método irá escolher a alternativa C.



Exercício 2: Há alguma diferença entre os métodos de solução?

	EDM1	EDM2	EDM3
- A -	-1-	-2-	-4-
-B-	-2-	-4-	-8-
C**	4	8	16

Solução (Todos os métodos): Alternativa C



Roteiro da aula

- Critérios de racionalidade e decisões coletivas
- Decisão sob ignorância na Teoria da Justiça de Rawls
- Críticas aos modelos de decisão sob condição de Ignorância
- Aprofundamentos dos modelos de decisão não-estratégicos



1. Critérios de racionalidade e decisões coletivas



Ordenação de preferências

- Completude: para quaisquer opções A e B, ao menos uma das seguintes opções deve valer: $A \succsim B$, ou $A \preceq B$.
- Reflexividade: indivíduos são indiferentes a opções idênticas, ou seja, qualquer opção A é tão boa quanto ela mesma, portanto: $A\sim A$.
- Transitividade: as opções devem poder ser ordenadas de forma não circular, obedecendo à regra da transitividade: $A \succsim B \succsim C \implies A \succsim C$.



Decisões coletivas (votação)

- Problema da agregação de preferências
- Paradoxo de Condorcet
 - Indivíduo 1: $A \succ B \succ C$
 - \circ Indivíduo 2: $B \succ C \succ A$
 - Indivíduo 3: $C \succ A \succ B$
- Resultado da votação: $A \succ B \succ C \succ A$ (viola a transitividade)
 - Teorema de Arrow: processos de votação ordinais não conseguem garantir a preservação de um grupo de propriedades desejáveis.



Condições desejáveis em sistemas de votação (Arrow)

- Sistema não-ditatorial: preferências de múltiplos indivíduos devem ser consideradas.
- **Domínio irrestrito (universalidade)**: o sistema deve produzir um único conjunto completo de ordenação de todas as preferências dos indivíduos.
 - Todas as preferências devem ser consideradas,
 - Conjuntos de preferências idênticas devem produzir a mesma ordenação.
- Independência de alternativas irrelevantes: a ordenação de pares de alternativas deve depender apenas da ordenação das duas alternativas envolvidas.



Condições desejáveis em sistemas de votação (Arrow)

- Monotonicidade (associação positiva): cada indivíduo não deve ser capaz de prejudicar uma alternativa por avaliá-la melhor.
- Não-imposição (soberania cidadã): todas as formas de ordenação devem ser potencialmente possíveis.
- Eficiência de pareto (unanimidade): se todos preferem uma opção a outra, o resultado social deve refletir essa preferência.



Condições desejáveis em sistemas de votação (Arrow)

- Sistema não-ditatorial
- Domínio irrestrito (universalidade)
- Independência de alternativas irrelevantes
- Monotonicidade (associação positiva)
- Não-imposição (soberania cidadã)
- Eficiência de pareto (unanimidade)

Mas o que isso significa?



2. Decisão sob ignorância na Teoria da Justiça de Rawls



Leitura do trecho de Teoria da Justiça



Teoria da Justiça de Rawls

- Posição original e véu da ignorância: Decisão sob condição de ignorância.
- Por que adotar o método Maximin?
 - Ignorância radical: Impossibilidade de atribuir probabilidades, de estabelecer valorações cardinais ou mesmo de considerar todos os Estados do Mundo.
 - Indivíduos devem justificar suas opções e preferem garantir um mínimo necessário.
 - Seria irracional assumir riscos intoleráveis.
- **Princípio da diferença**: avaliação das instituições com base em seus efeitos sobre os indivíduos menos favorecidos pela distribuição social.



Harsanyi

- Refutação do método Maximin: Decisões morais não deveriam ser tomadas com base nos piores cenários possíveis, mas sim com base na utilidade esperada das alternativas disponíveis.
 - Exemplo: decisão entre um emprego ruim em Nova lorque ou um emprego melhor em Chicago.
- Implicações imorais do Princípio da Diferença em certos casos.
 - Exemplo: Doação de órgãos deve privilegiar os mais enfermos?
- Probabilidades subjetivas (bayesianas) X Probabilidades empíricas (frequentismo).

HARSANYI, John. Can the Maximin Principle Serve as a Basis for Morality? A Critique of John Rawls's Theory. The American Political Science Review, Vol. 69, No. 2 (Jun., 1975), pp. 594-606.



Outras críticas?

- Decorrências da ignorância radical não são completamente exploradas por Ralws.
- É possível evitar riscos intolerfáveis?
 - Dilema das vítimas invisíveis (Jean Tirole).
- É possível avaliar as consequências? Nossas preferências seriam estáticas?
 - Forma de neo-kantianismo? A Teoria da Justiça pode se apartar de um contexto histórico-cultural?
 - Perspectiva do estruturalismo histórico (Foucault): relações de poder situadas historicamente moldam nossa forma de conceber a realidade, influenciando nossas ideias e preferências.



L.A. Paul

- Professora de filosofia e ciência cognitiva em Yale.
- Escreveu o livro "Transformative
 Experience" (2014) e o paper "What
 you can't expect when you're
 expecting" (2015).





3. Críticas aos modelos de decisão sob condição de Ignorância



Quais são os principais problemas do método Maximin?



Maximin

- Método extremamente conservador.
- Impede a consideração das melhores oportunidades de ganho.
- Não considera todas as alternativas.

	EDM1	EDM2
Α	1.5	1.75
В	1	900

	EDM1	EDM2	EDM3	•••	EDM99	EDM100
Α	10	10	10	•••	10	10
В	9	20	20	•••	20	20



Quais são os principais problemas do método Minimax?



Minimax

 Ao contrário do maximin, neste método pode haver influência excessiva de alternativas melhores

	EDM1	EDM2
Α	300	300
В	-100	900

	EDM1	EDM2	EDM3	•••	EDM99	EDM100
Α	10	10	10	•••	10	10
В	20	5	5	• • •	5	5



Minimax

 Permutações dos mesmos resultados de uma alternativa de decisão entre os Estados do mundo podem levar a soluções diferentes.

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	0	1	3
В	0	1	3
С	3	0	1

EDM1	EDM2	EDM3
3	0	0
3	0	0
0	1	2



 A inclusão de uma alternativa que não é escolhida pode mudar a solução do problema.

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	0	10	4
В	5	2	10

EDM1	EDM2	EDM3
5	0	6
0	8	0

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	0	10	4
В	5	2	10
С	10	5	1

EDM1	EDM2	EDM3
10	0	6
5	8	0
0	5	9



Minimax

- Ao contrário do maximin, neste método pode haver influência excessiva de alternativas melhores
- Permutações dos mesmos resultados de uma alternativa de decisão entre os Estados do mundo podem levar a soluções diferentes.
- A inclusão de uma alternativa que não é escolhida pode mudar a solução do problema.



Quais são os principais problemas da Regra do Otimismo?



Regra do Otimismo

- Necessidade de escolher o nível de otimismo (arbitrário).
- Considera apenas parte das opções.
- Pode se reverter em max-max ou maxmin:
 - Quando adotamos níveis de otimismo 1 ou 0;
 - Quando as melhores alternativas ou as piores são idênticas

	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	0	1	1	11
В	0	10	10	10

	EDM1	EDM2	EDM3	EDM4
Α	10	9	9	1
В	10	2	2	2



Quais são os principais problemas do Postulado da Razão Insuficiente?



Postulado da Razão Insuficiente

- Presunção de que as alternativas são equiprováveis.
- Presume neutralidade entre os cenários equiprováveis: pode ser um tratamento inadequado de riscos muito altos.

_	EDM1	EDM2	EDM3
Α	-200	150	150
В	0	45	45



Conclusão geral sobre métodos de decisão racional sob condições de ignorância

- Todos os métodos enfrentam limitações.
 - Para utilizá-los é necessário entender qual método melhor se aplica ao problema analisado.
 - Sistema de votação dos métodos não funciona (pode incorrer no mesmo problema indicado por Arrow).



Paradoxo de condorcet na composição de métodos

Vamos considerar, no exemplo a seguir, como os três métodos ordenariam as alternativas, tomadas duas a duas (considerando um nível de otimismo de 0,5).

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	1	14	13
В	-1	17	11
С	0	20	6

Método	A vs. B	B vs. C	A vs. C
Maximin	Α	С	Α
Minimax	В	В	Α
Otimismo	В	С	С

Chegamos a a um resultado que viola a transitividade, pois: $C \succ B \succ A \succ C$



Conclusão geral sobre métodos de decisão racional sob condições de ignorância

- Todos os métodos enfrentam limitações.
 - Para utilizá-los é necessário entender qual método melhor se aplica ao problema analisado.
 - Sistema de votação dos métodos não funciona (pode incorrer no mesmo problema indicado por Arrow).
- Limites de racionalidade em casos de ignorância profunda.
 - Método maximin é o único que admite uma escala ordinal de preferências.
 - Problema das experiências transformativas não tem solução na literatura.



3. Aprofundamentos dos modelos de decisão não-estratégicos



Temas de aprofundamento discutidos até aqui

- Estipulação de valores e probabilidades
 - Doug Hubbard: argumento em favor da tentativa de mensuração, mesmo em casos de ignorância profunda.



Obs: estipulando níveis de otimismo para os casos de fronteira

	EDM1	EDM2	EDM3
Α	100	100	100
В	50	200	135
С	0	250	120

Quais níveis mínimos de otimismo seriam necessários para escolhermos B ou C?



Quais níveis mínimos de otimismo seriam necessários para escolhermos B ou C?

$$V_A = 100$$
 , $V_B = 150a + 50$, $V_C = 250a$

$$V_B > V_A \implies 150a + 50 > 100 \;\;,\;\; a > rac{1}{3}$$

$$V_B > V_C \implies 150a + 50 > 250a \;\;,\;\; a < rac{1}{2}$$



Temas de aprofundamento discutidos até aqui

- Estipulação de valores e probabilidades
 - Doug Hubbard: argumento em favor da tentativa de mensuração, mesmo em casos de ignorância profunda.
- O dilema da especificação e a importância de se adotar uma política decisória.
- Problemas de decisão dinâmicos: futuro do campo, com aplicações tanto a áreas de tecnologia como, potencialmente, ao estudo de problemas sociais.



Decisões dinâmicas e especificação de restrições em processos de Markov

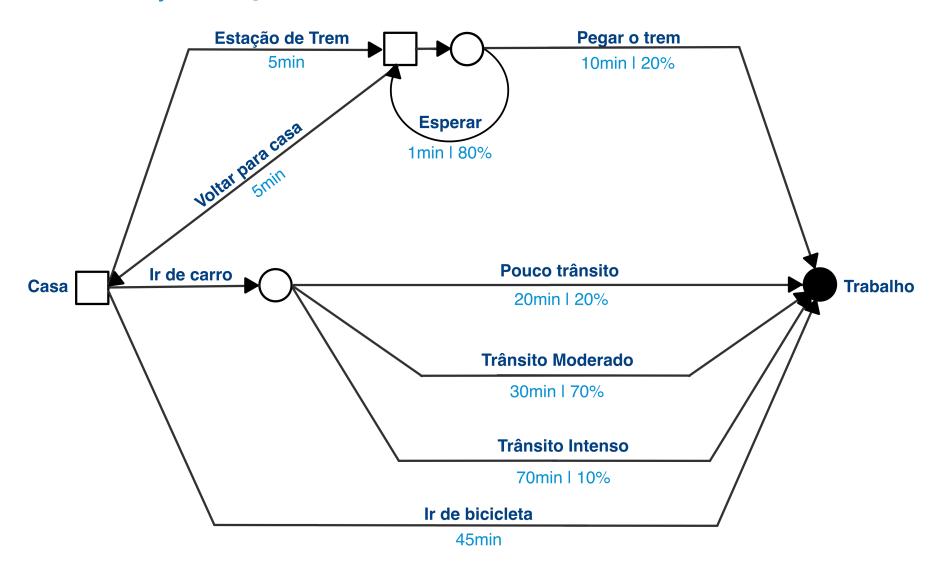
- Ações nos levam a estados do mundo, com alguma probabilidade
- Elemento novo: relação entre os Estados do mundo não é linear
 - Decisões tomadas e retomadas à medida que obtemos informações sobre o problema.



Exemplo de processo de Markov: ida ao trabalho

- Qual é o melhor caminho/meio de locomoção?
 - Bicicleta: demora sempre 45 minutos.
 - Carro: pode demorar 20, 30 ou 70 minutos dependendo do trânsito.
 - Trem: não sabemos quanto tempo vamos esperar na estação, mas uma vez dentro do trem, ele demora 10 minutos.
 - A cada minuto, posso decidir continuar esperando ou voltar para casa.







Processos de markov e algoritmos decisórios

- Uso disseminado em processos de automação (exemplo: robótica)
- Modelagem útil para descrever e automatizar situações reais
- Implicações para o Direito:
 - Vamos ser substituídos por robôs/algoritmos?
 - Automatizar decisões estatais?
 - Justiça/isonomia dos algoritmos.
 - Justiça procedimental em evidência.