

MDRI: aprofundamento e resolução de problemas aplicados

Introdução

O objetivo desta aula é explorar aprofundamentos dos modelos de decisão racional e consolidar o método de solução que estudamos na aula anterior, o qual consiste na esquematização do problema em uma árvore de decisão. Começaremos discutindo algumas nuances importantes do processo de avaliação de múltiplos cenários possíveis ou estados do mundo, que é necessário para a solução de problemas que envolvem incerteza ou risco (MDRI). Comparamos esse problema, na aula anterior, à precificação de uma loteria, e utilizamos provisoriamente o conceito de **valor esperado** para solucioná-lo. Como afirmamos ao final da aula anterior, o método de avaliação que utilizamos até aqui, baseado unicamente no valor esperado, parte de certas premissas a respeito da forma como devemos lidar com o risco. Nesta aula vamos problematizar essas premissas e apresentar um debate a respeito das preferências de um agente racional acerca do risco.

Em seguida, vamos mostrar um exemplo que revela algo importante sobre a metodologia que estamos estudando: o fato de que a representação de um problema de decisão frequentemente pode ser estruturada de mais de uma forma possível. A partir da discussão a respeito do processo de representação de um processo decisório, vamos começar a ver as complexidades e desafios da implementação do MDRI, preparando o terreno para o estudo de métodos úteis para lidar com os problemas informacionais, na próxima aula.

O que é “valor esperado”?

Vimos que o valor esperado de uma loteria é dado pela soma dos valores dos possíveis estados do mundo multiplicados pelas suas respectivas probabilidades de ocorrência. Assim, se temos uma loteria que nos oferece 25% de chance de ganharmos R\$ 20, 25% de chance de ganharmos R\$ 40 e 50% de não ganharmos nada, o valor esperado dessa loteria será:

$$(25\% * R\$ 20) + (25\% * R\$ 40) + (50\% * R\$ 0) = R\$ 15.$$

Mas, por que seria razoável estipular esse valor para a loteria? Ora, o motivo é simples: o valor esperado nos dá o ganho médio dessa loteria quando jogamos diversas vezes. Ou seja, se apostássemos um alto número de vezes em uma loteria como a descrita acima, nossos ganhos se aproximariam cada vez mais da média de R\$ 15 por aposta. Outra forma de colocar esse problema seria pensar que o organizador de uma aposta como essa deveria cobrar ao menos R\$ 15 de cada participante para não ter prejuízos.

Vamos exemplificar esse ponto, imaginando que queremos organizar e vender bilhetes de uma loteria como a descrita. Vamos imaginar que estamos vendendo 20 bilhetes cujos prêmios estão distribuídos exatamente dentro das proporções que descrevemos anteriormente. Se todos os bilhetes são vendidos ao valor esperado da loteria (R\$ 15), obteremos uma receita total de R\$ 300 com a venda dos bilhetes (pois: $20 * R\$ 15 = R\$ 300$).

Mas, quanto gastaríamos para pagar todos os prêmios? Ora, em 25% ou um quarto dos casos (5 bilhetes), vamos pagar um prêmio de R\$ 20 aos participantes. Da mesma forma, para outros 25% (mais 5 bilhetes), o prêmio pago será de R\$ 40. Nosso gasto com os prêmios, portanto,

será de R\$ 300 (pois $(5 * R\$ 20) + (5 * R\$ 40) = R\$ 300$). Assim, o valor total dos prêmios corresponderia exatamente o valor obtido quando vendemos cada bilhete ao seu valor esperado.

Posturas do agente racional em relação ao risco

Talvez, depois dessa explicação, você se sinta inclinado a dizer que o valor de cada bilhete da nossa loteria efetivamente é R\$ 15. No entanto, não seria irracional atribuir um valor inferior ou superior a essa aposta. Isso porque podemos ter diferentes sensibilidades em relação ao próprio risco envolvido nessa escolha. Um indivíduo pode adotar uma postura de **aversão ao risco**, ou de **propensão ao risco** diante de determinada escolha, e isso não é irracional.

Um indivíduo *avesso ao risco* não estaria disposto a comprar nosso bilhete de loteria, pois prefere manter com certeza seus R\$ 15 do que arriscar perdê-los para ter a possibilidade de ganho de R\$ 20 ou R\$ 40. Ao contrário, para um indivíduo *propenso ao risco* nosso bilhete é atraente, pois ele prefere arriscar seus R\$ 15 com a expectativa de ganhar mais. Por fim, um indivíduo neutro em relação ao risco é aquele que avalia a loteria exatamente por seu valor esperado e, nesse caso, o indivíduo seria completamente indiferente entre adquirir ou não nosso bilhete: tanto faz para ele manter seus R\$ 15 ou adquirir o nosso bilhete, pois as alternativas têm idêntico valor.

Como podemos observar, o método que havíamos adotado anteriormente, que utilizava unicamente o valor esperado para avaliar estados do mundo, pressupunha uma postura de neutralidade em relação ao risco por parte do agente decisor. Isso, no entanto, não é uma condição necessária, pois diversos fatores podem afetar o julgamento de risco de um agente racional. Por exemplo: qual seria o impacto do preço da loteria, ou dos possíveis ganhos, em seu orçamento e em sua renda?

Bilhetes de loteria do mundo real oferecem uma chance extremamente baixa de sucesso, mas custam pouco e oferecem prêmios muito altos. Como o custo do bilhete é baixo em relação à renda média da população e o ganho potencial seria capaz de mudar o patamar de renda da maioria dos participantes, muitos indivíduos optam por comprar esses bilhetes, ainda que seu valor esperado seja muito inferior ao preço cobrado (ou seja, sob essas condições muitos indivíduos adotam uma postura de propensão ao risco).

Em aplicações reais dos modelos que estamos estudando à sua prática profissional, você deve ter em mente que dinâmicas de risco podem ser mais complexas do que o simples cálculo do valor esperado. Após construir a árvore de decisão e aplicar o método de solução que vimos até aqui, você deve ainda procurar analisar com calma o problema e responder a perguntas como: “no cenário decisório que você está analisando, existe algum risco que seja inaceitável para o seu cliente?”, ou “os ganhos de determinado percurso decisório mais arriscado compensam os riscos assumidos?”.

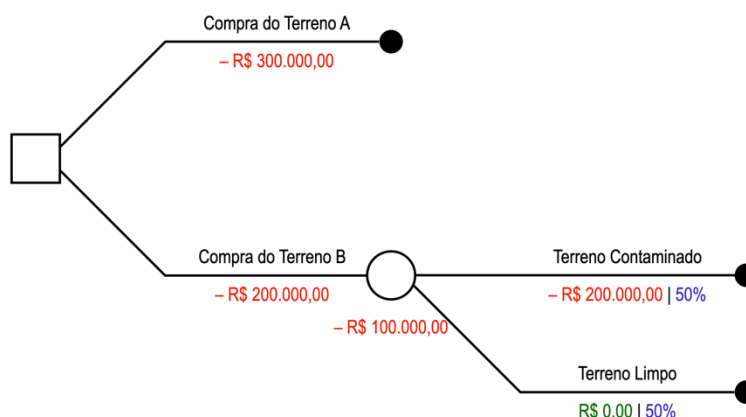
Compra e venda de um terreno

Vamos agora para um exemplo de problema decisório um pouco mais complexo do que os que vimos na última aula. Imagine que você está auxiliando um cliente que está interessado em celebrar um contrato de compra e venda para adquirir um terreno, onde pretende instalar um grande empreendimento comercial. Há dois terrenos à venda que atendem às necessidades do cliente: o primeiro (Terreno A) está à venda por R\$ 300.000,00; ao passo que pelo segundo (Terreno B) pede-se o preço de R\$ 200.000,00. Inicialmente, seu cliente estava inclinado a adquirir o Terreno B, que é mais barato.

No entanto, ao ser consultada(o), você investigou as condições dos dois terrenos e descobriu que o Terreno B talvez tenha um problema ambiental, pois antes estava instalada ali uma fábrica que despejou lixo químico no terreno. Caso o nível de contaminação do terreno esteja acima do que é autorizado pelas normas regulatórias aplicáveis, seu cliente terá que adotar medidas de remediação ambiental e limpeza química que lhe custarão R\$ 200.000,00 (incluindo todos os custos de atraso do empreendimento). Você estima que a probabilidade de que essas medidas tenham que ser adotadas, caso seu cliente opte pelo terreno B, é de 50%. Qual deve ser o curso de ação do seu cliente? Ele deve adquirir o Terreno A, ou deve escolher o Terreno B?

Para responder a essa questão, vamos começar representando nosso problema por meio de uma árvore de decisão, como havíamos feito em nossa aula anterior. O cliente possui dois cursos de ação: a compra do Terreno A, que tem um resultado certo; ou a compra do Terreno B, que envolve dois estados do mundo distintos: o cenário em que deverá remediar problemas de contaminação e o cenário em que não será necessário adotar essas medidas. O valor esperado desse possível problema ambiental é de R\$ 100.000,00 ($50\% * R\$ 200.000,00 + 50\% * R\$ 0,00$). Com essas informações, podemos representar nosso problema pela árvore de decisão da Figura 1.

Figura 1 – Árvore Decisória: Compra de um Terreno



Observamos, assim, que ambos os terrenos apresentam valores idênticos se utilizamos apenas o conceito de valor esperado. O Terreno A implica em um custo de R\$ 300.000,00 com certeza, ao passo que o Terreno B resulta em um custo certo de R\$ 200.000,00 acrescido de um custo esperado de R\$ 100.000,00. Como vimos, um indivíduo neutro em relação ao risco seria indiferente entre adquirir o Terreno A ou o Terreno B. No entanto, é possível – e provável – que seu cliente tenha uma preferência de risco distinta. Ele pode adotar uma postura de aversão ao risco, considerando que não vale a pena incorrer no risco de ter um custo total de R\$ 400.000,00, caso o Terreno B esteja contaminado. Ou pode ser que adote uma postura de propensão ao risco, ou seja, que esteja disposto a arcar com esse risco para ter a chance de poupar R\$ 100.000,00 na compra do terreno, caso não haja contaminação ambiental. As duas opções seriam racionais à luz da Teoria da Decisão, refletindo apenas posturas distintas diante do risco.

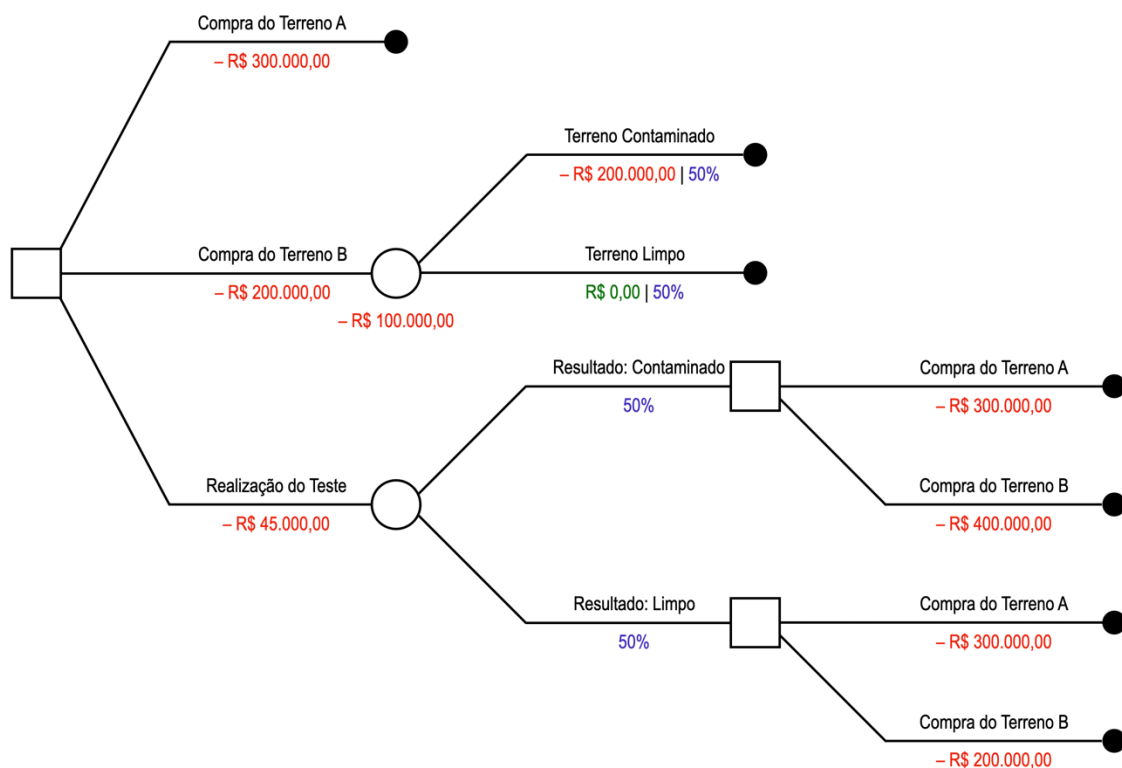
O preço da informação

Vamos agora tornar nosso exemplo um pouco mais complexo. Vamos supor que descobrimos que existe no mercado uma firma ambiental capacitada a realizar, pelo preço de R\$ 45.000,00, testes preliminares no terreno para averiguar se há contaminação ou não. Realizando esses testes, saberíamos se o Terreno B precisa de medidas de remediação ambiental antes de incorrer nos custos da compra do imóvel. E agora, qual será a melhor solução para esse problema: o cliente deve comprar o Terreno A imediatamente, deve comprar o Terreno B imediatamente, ou pagar pelo teste preliminar?

Para solucionar esse problema, vamos reformular nossa representação do processo decisório em uma nova árvore, que dessa vez vai possuir mais um curso de decisão: aquele em que

o indivíduo realiza o teste antes de comprar qualquer imóvel. Nesse caso, teremos dois resultados possíveis para o nosso teste: ser constatada a existência de contaminação, ou não. Para cada um desses resultados, nosso cliente poderá tomar sua decisão de compra do imóvel, mas agora estará munido de informações que não possuía antes. A Figura 2 apresenta essa nova árvore de decisão.

Figura 2 – Árvore Decisória: Compra de um Terreno com Teste Prévio



Podemos notar que nosso problema decisório se tornou mais complexo agora que temos mais de uma etapa decisória possível em um novo ramo de nossa árvore. Para avaliar o curso de ação que corresponde à realização do teste, precisamos começar pela resolução das opções decisórias que estão ao final da árvore e, dessa maneira, obter as informações necessárias para avaliar cada etapa anterior. Chamamos esse método de **indução retroativa**. Trata-se do mesmo

método que já havíamos utilizado em nossos exemplos anteriores, mas ele se torna mais relevante em exemplos complexos que envolvem múltiplas etapas decisórias.

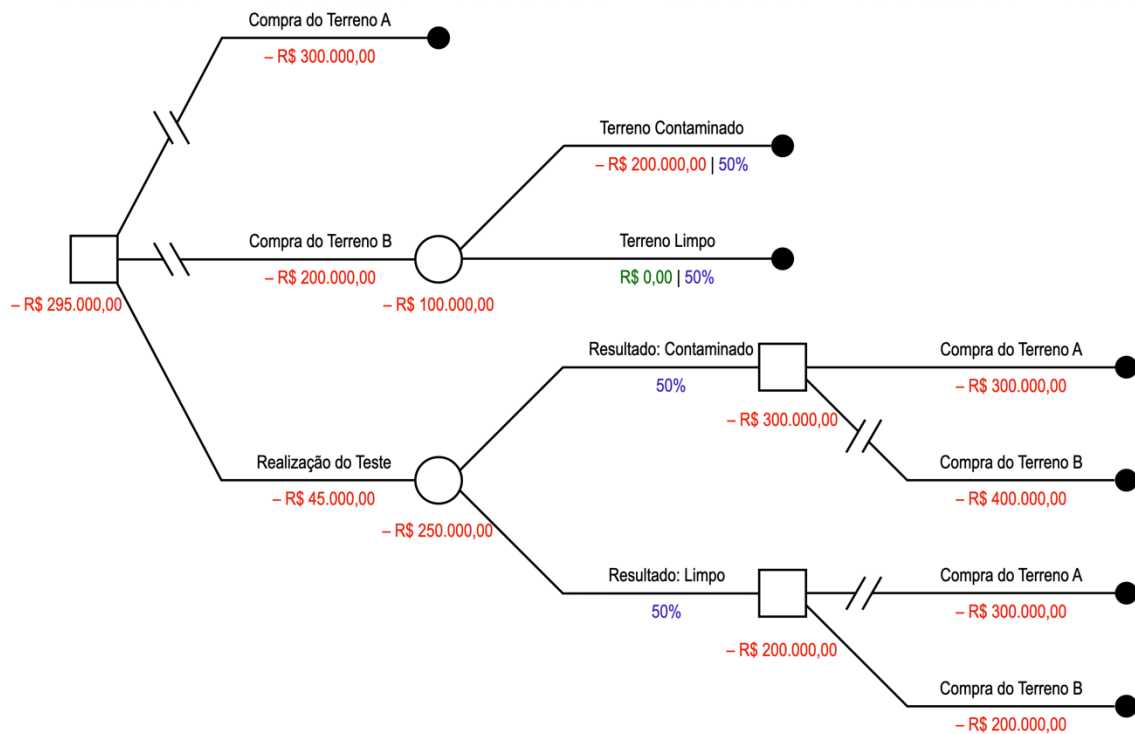
Em nosso atual exemplo, devemos começar avaliando as decisões que tomaríamos após já conhecer o resultado do teste. Caso o teste indique que o Terreno B está contaminado, sabemos que nosso gasto total ao adquirir esse terreno seria de R\$ 400.000,00, então optamos por comprar o Terreno A pelo valor de R\$ 300.000,00. Por outro lado, se o teste mostrar que não há problema de contaminação no Terreno B, nossa melhor opção seria comprá-lo por R\$ 200.000,00. Com isso, percebemos que, se adquirirmos o teste por R\$ 45.000,00, somos levados a dois cenários possíveis: devemos gastar R\$ 300.000,00, com probabilidade de 50%, ou R\$ 200.000,00, com a mesma probabilidade. O valor esperado dessa loteria é:

$$(50\% * R\$ 300.000,00) + (50\% * R\$ 200.000,00) = R\$ 250.000,00.$$

Com isso, chegamos a uma caracterização bastante robusta do nosso problema decisório. Caso a nossa opção seja por comprar imediatamente o Terreno A, pagaremos um valor fechado total de R\$ 300.000,00. Se optamos pelo Terreno B, temos uma opção que nos oferece um valor esperado também de R\$ 300.000,00, mas que envolve uma loteria na qual, no pior cenário, podemos nos ver forçados a pagar até R\$ 400.000,00, mas podemos também ter um custo de apenas R\$ 200.000,00. A opção pelo teste, por outro lado, nos oferece a melhor alternativa em termos de valor esperado, pois gastamos R\$ 45.000,00 e temos em seguida um custo esperado de R\$ 250.000,00. Essa alternativa oferece uma solução (indicada na Figura 3) para a hipótese de um indivíduo neutro em relação ao risco. Um indivíduo avesso ao risco certamente preferiria a opção do teste à compra imediata do Terreno B; mas, dependendo de seu nível de aversão ao risco, ele

poderia preferir ainda mais a opção pela compra do Terreno A, onde o custo é certo. Um indivíduo propenso a risco, por outro lado, preferiria a realização do teste à compra do Terreno A, mas talvez se sentisse ainda mais atraído pela compra imediata do Terreno B, onde há a chance de gastar apenas R\$ 200.000,00, no melhor cenário (se o teste for realizado, seu gasto será de ao menos R\$ 245.000,00).

Figura 3 – Solução p/ Compra de um Terreno com Teste Prévio (Neutralidade perante o Risco)



Note que essa descrição do problema envolve uma característica do risco que não havíamos mencionado antes: opções que envolvem cenários do mundo mais extremos são consideradas mais arriscadas do que outras com menor variabilidade de resultados¹. Ou seja, precisamos de mais do

¹ Essa variabilidade pode ser mensurada por meio de medidas estatísticas como a variância. Foge do escopo deste curso uma análise aprofundada do risco ou a descrição dos métodos formais para medi-lo, mas uma excelente

que simplesmente o conceito de valor esperado para caracterizar o risco. Por isso é importante avaliar cautelosamente as alternativas de ação, incluindo a análise dos piores e melhores cenários, para que possamos pensar a respeito dos riscos de forma crítica, que reflita as reais preferências ou interesses envolvidos no problema de decisão que estamos enfrentando.

Possibilidades de representação de um problema decisório

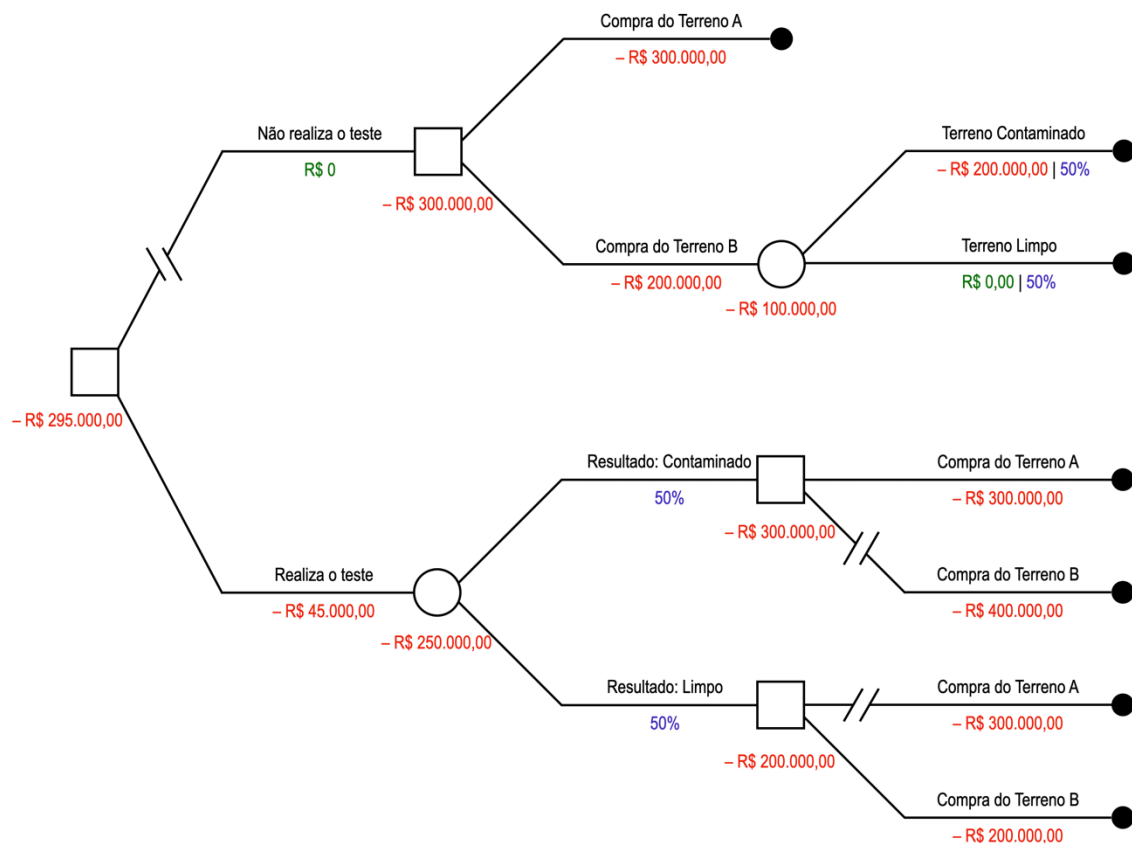
Vamos agora aproveitar o nosso exemplo para explorar uma característica do método de análise de problemas decisórios que descrevemos até aqui. Trata-se do fato de que a representação de um problema decisório pode ser feita de mais de uma forma possível. Nesta aula vamos começar a explorar esse problema mostrando que existem quase sempre modos alternativos para representar um problema e vamos apresentar também um modelo de representação alternativo à árvore de decisão: a matriz de decisão.

Vamos começar revendo nosso problema da compra do terreno com a alternativa de realização de um teste prévio. Em nossa árvore anterior, havíamos formulado esse problema a partir de três cursos de ação: comprar imediatamente o Terreno A, comprar imediatamente o Terreno B, ou realizar o teste. No entanto, talvez você possa ter inicialmente cogitado formular o problema como duas decisões realizadas em momentos distintos: primeiro escolhemos realizar ou não o teste, depois escolhemos qual terreno comprar.

Nesse caso, o ramo “realizar o teste” permanece idêntico ao da árvore que havíamos construído anteriormente. No entanto, colocamos as opções referentes à compra do Terreno A ou do Terreno B sem o teste como um processo decisório que ocorre após a decisão inicial por não

realizar o teste. Resolvemos o problema por meio do método da indução retroativa, avaliando esse nó de decisão como um custo de R\$ 300.000,00 (já que as duas alternativas apresentam esse valor, uma como um preço certo, outra como um valor esperado). A Figura 4 apresenta a solução para essa reformulação do problema. A resposta permanece a mesma que havíamos obtido anteriormente: a realização do teste prévio continua oferecendo o melhor valor esperado.

Figura 4 – Solução p/ Reformulação da Compra de um Terreno com Teste Prévio



Com isso, verificamos que, embora possamos realizar algumas escolhas sobre como representar nosso problema de decisão em uma árvore, chegaremos sempre à mesma resposta se adotarmos algumas precauções. Precisamos ter cuidado com 2 condições que são essenciais para

que nossa representação do problema esteja correta: (i) a representação do problema deve ser completa; e (ii) as alternativas de decisão e estados do mundo devem ser mutuamente excludentes. Temos uma representação completa quando todas as condicionantes do nosso problema estão representadas na árvore de uma forma que faça sentido, diante da situação real de decisão que iremos enfrentar. Além disso, os percursos de decisão devem ser sempre mutuamente excludentes. Note que em ambas as representações que fizemos, cada nó de decisão ou de estados do mundo continha alternativas que não se confundiam umas com as outras, ou seja, representavam cenários ou situações completamente distintas: ou realizamos o teste, ou não o realizamos; ou o resultado do teste indicaria contaminação, ou não indicaria; e assim em diante.

Por fim, cabe ainda dizer que podemos representar problemas decisórios sem utilizar uma árvore de decisão em que detalhamos cada aspecto do processo decisório. Podemos, alternativamente, utilizar uma matriz decisória, também chamada de “forma normal”, pela qual representamos nas linhas de uma tabela as nossas alternativas de decisão, e nas colunas os estados do mundo possíveis. Usando esse método, nosso problema decisório poderia ser representado por uma matriz como a da Figura 5.

Figura 5 – Matriz Decisória: Compra de um Terreno com Teste Prévio

| | Contaminação | Sem Contaminação |
|------------------------|-----------------------|-----------------------|
| Compra o Terreno A | -R\$ 300.000,00 50% | -R\$ 300.000,00 50% |
| Compra o Terreno B | -R\$ 200.000,00 50% | -R\$ 400.000,00 50% |
| Realiza o Teste Prévio | -R\$ 345.000,00 50% | -R\$ 245.000,00 50% |

Optamos até aqui por adotar a representação por meio de árvores decisórias (forma estendida), porque esse método permite que sejamos mais detalhistas na apresentação das informações de nosso problema de decisão. Além disso, alguns problemas decisórios mais complexos, que envolvem múltiplas etapas de decisão e estados do mundo, não podem ser representados em uma única matriz de decisão. No entanto, a forma normal também tem sua utilidade. Ela nos oferece uma representação mais condensada, que pode ser útil para visualizar problemas decisórios em que a estrutura de decisão não é excessivamente complexa, ou que não envolvem um alto número de alternativas de decisão e divisões de estados do mundo. Utilizaremos com frequência esse método de representação na próxima aula, quando discutirmos como lidar com decisões sob condições de ignorância.

Conclusão

Nesta aula, aprofundamos conceitos que havíamos aprendido anteriormente, apresentando o debate acerca das posturas que um agente racional pode adotar diante do risco. A partir da discussão de algumas dessas posturas, oferecemos um modelo qualitativo de avaliação do problema do risco, que pode ser adotado quando lidamos com cenários reais que envolvem decisões sob condições de incerteza.

Também iniciamos nesta aula um debate acerca da multiplicidade de representações possíveis de um mesmo problema de decisão. Iniciaremos a nossa próxima aula com uma breve discussão acerca do problema da especificação de problemas de decisão. Em cenários da vida real, é raro encontrarmos situações em que as alternativas de decisão, suas possíveis consequências e

respectivas probabilidades sejam conhecidas e estejam bem definidas. Isso não significa, no entanto, que o MDRI não seja potencialmente útil, dentro de certas limitações. Na verdade, o bom uso dos modelos decisórios que estamos estudando depende não apenas do manejo de estratégias que nos auxiliem a superar essas dificuldades, mas também de uma apreciação crítica a respeito dos próprios limites práticos e teóricos da Teoria da Decisão.

Exercícios sugeridos

1) Desafio: estratégia judicial com possibilidade de perícia prévia

Você está auxiliando a Empresa A a ingressar em juízo contra a Empresa B para obter reparação por danos relativos à quebra de um contrato de fornecimento, que causou à Empresa A a perda de diversos cliente e prejuízos ao seu processo produtivo. A determinação do dano, neste caso, é complexa, pois a precificação dos lucros cessantes envolve uma análise dos processos produtivos da Empresa A. Você acredita que há chances equivalentes de que, após uma análise técnica do problema, o dano seja determinado no valor mais alto de R\$ 500.000,00 (Cenário 1), ou seja determinado no valor mais baixo de R\$ 250.000,00 (Cenário 2).

É possível contratar uma perícia técnica que custaria R\$ 25.000,00 e determinaria qual cenário é aplicável ao caso, antes do início da lide. Nesse caso, você poderia começar a investir recursos na preparação do caso, substanciando os achados do perito, o que custaria R\$ 15.000,00. Caso você invista esses recursos e o caso vá a juízo, há 90% de chance de que você obtenha a integralidade do valor estimado pelo perito (R\$ 500.000,00 no Cenário 1, ou R\$ 250.000,00 no Cenário 2) e 10% de chance de que você não consiga obter o valor cheio, descontando R\$100.000,00 de cada hipótese (ou seja, recebendo R\$ 400.000,00 no Cenário 1, ou R\$ 150.000,00 no Cenário 2). Caso você não invista esses recursos, com certeza obterá apenas o valor após o desconto de R\$ 100.000,00, em ambos os cenários. O mesmo ocorrerá se você optar por não realizar a perícia prévia, pois nesse caso não terá a chance de substanciar o caso antes da lide.

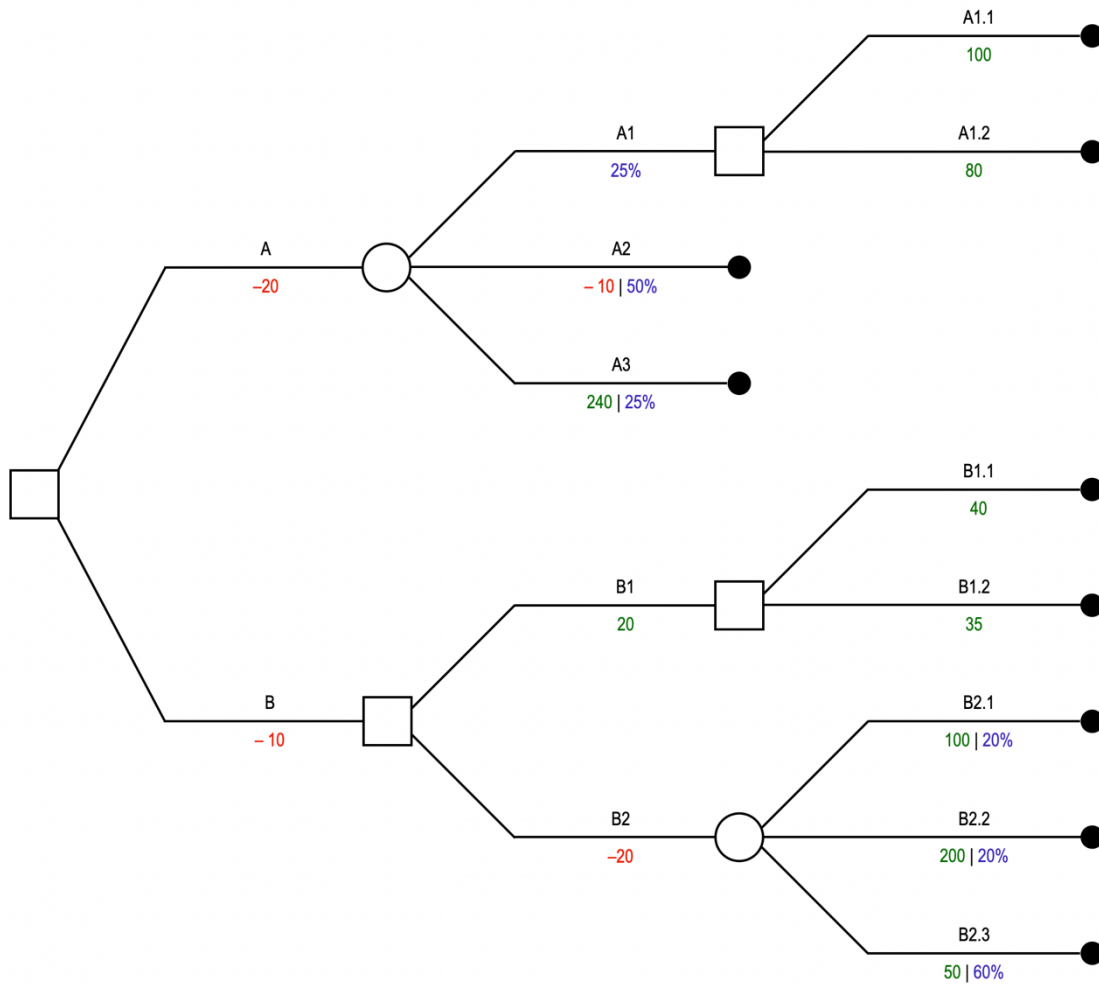
A Empresa B ofereceu um acordo pelo qual pagaria R\$ 300.000,00 para o caso não ir a juízo, mas a oferta é por prazo limitado e não haveria tempo de realizar a perícia antes de avaliar o acordo. Se você optar por recusar o acordo, a ação custaria R\$ 10.000,00, independentemente da realização da perícia prévia ou dos investimentos feitos para preparar o caso. O que você faz? Aceita o acordo oferecido? Vai a juízo sem realizar a perícia, ou após a perícia? Caso opte pela perícia, deve investir recursos para substanciar o caso?

- a) Solucione esse problema de decisão, pressupondo que o agente decisor adota uma postura de neutralidade em relação ao risco.
- b) Solucione novamente o problema, dessa vez estruturando sua árvore de um jeito diferente do que você havia feito anteriormente, e mostre que a resposta do problema permanece a mesma para um agente neutro em relação ao risco.
- c) Qual é o pior resultado possível nessa árvore de decisão e qual seria o ganho do cliente nesse caso? Diante dessa informação, qual seria o provável curso de ação de um agente com um nível alto de aversão ao risco?

2) Árvore decisória e posturas de risco

- a) Complete as informações para solucionar a árvore de decisão a seguir (Figura 6), e em seguida indique qual seria a decisão (A ou B) adotada por um indivíduo altamente avesso ao risco.
- b) Em seguida, ainda com base na mesma árvore, indique qual seria a opção adotada por um indivíduo com um alto nível de propensão ao risco.

Figura 6 – Árvore de Decisão para Avaliação



Bibliografia de Apoio

SCHUARTZ, Luis Fernando. **Teoria da Decisão – Apostila para o Curso de Graduação em Direito**. Rio de Janeiro: FGV Direito-Rio, 2016, p. 32-41.

JACKSON, Howell E.; KAPLOW, Louis; SHAVELL, Steven M.; *et al* (Orgs.). **Analytical methods for lawyers**. New York, NY: Foundation Press, 2003, p. 11-33.

PETERSON, Martin. **An introduction to decision theory**. New York: Cambridge University Press, 2009, p. 64-73.