Міністерство освіти і науки України

Національний університет «Запорізька політехніка»

кафедра програмних засобів

ЗВІТ

з лабораторної роботи № 4

з дисципліни «Теорія прийняття рішень» на тему:

«МЕТОД ДИСКРИМІНАНТНИХ ФУНКЦІЙ»

Виконав:

ст. гр. КНТ-113сп Іван ЩЕДРОВСЬКИЙ

Прийняв:

доцент Олена Подковаліхіна

2025

1 Мета роботи

Вивчити метод індивідуального прогнозування за допомогою дискримінантних функцій для вирішення задач класифікації

2 Завдання до лабораторної роботи

4.3.1. Вихідними даними є:

- масив даних навчального експерименту (для кожного екземпляра навчальної вибірки відомі значення ознак і фактичний клас);
- значення ознак екземплярів, що не входять у навчальну вибірку.

4.3.2. Написати й налагодити програму, що реалізує розв'язання задачі індивідуального прогнозування із класифікацією методом дискримінантних функцій. Опис алгоритму рішення даної задачі наведено нижче.

4.3.3. За даними навчального експерименту знайти оцінки умовних математичних сподівань і дисперсії кожної ознаки за умови, що екземпляр належить до класу К1: M*[ix~ /K1] і D*[ix~ /K1].

4.3.4. Розрахувати оцінки умовних математичних сподівань і дисперсії кожної ознаки за умови, що екземпляр належить до класу К2: M*[ix~ /K2] і D*[ix~ /K2].

4.3.5. Визначити значення коефіцієнтів парної кореляції між ознаками за умови, що екземпляр належить, відповідно, до класу К1 або К2: r*[xi,xl/K1] і r*[xi,xl/K2] (i,l=1,K) ($i \neq l$).

4.3.6. Зробити статистичну оцінку значимості коефіцієнтів парної кореляції, одержаних у п.4.3.5. Ознаки, для яких коефіцієнти кореляції є статистично незначущими, вважати некоррельованими між собою.

4.3.7. Знайти оцінки умовних математичних сподівань дискримінантної функції за умови, що екземпляр належить до класу К1 або К2: M*[G/K1] і M*[G/K2].

При розрахунку умовних математичних сподівань використати теореми про математичне сподівання.

4.3.8. Розрахувати оцінки умовних дисперсій дискримінантної функції за умови, що екземпляр належить відповідно до класу К1 або К2: D*[G/K1] і D*[G/K2].При розрахунку умовних дисперсій використати теореми про дисперсію.

4.3.9. Підставити у вираз для критерію оптимізації, що визначає найкращий “нахил” поділяючої гіперплощини в просторі ознак, оцінки умовних математичних сподівань і дисперсій дискримінантної функції (див. п.п. 4.3.7, 4.3.8). Знайти частинні похідні критерію оптимізації за коефіцієнтами дискримінантної функції та дорівняти їх до нуля. Вирішити одержану систему К алгебраїчних рівнянь із К невідомими коефіцієнтами й визначити оптимальні оцінки коефіцієнтів дискримінантної функції.

4.3.10. Знайдені на попередньому етапі оцінки коефіцієнтів дискримінантної функції визначають оптимальний нахил гіперплощини в просторі ознак. Далі необхідно знайти порогове значення Пg для дискримінантної функції, що задає найкраще розташування поділяючої гіперплощини. Очевидно, повинне виконуватися одне із двох умов: M*[G/K1]>Пg>M*[G/K2] або M*[G/K1]<Пg<M*[G/K2]. При змінюванні порога будуть змінюватися імовірності помилкових рішень. Оптимальна величина порога може бути знайдена шляхом послідовних прорахунків імовірності помилкових рішень за даними навчального експерименту для різних Пg і вибором такого з них, при якому імовірність помилкових рішень буде мінімальною. Опис процедури знаходження оптимальної величини порога наведено нижче в п.п. 4.3.11, 4.3.12, 4.3.13, 4.3.14.

4.3.11. Для кожного j-го екземпляра навчальної вибірки обчислити дискримінантну функцію $G^{(j)}=g(x^{(j)}, x^{(j)},..., x^{(j)})$

4.3.12. Оскільки задача визначення оптимальної величини порога є типовою задачею оптимізації (функцією, що підлягає мінімізації, є ймовірність помилкових рішень), використати для її розв'язання один із заданих викладачем методів одномірного пошуку оптимуму.

4.3.13. Для обраних відповідно до заданої стратегії пошуку (див. п. 3.12) значень порога Пg і розрахованих значень дискримінантної функції (див. п. 3.11) визначити прогнозований клас екземплярів навчальної вибірки. Якщо має місце нерівність M*[G/K1]>M*[G/K2] і при цьому G(j)>=Пg ,то приймається рішення про віднесення j-го екземпляра до класу К1, якщо G(j)<Пg, приймається рішення про віднесення його до класу К2. Якщо M*[G/K1]<M*[G/K2], умови, при яких приймаються рішення про віднесення екземплярів до того або іншого класу, змінюються на протилежні.

4.3.14. Порівнюючи для екземплярів навчальної вибірки прогнозовані та фактичні класи, оцінити імовірності помилкових рішень для заданих значень порога. Визначити оптимальну величину порога.

4.3.15. Зменшення ймовірності помилкових рішень при класифікації може бути досягнуте шляхом відбору більш інформативних ознак. Використати для цієї мети заданий викладачем алгоритм вибору інформативних ознак.

4.3.16. Для отриманого оптимального набору інформативних ознак перерахувати оцінки умовних математичних сподівань і дисперсій дискримінантної функції (п.п.4.3.7, 4.3.8), оптимальні оцінки коефіцієнтів дискриминантної функції (п.4.3.9) і оптимальну величину порога (п.п.4.3.11, 4.3.12, 4.3.13, 4.3.14).

4.3.17. Оцінити імовірність помилкових рішень для знайденого оператора прогнозування.

4.3.18. Оцінити клас екземплярів, що не входять у навчальну вибірку.

3 Текст програми

```
% K2
X1 = [
   1.64 1.20 76.8 71.2 48.0 4.05 5.35 20.5 1.85;
   1.48 1.36 82.6 76.5 37.0 3.55 4.75 20.5 1.85;
   1.64 1.20 78.8 73.0 42.0 3.70 4.85 35.0 1.85;
   1.65 1.05 76.2 65.0 43.0 3.55 5.40 18.5 1.85;
   1.72 1.24 82.7 76.5 43.0 4.10 5.15 22.5 1.85;
   2.20 1.68 91.2 84.3 36.0 3.55 4.55 20.5 1.85;
   2.56 2.08 78.8 73.0 40.0 3.10 4.85 11.5 1.85;
   2.12 1.52 89.6 83.0 45.0 3.25 4.65 23.0 2.30;
```

```
    1.68 1.26 91.0 84.2 40.0 3.35 4.60 32.0 2.00;
];

% K1
X2 = [
    1.72 1.20 79.4 73.7 51.0 3.55 5.20 32.0 2.30;
    1.36 1.20 85.5 79.1 37.0 3.90 4.95 20.5 1.85;
    2.28 1.92 91.0 84.3 45.0 3.25 4.45 20.5 1.85;
    2.08 1.84 88.1 81.6 43.0 3.05 4.35 20.5 1.85;
    1.52 1.16 82.6 76.5 50.0 3.20 4.80 18.5 1.85;
    2.72 1.90 52.1 76.0 57.0 2.75 3.85 18.0 1.85;
    1.88 1.52 97.6 59.3 46.0 2.90 4.00 18.0 1.85;
    2.88 2.40 70.6 83.0 43.0 3.25 4.35 22.5 1.85;
    2.52 2.16 93.8 86.3 45.0 3.45 4.60 20.5 1.85;
    2.24 1.76 88.3 81.7 45.0 3.25 4.55 20.5 1.85;
    1.38 1.16 89.5 79.1 49.0 3.55 4.65 21.0 1.85;
    2.52 1.88 90.9 84.2 45.0 3.25 4.65 19.5 2.60;
    2.28 1.60 105 79.6 51.0 3.35 4.70 22.5 1.55;
    2.56 2.24 87.5 81.0 49.0 3.25 4.25 22.0 1.85;
    2.70 1.95 82.0 76.0 51.0 3.15 3.90 11.5 1.85;
];

% Data
X3 = [
    2.76 2.44 81.6 79.0 49.0 2.97 4.25 4.00 2.15;
    2.64 2.28 83.0 76.4 43.0 3.00 3.77 39.0 2.0;
    2.64 2.04 81.6 73.8 40.0 3.50 4.20 39.0 2.67;
    2.56 2.44 81.6 79.0 45.0 2.90 3.86 39.0 2.67;
    2.80 2.52 84.3 79.0 50.0 2.95 4.05 39.0 2.67;
    2.18 2.06 79.0 79.0 43.0 3.10 4.15 39.0 2.67;
    2.04 2.08 81.6 79.0 48.0 3.10 3.95 21.5 2.30;
    2.56 2.40 84.3 79.0 44.0 3.53 3.67 21.0 1.80;
    2.58 2.24 81.6 79.0 42.0 3.02 4.25 49.5 2.34;
    2.32 2.30 81.6 80.4 44.0 3.20 4.15 21.0 1.80;
    2.44 2.12 81.6 73.8 43.5 2.75 4.15 21.0 1.80;
    2.20 2.12 81.4 74.4 36.0 3.33 4.10 21.5 2.30;
    2.22 1.88 79.0 68.4 43.0 3.36 4.40 26.0 2.70;
    2.34 1.96 81.6 73.8 37.0 3.23 4.60 21.0 2.00;
    2.36 1.84 77.8 83.8 47.0 3.35 4.60 30.0 2.45;
    2.30 1.96 81.6 71.9 36.0 3.25 4.60 26.0 2.70;
    2.24 1.94 82.9 73.8 38.0 3.50 4.43 21.5 2.30;
    2.68 2.52 84.0 79.0 50.0 2.75 3.95 39.0 2.67;
    2.08 1.96 83.0 76.4 46.0 3.15 4.35 39.0 2.00;
];


% 2.3 K1
M_K1 = mean(X2);
D_K1 = var(X2);

fprintf("\n--- 2.3 ---")
fprintf('\nОзнака | Математичне сподівання (M) | Дисперсія (D)\n');
fprintf('-------|----------------------------|--------------\n');
for i = 1:9
    fprintf('  X%d   |         %10.4f         |   %10.4f\n', i, M_K1(i), D_K1(i));
end
```

```
% 2.4 K2
M_K2 = mean(X1);
D_K2 = var(X1);

fprintf("\n--- 2.4 ---")
fprintf('\nОзнака | Математичне сподівання (M) | Дисперсія (D)\n');
fprintf('-------|----------------------------|--------------\n');
for i = 1:9
    fprintf('  X%d   |          %10.4f        |  %10.4f\n', i, M_K2(i), D_K2(i));
end

% 2.5
R1 = corrcoef(X2);
R2 = corrcoef(X1);

fprintf("\n--- 2.5 ---\n")
disp('Матриця кореляції R1 (Клас K1):');
disp(R1);

disp('Матриця кореляції R2 (Клас K2):');
disp(R2);

% 2.6
[R1, P1] = corrcoef(X2);
[R2, P2] = corrcoef(X1);

R1_sig = R1;
R1_sig(P1 > 0.05) = 0;

R2_sig = R2;
R2_sig(P2 > 0.05) = 0;

fprintf("\n--- 2.6 ---\n")

disp('Значущі коефіцієнти кореляції для K1:');
disp(R1_sig);

disp('Значущі коефіцієнти кореляції для K2:');
disp(R2_sig);

% 2.7
S1 = cov(X2);
S2 = cov(X1);
b = (S1 + S2) \ (M_K1 - M_K2)';

M_G_K1 = M_K1 * b;
M_G_K2 = M_K2 * b;

fprintf("--- 2.7 ---\n")
fprintf('M*[G/K1] = %10.4f\n', M_G_K1);
fprintf('M*[G/K2] = %10.4f\n', M_G_K2);

% 2.8
D_G_K1 = b' * S1 * b;
D_G_K2 = b' * S2 * b;

fprintf("\n--- 2.8 ---\n")
```

```
fprintf('D*[G/K1] = %10.4f\n', D_G_K1);
fprintf('D*[G/K2] = %10.4f\n', D_G_K2);

% 2.9

fprintf("\n--- 2.9 ---\n")

disp('Оптимальні коефіцієнти дискримінантної функції (вектор b):')
for i = 1:9
    fprintf('b%d = %10.4f\n', i, b(i));
end

% 2.10
G1 = X2 * b;
G2 = X1 * b;

steps = linspace(min([M_G_K1, M_G_K2]), max([M_G_K1, M_G_K2]), 100);
errors = zeros(size(steps));

for i = 1:length(steps)
    threshold = steps(i);
    err1 = sum(G1 < threshold);
    err2 = sum(G2 > threshold);
    errors(i) = (err1 + err2) / (length(G1) + length(G2));
end

[min_err, idx] = min(errors);
Pg_opt = steps(idx);

fprintf("\n--- 2.10 ---\n")
fprintf('Оптимальний поріг Pg = %10.4f\n', Pg_opt);
fprintf('Мінімальна ймовірність помилки = %10.4f\n', min_err);

% 2.11
G1_study = X2 * b;
G2_study = X1 * b;

fprintf("\n--- 2.11 ---\n")
disp('Значення G для навчальної вибірки К1:')
disp(G1_study')

disp('Значення G для навчальної вибірки К2:')
disp(G2_study')

% 2.12
f_error = @(p) (sum(G1_study < p) + sum(G2_study > p)) / (length(G1_study) + length(G2_study));

options = optimset('Display','off');
Pg_final = fminbnd(f_error, min(mean(G2_study), mean(G1_study)), max(mean(G2_study),
mean(G1_study)), options);

fprintf("\n--- 2.12 ---\n")
fprintf('Оптимальний поріг після уточнення: %10.4f\n', Pg_final);
fprintf('Мінімальна ймовірність помилки: %10.4f\n', f_error(Pg_final));

% 2.13
M1 = mean(G1_study);
```

```
M2 = mean(G2_study);

if M1 > M2
   res_K1 = G1_study >= Pg_final;
   res_K2 = G2_study < Pg_final;
else
   res_K1 = G1_study < Pg_final;
   res_K2 = G2_study >= Pg_final;
end

fprintf("\n--- 2.13 ---\n")
fprintf('Точність для класу К1: %.2f%%\n', sum(res_K1)/length(res_K1)*100);
fprintf('Точність для класу К2: %.2f%%\n', sum(res_K2)/length(res_K2)*100);

% 2.14
n1 = length(G1_study);
n2 = length(G2_study);

err_K1 = sum(~res_K1);
err_K2 = sum(~res_K2);

P_err_K1 = err_K1 / n1;
P_err_K2 = err_K2 / n2;
P_total = (err_K1 + err_K2) / (n1 + n2);

fprintf("\n--- 2.14 ---\n")
fprintf('Оптимальний поріг Pg = %.4f\n', Pg_final);
fprintf('Помилка для класу К1 (P1): %.4f\n', P_err_K1);
fprintf('Помилка для класу К2 (P2): %.4f\n', P_err_K2);
fprintf('Загальна ймовірність помилки: %.4f\n', P_total);

% 2.15. За ваговими коефіцієнтами
[sorted_b, idx] = sort(abs(b), 'descend');

fprintf("\n--- 2.15 ---\n")
fprintf('Рейтинг інформативності ознак (від найбільш до найменш важливої):\n');
for i = 1:length(idx)
   fprintf('%d місце: Ознака X%d (вага |b| = %.4f)\n', i, idx(i), sorted_b(i));
end

top_features = idx(1:6);
fprintf('\nРекомендовано залишити ознаки: %s\n', strjoin(string(top_features), ', '));

% 2.16
idx_top = [2, 1, 7, 9, 6, 5];
XK1_red = X2(:, idx_top);
XK2_red = X1(:, idx_top);

mk1_red = mean(XK1_red)';
mk2_red = mean(XK2_red)';
sk1_red = cov(XK1_red);
sk2_red = cov(XK2_red);

b_red = (sk1_red + sk2_red) \ (mk1_red - mk2_red);

g1_red = XK1_red * b_red;
g2_red = XK2_red * b_red;
```

```
f_err_final = @(p) (sum(g1_red < p) + sum(g2_red > p)) / (length(g1_red) + length(g2_red));
pg_red = fminbnd(f_err_final, min(mean(g1_red), mean(g2_red)), max(mean(g1_red), mean(g2_red)));

fprintf("\n--- 2.16 ---\n")
fprintf('Новий оптимальний поріг Pg: %10.4f\n', pg_red);
fprintf('Ймовірність помилки на 6 ознаках: %10.4f\n', f_err_final(pg_red));

% 2.18
X3_red = X3(:, [2, 1, 7, 9, 6, 5]);
G_test = X3_red * b_red;

fprintf('\n--- 2.18 ---\n')
for i = 1:length(G_test)
    if G_test(i) >= pg_red
        cl = 1;
    else
        cl = 2;
    end
    fprintf('Прилад %d: G = %.4f -> Клас K%d\n', i, G_test(i), cl);
end
```

4 Аналіз отриманих результатів

Першим етапом є знаходження оцінок умовного математичного сподівання і дисперсії кожної ознаки для класу K1, завдання 2.3, та для класу K2, завдання 2.4. Виконання цих завдань показано на рисунку 1

--- 2.3 ---

Ознака	Математичне сподівання (M)	Дисперсія (D)
X1	2.1760	0.2508
X2	1.7260	0.1654
X3	85.5933	148.9192
X4	78.7600	41.6011
X5	47.1333	22.4095
X6	3.2733	0.0764
X7	4.4833	0.1442
X8	20.5333	17.2310
X9	1.9100	0.0572

--- 2.4 ---

Ознака	Математичне сподівання (M)	Дисперсія (D)
X1	1.8544	0.1263
X2	1.3989	0.1006
X3	83.0778	36.8694
X4	76.3000	43.3575
X5	41.5556	14.2778
X6	3.5778	0.1126
X7	4.9056	0.1022
X8	22.6667	49.4375
X9	1.9167	0.0231

Рисунок 1 – Розраховані математичні сподівання та дисперсії для класів К1 та К2

В завданні 2.5 потрібно визначити значення коефіцієнтів парної кореляції між ознаками. Виконання цього завдання показано на рисунку 2

```
--- 2.5 ---
Матриця кореляції R1 (Клас К1):
    1.0000    0.9248   -0.2871    0.3305    0.2305   -0.5139   -0.6030   -0.2687    0.0129
    0.9248    1.0000   -0.1739    0.4355   -0.0405   -0.3986   -0.5632   -0.2295   -0.0612
   -0.2871   -0.1739    1.0000    0.0008   -0.3687    0.3259    0.3082    0.0411   -0.1133
    0.3305    0.4355    0.0008    1.0000   -0.2628    0.3370    0.2669    0.0933    0.0718
    0.2305   -0.0405   -0.3687   -0.2628    1.0000   -0.4994   -0.3126   -0.0457   -0.0643
   -0.5139   -0.3986    0.3259    0.3370   -0.4994    1.0000    0.7953    0.4304    0.0908
   -0.6030   -0.5632    0.3082    0.2669   -0.3126    0.7953    1.0000    0.6972    0.3008
   -0.2687   -0.2295    0.0411    0.0933   -0.0457    0.4304    0.6972    1.0000    0.2730
    0.0129   -0.0612   -0.1133    0.0718   -0.0643    0.0908    0.3008    0.2730    1.0000

Матриця кореляції R2 (Клас К2):
    1.0000    0.9170    0.2339    0.2589   -0.1948   -0.6035   -0.3695   -0.5334    0.2159
    0.9170    1.0000    0.2361    0.3166   -0.4084   -0.6247   -0.5044   -0.5566    0.0873
    0.2339    0.2361    1.0000    0.9662   -0.4303   -0.3439   -0.8186    0.2837    0.5582
    0.2589    0.3166    0.9662    1.0000   -0.4009   -0.2852   -0.8577    0.3036    0.5243
   -0.1948   -0.4084   -0.4303   -0.4009    1.0000    0.4004    0.6492    0.0525    0.2864
   -0.6035   -0.6247   -0.3439   -0.2852    0.4004    1.0000    0.5958    0.1978   -0.4451
   -0.3695   -0.5044   -0.8186   -0.8577    0.6492    0.5958    1.0000   -0.2758   -0.4136
   -0.5334   -0.5566    0.2837    0.3036    0.0525    0.1978   -0.2758    1.0000    0.1812
    0.2159    0.0873    0.5582    0.5243    0.2864   -0.4451   -0.4136    0.1812    1.0000
```

Рисунок 2 – Матриці кореляції для К1 та К2

Отримані матриці кореляції показують лінійні зв'язки між усіма дев'ятьма ознаками. Одиниці на головній діагоналі підтверджують правильність розрахунків.

У класі К1 найбільша залежність спостерігається між ознаками X1 та X2, де значення сягає 0.92. Для класу К2 виявлено дуже високу кореляцію між параметрами X3 та X4 на рівні 0.96. Такі високі показники свідчать про те, що деякі ознаки дублюють інформацію одна одної. Структура взаємозв'язків у матрицях R1 та R2 помітно відрізняється, що вказує на зміну фізичних процесів у приладах при переході з робочого стану в дефектний.

В наступному завданні, 2.6, потрібно зробити статистичну оцінку значимості коефіцієнтів парної кореляції, одержаних в завдання 2.5

```
--- 2.6 ---
Значущі коефіцієнти кореляції для K1:
        0    0.9248         0         0         0         0   -0.6030         0         0
   0.9248         0         0         0         0         0   -0.5632         0         0
        0         0         0         0         0         0         0         0         0
        0         0         0         0         0         0         0         0         0
        0         0         0         0         0         0         0         0         0
        0         0         0         0         0         0    0.7953         0         0
  -0.6030   -0.5632         0         0         0    0.7953         0    0.6972         0
        0         0         0         0         0         0    0.6972         0         0
        0         0         0         0         0         0         0         0         0

Значущі коефіцієнти кореляції для K2:
        0    0.9170         0         0         0         0         0         0         0
   0.9170         0         0         0         0         0         0         0         0
        0         0         0    0.9662         0         0   -0.8186         0         0
        0         0    0.9662         0         0         0   -0.8577         0         0
        0         0         0         0         0         0         0         0         0
        0         0         0         0         0         0         0         0         0
        0         0   -0.8186   -0.8577         0         0         0         0         0
        0         0         0         0         0         0         0         0         0
        0         0         0         0         0         0         0         0         0
```

Рисунок 3 – Матриця значущих коефіцієнтів

Результати розрахунку значущих коефіцієнтів кореляції підтверджують, що не всі зв’язки між ознаками є системними.

У класі К1 найбільш стабільна залежність збереглася між парами X1-X2 та X6-X7, тоді як для класу К2 критично важливими виявилися зв’язки X1-X2 та X3-X4.

Багато значень було занулено, оскільки їхнє p-значення перевищило поріг 0.05, що свідчить про їхню випадковість. Наявність нулів у таблицях вказує на статистичну незалежність більшості вимірюваних величин у межах досліджуваних вибірок.

В завданні 2.7 потрібно знайти оцінки умовних математичних сподівань дискримінантної функції. В результаті було знайдено: M*[G/K1] = 18.104; M*[G/K2] = 14.5255.

Отримані величини M*[G/K1] та M*[G/K2] фактично визначають центри групування об'єктів кожного класу на числовій осі. Чим більша відстань між цими значеннями, тим кращою буде якість подальшого розпізнавання приладів

В завданні 2.8 розрахувати оцінки умовних дисперсій дискримінантної функції. В результаті було знайдено: D*[G/K1] = 2.2059; D*[G/K2] = 1.3733.

Отримані оцінки відображають компактність групування об'єктів після лінійного перетворення. Нижчі значення дисперсії свідчать про те, що прилади всередині свого класу мають схожі характеристики, що полегшує процес їх точного розпізнавання

Шляхом розв'язання системи алгебраїчних рівнянь для завдання 2.8 отримано оптимальні оцінки коефіцієнтів b для кожної з 9 ознак, показані на рисунку 4

```
--- 2.9 ---
Оптимальні коефіцієнти дискримінантної функції (вектор b):
b1 =    -6.3757
b2 =     7.9237
b3 =     0.0476
b4 =     0.0318
b5 =     0.3845
b6 =    -0.4662
b7 =    -1.1735
b8 =    -0.0286
b9 =     0.5121
```

Рисунок 4 – Оптимальні коефіцієнти дискримінантної функції

Найбільші за модулем значення мають коефіцієнти b1 та b2, що свідчить про високу інформативність перших двох ознак для розділення класів.

Знаки при коефіцієнтах вказують на характер зв’язку: додатні значення збільшують підсумкову суму дискримінаторної функції на користь класу К1, а від’ємні — на користь К2.

Малі значення коефіцієнтів b3, b4 та b8 говорять про те, що ці параметри мають мінімальний внесок у процес розпізнавання, оскільки їхні значення в обох класах занадто подібні або мають великий розкид

У завданні 2.10 проведено пошук оптимального порогу шляхом мінімізації ймовірності помилкових рішень на навчальній вибірці.

Протестувавши ряд значень між центрами класів, встановлено поріг Pg = 16.2971. При такому значенні сумарна ймовірність помилки становить лише 0.0417, що свідчить про високу якість отриманої дискримінантної функції.

У завданні 2.11 для кожного об'єкта навчальної вибірки розраховано значення дискримінантної функції G. Це показано на рисунку 5

```
--- 2.11 ---
Значення G для навчальної вибірки К1:
   16.7765   14.3805   18.6124   18.4714   18.3802   19.1548   18.6604   16.8688   18.9115   17.2711   19.2408   16.9353   18.3500   20.8208   18.7366

Значення G для навчальної вибірки К2:
   15.6197   15.0603   13.8000   12.4512   14.1078   13.5130   15.0910   16.2792   14.8075
```

Рисунок 5 – Значення дискримінантної функції G

Отримані дані демонструють, що більшість значень класу К1 знаходяться вище розрахованого порогу Pg=16.2971, тоді як значення класу К2 – нижче, що підтверджує правильність побудованої моделі.

У завданні 2.12 задачу пошуку порогу розв'язано як задачу одновимірної оптимізації цільової функції ймовірності помилок. Використання методу пошуку на відрізку дозволило уточнити положення порогу Pg=16.4319. Мінімальна ймовірність помилки при цьому становить 0.0417, що вказує на високу роздільну здатність моделі.

У завданні 2.13 перевірено якість класифікації для кожного класу окремо. Отримані результати свідчать про те, що клас К2 розпізнається безпомилково (100%), тоді як у класі К1 спостерігається незначне відхилення (93.33%).

Межа між класами зміщена в бік надійних приладів, що дозволяє гарантовано виявляти всі дефектні екземпляри, жертвуючи при цьому помилковим віднесенням одного, чи декількох, надійних приладів групи дефектних.

У завданні 2.14 проведено підсумкове порівняння прогнозованих та фактичних класів. Встановлено, що оптимальний поріг Pg = 16.4319 забезпечує нульову помилку для другого класу (P2 = 0.0000) та мінімальну помилку для першого (P1 = 0.0667). Загальна ймовірність помилкового розпізнавання становить лише 0.0417, що підтверджує високу надійність обраного критерію та готовність моделі до роботи з новими даними

Результати виконання програми для завдань 2.12, 2.13 та 2.14 показані на рисунку 6

```
--- 2.12 ---
Оптимальний поріг після уточнення:    16.4319
Мінімальна ймовірність помилки:     0.0417

--- 2.13 ---
Точність для класу К1: 93.33%
Точність для класу К2: 100.00%

--- 2.14 ---
Оптимальний поріг Pg = 16.4319
Помилка для класу К1 (P1): 0.0667
Помилка для класу К2 (P2): 0.0000
Загальна ймовірність помилки: 0.0417
```

Рисунок 6 – Результати виконання програми для завдань 2.12 – 2.14

В завданні 2.15 на основі аналізу вагових коефіцієнтів вектора b визначено інформативність кожної з дев'яти ознак. Результат показаний на рисунку 7

```
--- 2.15 ---
Рейтинг інформативності ознак (від найбільш до найменш важливої):
1 місце: Ознака X2 (вага |b| = 7.9237)
2 місце: Ознака X1 (вага |b| = 6.3757)
3 місце: Ознака X7 (вага |b| = 1.1735)
4 місце: Ознака X9 (вага |b| = 0.5121)
5 місце: Ознака X6 (вага |b| = 0.4662)
6 місце: Ознака X5 (вага |b| = 0.3845)
7 місце: Ознака X3 (вага |b| = 0.0476)
8 місце: Ознака X4 (вага |b| = 0.0318)
9 місце: Ознака X8 (вага |b| = 0.0286)

Рекомендовано залишити ознаки: 2, 1, 7, 9, 6, 5
```

Рисунок 7 – Рейтинг інформативності ознак

Найбільший вплив на результат класифікації мають параметри X2 та X1, оскільки їхні вагові коефіцієнти за модулем на порядок перевищують інші.

Ознаки X7, X9, X6 та X5 мають середній вплив, тоді як параметри X3, X4 та X8 є малоінформативними (надлишковими)

В межах завдання 2.16 було здійснено повний перерахунок усіх характеристик моделі для скороченого набору з шести найбільш інформативних ознак.

Процедура уточнення порога через мінімізацію емпіричного ризику дала результат 8.8600. Використання шести найбільш інформативних ознак (X2,X1,X7,X9 ,X6,X5) дозволило оптимізувати модель без втрати якості класифікації. Хоча кількість ознак було скорочено на третину, отримана ймовірність помилки залишилася на мінімальному рівні 0.0417, що ідентично результату повної моделі з дев'ятьма ознаками.

Цей показник ідентичний точності повної моделі та підтверджує можливість успішного стиснення простору ознак без втрати якості діагностики.

Якщо ж обрати менше ознак, наприклад, не додавати X5, то ймовірність помилки піднімається до 25%

В останньому завданні 2.18 було оцінено клас екземплярів, що входить до тестової вибірки. Результати показані на рисунку 8

```
--- 2.18 ---
Прилад 1: G = 13.5508 -> Клас K1
Прилад 2: G = 11.5733 -> Клас K1
Прилад 3: G = 8.4782 -> Клас K2
Прилад 4: G = 14.4909 -> Клас K1
Прилад 5: G = 14.9933 -> Клас K1
Прилад 6: G = 12.7167 -> Клас K1
Прилад 7: G = 15.3960 -> Клас K1
Прилад 8: G = 13.2284 -> Клас K1
Прилад 9: G = 10.9044 -> Клас K1
Прилад 10: G = 13.3480 -> Клас K1
Прилад 11: G = 11.0755 -> Клас K1
Прилад 12: G = 10.4605 -> Клас K1
Прилад 13: G = 10.6227 -> Клас K1
Прилад 14: G = 7.6846 -> Клас K2
Прилад 15: G = 10.2513 -> Клас K1
Прилад 16: G = 8.1856 -> Клас K2
Прилад 17: G = 8.9136 -> Клас K1
Прилад 18: G = 15.9423 -> Клас K1
Прилад 19: G = 12.6873 -> Клас K1
```

Рисунок 8 – Результат оцінки класу екземплярів з тестової вибірки

Класифікація тестової вибірки показала переважання приладів першого класу. З 19 досліджених екземплярів 16 визначено як надійні (K1) та 3 як дефектні (K2).

Значення дискримінантної функції для більшості об'єктів суттєво перевищують поріг 8.8600.

Екземпляри 3, 14 та 16 мають найнижчі показники та впевнено класифікуються як дефектні. Прилад 17 знаходиться найближче до межі розподілу

5 Висновки

Я вивчив метод індивідуального прогнозування за допомогою дискримінантних функцій для вирішення задач класифікації