

Lab 10

Teoria śladów

Cz. 1

Adrian Madej 10.12.2023

1. Treść zadań

Zadanie 1

Rozważmy zbiór zmiennych („bazę danych”) $\{x, y, z\}$

i następujący zbiór akcji („transakcji”) modyfikujących wartości tych zmiennych:

(a) $x := x + y$

(b) $y := y + 2z$

(c) $x := 3x + z$

(d) $z := y - z.$

Akcje możemy wykonywać współbieżnie z następującym zastrzeżeniem: akcja zmieniająca wartość zmiennej nie może być wykonana współbieżnie z akcją odczytującą lub modyfikującą stan tej samej zmiennej. W języku teorii śladów: dwie akcje są zależne jeśli obie operują na tej samej zmiennej, a przynajmniej jedna z nich modyfikuje wartość tej zmiennej.

Zadanie 1a

W alfabecie $A = \{a, b, c, d\}$ określ relacje zależności i niezależności.

Zadanie 1b

Wyznacz ślad wyznaczony przez słowo $w = baadcb$ względem powyższej relacji niezależności.

Zadanie 1c

Wyznacz postać normalną Foaty śladu [w] można skorzystać z algorytmu z pracy [Volker Diekert, Yves Métivier : Partial Commutation and Traces str 11](#)

Zadanie 1d

Narysuj graf zależności Diekerta (w postaci zminimalizowanej - bez krawędzi "przechodnich") dla słowa w.

Zadanie 2

Dany jest zbiór akcji:

- (a) $x \leftarrow y + z$
- (b) $y \leftarrow x + w + y$
- (c) $x \leftarrow x + y + v$
- (d) $w \leftarrow v + z$
- (e) $v \leftarrow x + v + w$
- (f) $z \leftarrow y + z + v.$

Zadanie 2a

W alfabecie $A = \{ a, b, c, d, e, f \}$ określ relacje zależności i niezależności.

Zadanie 2b

Wyznacz postać normalną Foaty śladu [u], $u = acdcfbbe$

Zadanie 2c

Narysuj graf zależności Diekerta (w postaci zminimalizowanej - bez krawędzi "przechodnich") dla słowa u.

2. Rozwiązywanie zadań

Zadanie 1a

Relacja zależności:

$$D = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, d), (c, a), (c, c), (c, d), (d, b), (d, c), (d, d)\}$$

Relacja niezależności:

$$I = \{(a, d), (d, a), (b, c), (c, b)\}$$

Zadanie 1b

Ślad wyznaczony przez słowo $w = baadcb$ względem powyższej relacji niezależności:

$$[baadcb]_I = \{baadcb, badacb, baadbc, badabc, bdaabc, bdaacb\}$$

Otrzymujemy sześć możliwych permutacji, ponieważ możemy zamienić kolejność niezależnych od siebie sąsiednich operacji.

Zadanie 1c

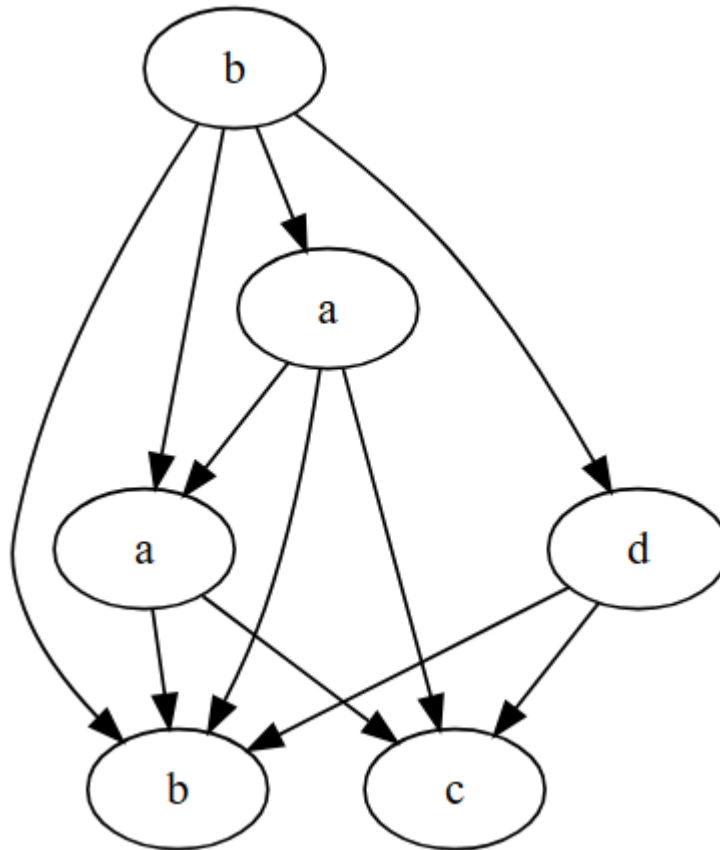
Postać normalna Foata śladu $[w]$:

$$[w] = (b)(ad)(a)(bc)$$

Zadanie 1d

Do rysowania grafu posłużymy stronie [Webgraphviz](https://www.webgraphviz.com).

Graf Diekerta dla słowa w:

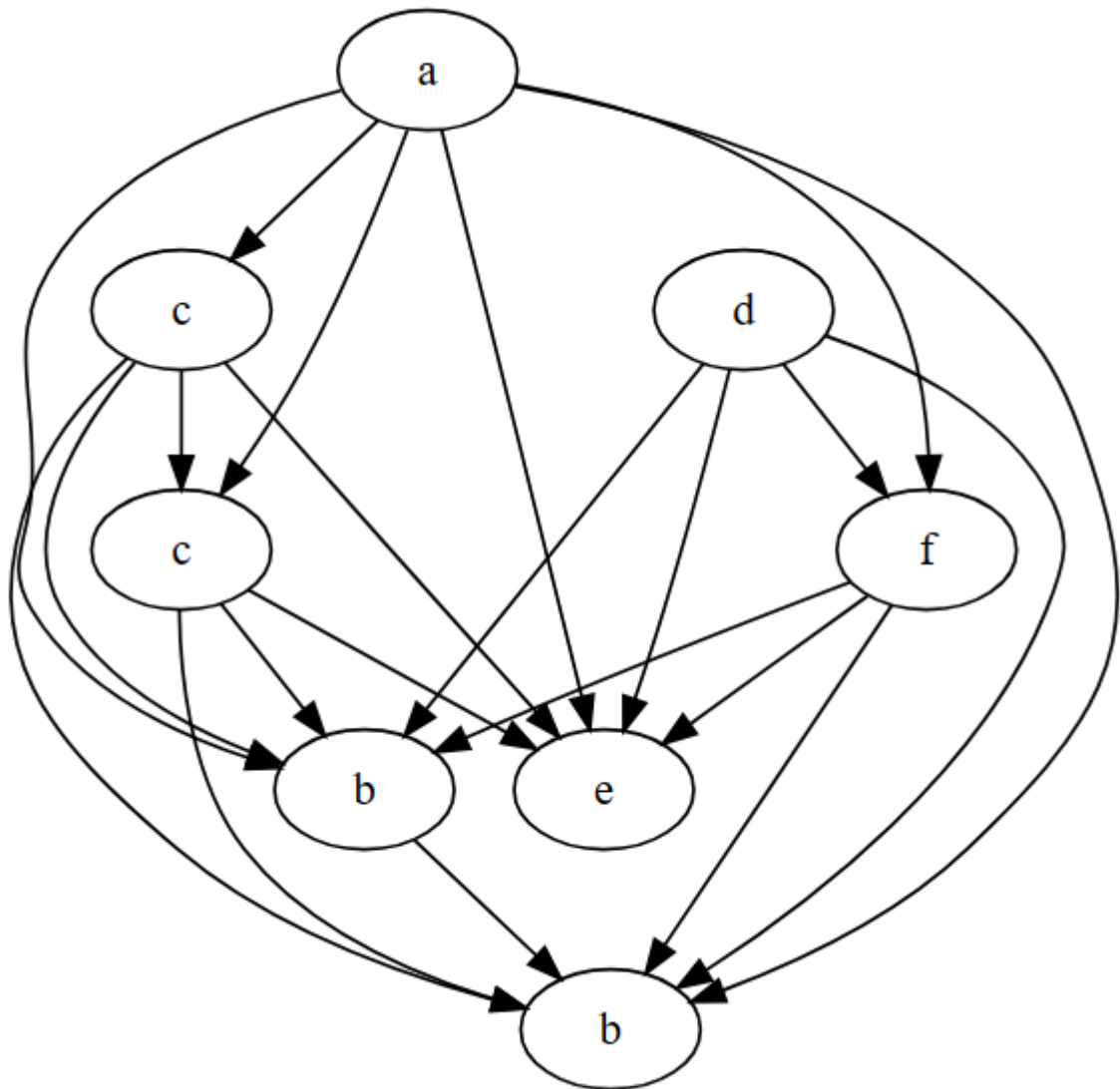


Rys. 1 Graf Diekerta dla słowa w

Usuając krawędzie przechodnie w grafie czyli: (b, b) , (b, a) , (a, c) , (a, b) otrzymujemy graf zależności Diekerta w postaci zminimalizowanej dla słowa w:

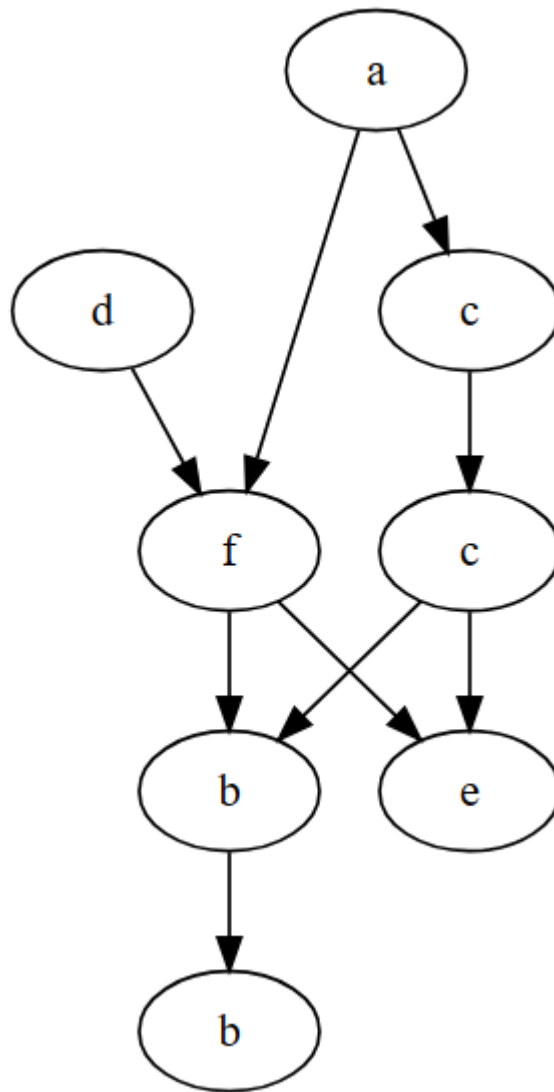
Zadanie 2c

Graf zależności Diekerta dla słowa u



Rys. 3 Graf Diekerta dla słowa u

Usuając krawędzie przechodnie w grafie czyli: (a, e) , (d, e) , (c, b) , (a, c) , (f, b) , (a, b) , (c, e) , (d, b) , (a, b) , (c, b) , (c, b) , (d, b) otrzymujemy graf zależności Diekerta w postaci zminimalizowanej dla słowa u:



Rys. 4 Graf Diekierta dla słowa u, w postaci zminimalizowanej

Grafy w postaci dot znajdują się w pliku grafy_10.pdf (można ich użyć do narysowania grafów na wcześniej wspomnianej stronie).

3. Wnioski

- Akcje, które operują na różnych zmiennych, mogą być wykonywane współbieżnie, ponieważ nie mają wpływu na siebie nawzajem.
- Akcje, które operują na tych samych zmiennych, są zależne, zwłaszcza jeśli jedna z akcji modyfikuje wartość zmiennej, a druga zależy od tej zmiennej.

- W przypadku zależności między akcjami, ważna jest kolejność ich wykonywania. Wykonanie jednej akcji przed drugą może wpłynąć na wynik końcowy.
- Analiza śladów, takich jak [w] dla danego słowa w, pozwala na zrozumienie, w jaki sposób akcje wpływają na zmienne, na przykład w przypadku [w = baadcb], ślad [w] można analizować, aby zobaczyć, jak zmienne x, y, z zmieniają się w wyniku wykonania poszczególnych akcji.
- Rysowanie grafu zależności, takiego jak graf Diekerta, może pomóc w zrozumieniu relacji między akcjami i zmiennymi.

4. Bibliografia

(Każdy podpunkt jest hiperłączem)

- [Strona laboratorium](#)
- [Rysowanie grafów online](#)
- [Wikipedia](#)