

**CẤU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT**  
**CONTEST 4 – GIẢI THUẬT CHIA VÀ TRỊ**

**BÀI 21. LŨY THỪA**

Cho số nguyên dương  $N$  và  $K$ . Hãy tính  $N^K$  modulo  $10^9+7$ .

**Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test  $T$  ( $T \leq 20$ ).

Mỗi test gồm 1 số nguyên  $N$  và  $K$  ( $1 \leq N \leq 1000$ ,  $1 \leq K \leq 10^9$ ).

**Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

**Ví dụ:**

Input:	Output
2	8
2 3	1 6
4 2	

**BÀI 22. TÌM KIẾM NHỊ PHÂN**

Cho dãy số  $A[]$  gồm có  $N$  phần tử đã được sắp xếp tăng dần và số  $K$ .

Nhiệm vụ của bạn là kiểm tra xem số  $K$  có xuất hiện trong dãy số hay không. Nếu có hãy in ra vị trí trong dãy  $A[]$ , nếu không in ra “NO”.

**Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test  $T$  ( $T \leq 10$ ).

Mỗi test bắt đầu bằng số nguyên  $N$  và  $K$  ( $N \leq 100\,000$ ,  $0 \leq K \leq 10^6$ ).

Dòng tiếp theo gồm  $N$  số nguyên  $A[i]$  ( $0 \leq A[i] \leq 10^6$ ), các phần tử là riêng biệt.

**Output:**

Với mỗi test in ra trên một dòng đáp án tìm được.

**Ví dụ:**

Input:	Output
2	3
5 3	NO
1 2 3 4 5	
6 5	
0 1 2 3 9 10	

**BÀI 23. GẤP ĐÔI DÃY SỐ**

Một dãy số tự nhiên bắt đầu bởi con số 1 và được thực hiện  $N-1$  phép biến đổi “gấp đôi” dãy số như sau: Với dãy số  $A$  hiện tại, dãy số mới có dạng  $A, x, A$  trong đó  $x$  là số tự nhiên bé nhất chưa xuất hiện trong  $A$ .

Ví dụ với 2 bước biến đổi, ta có  $[1] \rightarrow [1\ 2\ 1] \rightarrow [1\ 2\ 1\ 3\ 1\ 2\ 1]$ .

Các bạn hãy xác định số thứ  $K$  trong dãy số cuối cùng là bao nhiêu?

**Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test  $T$  ( $T \leq 20$ ).

Mỗi test gồm số nguyên dương  $N$  và  $K$  ( $1 \leq N \leq 50$ ,  $1 \leq K \leq 2^N - 1$ ).

**Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

**Ví dụ:**

Input	Output
2	2
3 2	4
4 8	

Giải thích test 1: Dãy số thu được là [1, 2, 1, 3, 1, 2, 1].

Giải thích test 2: Dãy số thu được là [1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 4, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1].

## BÀI 24. ĐẾM DÃY

Cho số nguyên dương  $n$ . Hãy cho biết có bao nhiêu dãy số nguyên dương có tổng các phần tử trong dãy bằng  $n$ .

**Dữ liệu vào:** dòng đầu tiên chứa số nguyên  $T$  là số bộ dữ liệu, mỗi bộ dữ liệu ghi một số nguyên dương  $n$  duy nhất không qua  $10^{18}$ .

**Kết quả:** Mỗi bộ dữ liệu ghi ra một số nguyên duy nhất là số dư của kết quả tìm được khi chia cho 123456789.

**Ví dụ:**

Input	Output
1	4
3	

## BÀI 25. DÃY XÂU FIBONACI

Một dãy xâu ký tự  $G$  chỉ bao gồm các chữ cái A và B được gọi là dãy xâu Fibonacci nếu thỏa mãn tính chất:  $G(1) = A$ ;  $G(2) = B$ ;  $G(n) = G(n-2) + G(n-1)$ . Với phép cộng (+) là phép nối hai xâu với nhau. Bài toán đặt ra là tìm ký tự ở vị trí thứ  $i$  (tính từ 1) của xâu Fibonacci thứ  $n$ .

**Dữ liệu vào:** Dòng 1 ghi số bộ test. Mỗi bộ test ghi trên một dòng 2 số nguyên  $N$  và  $i$  ( $1 < N < 93$ ). Số  $i$  đảm bảo trong phạm vi của xâu  $G(N)$  và không quá 18 chữ số. **Kết quả:** Ghi ra màn hình kết quả tương ứng với từng bộ test.

Input	Output
2	A
6 4	B
8 19	

## BÀI 26. HỆ CƠ SỐ K

Cho hai số  $A, B$  ở hệ cơ số  $K$ . Hãy tính tổng hai số đó ở hệ cơ số  $K$ .

**Input:** Chỉ có 1 dòng ghi 2 số  $K, A, B$

( $2 \leq K \leq 10$ ;  $A$  và  $B$  nếu biểu diễn trong hệ cơ số 10 đều nhỏ hơn  $10^9$ )

**Output:** In ra tổng của  $A$  và  $B$  trong hệ cơ số  $K$

**Ví dụ:**

Input	Output
2 1 10	11

## BÀI 27. ĐẾM SỐ BÍT 1

Cho số nguyên dương  $N$ . Mỗi bước, bạn sẽ biến đổi  $N$  thành  $[N/2]$ ,  $N \bmod 2$ ,  $[N/2]$ . Sau khi thực hiện một cách triệt để, ta thu được một dãy số chỉ toàn số 0 và 1.

Nhiệm vụ của bạn là hãy đếm các số bằng 1 trong đoạn  $[L, R]$  của dãy số cuối cùng.

**Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test  $T$  ( $T \leq 20$ ).

Mỗi test gồm 3 số nguyên N, L, R ( $1 \leq N, L, R < 2^{50}$ ,  $0 \leq R-L \leq 100\,000$ ).

**Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

**Ví dụ:**

Input	Output
2	4
7 2 5	5
10 3 10	

Giải thích test 1:  $[7] \rightarrow [3, 1, 3] \rightarrow [1, 1, 1, 1, 3] \rightarrow [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$ .

Giải thích test 2: Dãy số sau khi biến đổi là  $[1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1]$ .

## BÀI 28. SẮP XẾP KANGURU

Có N con kanguru trong vườn thú, con thứ i có chiều cao bằng A[i]. Con kanguru có chiều cao X có thể chứa được một con có chiều cao bằng Y trong túi của nó nếu như  $X \geq 2*Y$ .

Một con đã chứa một con kanguru rồi, thì không thể nhảy vào túi một con kanguru khác.

Bầy Kanguru rất thích chơi trốn tìm, vì vậy chúng thường xuyên nhảy vào túi của nhau. Các bạn hãy tính toán xem trong trường hợp tối ưu, số con kanguru nhìn thấy trong vườn thú ít nhất bằng bao nhiêu?

**Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \leq 20$ ).

Mỗi test gồm số nguyên N ( $1 \leq N \leq 100\,000$ ).

Dòng tiếp theo gồm N số nguyên A[i] ( $1 \leq A[i] \leq 100\,000$ ).

**Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

**Ví dụ:**

Input	Output
2	5
8	5
2 5 7 6 9 8 4 2	
8	
9 1 6 2 6 5 8 3	

Giải thích test 1: Nhóm 2 – 5, 2 – 6, 4 – 8, 7, 9.

## BÀI 29. CẬP ĐIỂM GẦN NHẤT

Cho N điểm trên mặt phẳng tọa độ Oxy. Bạn cần tìm khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm trong số N điểm đã cho.

**Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \leq 20$ ).

Mỗi test bắt đầu bởi một số nguyên N ( $1 \leq N \leq 100\,000$ ).

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên X[i], Y[i] ( $-10^6 \leq X[i], Y[i] \leq 10^6$ ).

**Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng với **độ chính xác 6 chữ số sau dấu phẩy**.

**Ví dụ:**

Input:	Output
2	1.414214
6	1.000000

2 3	
12 30	
40 50	
5 1	
12 10	
3 4	
3	
0 0	
3 0	
4 0	

### BÀI 30. SỐ FIBONACCI THỨ N

Dãy số Fibonacci được xác định bằng công thức như sau:

$F[0] = 0, F[1] = 1;$

$F[n] = F[n-1] + F[n-2]$  với mọi  $n \geq 2$ .

Các phần tử đầu tiên của dãy số là 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

Nhiệm vụ của bạn là hãy xác định số Fibonacci thứ n. Do đáp số có thể rất lớn, in ra kết quả theo modulo  $10^9+7$ .

#### Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \leq 1000$ ).

Mỗi test bắt gồm một số nguyên N ( $1 \leq N \leq 10^9$ ).

#### Output:

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

#### Ví dụ:

Input:	Output
3	1
2	8
6	6765
20	

### BÀI 31. LŨY THỪA MA TRẬN

Cho ma trận vuông A kích thước N x N. Nhiệm vụ của bạn là hãy tính ma trận  $X = A^K$  với K là số nguyên cho trước. Đáp số có thể rất lớn, hãy in ra kết quả theo modulo  $10^9+7$ .

#### Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \leq 100$ ).

Mỗi test bắt gồm một số nguyên N và K ( $1 \leq N \leq 10, 1 \leq K \leq 10^9$ ) là kích thước của ma trận và số mũ.

#### Output:

Với mỗi test, in ra kết quả của ma trận X.

#### Ví dụ:

Input:	Output
2	8 5
2 5	5 3
1 1	597240088 35500972 473761863
1 0	781257150 154135232 527013321
3 1000000000	965274212 272769492 580264779
1 2 3	

4 5 6	
7 8 9	

### BÀI 32. CẶP NGHỊCH THỂ

Cho mảng  $A[]$  gồm  $N$  phần. Ta gọi cặp nghịch thể của mảng  $A[]$  là số các cặp  $i, j$  sao cho  $i < j$  và  $A[i] > A[j]$ . Đối với mảng đã được sắp xếp thì số cặp nghịch thể bằng 0. Mảng đã sắp theo thứ tự giảm dần có số đảo ngược cực đại. Nhiệm vụ của bạn là hãy đưa ra số cặp nghịch thể của mảng  $A[]$  gồm  $N$  phần tử.

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test  $T$ .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất đưa vào số  $N$  tương ứng với số phần tử của mảng  $A[]$ ; phần thứ 2 là  $N$  số của mảng  $A[]$ ; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- $T, N, A[i]$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq N \leq 10^7$ ;  $1 \leq A[i] \leq 10^{18}$ .

#### Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

#### Ví dụ:

Input	Output
2	3
5	10
2 4 1 3 5	
5	
5 4 3 2 1	

### BÀI 33. LŨY THỪA ĐẢO

Cho mảng số  $N$ . Ta gọi số đảo của  $N$  là  $R$ . Hãy tìm lũy thừa  $R$  của  $N$ . Đưa ra kết quả của bài toán dưới dạng modulo với  $10^9 + 7$ .

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test  $T$ .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm là số  $N$  được ghi trên một dòng.
- $T, N$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq N \leq 10^{10}$ .

#### Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

#### Ví dụ:

Input	Output
2	4
2	8 6 4 3 5 4 7 8 1
12	

### BÀI 34. TÍCH ĐA THỨC

Cho hai đa thức  $P$  và  $Q$  được biểu diễn như một mảng bao gồm các hệ số của đa thức. Ví dụ với  $P(x) = 5 + 0x^1 + 10x^2 + 6x^3$  được biểu diễn như mảng  $P[] = \{5, 0, 10, 6\}$ . Hãy đưa ra đa thức  $R = P \times Q$  theo các hệ số của  $R$  với cách biểu diễn như trên.

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 3 dòng: dòng thứ nhất đưa vào hai số M, N tương ứng với lũy thừa lớn nhất của đa thức P và Q; dòng tiếp theo đưa vào M số là hệ số của đa thức P; dòng cuối cùng đưa vào N số là hệ số của đa thức Q.
- T, M, N, P[i], Q[i] thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq M, N \leq 100$ ;  $1 \leq P[i], Q[i] \leq 100$ .

**Output:**

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

**Ví dụ:**

Input	Output
2	2 0 10 4 12 8
4 3	4 36 14 39 79 23 34 35
1 0 3 2	
2 0 4	
5 4	
1 9 3 4 7	
4 0 2 5	

### **BÀI 35. DÃY CON LIÊN TIẾP CÓ TỔNG LỚN NHẤT**

Cho mảng A[] gồm N số có cả các số âm và số dương. Nhiệm vụ của bạn là tìm mảng con liên tục có tổng lớn nhất của mảng. Ví dụ với mảng A[] = {-2, -5, 6, -2, -3, 1, 5, -6} ta có kết quả là 7 tương ứng với dãy con {6, -2, -3, 1, 5}.

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng thứ nhất đưa vào hai số N tương ứng với số phần tử của mảng; dòng tiếp theo đưa vào N số A[i]; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, A[i] thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq N \leq 100$ ;  $-100 \leq A[i] \leq 100$ .

**Output:**

- Đưa ra tổng con liên tục lớn nhất của mỗi test theo từng dòng.

**Ví dụ:**

Input	Output
1	7
8	
-2 -5 6 -2 -3 1 5 -6	

### **BÀI 36. TÍCH HAI SỐ NHỊ PHÂN**

Cho hai chuỗi nhị phân biểu diễn hai số. Nhiệm vụ của bạn là đưa ra tích của hai số. Ví dụ với chuỗi S1="1100" và S2="1010" ta sẽ có kết quả là 120.

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 hai chuỗi nhị phân S1, S2 được viết trên một dòng.
- T, S1, S2 thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq \text{length}(S1), \text{length}(S2) \leq 30$ .

**Output:**

- Đưa ra tích của mỗi test theo từng dòng.

**Ví dụ:**

Input	Output
2	12
1100 01	1
01 01	

### **BÀI 37. TÍNH FLOOR(X)**

Cho mảng đã được sắp xếp A[] gồm N phần tử không có hai phần tử giống nhau và số X. Nhiệm vụ của bạn là tìm floor(X). Trong đó,  $K = \text{floor}(X)$  là phần tử lớn nhất trong mảng A[] nhỏ hơn hoặc bằng X.

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng thứ nhất đưa vào số N là số phần tử của mảng A[] và số X; dòng tiếp theo đưa vào N số của mảng A[]; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, A[i] thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq N \leq 10^7$ ;  $1 \leq A[i] \leq 10^{18}$ .

**Output:**

- Đưa ra vị trí của floor(X) trong mảng A[] hoặc -1 nếu không tồn tại floor(X) của mỗi test theo từng dòng.

**Ví dụ:**

Input	Output
3	-1
7 0	2
1 2 8 10 11 12 19	4
7 5	
1 2 8 10 11 12 19	
7 10	
1 2 8 10 11 12 19	

### **BÀI 38. PHẦN TỬ THỨ K**

Cho hai mảng đã được sắp xếp A[], B[] gồm M, N phần tử theo thứ tự và số K. Nhiệm vụ của bạn là tìm phần tử ở vị trí số K sau khi trộn hai mảng để nhận được một mảng được sắp xếp.

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 3 dòng: dòng thứ nhất đưa vào số M, N, K; dòng tiếp theo đưa vào M số của mảng A[]; dòng tiếp theo đưa vào N số của mảng B[]; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, M, N, A[i], B[i] thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq N, A[i], B[i] \leq 10^6$ ;  $1 \leq K \leq N+M$ .

**Output:**

- Đưa ra giá trị phần tử thứ K của mỗi test theo từng dòng.

**Ví dụ:**

Input	Output
1	6
5 4 5	

2 3 6 7 9	
1 4 8 10	

### BÀI 39. PHẦN TỬ KHÁC NHAU.

Cho hai mảng đã được sắp xếp A[] và B[] gồm N và N-1 phần tử. Các phần tử của mảng A[] chỉ khác mảng B[] một phần tử duy nhất. Hãy tìm vị trí của phần tử khác nhau giữa A[] và B[].

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 3 dòng: dòng thứ nhất đưa vào số N; dòng tiếp theo đưa vào N số của mảng A[]; dòng tiếp theo đưa vào N-1 số của mảng B[]; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, A[i], B[i] thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq N \leq 10^7$ ;  $0 \leq A[i] \leq 10^{18}$ .

#### Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

#### Ví dụ:

Input	Output
2	5
7	4
2 4 6 8 9 10 12	
2 4 6 8 10 12	
6	
3 5 7 9 11 13	
3 5 7 11 13	

### BÀI 40. ĐẾM SỐ 0

Cho mảng A[] gồm N phần tử chỉ bao gồm các số 0 và 1. Các số 0 được đặt trước các số 1. Hãy đếm các số 0 với thời gian  $\log(N)$ .

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng thứ nhất đưa vào số N; dòng tiếp theo đưa vào N số của mảng A[]; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, A[i] thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq N \leq 1000$ ;  $0 \leq A[i] \leq 1$ .

#### Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

#### Ví dụ:

Input	Output
3	9
12	5
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1	0
5	
0 0 0 0 0	
6	
1 1 1 1 1 1	