

Taller 2 - Procesos estocásticos I

Luisa Toro Villegas

Abril 2022

1 Problema

En la data se registraron la hora que fueron atendidos 106 pacientes de un hospital. ¿Existe evidencia suficiente para decir que los pacientes llegan según un proceso de Poisson? ¿Cuál es la intensidad del proceso?

2 Solución

2.1 Teorema

Sea τ_1, τ_2, \dots una secuencia de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con distribución exponencial con parámetro λ , y sea

$$T_n = \sum_{i=1}^n \tau_i, \quad T_0 = 0$$

Luego, se define un proceso de Poisson $N(s)$ tal que:

$$N(s) = \max\{n : T_n \leq s\}$$

el cual cumple las siguientes propiedades:

1. $N(0) = 0$
2. $N(t' + s) - N(t') \sim \text{Poisson}(\lambda s)$
3. $N(s)$ tiene incrementos independientes

2.2 Aplicación

Se trabajará bajo la suposición que el tiempo inicial es 12:00:00 a.m. Por un lado se verificó que ningún elemento está repetido. Se asume independencia. Se tomaron diferentes incrementos de tiempo y se observó que los datos se distribuyeran similarmente entre ellos. Para determinar si los tiempos entre llegadas siguen una distribución exponencial, es decir:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{si } x \geq 0 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

se usará el test de Kolmogorov-Smirnov. Primero se calcula λ tal que

$$\lambda = \frac{106}{T} \approx 0.0749$$

donde T es el tiempo total del sistema. Luego, el p valor que retorna el test implementado es

$$p \approx 0.8376$$

Si se selecciona el nivel de significancia como $\alpha = 0.05$, no se tiene evidencia para rechazar que los datos distribuyen exponencial ya que $p > \alpha$.

Por último, se encuentra la intensidad de el proceso como el λ encontrado anteriormente multiplicado por 60, se tiene

$$\lambda \approx 4.494$$

3 Pseudocódigo

1. Se leen los datos y se ponen en un formato tal que sean más fáciles de usar.
2. Se comprueba que ningún elemento esté repetido.
3. Se realiza la prueba de hipótesis Kolmogorov-Smirnov y con el p valor obtenido se compara con un nivel de significancia elegido.