

# Lab 1

郑龙韬 PB18061352

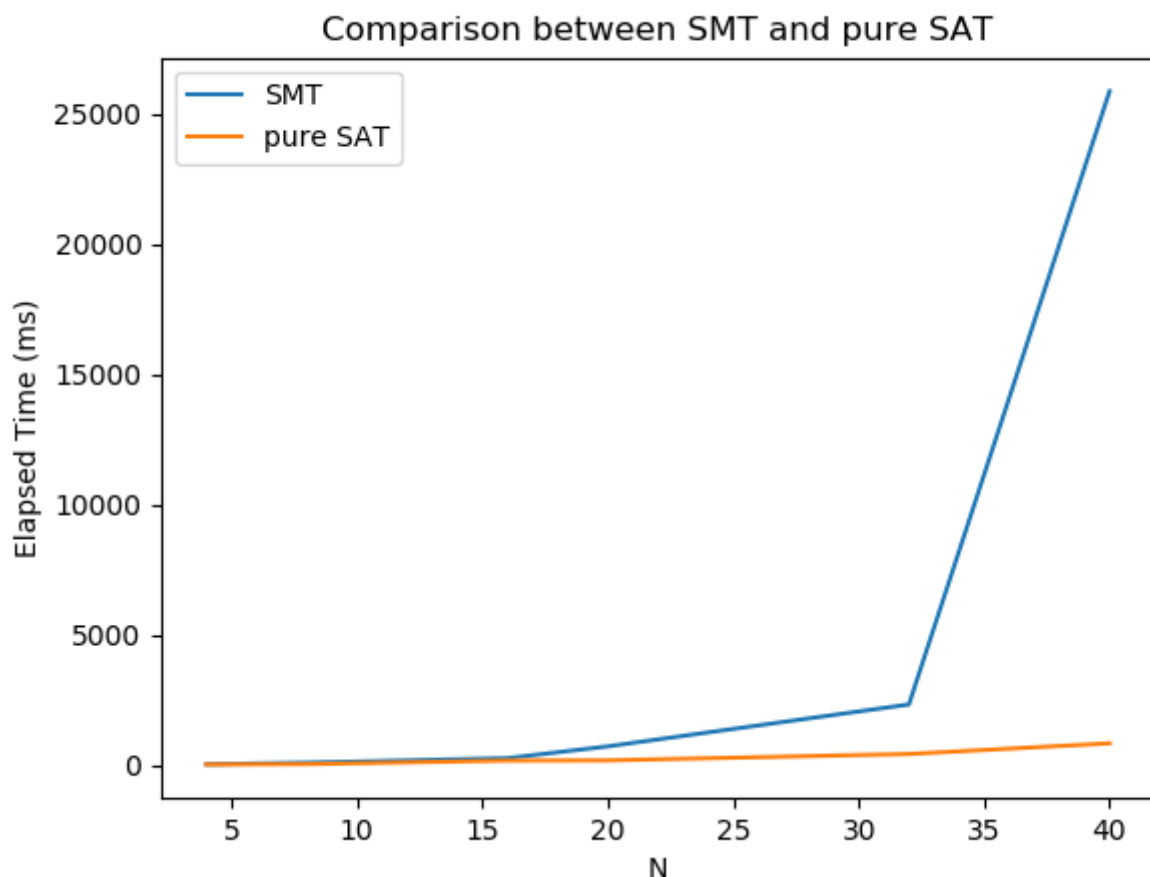
## Task 1: N-Queens

代码实现在[n\\_queens.py](#)，包含SMT的实现与pure SAT的实现。SMT使用slides上的代码，SAT实现的约束为行约束、列约束、对角线约束。

### 实验结果

以下表格和图对比了N取值不同时，两者的效率，观察可以得出，pure SAT的效率要比SMT高，因为实际上SMT需要转化为SAT再进行求解。

N	Elapsed time of SMT (ms)	Elapsed time of pure SAT (ms)
4	45.1522	37.2417
8	105.8621	51.8267
16	279.2518	188.3368
20	732.4312	195.6971
32	2338.5613	439.6229
40	25855.8326	849.2498



## Task 2: Arithmetic in pure SAT

二进制减法问题描述为 $d = a - b$ , 分别记 $a_i, b_i, c_i, d_i$ 为 $a, b$ , 借位, 与结果 $d$ 的第 $i$ 位。

### 编码思路

二进制减法运算法则如下：

- $0 - 0 = 0$
- $1 - 0 = 1$
- $1 - 1 = 0$
- $0 - 1 = 1$  (Borrow 1 from next high order digit)

由此得出在 $a_i, b_i, c_i$ 三者取值不同时，结果第 $i$ 位 $d_i$ 与借位第 $i + 1$ 位 $c_{i+1}$ 的真值表：

$a_i$	$b_i$	$c_i$	$d_i$	$c_{i+1}$
1	1	1	1	1
1	1	0	0	0

$a_i$	$b_i$	$c_i$	$d_i$	$c_{i+1}$
1	0	1	0	0
1	0	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	0	1	1
0	0	1	1	1
0	0	0	0	0

- 观察真值表得 $d_i$ 为1当且仅当 $\{a_i, b_i, c_i\}$ 中有1或3个值为1, 所以有 $d_i \leftrightarrow (a_i \leftrightarrow (b_i \leftrightarrow c_i))$ 。
- 由真值表可得,  $c_{i+1} \leftrightarrow ((b_i \wedge c_i) \vee (\neg a_i \wedge b_i \wedge \neg c_i) \vee (\neg a_i \wedge \neg b_i \wedge c_i))$ 。
- 此外, 还有两个初始条件 $\neg c_0$ 与 $\neg c_n$ 。

将上述三个约束记为 $\phi$ , 输入给SAT Solver的条件为 $\phi \wedge a \wedge b$ , 其中 $a, b$ 分别为两个操作数的二进制布尔表示 (如 $a = 5$ 的二进制101转化为 $a_2 \wedge \neg a_1 \wedge a_0$ ) 。

在实际实现中 (代码[subtraction.py](#)) , 需要首先对位数较少的数进行在高位补零操作, 方便运算。约束条件即为上面一行提到的输入给SAT Solver的条件。

## 代码使用文档

修改 `__main__` 中的变量 $a, b$ 的赋值语句 (十进制) , 运行 `python subtraction.py` 即可得到输出结果, 包含从SAT Solver输出提取出的对 $d_i$ 的赋值、以及二进制表示的计算结果。

## 实验结果

以下展示了  $a = 10$  ,  $b = 5$  的输出结果, 可以观察到代码自动将位数不足的5填0进行对齐, 结果符合二进制减法法则。

```
a: 1010
b: 0101
[(d3, False), (d2, True), (d1, False), (d0, True)]
a - b: 0101
```

以下展示了  $a = 5$  ,  $b = 10$  的输出结果, 结果符合二进制减法法则。

```
a: 0101
b: 1010
[(d3, True), (d2, False), (d1, True), (d0, True)]
a - b: 1011
```

以下展示了  $a = 1000$  ,  $b = 100$  的输出结果, 结果符合二进制减法法则。

```
a: 1111101000
b: 0001100100
[(d9, True), (d8, True), (d7, True), (d6, False), (d5, False), (d4, False), (d3, False), (d2, True), (d1, False),
a - b: 1110000100
```