Entrega 1 MAC Daniel Chico Valderas

Ej 18

18. Demostrar que los siguientes criterios de aceptación por una máquina de Turing son equivalentes:

 (a) M acepta la palabra w si, al tener w como entrada, en un paso de cómputo se llega a un estado de parada.

 (b) M acepta la palabra w si, al tener w como entrada, la máquina se para en algún momento (no necesariamente por llegar a un estado de parada).

 Esto es, demostrar que, si un lenguaje L es aceptado por una máquina de Turing M por alguno de los criterios, existe otra máquina de Turing M' que acepta L por el otro.

Solución

Para demostrar la equivalencia de los Dos criterios, construiremos Dos máquinas de Turing, M' y M'', que aceptan el lenguaje L con cada uno de los criterios respectivamente. El ejercicio concluye demostrando que M acepta L si y solo si M' acepta a L y viceversa.

Ejemplo concreto

> **Enunciado Concreto**
>
> Diseñar una máquina de Turing que acepte la siguiente expresión: ${a^n b^n | n > 1}$

Máquina 1 -> M'

> **Condición de parada**
>
> M acepta la palabra w si, al tener w como entrada, en un paso de cómputo se llega un estado de parada

Definición

$M = (Q, A, B, δ, q_0, #, F)$

Donde:

- $Q = {q_0, q_1, q_2, q_{final}}$
- $A = {a, b}$
- $B = {a, b, X, Y, #}$
- $δ = {$
  - $(q_0, a) = (q_1, X, D)$

    - $(q_0, Y) = (q_0, Y, D)$
    - $(q_0, #) = (q_{final}, #, D)$
    - $(q_1, a) = (q_1, a, D)$
    - $(q_1, Y) = (q_f, Y, D)$
    - $(q_1, b) = (q_2, Y, I)$
    - $(q_2, Y) = (q_2, Y, I)$
    - $(q_2, a) = (q_2, a, I)$
    - $(q_2, X) = (q_0, X, D)$ }
- q_0
- $#$
- $F = {q_f}$

Explicación

El estado 0 cambia la a por X y se mueve al estado 1, este busca la primera b la cuál cambia por una Y y se desplaza a la Izquierda buscando una X, cuando la encuentra desplaza el cabezal una posición a la derecha y repite desde q0, si q0 no encuentra *a*s sino que encuentra una Y, busca el símbolo vacío a la derecha de la palabra, si no encuentra ninguna b antes de llegar al símbolo blanco, se pasa al estado de aceptación.

Máquina 2 -> M''

> **Condición de parada** M acepta la palabra w si, al tener w como entrada, la máquina se para en algún momento (no por llegar a un estado de parada)

Definición

M = (Q, A, B, δ, q_0, #, F)

Donde:

- Q = {q_0, q_1, q_f}
- A = {1}
- B = {1, #}
- δ = {
    - (q_0, a) = (q_1, X, D)
    - (q_0, Y) = (q_0, Y, D)
    - (q_0, b) = (q_fallo, #, D)
    - (q_1, a) = (q_1, a, D)
    - (q_1, Y) = (q_f, Y, D)
    - (q_1, b) = (q_2, Y, I)
    - (q_2, Y) = (q_2, Y, I)
    - (q_2, a) = (q_2, a, I)
    - (q_2, X) = (q_0, X, D) }
- q_0
-

- F = {q_0}

Explicación

El funcionamiento intrínseco es igual al de la máquina M', la diferencia es, cuando se está en los estados q1 y q2, si estos encuentran una X o una b respectivamente, saltan al estado de error, lo mismo pasa con q0 cuando recorre por ultima vez la palabra que si encuentra un b salta al estado de error.

Resolución

Para demostrar que las dos Máquinas de Turing (MT) M' y M'' aceptan el mismo lenguaje L = {a^n b^n | n > 1}, podemos seguir los siguientes pasos:

Demostración de que M' acepta L

Según la definición de M', esta MT marca la primera 'a' no marcada y la primera 'b' no marcada en cada iteración. Si no puede encontrar una 'a' o 'b' no marcada, se detiene. Por lo tanto, M' acepta una palabra si y solo si tiene la forma a^n b^n con n > 1.

Demostración de que M'' acepta L

La MT M'' funciona de manera similar a M', pero en lugar de detenerse cuando no puede encontrar una 'a' o 'b' no marcada, entra en un estado de fallo. Por lo tanto, M'' se detiene (sin entrar en el estado de fallo) si y solo si la palabra de entrada tiene la forma a^n b^n con n > 1.

Conclusión

Por lo tanto, ambas M' y M'' aceptan el mismo lenguaje L.

Ej 20

20. Una MT de escritura simple es una MT que, a lo más, puede escribir en cada casilla una vez. Demostrar que la clase de lenguajes aceptados por las MT de escritura simple coincide con la clase de lenguajes aceptados por las MT.

Para demostrar que la clase de lenguajes aceptados por las Máquinas de Turing (MT) de escritura simple coincide con la clase de lenguajes aceptados por las MT, necesitamos demostrar dos cosas:

1. **Cada lenguaje aceptado por una MT de escritura simple puede ser aceptado por una MT estándar**: Esto es obvio porque una MT de escritura simple es un caso especial de una MT estándar donde la función de transición solo permite escribir en la cinta si la celda de la cinta está en blanco. Por lo tanto, cualquier lenguaje que pueda ser aceptado por una MT de escritura simple también puede ser aceptado por una MT estándar.
2. **Cada lenguaje aceptado por una MT estándar puede ser aceptado por una MT de escritura simple**: Para demostrar esto, podemos construir una MT de escritura simple que simula cualquier MT estándar dada. La idea es usar un par de celdas de cinta para cada celda de la cinta de la MT estándar. Una celda del par se usa para almacenar el símbolo de la cinta y la otra celda se usa para indicar si el

símbolo ha sido marcado o no. De esta manera, la MT de escritura simple puede simular la operación de escritura de la MT estándar marcando y desmarcando símbolos en lugar de sobrescribirlos.

Por lo tanto, la clase de lenguajes aceptados por las MT de escritura simple coincide con la clase de lenguajes aceptados por las MT.