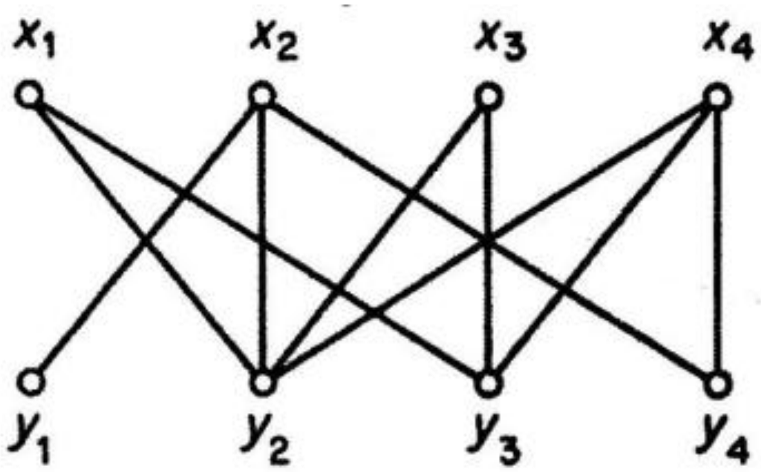
EXERCÍCIOS - Emparelhamentos e Coberturas

Luan Damato – 31817051



1. E1 = {x1y2, x2y1, x3y2} é um emparelhamento em G? Justifique.
   E1 não é um emparelhamento em G, pois o vértice y2 está para 2 vértices.

2. E2 = {x1y2, x2y4, x1y1} é um emparelhamento em G? Justifique.
   E2 não é um emparelhamento em G, pois o vértice x1 está para 2 vértices.

3. K= {x1, x2, x3, y2, y3, y4} é uma cobertura em G? Justifique.
   K é uma cobertura em G, pois pelo menos um dos extremos de todas as arestas do grafo estão em K.

4. Obtenha uma cobertura mínima em G.
   K1 = {x2, x3, y2, y3}
   E = {X1y3, x2y1, x3y2, x4y4}
   Temos certeza de que K1 é uma cobertura mínima, pois E é um emparelhamento máximo.

5. Considere o emparelhamento M = {x1y2, x2y4}.

a) Apresente um caminho M-aumentador de comprimento máximo em G.
   Vértices cobertos por M: {x1, x2, y2, y4}
   Vértices livres de M: {x3, x4, y1, y3}

   Caminho M-aumentador: C1 = (y3, y3x1, x1, x1y2, y2, y2x2, x2, x2y4, y4, y4x4, x4)

b) Usando a resposta obtida no item anterior e a técnica apresentada em aula, obtenha um emparelhamento M1 maior que M.

M1 = {x1y3, x2y2, x4y4}

c) O emparelhamento M1 obtido no item anterior ainda não será máximo; então, obtenha um caminho M1-aumentador em G.
Vertices cobertos por M1: {x1, x2, x4, y2, y3, y4}
Vertices livres de M1: {x3, y1}

Caminho M1-aumentador: C2 = (y1, y1x2, x2, x2y4, y4, y4x4, x4, x4y3, y3, y3x1, x1, x1y2, y2, y2x3, x3))

Não está correta por não passar por todos os vértices de M1

d) Usando a resposta obtida no item anterior, obtenha um emparelhamento M2 maior que M1.
E = {X1y3, x2y1, x3y2, x4y4}

6. Justifique, usando o Teorema de König, que o emparelhamento M2 obtido no exercício 5d) é máximo e que a cobertura obtida no exercício 4 é mínima.

K1 = {x2, x3, y2, y3}
E = {X1y3, x2y1, x3y2, x4y4}
Por E ser um grafo bipartido temos certeza de que K1 é uma cobertura mínima com 4 vértices, pois E é um emparelhamento máximo com 4 arestas.