

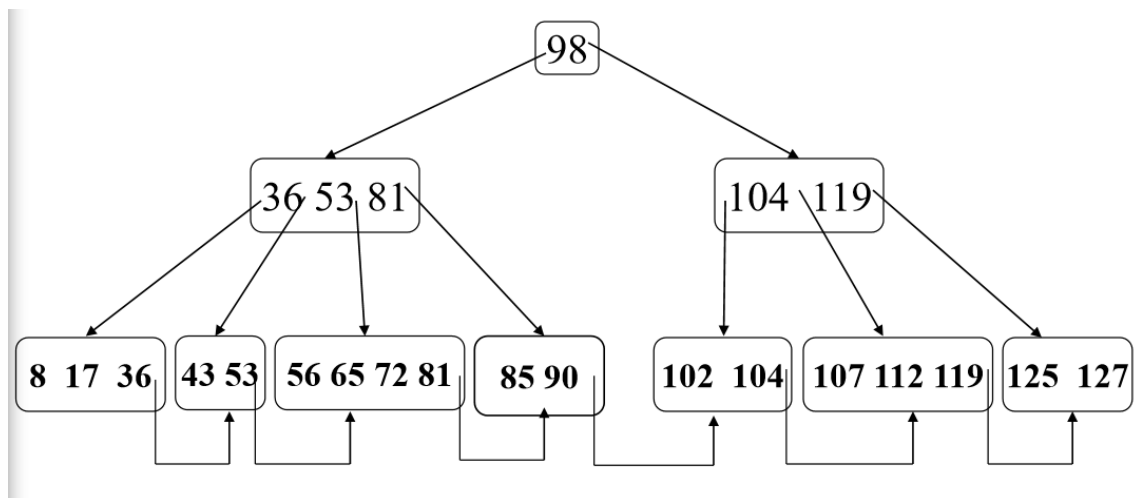
## Árvores B+

- Variante da árvore B que permite acesso sequencial mais eficiente aos registros
- Desenvolvida pensando em buscas por range de elementos em bancos de dados. Muitos Bancos de Dados são construídos usando o mecanismo de Árvores B+: SQLServer e Oracle;
- Exemplo: retorne todos os registros com chave entre 20 e 100
- Bastante utilizada para implementação de sistemas de arquivo (e.g., NTFS)

### Características:

- Todas as chaves são mantidas em folhas;
- As chaves são repetidas em nós não-folha formando um índice;
- As folhas são ligadas oferecendo um caminho sequencial (lista duplamente encadeada) para percorrer as chaves.

### Exemplo:



## Inserção

A inserção de uma nova chave em uma árvore B+ é semelhante a inserção em uma árvore B: ocorre sempre em um nó folha.

– Passos:

- Localizar a folha dentro da qual a chave deve ser inserida;
- Localizar a posição de inserção dentro da folha;
- Inserir a chave;
- Se, após a inserção, a folha estiver completa, realizar a cisão da página.

Exemplo: seja uma árvore com mínimo de 2 chaves e máximo de 4 chaves ( **$M = 5$  – quantidade máxima de filhos**)

- Inserir chave 85

– Inserir chave 60

– Inserir chave 52

– Inserir chave 70 <- Realizar cisão

85 | | |

60 | 85 | |

52 | 60 | 85 |

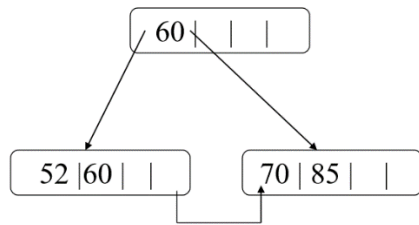
– As  $M-1$  chaves serão divididas em dois grupos:

- as  $(M-1 \div 2)$  chaves menores ficam na folha esquerda;
- as  $(M-1 \div 2)$  chaves maiores ficam na folha direita;
- A maior chave da esquerda é copiada para o nó pai.

### Inserção (Exemplo - cont.)

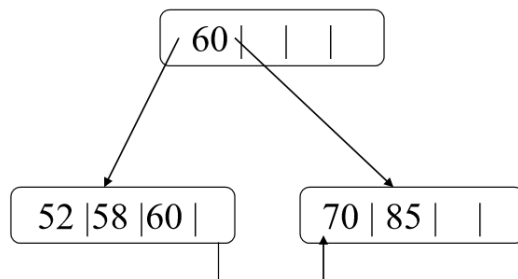
- Inserir chave 70 (antes) 

52	60	85	
----	----	----	--
- Inserir chave 70 (depois)



### ■ Inserção (Exemplo - cont.)

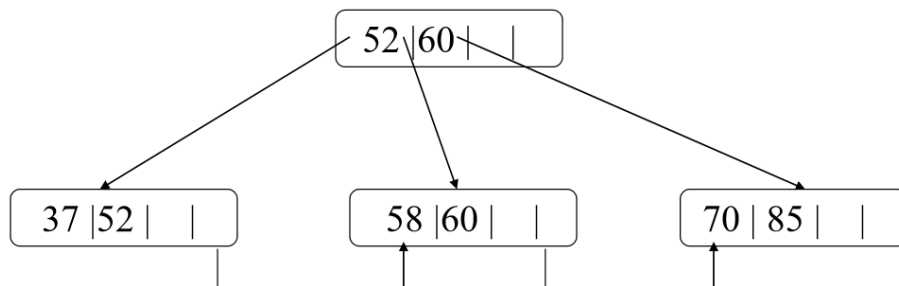
- Inserir chave 58



- Inserir chave 37 ⇐ **Realizar cisão**

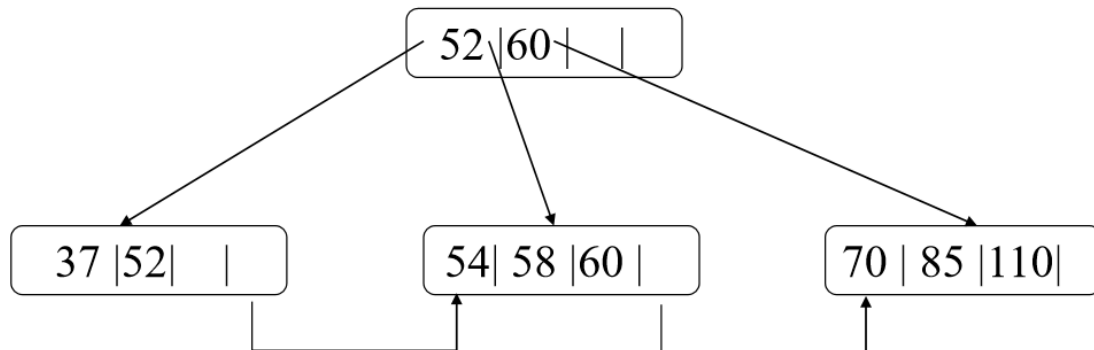
### ■ Inserção (Exemplo - cont.)

- Inserir chave 37 (depois)



## ■ Inserção (Exemplo - cont.)

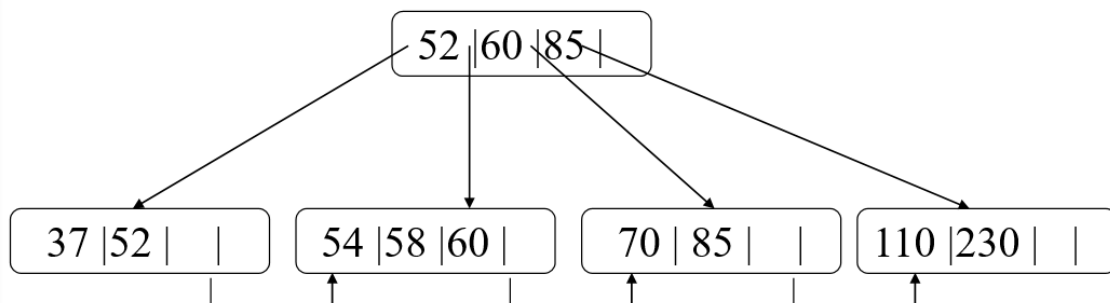
– Inserir chaves 54, 110



– Inserir chave 230 ⇐ **Realizar cisão**

## ■ Inserção (Exemplo - cont.)

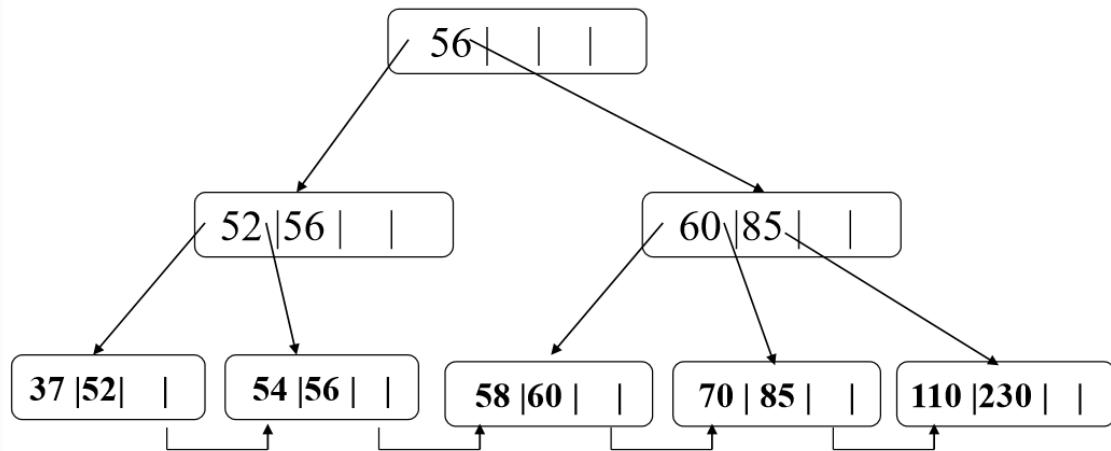
– Inserir chave 230 (depois)



– Inserir chave 56 ⇐ **Realizar cisão**

## ■ Inserção (Exemplo - cont.)

– Inserir chave 56 (depois)

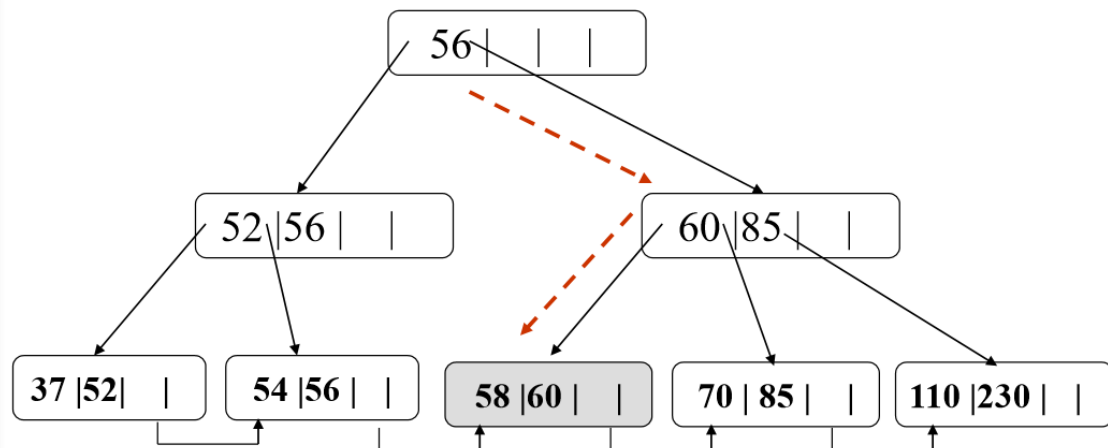


## Pesquisa

- Semelhante à pesquisa em árvore B;
- A pesquisa sempre leva a uma página folha;
- A pesquisa não para se a chave procurada for encontrada em uma página índice.

### ■ Pesquisa (Exemplo)

– Procurar chave 60



## Exercícios:

1. Em uma  $M = 5$ , inserir os valores: 50, 60, 30, 40, 20, 23, 25, 31, 70, 80, 90, 100
2. Faça um algoritmo para encontrar um elemento numa árvore B+