



Ciência da Computação
Circuitos Elétricos e Eletrônicos (CE&E)
1º Semestre/2020



LEIA COM ATENÇÃO AS ORIENTAÇÕES A SEGUIR PARA TER A SUA PROVA COM VALIDADE

- A PROVA É INDIVIDUAL E COM CONSULTA A MATERIAIS E CONTEÚDOS DAS AULAS. PREENCHA O CABEÇALHO DA PROVA COM SUA IDENTIFICAÇÃO. **IDENTIFICADO O MENOR INDÍCIO DE PLÁGIO ENTRE PROVAS E OUTRAS FONTES SERÁ ATRIBUÍDA NOTA ZERO.**
- RESOLVER CADA QUESTÃO MANUALMENTE DE FORMA MAIS DETALHADA, ORGANIZADA E COERENTE POSSÍVEL. NÃO PULE PASSAGENS DA RESOLUÇÃO ASSUMINDO COMO ÓBVIAS OU TRIVIAIS. A RESOLUÇÃO NÃO PODE SER FEITA EM EDITORES DE TEXTO.
- FAÇA A RESPOSTA DE CADA QUESTÃO EM UMA FOLHA DE PAPEL A MAIS BRANCA POSSÍVEL. ISTO IRÁ AJUDAR NA IMPRESSÃO DA FOTO.
- OBSERVE SE A FOTO ESTÁ CLARA E QUE SE CONSIGA FACILMENTE ENXERGAR E ENTENDER A RESOLUÇÃO COMO UM TODO.
- AS IMAGENS NÃO PODEM HAVER CORTES, PARTES OBSCURAS, MUITO CLARAS OU COM PROBLEMAS QUE DIFICULTE A LEGÍVEL LEITURA. NA DÚVIDA TIRE UMA OUTRA FOTO MELHOR !
- COLE A IMAGEM DE CADA RESOLUÇÃO LOGO A SEGUIR AO ENUNCIADO DA QUESTÃO.
- FICA A SUA ESCOLHA O FORMATO E RESOLUÇÃO DA IMAGEM DA RESOLUÇÃO DE CADA QUESTÃO.
- SUGESTÃO: UTILIZE ESTE ARQUIVO EM WORD PARA MONTAGEM DE SUA PROVA, SERÁ MAIS PRÁTICO E FÁCIL, COLE A IMAGEM DE CADA RESOLUÇÃO LOGO EM SEGUIDA DO ENUNCIADO.
- AO FINAL SALVE SEU ARQUIVO DE PROVA EM FORMATO PDF PARA ENTREGA.

IMPORTANTE:

- SERÃO ACEITAS APENAS PROVAS RESOLVIDAS MANUALMENTE (MANUSCRITAS), NÃO SERÃO ACEITAS PROVAS COM RESOLUÇÃO ATRAVÉS DE EDITORES DE TEXTO.
- NÃO SERÃO ACEITAS RESPOSTAS SOMENTE COM O RESULTADO FINAL OU SEM O PASSO A PASSO DEVIDO DETALHADO, PRECISO E LOGICAMENTE COERENTE E JUSTIFICÁVEL.
- POSTE A SUA PROVA ATÉ O HORÁRIO DEFINIDO DA PROVA, NÃO HAVERÁ POSTERGAÇÃO.
- A QUESTÃO SERÁ CONSIDERADA ERRADA QUANDO DURANTE A SUA CORREÇÃO FOR IDENTIFICADO ENTRE OUTROS, PROBLEMAS DE QUALIDADE DE IMPRESSÃO DA FOTO, CLAREZA DE RESOLUÇÃO, FALTA DE IDENTIFICAÇÃO DE RESPOSTA FINAL ENTRE OUTROS.
- NÃO SERÃO ACEITAS PROVAS SEM O ENUNCIADO E LOGO A SEGUIR A RESPOSTA. UTILIZE O ENUNCIADO JÁ FORNECIDO NO WORD PARA REDUZIR O SEU TEMPO DE RESOLUÇÃO DA PROVA.
- NÃO SERÃO ACEITAS PROVAS EM OUTROS FORMATOS ALÉM DE PDF.

AGRADEÇO A TODOS PELA SUA DEDICAÇÃO E PERSISTÊNCIA NOS ESTUDOS ! BOA PROVA !!!



Nome do Aluno: **Luan Rocha D'Amato**

Matrícula: 31817051

Turma: 4D

Data: 02/07/2020

PROVA PSub

Questão 1) (3 pontos)

Determine a **taxa de convergência** para a sequência abaixo, para $n \geq 1$:

$$\alpha_n = \frac{4n+1}{n^4}$$

Obtenha a constante inteira positiva **K** e a sequência **β** .

Handwritten solution:

1)

$$\lim \alpha_n = \lim \frac{4n+1}{n^4} = \lim \frac{4n}{n^4} = \lim \frac{4}{n^3}$$
$$\alpha_n = \frac{4n+1}{n^4} \leq \frac{4n+2}{n^4} = \frac{5n}{n^4} = \frac{5}{n^3}$$
$$K = 5 \quad \beta_n = \frac{1}{n^3}$$



Questão 2) (3 pontos)

Calcule o Polinômio de Lagrange que passe pelos pontos (6,12) e (10,2). Apresente ao final o menor polinômio possível. Faça um teste para certificar se o polinômio obtido realmente passa pelos pontos fornecidos.

Desenhe um gráfico que represente geometricamente este polinômio. Qual o objetivo do método de Lagrange ?

2) (6,12) e (10,2)

$$x_0 = 6 \quad e \quad y_0 = 12$$

$$x_1 = 10 \quad e \quad y_1 = 2$$

$$P(x) = \frac{-10x + 108}{4}$$

$$L_0(x) = \frac{(x - 10)}{-4}$$

$$L_1(x) = \frac{(x - 6)}{4}$$

$$P(x) = \frac{(x - 10)}{-4} \cdot 12 + \frac{(x - 6)}{4} \cdot 2 \rightarrow \frac{-12 + 120 + 2x - 12}{4} = \frac{-10x + 108}{4}$$

Prove

$$P(6) = \frac{-10 \cdot 6 + 108}{4} = \frac{-60 + 108}{4} = \frac{48}{4} = 12 \quad P(10) = \frac{-100 + 108}{4} = \frac{8}{4} = 2 //$$



Questão 3) (4 pontos)

Utilizando o método iterativo de Jacobi obtenha uma aproximação para o sistema linear a seguir, considere $x = (0,0)$ como aproximação inicial e tolerância menor ou igual a $\varepsilon = 0,1$ obtido através do conceito de norma visto em aula:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 4 \\ 3x_1 - 6x_2 = -6 \end{cases}$$

Adote em seus cálculos 4 casas após a virgula com critério por arredondamento.
Durante a resolução preencha a tabela exemplo a seguir.

k	0	1	2	3	4	5
$x_1^{(k)}$	0	1	1/2	1/4	3/8	7/16
$x_2^{(k)}$	0	1	3/2	5/4	9/8	19/16
ε	-	1	1/3	1/5	1/9	1/19

Portanto, quais são os valores finais de k, x_1 , x_2 e ε ?



$$3) x_1^{(0)} = 0 ; x_2^{(0)} = 0$$

1ª interação:

$$x_1^{(1)} = \frac{1}{2}(2 - x_2^{(0)}) \rightarrow \frac{1}{2}(2 - 0) \rightarrow x_1^{(1)} = 1$$

$$x_2^{(1)} = -\frac{1}{2}(-2 - x_1^{(1)}) \rightarrow -\frac{1}{2}(-2 - 1) \rightarrow x_2^{(1)} = 1$$

$$\frac{\|x^{(1)} - x^{(0)}\|_{\infty}}{\|x^{(0)}\|_{\infty}} = \frac{\|1 - 0\|}{\|1\|} = 1, \epsilon = 1 > 0,1$$

2ª interação:

$$x_1^{(2)} = \frac{1}{2}(2 - x_2^{(1)}) \rightarrow \frac{1}{2}(2 - 1) \rightarrow x_1^{(2)} = \frac{1}{2}$$

$$x_2^{(2)} = -\frac{1}{2}(-2 - x_1^{(2)}) \rightarrow -\frac{1}{2}(-2 - \frac{1}{2}) \rightarrow x_2^{(2)} = \frac{3}{2}$$

$$\|x_1^{(2)} - x_1^{(1)}\| = |\frac{1}{2} - 1| = \frac{1}{2} \quad \|x_2^{(2)} - x_2^{(1)}\| = |\frac{3}{2} - 1| = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\|x^{(2)} - x^{(1)}\|_{\infty}}{\|x^{(2)}\|_{\infty}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}, \epsilon = \frac{1}{3} > 0,1$$

3ª interação:

$$\begin{aligned} x_1^{(3)} &= \frac{1}{2}(2 - x_2^{(2)}) \rightarrow \frac{1}{2}(2 - \frac{3}{2}) \rightarrow x_1^{(3)} = \frac{1}{4} \\ x_2^{(3)} &= -\frac{1}{2}(-2 - x_1^{(3)}) \rightarrow -\frac{1}{2}(-2 - \frac{1}{4}) \rightarrow x_2^{(3)} = \frac{5}{4} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\|x^{(3)} - x^{(2)}\|_{\infty}}{\|x^{(2)}\|_{\infty}} = \frac{1}{5} \\ \epsilon = \frac{1}{5} > 0,1 \end{array} \right.$$



4ª interação

$$\begin{aligned} x_1^{(4)} &= \frac{1}{2}(2 - x_1^{(3)}) \rightarrow \frac{1}{2}(2 - \frac{1}{4}) \Rightarrow x_1^{(4)} = \frac{3}{8} \\ x_2^{(4)} &= -\frac{1}{2}(2 - x_2^{(3)}) \rightarrow -\frac{1}{2}(2 - \frac{5}{4}) = \frac{9}{8} \end{aligned} \quad \left(\begin{array}{l} \frac{|x_1^{(4)} - x_1^{(3)}|}{|x_1^{(4)}|} = \frac{1}{9} \\ \varepsilon = \frac{1}{9} > 0,1 \end{array} \right)$$

5ª interação

$$\begin{aligned} x_1^{(5)} &= \frac{1}{2}(2 - \frac{3}{8}) = \frac{7}{8} \\ x_2^{(5)} &= -\frac{1}{2}(2 - \frac{9}{8}) = \frac{7}{8} \end{aligned} \quad \left(\begin{array}{l} \frac{|x_1^{(5)} - x_1^{(4)}|}{|x_1^{(5)}|} = \frac{1}{19} \\ \varepsilon = \frac{1}{19} < 0,1 \end{array} \right)$$

$$\boxed{x_1 = \frac{2}{5} \quad x_2 = \frac{6}{5} \quad \varepsilon = \frac{1}{19} \quad K = 5}$$

" $x_1 = \frac{2}{5} \quad x_2 = \frac{6}{5} \quad \varepsilon = \frac{1}{19} \quad K = 5$ "