

EXERCÍCIOS - Grafos Eulerianos / Grafos Hamiltonianos

Teoria dos Grafos- 2020

Dupla: Samuel Kenji (31817106) e Zewu Chen (31808751)

1. O grafo G (desenhado acima) é hamiltoniano? Justifique.

O grafo G acima é hamiltoniano, pois contém um circuito hamiltoniano, ou seja, contém todos os vértices de $G \rightarrow C = (V1, V1V2, V2, V2V3, V3, V3V6, V6, V6V5, V5, V5V4, V4, V4V1, V1)$.

2. Seja H um grafo hamiltoniano de ordem n.

a) Quantas arestas de corte H pode ter no máximo? Justifique sua resposta.

Ele pode ter no máximo a quantidade de arestas possíveis menos $N-1$ arestas para formar o circuito hamiltoniano, ou seja, dado um grafo de ordem $N = 5$, a quantidade de arestas possíveis é feita pelo cálculo $[(n(n-1))/2]$, que equivale a 10, subtraindo a quantidade de vértice menos um, $5 - 1$, ou seja, no grafo de ordem 5, H pode ter no máximo 6 arestas de corte.

b) Quantos vértices de corte H pode ter no máximo? Justifique sua resposta.

Para ter um grafo hamiltoniano, é necessário que tenha um circuito hamiltoniano. De acordo com a definição de circuito: Se G é um grafo tal que $g(v) \geq 2$ para todo $v \in V(G)$ então G contém um circuito. Para que um grafo atenda esta definição, ele precisa ter 3 ou mais vértices, ou seja, para a quantidade vértices de corte H máximo é necessário ter $N-3$ vértices desde que $N-3 \geq 3$.

3. O grafo G desenhado acima é euleriano? Justifique.

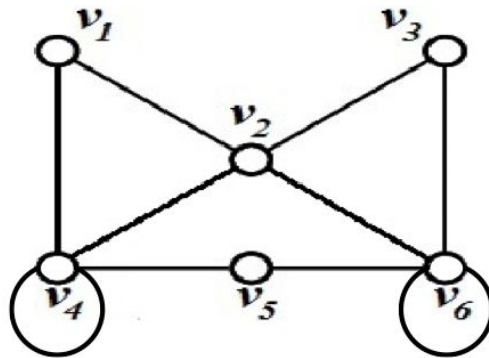
Caso afirmativo, apresente uma trilha de euler fechada em G.

Caso contrário:

a) Qual é a quantidade mínima de arestas que devem ser acrescentadas a AG de tal forma que o grafo resultante seja euleriano?

R: Para que o grafo G resultante seja euleriano, é necessário acrescentar duas arestas a AG, nos vértices $V4$ e $V6$.

b) Redesenhe o grafo obtido com a inclusão das arestas determinadas no item anterior.



R:

c) Obtenha uma trilha de Euler fechada no grafo obtido, simulando, passo a passo, o algoritmo de Fleury.

R:

$T_0 = (V_4)$ inicialização... escolher V_4V_1 , que não é de corte define a trilha (V_4, V_4V_1, V_1)

$T_1 = (V_4, V_4V_1, V_1)$... escolho V_1V_2 , pois não há aresta que não seja de corte (V_1, V_1V_2, V_2)

$T_2 = (V_4, V_4V_1, V_1, V_1V_2, V_2)$... escolho V_2V_6 , que não é de corte define a trilha (V_2, V_2V_6, V_6)

$T_3 = (V_4, V_4V_1, V_1, V_1V_2, V_2, V_2V_6, V_6)$... escolho V_6V_6 , que não é de corte define a trilha (V_6, V_6V_6, V_6)

$T_4 = (V_4, V_4V_1, V_1, V_1V_2, V_2, V_2V_6, V_6, V_6V_6, V_6)$... escolho V_6V_3 , que não é de corte define a trilha (V_6, V_6V_3, V_3)

$T_5 = (V_4, V_4V_1, V_1, V_1V_2, V_2, V_2V_6, V_6, V_6V_6, V_6, V_6V_3, V_3)$... escolho V_3V_2 , pois não há aresta que não seja de corte (V_3, V_3V_2, V_2)

$T_6 = (V_4, V_4V_1, V_1, V_1V_2, V_2, V_2V_6, V_6, V_6V_6, V_6, V_6V_3, V_3, V_3V_2, V_2)$... escolho V_2V_4 , pois não há aresta que não seja de corte (V_2, V_2V_4, V_4)

$T_7 = (V_4, V_4V_1, V_1, V_1V_2, V_2, V_2V_6, V_6, V_6V_6, V_6, V_6V_3, V_3, V_3V_2, V_2, V_2V_4, V_4)$... escolho V_4V_4 , que não é de corte (V_4, V_4V_4, V_4)

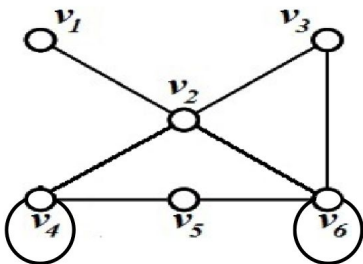
$T_8 = (V_4, V_4V_1, V_1, V_1V_2, V_2, V_2V_6, V_6, V_6V_6, V_6, V_6V_3, V_3, V_3V_2, V_2, V_2V_4, V_4)$... escolho V_4V_5 , pois não há aresta que não seja de corte (V_4, V_4V_5, V_5)

$T_9 = (V_4, V_4V_1, V_1, V_1V_2, V_2, V_2V_6, V_6, V_6V_6, V_6, V_6V_3, V_3, V_3V_2, V_2, V_2V_4, V_4, V_4V_5, V_5)$... escolho V_5V_6 , pois não há aresta que não seja de corte (V_5, V_5V_6, V_6)

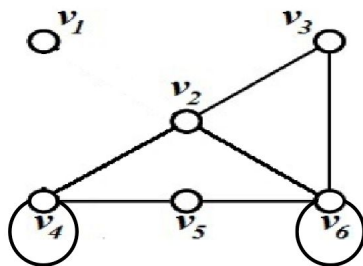
$T_{10} = (V_4, V_4V_1, V_1, V_1V_2, V_2, V_2V_6, V_6, V_6V_3, V_3, V_3V_2, V_2, V_2V_4, V_4, V_4V_5, V_5, V_5V_6, V_6)$

T_{10} é uma trilha de Euler fechada.

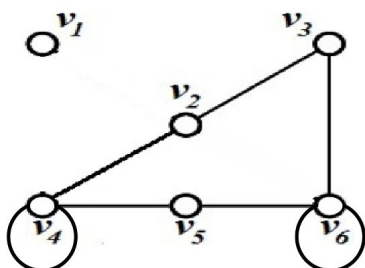
T_1



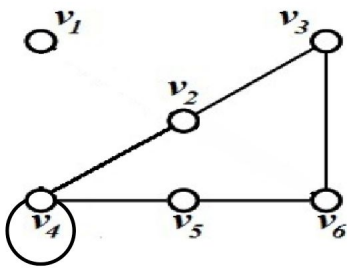
T_2



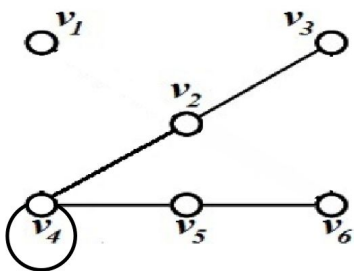
T_3



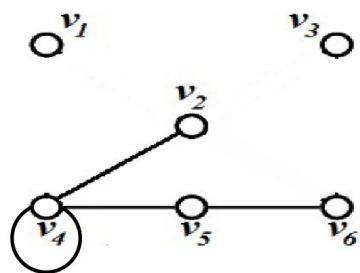
T4



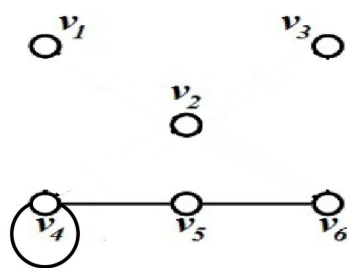
T5



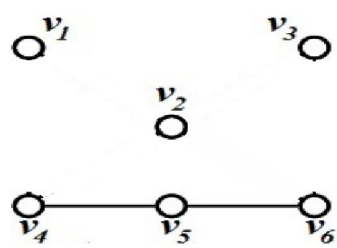
T6



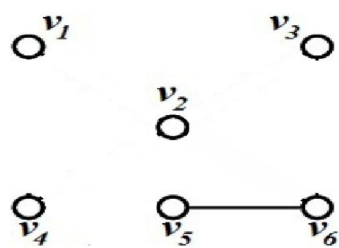
T7



T8



T9



T10

