



RELATÓRIO DA AULA 09

DIFERENÇAS DIVIDIDAS DE NEWTON

Luan Damato
31817051

1. Calcule manualmente a forma de diferenças divididas de Newton para a seguinte função:

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	1	4	11	16	13	-4

Handwritten calculations for Newton's divided differences:

1) $x_0 = -2$ $f(x_0) = 1$ $x_1 = -1$ $f(x_1) = 4$ $x_2 = 0$ $f(x_2) = 11$ $x_3 = 1$ $f(x_3) = 16$ $x_4 = 2$ $f(x_4) = 13$ $x_5 = 3$ $f(x_5) = -4$

$p(x_0, x_1) = \frac{4-1}{-1-(-2)} = 3$ $p(x_1, x_2) = \frac{11-4}{0-(-1)} = 7$

$p(x_2, x_1) = \frac{11-4}{0-(-1)} = 7$ $p(x_3, x_2) = \frac{16-11}{1-0} = 5$

$p(x_4, x_3) = \frac{13-16}{2-1} = -3$ $p(x_5, x_4) = \frac{-4-13}{3-2} = -17$

$p(x_0, x_1, x_2) = \frac{7-3}{0-(-2)} = 2$ $p(x_1, x_2, x_3) = \frac{5-7}{1-(-1)} = -1$

$p(x_2, x_3, x_4) = \frac{-3-5}{2-0} = -4$ $p(x_3, x_4, x_5) = \frac{-17-13}{3-1} = -15$

$p(x_0, x_1, x_2, x_3) = \frac{-4-2}{3-(-2)} = -\frac{6}{5}$ $p(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{-15-(-1)}{2-(-1)} = -\frac{14}{3}$

$p(x_2, x_3, x_4, x_5) = \frac{-17-(-17)}{3-0} = 0$

$p(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{-14-(-6)}{4-(-2)} = -\frac{4}{3}$ $p(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \frac{0-(-14)}{3-(-1)} = \frac{7}{2}$

$p(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \frac{7-(-4)}{3-(-2)} = \frac{11}{5}$

$P_5(x) = 1 + 3(x+2) + 2(x+2)(x+1) - \frac{6}{5}(x+2)(x+1)(x) + \frac{7}{2}(x+2)(x+1)(x)(x-1) + \frac{11}{5}(x+2)(x+1)(x)(x-1)(x-2)$

$P(0) = 1 + 6 + 4 + 0 + 0 + 0 = 11$

$P(1) = 1 + 9 + 12 + 0 + 0 + 0 = 22$



2. Calcule manualmente a forma de diferenças divididas de Newton para a seguinte função:

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-1	3	1	-1	3

$$\begin{aligned} 2) \quad x_0 &= -2, & p(x_0) &= -1 \\ x_1 &= -1, & p(x_1) &= 3 \\ x_2 &= 0, & p(x_2) &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_3 &= 1, & p(x_3) &= -1 \\ x_4 &= 2, & p(x_4) &= 3 \end{aligned}$$

$$p(x_0, x_1) = \frac{3 - (-1)}{-1 - (-2)} = 4$$

$$p(x_1, x_2) = \frac{1 - 3}{0 - (-1)} = -2$$

$$p(x_2, x_3) = \frac{-1 - 1}{1 - 0} = -2$$

$$p(x_3, x_4) = \frac{3 - (-1)}{2 - 1} = 4$$

$$p(x_0, x_1, x_2) = \frac{-2 - 4}{2 - (-2)} = -3$$

$$p(x_1, x_2, x_3) = \frac{0 - (-2)}{1 - (-1)} = 0$$

$$p(x_2, x_3, x_4) = \frac{4 - (-2)}{2 - 1} = 6$$

$$p(x_0, x_1, x_2, x_3) = \frac{0 - (-3)}{1 - (-2)} = 1$$

$$p(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{7 - 0}{2 - 1} = 7$$

$$p(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = 0$$

$$\begin{aligned} P_4(x) &= -1 + 4(x+2) + (x+2)(x+1) + (-0,33)(x+2)(x+1)(x) \\ &\quad + 0,333(x+2)(x+1)(x)(x-1) \end{aligned}$$

$$P_4(x) = -1 + 4(x+2) - 3(x+2)(x+1) + x(x+2)(x+1)$$

$$P(-2) = -1 + 0 + 0 - 0 + 0 \Rightarrow P(-2) = -1$$

$$P(-1) = -1 + 4 = 3$$

$$P(0) = -1 + 8 - 6 = 1$$

$$P(1) = -1 + 12 - 18 + 6 = -1$$

$$P(2) = -1 + 16 - 36 + 24 = 3$$



3. Implemente o algoritmo de diferenças divididas de Newton visto na aula teórica em Python. Calcule os exercícios 1 e 2 pelo seu algoritmo. Avalie e comente sobre os resultados obtidos pela sua implementação.

ENTRADA números x_0, x_1, \dots, x_n ; valores $f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_n)$ como $F_{0,0}, F_{1,0}, \dots, F_{n,0}$.

SAÍDA os números $F_{0,0}, F_{1,1}, \dots, F_{n,n}$, onde

$$P_n(x) = F_{0,0} + \sum_{i=1}^n F_{i,i} \prod_{j=0}^{i-1} (x - x_j). \quad (F_{i,i} \text{ é } f[x_0, x_1, \dots, x_i].)$$

Passo 1 Para $i = 1, 2, \dots, n$

Para $j = 1, 2, \dots, i$

$$\text{faça } F_{i,j} = \frac{F_{i,j-1} - F_{i-1,j-1}}{x_i - x_{i-j}}. \quad (F_{i,j} = f[x_{i-j}, \dots, x_i].)$$

Passo 2 SAÍDA ($F_{0,0}, F_{1,1}, \dots, F_{n,n}$);
PARE.

```
def termopro(i, value, x):
    pro = 1;
    for j in range(i):
        pro = pro * (value - x[j]);
    return pro;

def difftabela(x, y, n):

    for i in range(1, n):
        for j in range(n - i):
            y[j][i] = ((y[j][i - 1] - y[j + 1][i - 1]) /
                        (x[j] - x[i + j]));
    return y;

def aplicandoform(value, x, y, n):

    sum = y[0][0];

    for i in range(1, n):
        sum = sum + (termopro(i, value, x) * y[0][i]);

    return sum;

#diferença tabela

def printtabela(y, n):

    for i in range(n):
        for j in range(n - i):
            print(round(y[i][j], 4), "\t",
```



```
        end = " ");

    print("");

# numero de entradas

def ex1(value):
    n = 6;
    y = [[0 for i in range(10)]
          for j in range(10)];
    x = [ -2, -1, 0, 1, 2, 3 ];

    y[0][0] = 1
    y[1][0] = 4
    y[2][0] = 11
    y[3][0] = 16
    y[4][0] = 13
    y[5][0] = -4

    # diferença da divisão
    y=diftabela(x, y, n);

    printtabela(y, n);

    # interpolação
    #value = 4

    # Valor
    print("\nValue at", value, "is",
          round(aplicandoform(value, x, y, n), 2))

def ex2(value):
    n = 5;
    y = [[0 for i in range(10)]
          for j in range(10)];
    x = [ -2, -1, 0, 1, 2,];

    y[0][0] = -1
    y[1][0] = 3
    y[2][0] = 1
    y[3][0] = -1
    y[4][0] = 3

    # diferença da divisão
    y=diftabela(x, y, n);

    printtabela(y, n);

    # interpolação
    #value = 4
```



```
# Valor
print("\nValue at", value, "is",
      round(aplicandoform(value, x, y, n), 2))

print ("EXERCICIO 1")
ex1(-2)
ex1(-1)
ex1(0)
ex1(1)
ex1(2)
ex1(3)

print ("\n\n")
print ("EXERCICIO 2")
ex2(-2)
ex2(-1)
ex2(0)
ex2(1)
ex2(2)
```