Estatística Básica

Lista 5 GABARITO - Distribuições de Probabilidade

Luan Fiorentin

2019-03-17

1. Uma caixa tem 20 bolas azuis e 30 verdes. Retira-se uma bola dessa caixa. Seja X o número de bolas verdes.
   (a) Escreva a expressão da $P(X = x)$.
   (b) Determine a probabilidade de retirar uma bola verde.
   (c) Determine a probabilidade de não retirar uma bola verde.
2. Discuta a validade do modelo Binomial nos seguintes casos:
   (a) Dos alunos de uma grande universidade, sortea-se 5 e conta-se quantos se declaram usuários de drogas?
   (b) Escolhemos 20 lâmpadas ao acaso na prateleira de um supermercado, sendo 10 de uma fábrica e 10 de outra. Contamos o número total de defeituosas.
   (c) Quinze automóveis 0 km de uma mesma marca e tipo são submetidos a um teste antipoluição e contamos o número de deles que passaram no teste.
   (d) Um motorista é submetido a um teste em que deve estacionar seu veículo num pequeno espaço. Em 10 tentativas, contamos o número de vezes em que o motorista estacionou corretamente.
3. Uma moeda é lançada 6 vezes. Qual a probabilidade de:
   (a) Ocorrer exatamente 2 caras?
   (b) Ocorrer pelo menos 4 caras?
   (c) Ocorrer pelo menos 1 cara?
4. Em um determinando município, há uma probabilidade de 0,70 de uma empresa de materiais recicláveis ter seguro contra incêndio. Qual a probabilidade de que, dentre cinco empresas:
   (a) Nenhuma tenha seguro contra incêndio?
   (b) Exatamente quatro tenham seguro contra incêndio?
5. Sabe-se que 5% das válvulas fabricadas em uma indústria são defeituosas. Para um lote de 4 válvulas, calcule a probabilidade de:
   (a) Exatamente 2 serem defeituosas?
   (b) Qual a média do número de válvulas defeituosas?
   (c) Qual o desvio padrão do número de válvulas defeituosas
6. Uma variável aleatória Y segue uma distribuição de Poisson com parâmetro $\lambda = 2$.
   (a) $P(Y < 2)$.
   (b) $P(2 \leq Y < 4)$.
   (c) $P(Y > 0)$.
   (d) $P(Y = 1|Y < 3)$.

7. Verificou-se que a probabilidade de falha de um transistor em um instrumento eletrônico, durante uma hora de operação, é igual a 0,005.
   (a) Calcular a probabilidade de não haver falhas em 60 horas de operação.
   (b) Calcule a probabilidade do número de falhas ser inferior ou igual a 2 falhas em 60 horas?
8. Numa central telefônica, o número de chamadas chega segundo uma distribuição de Poisson, com a média de oito chamadas por minuto. Determinar qual a probabilidade de que num minuto se tenha:
   (a) Três ou mais chamadas.
   (b) Menos que 2 chamadas.
   (c) Entre 3 (inclusive) e 5 (exclusive) chamadas.
9. Suponha que a probabilidade de que um item produzido por uma máquina seja defeituoso é de 0,2. Se dez itens produzidos por essa máquina são selecionados ao acaso, qual é a probabilidade de que não mais do que um defeituoso seja encontrado? Use a distribuição Binomial e a distribuição de Poisson e compare os resultados.
10. Por engano, três peças defeituosas foram misturadas com peças boas formando um lote com 12 peças no total. Ao acaso, 4 peças foram selecionadas do lote. Note que a variável aleatória número de peças defeituosas em um lote segue uma distribução hipergeométrica.
    (a) Qual a probabilidade de pelo menos 2 peças serem defeituosas.
    (b) Qual a probabilidade de no máximo 1 peça ser defeituosa.
11. Sendo X $Exp(1)$.
    (a) $P(0 < X < 2)$.
    (b) $P(X < 2)$.
    (c) $P(1 < X < 4)$.
    (d) $P(X > 3)$.
    (e) $P(X < 2|X > 1)$.
12. Uma indústria fabrica lâmpadas especiais que ficam em operação continuamente. A empresa oferece a seus clientes a garantia de reposição, caso a lâmpada dure menos de 50 horas. A vida útil dessas lâmpadas é modelada através da distribuição Exponencial com parâmetro 1/8000.
    (a) Determine a proporção de trocas por defeito de fabricação.
    (b) Qual a duração média das lâmpadas?
    (c) Qual a variância da duração das lâmpadas?
    (d) Qual o desvio padrão da duração das lâmpadas?
13. O intervalo de tempo, em minutos, entre emissões consecutivas de uma fonte radioativa é uma variável aleatória com distribuição Exponencial de parâmetro $\alpha = 1/5$. Calcule a probabilidade de haver uma emissão em um intervalo inferior a 2 minutos.
14. Seja $X \sim N(4, 1)$.
    (a) $P(X \leq 4)$.
    (b) $P(4 < X < 5)$.
    (c) $P(2 \leq X < 5)$.
    (d) $P(5 \leq X \leq 7)$.
    (e) $P(X \leq 1)$.

(f) $P(0 \leq X \leq 2)$.

15. Seja $X \sim N(90, 100)$.
    (a) $P(X \leq 115)$.
    (b) $P(X > 80)$.
    (c) $P(X < 75)$.
    (d) $P(85 \leq X \leq 110)$.

16. Um conjunto de pessoas que estão sofrendo de uma certa moléstia são submetidas a um tratamento intesivo cujo o tempo de cura foi modelado por uma distribuição Normal, de média 15 e desvio padrão 2 (em dias). A variável aleatória X foi o tempo de cura e, portanto, tem-se que $X \sim N(15, 4)$.
    (a) Qual a probabilidade de um paciente, escolhido ao acaso, demorar mais que 17 dias para se recuperar?
    (b) Qual a probabilidade de um paciente, escolhido ao acaso, apresentar tempo de recuperação inferior a 20 dias?

17. A média pluviométrica durante o mês de Janeiro em uma cidade é de 86,8 milímetro. Suponha que uma distribuição Normal seja aplicável e que o desvio padrão seja de 20,3 mm. Em qual porcentagem do tempo a quantidade de chuva foi inferior a 76 mm em Janeiro?