Estatística Básica

Lista 3 GABARITO - Probabilidades

Luan Fiorentin

2019-03-17

1. Para cada um dos eventos abaixo, escreva o espaço amostral correspondente e conte seus elementos:
   (a) Uma moeda é lançada duas vezes e observam-se as faces obtidas.
   (b) Um dado é lançado duas vezes e a ocorrência de face par ou ímpar é observada.
   (c) Uma urna contém 10 bolas azuis e 10 vermelhas. Duas bolas são selecionadas ao acaso, com reposição, e as cores são anotadas.
   (d) Dois dados são lançados simultaneamente e estamos interessados na soma das faces observadas.
   (e) Em uma cidade, famílias com 3 crianças são selecionadas ao acaso e anota-se o sexo de cada uma, de acordo com a idade.
   (f) Uma máquina produz 20 peças por hora, escolhe-se um instante qualquer e observa-se o número de defeituosas na próxima hora.
   (g) Uma moeda é lançada consecutivamente até o aparecimento da primeira cara.

   Resposta:
   (a) $\Omega = \{CC, CR, RC, RR\} \quad n(\Omega) = 4$
   (b) $\Omega = \{PP, PI, IP, II\} \quad n(\Omega) = 4$
   (c) $\Omega = \{AA, AV, VA, VV\} \quad n(\Omega) = 4$
   (d) $\Omega = \{2, 3, 4, \ldots, 12\} \quad n(\Omega) = 11$
   (e) $\Omega = \{MMM, MMF, MFM, FMM, FFM, FMF, MFF, FFF\} \quad n(\Omega) = 8$
   (f) $\Omega = \{\omega : 0 \leq \omega \leq 20\} \quad n(\Omega) = 21$
   (g) $\Omega = \{C, RC, RRC, RRRC, RRRRC, \ldots\} \quad n(\Omega) = \infty$

2. Sendo A e B dois eventos em um mesmo espaço amostral, "traduza"para a linguagem da Teoria dos Conjuntos, as seguintes situações:
   (a) Pelo menos um dos eventos ocorre.
   (b) O evento A ocorre mas B não ocorre.
   (c) Nenhum dos eventos ocorre.
   (d) Exatamento um dos eventos ocorre.

   Resposta:
   (a) $B \cup A$.
   (b) $A \cap B^c$.
   (c) $A^c \cap B^c$.
   (d) $(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$.

3. Considere a tabela de frequência da variável idade:

Idade	ni
17	9
18	22
19	7
20	4
21	3
22	0
23	2
24	1
25	2
Total	50

   (a) Qual a probabilidade de uma pessoa ter 18 anos?

   (b) Qual a probabilidade de uma pessoa ter 23 anos?

   (c) Qual a probabilidade de uma pessoa ter 18 ou 23 anos?

   (d) Qual a probabilidade de união de todos os eventos da tabela?

   Resposta:

   (a) $P(18) = 0,36$.

   (b) $P(23) = 0,04$.

   (c) $P(18 \cup 23) = 0,40$.

   (d) $P(17 \cup 18 \cup ... \cup 25) = 1$.

4. Uma universidade tem 10 mil alunos dos quais 4 mil são considerados esportistas. Temos, ainda, que 500 alunos são do curso de biologia diurno, 700 da biologia noturno, 100 são esportistas e da biologia diurno e 200 são esportistas e da biologia noturno. Um aluno é escolhido ao acaso e pergunta-se a probabilidade de:

   (a) Ser esportista.

   (b) Ser esportista e aluno da biologia noturno.

   (c) Não ser da biologia.

   (d) Ser esportista ou aluno da biologia.

   (e) Não ser esportista e nem aluno da biologia.

   Resposta: Dica: construa uma tabela resumindo as informações.

Período	Bio. Noite (N)	Bio. Diurno (D)	Outros (O)	Total
Esportista (E)	200	100	3700	4000
Não Esportista (E^c)	500	400	5100	6000
Total	700	500	8800	10000

   (a) $P(E) = 0,40$.

   (b) $P(E \cap N) = 0,02$.

   (c) $P(O) = P(N^c \cap D^c) = 0,88$.

   (d) $P(E \cup (N \cup D)) = 0,49$

   (e) $P(E^c \cap O) = 0,51$.

5. Sejam A e B dois eventos em um dado espaço amostral, tais que $P(A) = 0,2$, $P(B) = p$, $P(A \cup B) = 0,5$ e $P(A \cap B) = 0,1$. Determine o valor de p.

   Resposta: $p = 0,40$.

6. Em replicação controlada, células são replicadas em um período de dois dias. DNA recém-sintetizado não pode ser replicado novamente até que a mitose seja completa. Dois mecanismos de controle foram identificados: um positivo e um negativo. Suponha que uma replicação seja observada em três células. Seja A o evento em que todas as células são identificadas como positivas, e B o evento em que todas as células são negativas. Descreva o espaço amostral e indique cada um dos seguintes eventos:

   (a) A.

   (b) B.

   (c) $A \cap B$.

   (d) $A \cup B$.

   Resposta: $\Omega = \{PPP; PPN; PNP; NPP; NNN; NNP; NPN; PNN\}$

   (a) $A = \{AAA\}$.

   (b) $A = \{NNN\}$.

   (c) $A \cap B = \{\varnothing\}$.

   (d) $A \cup B = \{PPP, NNN\}$.

7. Dois processadores tipos A e B são colocados em teste por 50 mil horas. A probabilidade de que um erro de cálculo aconteça em um processador do tipo A é de 1/30, no tipo B é 1/80, e em ambos é 1/1000. Qual a probabilidade de que:

   (a) Pelo menos um dos processadores tenha apresentado erro?

   (b) Nenhum processador tenha apresentado erro?

   (c) Apenas o processador A tenha apresentado erro?

   Resposta:

   (a) $P(A \cup B) = 0,045$.

   (b) $P(A^c \cup B^c) = P(A \cup B)^c = 0,96$.

   (c) $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B) = 0,03$.

8. Considere dois eventos A e B, mutuamente exclusivos, com $P(A) = 0,3$ e $P(B) = 0,5$. Calcule:

   (a) $P(A \cap B)$.

   (b) $P(A \cup B)$.

   (c) $P(A|B)$.

   (d) $P(A^c)$.

   (e) $P((A \cup B)^c)$.

   Resposta:

   (a) $P(A \cup B) = 0$.

   (b) $P(A \cup B) = 0,80$.

   (c) $P(A|B) = 0$.

   (d) $P(A^c) = 1 - P(A) = 0,70$

(e) $P((A \cup B)^c) = 0,20$

9. Se $P(A \cup B) = 0,8$, $P(A) = 0,5$ e $P(B) = x$, determine o valor de x no caso de:

   (a) A e B serem mutuamente exclusivos.

   (b) A e B serem independentes.

   Resposta:

   (a) Como $P(A \cap B) = 0$, então $x = 0,30$

   (b) Como são independentes, temos que $P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0,5x$. Então, $x = 0,60$.

10. Peças produzidas por uma máquina são classificadas como defeituosas, recuperáveis ou perfeitas com probabilidade de 0,1; 0,2 e 0,7; respectivamente. De um grande lote, foram sorteadas duas peças com reposição. Calcule:

    (a) Probabilidade de 2 defeituosas (evento A).

    (b) Probabilidade de pelo menos uma ser perfeita (evento B).

    (c) Probabilidade de uma ser recuperável e uma ser perfeita (evento C).

    Resposta:

    (a) $P(A) = 0.01$

    (b) $P(B) = 0,91$

    (c) $P(C) = 0,28$

11. A tabela a seguir apresenta informações de alunos de uma universidade quanto as variáveis: Período, Gênero e Opinião sobre a Reforma Agrária. Determine a probabilidade de escolhermos:

    (a) Uma pessoa do sexo masculino e sem opinião sobre a reforma agrária?

    (b) Uma mulher contrária a reforma agrária?

    (c) Dentre os estudantes do noturno, um que seja a favor da reforma agrária?

    (d) Uma pessoa sem opinião sabendo que ela é do sexo feminino?

Período	Gênero	Reforma Agrária		
		Contra	A Favor	Sem Opinião
Diurno	Feminino	2	8	2
	Masculino	8	9	8
Noturno	Feminino	4	8	2
	Masculino	12	10	1

    Resposta:

    (a) $P(M \cap O) = 0,12$.

    (b) $P(M \cap C) = 0,08$.

    (c) $P(F|N) = 0,49$.

    (d) $P(O|F) = 0,15$.

12. Três candidatos disputam eleições para o Governo do Estado. O candidato do partido de direita tem 30% da preferência eleitoral, o de centro tem 30% e o da esquerda tem 40%. Em sendo eleito, a probabilidade de dar, efetivamente, prioridade para Educação e Saúde é 0,4; 0,6 e 0,9 para os candidatos de direita, centro e esquerda, respectivamente.

    (a) Qual é a probabilidade de não ser dada prioridade a essas áreas no próximo governo?

(b) Se a área teve prioridade, qual a probabilidade do candidato de direita ter ganho a eleição? E o partido de centro? e o partido de esquerda?

Resposta:

(a) Considere A o evento dar prioridade a essas áreas no próximo governo. Podemos calcular a probabilidade de um governo não dar prioridade pelo complementar A^c. Assim, $P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - (0,30 \cdot 0,40 + 0,30 \cdot 0,60 + 0,40 \cdot 0,90) = 1 - 0,66 = 0,34$

(b) $P(D|A) = \frac{P(A \cap D)}{P(A)} = \frac{0,30 \cdot 0,40}{0,66} = 0,18.$

$P(C|A) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{0,30 \cdot 0,60}{0,66} = 0,27.$

$P(E|A) = \frac{P(A \cap E)}{P(A)} = \frac{0,40 \cdot 0,90}{0,66} = 0,55.$

13. A tabela a seguir apresenta dados dos 1000 ingressantes de uma universidade, com informações sobre a área de estudo e classe sócio econômica. Se um aluno ingressante é escolhido ao acaso, determine a probabilidade de:

Área/Classe	Alta	Média	Baixa
Exatas	120	156	68
Humanas	72	85	112
Biológicas	169	145	73

(a) Ser da classe econômica mais alta.

(b) Estudar na área de exatas.

(c) Estudar na área de humanas, sendo da classe média.

(d) Ser da classe baixa, dado que estuda na área de biológicas.

Resposta:

(a) $P(Baixa) = 0,36$

(b) $P(Exatas) = 0,34$

(c) $P(Humanas|\text{Média}) = \frac{P(Média|Humanas)}{P(Média)} = \frac{0.085}{0,39} = 0,22$

(d) $P(Baixa|Biológicas) = \frac{P(Biológicas|Baixa)}{P(Biológicas)} = \frac{0,073}{0,39} = 0,18$