Cálculo de Probabilidades A

Lista de Exercícios

2020-03-12

1. Para cada um dos eventos abaixo, escreva o espaço amostral correspondente e conte seus elementos:

   (a) Uma moeda é lançada duas vezes e observam-se as faces obtidas.

   $\Omega = \{CC, CR, RC, RR\} \quad n(\Omega) = 4$

   (b) Um dado é lançado duas vezes e a ocorrência de face par ou ímpar é observada.

   $\Omega = \{PP, PI, IP, II\} \quad n(\Omega) = 4$

   (c) Uma urna contém 10 bolas azuis e 10 vermelhas. Três bolas são selecionadas ao acaso, com reposição, e as cores são anotadas.

   $\Omega = \{AA, AV, VA, VV\} \quad n(\Omega) = 4$

   (d) Dois dados são lançados simultaneamente e estamos interessados na soma das faces observadas.

   $\Omega = \{2, 3, 4, \ldots, 12\} \quad n(\Omega) = 11$

   (e) Em uma cidade famílias com 3 crianças são selecionadas ao acaso, anotando-se o sexo de cada uma, de acordo com a idade.

   $\Omega = \{MMM, MMF, MFM, FMM, FFM, FMF, MFF, FFF\} \quad n(\Omega) = 8$

   (f) Uma máquina produz 20 peças por hora, escolhe-se um instante qualquer e observa-se o número de defeituosas na próxima hora.

   $\Omega = \{\omega : 0 \leq \omega \leq 20\} \quad n(\Omega) = 21$

   (g) Uma moeda é lançada consecutivamente até o aparecimento da primeira cara.

   $\Omega = \{C, RC, RRC, RRRC, RRRRC, \ldots\} \quad n(\Omega) = \infty$

   (h) Mede-se a duração de lâmpadas, deixando-as acesas até que se queimem.

   $\Omega = \{\omega : \omega > 0\} = \mathbb{R}^+ \quad n(\Omega) = \infty$

   (i) Um fichário com 10 nomes contém 3 nomes de mulheres. Seleciona-se ficha após ficha, até o último nome de mulher ser selecionado, e anota-se o número de fichas selecionadas.

   $\Omega = \{3, 4, 5, \ldots, 10\} \quad n(\Omega) = 8$

   (j) Uma moeda é lançada consecutivamente até o aparecimento da primeira cara e anota-se o número de lançamentos.

   $\Omega = \{1, 2, 3, \ldots\} \quad n(\Omega) = \infty$

   (k) De um grupo de 5 pessoas $\{A, B, C, D, E\}$, soteiam-se duas, uma após a outra, com reposição, e anota-se a configuração obtida.

   $\Omega = \{AA, AB, AC, AD, AE, BA, BB, BC, BD, BE, CA, CB, CC, CD, CE, DA, DB, DC, DD, DE, EA, EB, EC, ED, EE\} \quad n(\Omega) = 25$

   (l) Mesmo enunciado anterior, mas sem reposição.

   $\Omega = \{AB, AC, AD, AE, BA, BC, BD, BE, CA, CB, CD, CE, DA, DB, DC, DE, EA, EB, EC, ED\} \quad n(\Omega) = 20$

   (m) Mesmo enunciado anterior, mas as duas selecionadas simultaneamente.

(n) $\Omega = \{AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE\} \quad n(\Omega) = 10$

2. Considere $\Omega = \{1, 2, 3\}$ e as seguintes coleções de subconjuntos.

$$\mathcal{F}_1 = \{\emptyset, \Omega, \{1\}, \{2, 3\}\};$$

$$\mathcal{F}_2 = \{\emptyset, \Omega, \{1\}, \{2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}.$$

   Seriam ambos σ-álgebra?

   Apenas $\mathcal{F}_1$ satisfaz todas as propriedades. A coleção $\mathcal{F}_2$ não satisfaz a terceira propriedade da σ-álgebra.

3. Sendo $\Omega = \{1, 2, 3\}$, mostre que o conjunto das partes Ω_p é a σ-álgebra.

4. Sendo $\Omega = \{a, b, c\}$, liste todas as σ-álgebras de subconjuntos de Ω.

5. Dado os eventos A e B. Construa o diagrama de Venn para os seguintes eventos:
   (a) $\emptyset$.
   (b) A.
   (c) B.
   (d) $A \cap B$.
   (e) Ω.
   (f) A^c.
   (g) B^c.
   (h) $A \cup B$.
   (i) $A \cap B^c$.
   (j) $A^c \cap B$.
   (k) $A \cup B^c$.
   (l) $A^c \cup B$.
   (m) $A^c \cap B^c$.
   (n) $A^c \cup B^c$.
   (o) $(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$.
   (p) $(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$.

6. Sendo A, B e C subconjuntos quaisquer, expresse em notação matemática os conjuntos cujos elementos:
   (a) Estão em A e B, mas não em C.

   ABC^c

   (b) Não estão em nenhum deles.

   $A^cB^cC^c = (A \cup B \cup C)^c$

(c) Estão, no máximo, em dois deles.

$(ABC)^c$

(d) Estão em A, mas no máximo em um dos outros.

$A(BC)^c$

(e) Estão na intersecção dos três conjuntos e no complementar de A.

$\emptyset$

7. Uma balança digital é usada para fornecer pesos em gramas. Seja A o evento em que um peso excede 11 gramas. Seja B o evento em que um peso é menor que ou igual a 15 gramas, e seja C o evento em que um peso é maior ou igual a 8 gramas e menor que 12 gramas. Descreva os seguintes eventos:

(a) Ω.

$\Omega = \{x : x > 0\}$

(b) $A \cup B$.

$A \cup B = \{x : x > 11\}$

(c) $A \cap B$.

$A \cap B = \{x : 11 < x \leq 15\}$

(d) A^c.

$A^c = \{x : x \leq 11\}$

(e) $A \cup B \cup C$.

$A \cup B \cup C = \{x : x \geq 8\}$

(f) $(A \cup C)^c$.

$(A \cup C)^c = \{x : x < 8\}$

(g) $A \cap B \cap C$.

$A \cap B \cap C = \varnothing$

(h) $B^c \cap C$.

$B^c \cap C = \varnothing$

(i) $A \cup (B \cap C)$.

$A \cup (B \cap C) = \{x : x \geq 8\}$

8. Suponha que A e B sejam eventos mutuamente exclusivos (ou disjuntos) para os quais $P(A) = 0,3$ e $P(B) = 0,5$. Qual é a probabilidade de que:

(a) A ou B ocorra?

$0,8$

(b) A ocorra mas B não ocorra?

$0,3$

(c) A e B ocorram?

0

9. Sejam A e B dois eventos em um espaço amostral, tais que $P(A) = 0,2$, $P(B) = p$, $P(A \cup B) = 0,5$, e $P(A \cap B) = 0,1$. Determine o valor de p.

   $p = 0,4$