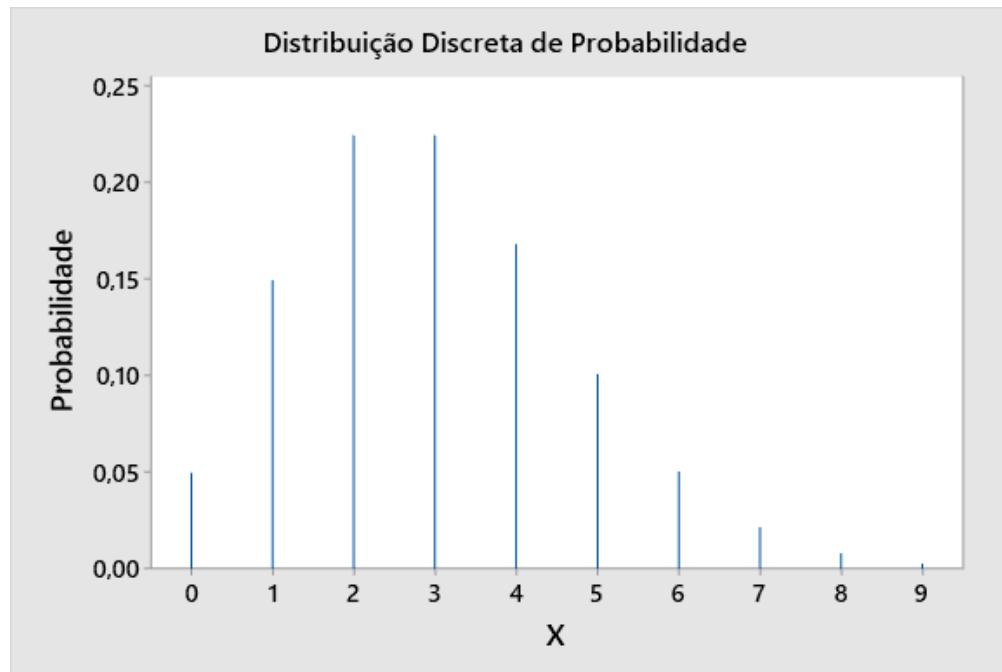


Resolução de Exercícios

Profª Julianne Borges

Distribuição discreta de probabilidade



Lembre!

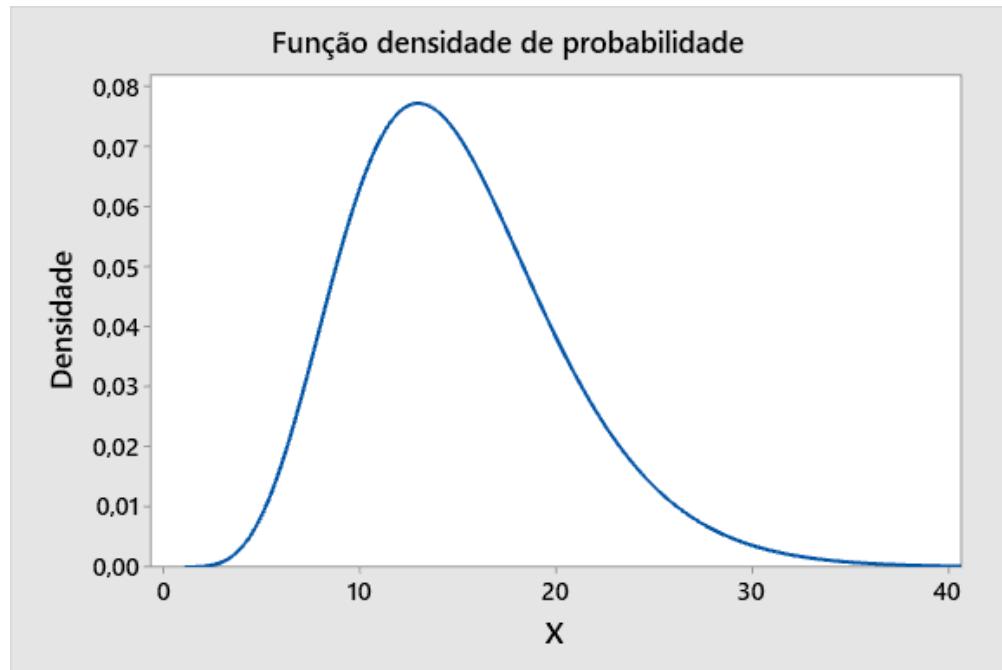
$$P(X < 1) = P(X=0)$$

$$P(X \leq 1) = P(X=0)+P(X=1)$$

$$P(X > 7) = P(X=8)+P(X=9)$$

$$P(X \geq 7) = P(X=7)+P(X=8)+P(X=9)$$

Função densidade de probabilidade



Lembrete!

$$P(X < 10) = P(X \leq 10)$$

$$P(X > 20) = P(X \geq 20)$$

Assim como

$$\begin{aligned} P(10 < X < 20) &= P(10 < X \leq 20) = \\ &= P(10 < X \leq 20) = P(10 \leq X < 20) = \end{aligned}$$

Distribuição Exponencial

Exemplos de aplicação

- Tempo para realizar uma prova.
- Tempo de chegadas de pacotes em um roteador.
- Tempo de vida de aparelhos.
- Tempo de espera em restaurantes, caixas de banco, postos de saúde.

Utilizando o Microsoft Excel

Distribuição Exponencial para o cálculo de
 $P(0 \leq X \leq x) = P(X \leq x)$

=DISTR.EXPON(x;alfa;**VERDADEIRO**)

onde:
Alfa= parâmetro da distribuição exponencial que representa o inverso da média.

Utilizando o R

Distribuição Exponencial para o cálculo de

$$P(0 \leq X \leq x) = P(X \leq x)$$

`pexp(x, alfa, lower.tail=TRUE)`

onde:

Alfa= parâmetro da distribuição exponencial que representa o inverso da média.

lower.tail=TRUE → Fornece a probabilidade acumulada até x →
 $P(X \leq x)$

lower.tail=FALSE → Fornece a probabilidade acima de x → $P(X > x)$

Utilizando o Python

Distribuição Exponencial para o cálculo de

$$P(0 \leq X \leq x) = P(X \leq x)$$

`expon.cdf(x,media)`

Distribuição Exponencial para o cálculo de

$$P(X > x)$$

`expon.sf(x,media)`

Importante:

Para usar as funções de cálculo de probabilidade para a distribuição exponencial no Python é necessário primeiramente que você importe a função `expon`:

```
from scipy.stats import  
expon
```

Exercício 1

O tempo de espera em uma fila para realizar o pagamento dos produtos adquiridos na loja segue uma distribuição exponencial com parâmetro $1/5$ minutos.



Exercício 1

X: Tempo de espera numa fila do caixa (em minutos)



Distribuição Exponencial



Parâmetro: $\alpha = 1/5$.



Exercício 1

a) Qual é a probabilidade de que uma pessoa espere um tempo menor do que a média?

E qual é a média nesse caso?

Em uma distribuição exponencial sabemos que:

$$\mu = \frac{1}{\alpha}$$

Como $\alpha = 1/5$, então

$$\mu = \frac{1}{1/5} = 5 \text{ minutos}$$

$$P(X < 5) = ?$$

No Excel:

=DISTR.EXPON(5;0,2;**VERDADEIRO**)

No R:

pexp(5,0.2, lower.tail=**TRUE**)

No Phyton:

expon.cdf(5,0.2)

Resultado: **0,6321206**

Exercício 1

b) Qual é a probabilidade de que uma pessoa espere entre 4 e 6 minutos na fila até o atendimento?

$$P(4 < X < 6) = P(X < 6) - P(X < 4)$$

No Excel:

=DISTR.EXPON(6;0,2;VERDADEIRO)
=DISTR.EXPON(4;0,2;VERDADEIRO)

No R:

pexp(6,0.2, lower.tail=TRUE)
pexp(4,0.2, lower.tail=TRUE)

No Phyton:

expon.cdf(6,0.2)
expon.cdf(4,0.2)

Resultado: **0,6988058 - 0,550671 = 0,148135**

Exercício 2

Suponha que o tempo de vida de um celular seja modelado pela distribuição exponencial apresentando uma média de 2 anos.



Exercício 2

X: Tempo de vida (em anos) de
um celular



Distribuição exponencial



Média= 2 anos



Parâmetro: $\alpha=1/2$



Exercício 2

a) Calcule a probabilidade do aparelho durar menos do que o tempo de cobertura da garantia estabelecida pela fábrica que é de 1 ano.

$$P(X < 1) = ?$$

No Excel:

=DISTR.EXPON(1;0,5;**VERDADEIRO**)

No R:

pexp(1,0.5,lower.tail=TRUE)

No Phyton:

expon.cdf(1,0.5)

Resultado: **0,3934693**

Exercício 2

b) Sabendo que a garantia acabou de vencer sem que o aparelho apresentasse problema, calcule a probabilidade do aparelho durar pelo menos mais 1 ano.

$$P(X \geq 2 | X > 1) = \frac{P(X \geq 2 \cap X > 1)}{P(X > 1)}$$

OU

Aplicando a propriedade de falta de memória da distribuição exponencial

$$P(X \geq 2 | X > 1) = P(X > 1)$$

P(X > 1) = ?

No Excel: $P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - 0,3934693$
 $=\text{DISTR.EXPON}(1; 0,5; \text{VERDADEIRO})$

No R:

`pexp(1,0.5, lower.tail=FALSE)`

No Phyton:

`expon.sf(1,0.5)`

Resultado: **0,6065307**



PUC Minas
Virtual