Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS
Curso: Ciência da Computação (2ª fase)
Disciplina: Cálculo 1
Professor: Milton Kist

Trabalho Aplicado1

O trabalho deverá ser feito (preferencialmente em dupla).

Problema (primeira parte): Use o Teorema do Valor Intermediário para mostrar que cada equação abaixo possui pelo menos uma solução, indicando um intervalo onde cada equação tenha solução. Justifique sua afirmação.

(i) $x^3 - \cos(x) = x - 1$

(ii) $e^x = 3 - 2x^2$

(iii) $2\,sen(x) - e^x = -2$

(iv) $5x - x^2 = 2\sqrt[3]{x}$

Obs.: Para desenvolver a **segunda parte** do problema cada estudante ou dupla de estudantes deverá escolher (apenas) uma das equações acima.

Problema (segunda parte): Nesta parte os estudantes deverão fazer uma implementação. Deverão criar um algoritmo que aproxime a solução da referida equação (escolhida para fazer a segunda parte) com intervalo de comprimento igual ou inferior a 1/10, que contenha uma solução, isto é, o erro de aproximação da referida solução será inferior a 10^{-1}. Quando o erro desejado for atingido, deverá ser indicado o comando de parada.

Dados de entrada: Dois números reais

Dados de saída: O algoritmo deve retornar com a seguinte mensagem:

(a) "não é possível afirmar que existe solução neste intervalo, tente outros dois números";

(b) Ou "a equação tem pelo menos uma solução neste intervalo" e também deve retornar um intervalo de comprimento menor ou igual que 10^{-1}, no qual a equação tem solução.

Nota: A resolução do problema (primeira parte), bem como o programa (linhas de comando) de resolução do problema (segunda parte) deverão ser entregues em arquivo pdf. Além disso, deve ser disponibilizado/apresentado o programa da segunda parte.

Alunos: Luan Lucas de Lima Peloso e João Pedro Xavier

1ª Parte:

i $x^3 - \cos(x) = x - 1$ | $f(x) = x^3 - \cos(x) - x + 1$

Roiz: $f(x) = 0$

$f(10) = 10^3 - \cos(10) - 10 + 1$
$991 - \cos(10)$
$\simeq 991,84$

$f(-10) = (-10)^3 - \cos(-10) - (-10) + 1$
$-989 - \cos(-10) \simeq -988,16$

tem roiz entre ($f(10)$ e $f(-10)$

$f(0) = 0 - \cos(0) - 0 - 1$
$f(0) = 0 - 1 - 0 - 1$
$f(0) = -2$

tem roiz entre $f(0)$ e $f(10)$

$f(5) = 5^3 - \cos(5) - 5 + 1$
$121 - \cos(5)$
$\simeq 120,71$

tem roiz entre $f(0)$ e $f(-5)$

$f(2) = 2^3 - \cos(2) - 2 + 1$
$7 - \cos(2)$
$\simeq 7,41$

tem roiz entre $f(0)$ e $f(2)$

$f(1) = 1^3 - \cos(1) - \cancel{1} + \cancel{1}$
$1 - \cos(1)$
$\simeq 0,45$

tem roiz entre $f(0)$ e $f(1)$

Se $f(x) = \cos(x) - x + 1$ é contínua em $[0, 1]$ tal que $f(0) \cdot f(1) < 0$, existe um c no intervalo $[0, 1]$ tal que $f(c) = 0$

Alunos: Luan Lucas de Lima Peloso e João Pedro Xavier

ii $e^x = 3 - 2x^2$

$e^x - 3 + 2x^2 = 0$ (raiz)

$f(x) = e^x - 3 + 2x^2$

$f(10) = e^{10} - 3 + 2.10^2$

$e^{10} - 197$

$\simeq 22223,46$

Não tem raiz

$f(-10) = e^{-10} - 3 + 2.(-10)^2$

$\frac{1}{e^{10}} + 197$

$\simeq 197,0$

$f(0) = e^1 - 3 + 2.0^2$

$+1 - 3 = -2$

entre $f(10)$ e $f(0)$, tem raiz

entre $f(-10)$ e $f(0)$, tem raiz

$f(2) = e^2 - 3 + 2.(2)^2$

$e^2 + 5$

$\simeq 12,38$

entre $f(0)$ e $f(2)$, tem raiz

$f(-2)$ $e^{-2} - 3 + 2.(-2)^2$

$\frac{1}{e^2} + 5$

$\simeq 5,13$

entre $f(0)$ e $f(-2)$ tem raiz

$f(1)$ $e^1 - 3 + 2.1^2$

$e - 1$

$\simeq 1,71$

entre $f(0)$ e $f(1)$ tem raiz

$f(-1)$ $e^{-1} - 3 + 2.(-1)^2$

$\frac{1}{e} - 1$

$\simeq -0,63$

entre $f(-1)$ e $f(-2)$ tem raiz

Se $f(x) = e^x - 3 + 2x^2$ é contínua em $[0,1]$ e em $[-1,-2]$, tal que $f(0).f(1) < 0$ e $f(-1).f(-2) < 0$, existe um c no intervalo $[0,1]$ e um no intervalo $[-1,-2]$ tal que $f(c) = 0$

Alunos: Luan Lucas de Lima Peloso e João Pedro Xavier

iii $2\,sen(x) - e^x = -2$

$2\,sen(x) - e^x + 2 = 0$ (raiz)

$f(x) = 2\,sen(x) - e^x + 2$

$f(10) = 2 \cdot sen(10) - e^{10} + 2$
$\simeq -22025{,}55$

existe raiz

$f(0) = 2 \cdot sen(0) - e^0 + 2$
$0 - 1 + 2$
1

$f(2) = 2 \cdot sen(2) - e^2 + 2$ } existe raiz entre $f(2)$ e $f(0)$
$\simeq -3{,}57$

$f(1) = 2 \cdot sen(1) - e^1 + 2$ } existe raiz entre $f(2)$ e $f(1)$
$\simeq 0{,}96$

Se $f(x) = 2\,sen(x) - e^x + 2$ é contínua em $[1,2]$, tal que $f(1) \cdot f(2) < 0$, existe um c no intervalo $[1,2]$, tal que $f(c) = 0$

Alunos: Luan Lucas de Lima Peloso e João Pedro Xavier iv $5x - x^2 = 2\sqrt[3]{x}$

$5x - x^2 - 2\sqrt[3]{x} = 0$

$f(10) = 5.10 - 10^2 - 2.\sqrt[3]{10}$

$-50 - 2\sqrt[3]{10}$

$\simeq -54,3$

Não tem raiz

$f(-10) = 5.(-10) - (-10)^2 - 2\sqrt[3]{(-10)}$

$-150 + 2\sqrt[3]{10}$

$\simeq -145,69$

$f(2) = 5.2 - 2^2 - 2\sqrt[3]{2}$ entre $f(2)$ e $f(\pm 10)$, tem raiz

$6 - \sqrt[3]{2}$

$\simeq 3$

$f(5) = 5.5 - 5^2 - 2\sqrt[3]{5}$ entre $f(2)$ e $f(5)$ tem raiz

$-\sqrt[3]{5}$

$\simeq -3,41$

$f(4) = 5.4 - 4^2 - 2\sqrt[3]{4}$ entre $f(4)$ e $f(5)$ tem raiz

$4 - 2\sqrt[3]{4}$

$\simeq 0,81$

Se $f(x) = 5x - x^2 - 2\sqrt[3]{x}$ é contínua em $[4,5]$, já que $f(4).f(5) < 0$, existe um c no intervalo $[4,5]$ tal que $f(c) = 0$

Alunos: Luan Lucas de Lima Peloso e João Pedro Xavier

b

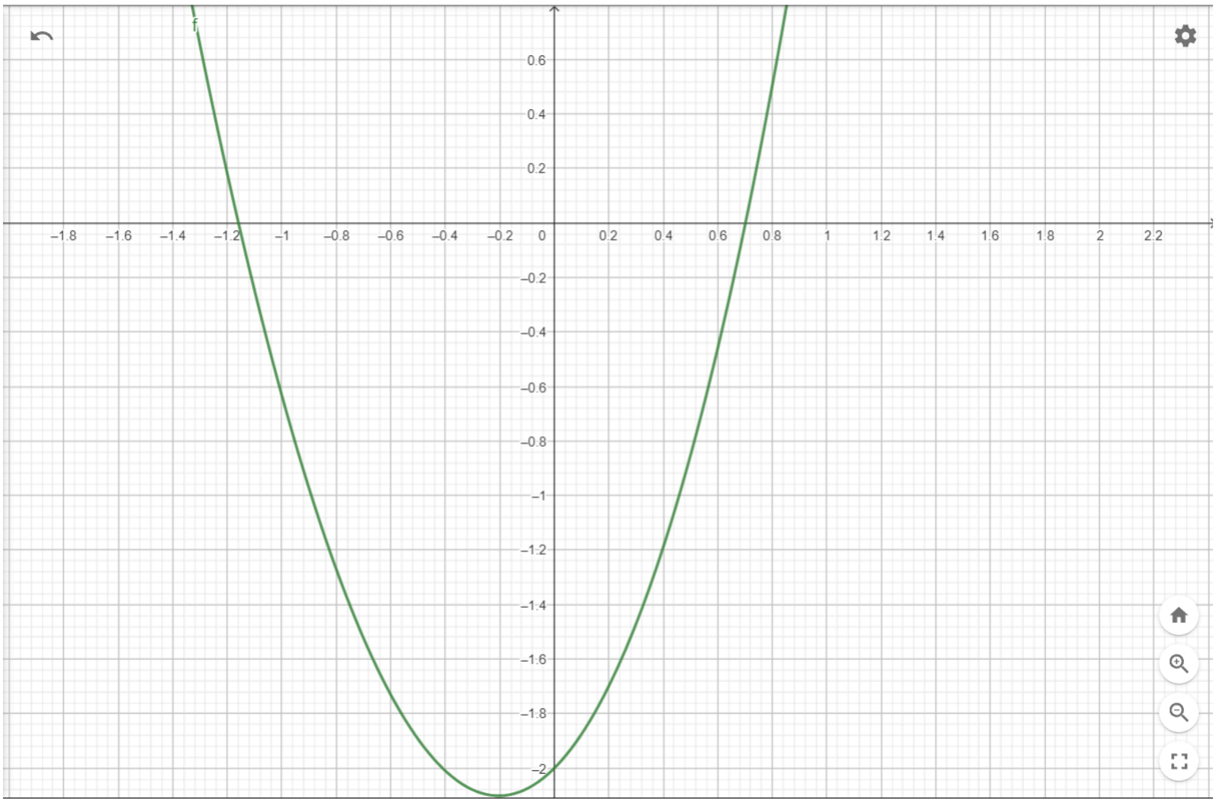
2ª Parte:

Metodo_Bisecção.py > ...

```python
from math import e #aqui usamos a biblioetca math para podermos usar a constante de euler
T = 10**-6 #definimos a tolerância, ou seja, a precisão do ponto que encontramos uma raiz
iteracao = 10000
inicio = 1
a, b = map(float, input("Digite um intervalo: \n").split())#recebemos o intervalo

while iteracao>=inicio:
    ponto_medio = (a + b) / 2#calculamos o ponto medio entre o intervalo para calcularmos a função neste ponto
    funcaop = e**(ponto_medio) - (3 - 2 *ponto_medio**2)#valor da função no ponto medio
    funcaoa = e**(a) - (3 - 2 * a**2)#calculamos a função no começo do intervalo
    funcaob = e**(b) - (3 - 2 * b**2)#calculamos a função no final do intervalo
    if (abs(funcaop) < T or (b - a) / 2 < T) and (funcaoa*funcaob)<0:#aqui verificamos se o valor da função no ponto medio
    #é suficientemente menor que a tolerância
    #verificamos também se o intervalo é suficientemente pequeno para se encaixar na tolerância e por final o produto das funções em a e b
    # deve ser negativo.
        print(f"a equação tem pelo menos uma solução neste intervalo: {a} {b}\n")
        break
    inicio += 1

    if funcaop * funcaoa > 0:
        a = ponto_medio
    else:
        b = ponto_medio
    #nesses dois casos estámos descartando o lado direito e esquerdo caso as raízes não estejam lá
    if inicio > iteracao: #se até o final do while a raíz não foi encontrado, dizemos que o programa falhou
        inicio = 1
        a, b = map(float, input("não é possível afirmar que existe solução neste intervalo, tente outros dois números: \n").split())
        continue #pedimos um novo intervalo para buscarmos as raizes entre eles
```

PROBLEMAS SAÍDA CONSOLE DE DEPURAÇÃO TERMINAL PORTAS COMENTÁRIOS Python

```
PS C:\Users\joaop\teste_uffs> & C:/Users/joaop/AppData/Local/Microsoft/WindowsApps/python3.11.exe c:/Users/joaop/teste_uffs/Metodo_Bisecção.py
Digite um intervalo:
2 4
não é possível afirmar que existe solução neste intervalo, tente outros dois números:
1 2
não é possível afirmar que existe solução neste intervalo, tente outros dois números:
-4 -2
não é possível afirmar que existe solução neste intervalo, tente outros dois números:
-10 10
a equação tem pelo menos uma solução neste intervalo: [-1.15891695022583 , -1.1589157581329346]

PS C:\Users\joaop\teste_uffs>
```



Alunos: Luan Lucas de Lima Peloso e João Pedro Xavier

Alunos: Luan Lucas de Lima Peloso e João Pedro Xavier