Luan Lucas de Lima Peloso

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL

Ciência da Computação
Professor Antônio Marcos

Verspertino
13/09/2024

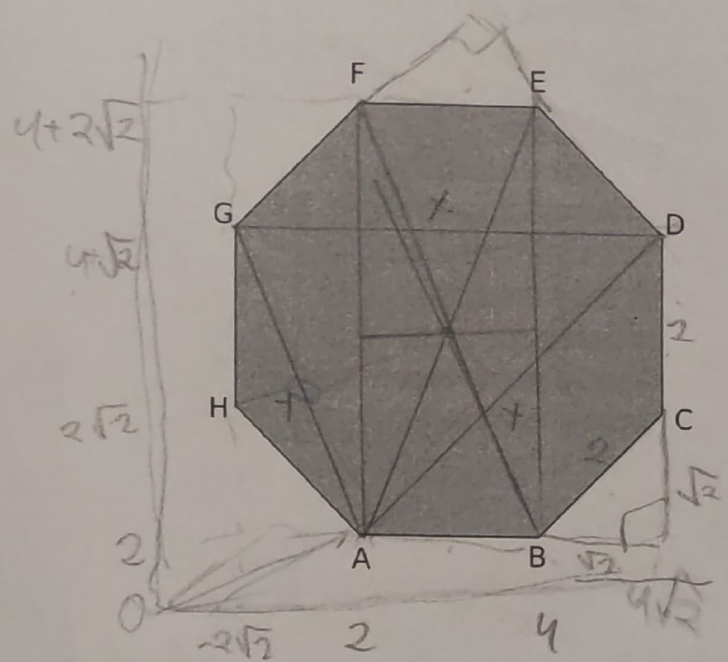
1ª Avaliação Geometria Analítica

Indique na folha de respostas o seu nome. As questões podem ser resolvidas em qualquer ordem. Não aceito reclamação sobre a correção de uma questão feita de lápis. Deixe claro onde começa e termina a resolução do exercício. Se precisar de mais papel, isto lhe será fornecido. Nunca risque a carteira. Não dê respostas incompreensíveis e ilegíveis, e leve em conta que respostas corretas sem justificativas são pouco valiosas. A avaliação é individual e sem direito ao uso do seu material. Não converse com seu colega. Não troque materiais com alguém. Os exercícios estão avaliados em porcentagem, de modo que o máximo que se pode atingir é 100%. Faça a prova com calma e revise o que você fez antes de entregar.

1ª QUESTÃO (30%) Dado um quadrilátero qualquer ABCD, demonstre que os pontos médios dos seus lados são vértices de um paralelogramo.

2ª QUESTÃO (30%) Num triângulo qualquer ABC, sejam M, N e P os pontos médios dos lados AB, BC e AC, respectivamente. Mostre que $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{0}$.

3ª QUESTÃO (15%)



a) Os vértices do octógono regular ao lado, dados ordenadamente, são
$A = \left(2, \frac{4^9 3^7}{4937}, 2\right), B = \left(4, \frac{4^9 3^7}{4937}, 2\right)$,
$C = \left(4+\sqrt{2}, \frac{4^9 3^7}{4937}, \sqrt{2}+2\right)$,
$D = \left(4+\sqrt{2}, \frac{4^9 3^7}{4937}, 4+\sqrt{2}\right)$,
$E = \left(4, \frac{4^9 3^7}{4937}, 4+2\sqrt{2}\right)$,
$F = \left(2, \frac{4^9 3^7}{4937}, 4+2\sqrt{2}\right)$,
$G = \left(2-\sqrt{2}, \frac{4^9 3^7}{4937}, 4+\sqrt{2}\right)$,
$H = \left(2-\sqrt{2}, \frac{4^9 3^7}{4937}, \sqrt{2}+2\right)$.

Verifique que A, D e G são vértices de um triângulo isósceles (dois lados de mesma medida).

4ª QUESTÃO

Considere os pontos do octógono do exercício anterior.

a) (10%) Encontre o ponto P, centro do octógono (ou seja, o ponto médio do segmento AE).

b) (15%) Calcule a área do triângulo ABP.

c) (10%) Calcule a área do octógono.

5ª QUESTÃO (2%)

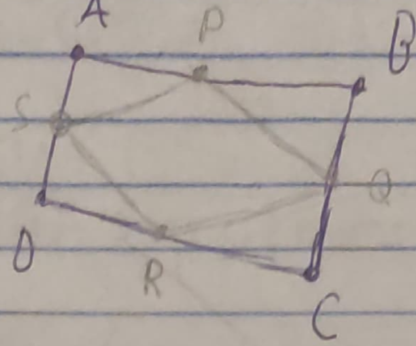
Você sabia que $\frac{4^9 3^7}{4937}$ é quase igual a

116124.9600097225035446627506582945108365404091553575045574235365606643710755519546283167915738302612922827628114239416649787320234960502329 34980
75754506785497265554587806360137735466882722300992505570184322463034231314563500101 276078590236986023901154547295928701640672473161839173587198703666194
0449665788940652217946121126189993923435284585780838565930727162244277901559651610 289649584768077780028357302005266356086692323273242860036459388292485
3149686044156370265343325906420903382621024913915333198298561879684018634798460603 60542839781243670245088110188373506177840794004456147457970427385051
6508000810208628721895888191209236378367429613125379785294713388697589629329552359 73263115252177435689690095199513874822766862467085274458172979542232
12477212882317196678144622240226858416042130848693538586185942880291675106339 88251974883532509621227466072513672270609681993113226655863884950374
72149078387684828843427182409949377?*Frustrante, né?*

Luan Lucas de Lima Pelosa

61%

1



Por definição, se $\vec{SP} = \vec{RQ}$, $\vec{SR} = \vec{PQ}$, Logo é um paralelogramo

10%

$\vec{AP} = \frac{1}{2}\vec{AB}$, $\vec{DS} = \frac{1}{2}.\vec{DA}$, $\vec{CQ} = \frac{1}{2}\vec{CB}$, $\vec{RC} = \frac{1}{2}\vec{DC}$

$\vec{DS} = \vec{SA}$, $\vec{AP} = \vec{PB}$, $\vec{BQ} = \vec{QC}$, $\vec{CR} = \vec{RD}$

Se você lê ao contrário, i.e., tem uma demonstração.

$\vec{SP} = \vec{RQ}$ | $\vec{SP} = \vec{SA} + \vec{AP}$, $\vec{RQ} = \vec{RC} + \vec{CQ}$

... assim não tem

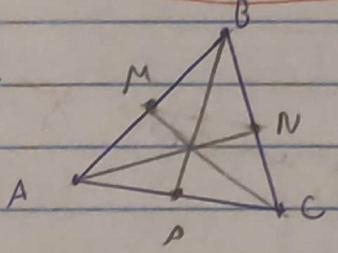
$\vec{SA} + \vec{AP} = \vec{RC} + \vec{CQ}$ → $\alpha.(\vec{u}+\vec{v}) = \alpha.\vec{u} + \alpha.\vec{v}$

$\frac{1}{2}\cdot\vec{DA} + \frac{1}{2}\vec{AB} = \frac{1}{2}\vec{DC} + \frac{1}{2}\vec{CB}$

$\frac{1}{2}(\vec{DA} + \vec{AB}) = \frac{1}{2}(\vec{DC} + \vec{CB})$

$\frac{1}{2}(\vec{DB}) = \frac{1}{2}(\vec{DB})$, Logo $\vec{SP} = \vec{RQ}$, então $\vec{SR} = \vec{PQ}$, formando assim um paralelogramo.

2



$\vec{AN} + \vec{BP} + \vec{CM} = \vec{O}$

$\vec{AN} = \vec{AB} + \vec{BN}$; $\vec{AN} = \vec{AC} + \vec{CN}$ ✓

$\vec{BP} = \vec{BA} + \vec{AP}$; $\vec{BP} = \vec{BC} + \vec{CP}$ ✓

$\vec{CM} = \vec{CA} + \vec{AM}$; $\vec{CM} = \vec{CB} + \vec{BM}$ ✓

$\vec{BN} = \frac{1}{2}\vec{BC}$; $\vec{CN} = \frac{1}{2}\vec{CB}$; $\vec{AP} = \frac{1}{2}\vec{AC}$; $\vec{CP} = \frac{1}{2}\vec{CA}$; ✓

$\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AB}$; $\vec{BM} = \frac{1}{2}\vec{BA}$. ✓

28%

$\vec{AN} + \vec{BP} + \vec{CM} = \vec{O}$

$\vec{AB} + \vec{BN} + \vec{BC} + \vec{CP} + \vec{CA} + \vec{AM} = \vec{O}$

$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} + \vec{BN} + \vec{CP} + \vec{AM} = \vec{O}$

$\vec{AC} + \vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{AB} = \vec{O}$

$\vec{\emptyset} + \frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{CA} + \vec{AB}) = \vec{O}$

$\frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{AB}) = 0$

$\frac{1}{2}(\vec{O}) = 0$

$\alpha.\vec{O} = \vec{O}$,

$\vec{O}$

4

3 $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{DG}|$ | $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{DG}$

$\overrightarrow{OA} = (2, \frac{4^{9^7}}{4979}, 2)$

$\overrightarrow{OD} = (4+\sqrt{2}, \frac{4^{9^7}}{4977}, 4+\sqrt{2})$ Dizemos que $\frac{4^{9^7}}{4977} = Y$

$OG = (2-\sqrt{2}, \frac{4^{9^7}}{4977}, 4+\sqrt{2})$

$\overrightarrow{DG} = 6,\ 2.Y,\ 8+2\sqrt{2}$ $\overrightarrow{AD} = 6+\sqrt{2},\ 2Y,\ 6+\sqrt{2}$

$|\overrightarrow{DG}|^2 = 6^2 + 2y^2 + (8+2\sqrt{2})^2$ $|\overrightarrow{AD}|^2 = 6+\sqrt{2}^2 + 2y^2 + 6+\sqrt{2}^2$

$6^2 + \cancel{2y^2} + (8+2\sqrt{2})^2 = (6+\sqrt{2})^2 + \cancel{2y^2} + (6+\sqrt{2})^2$

$6^2 + (8+2\sqrt{2})^2 = (6+\sqrt{2})^2 + (6+\sqrt{2})^2$

$6^2 + (8+2\sqrt{2})^2 = 2(6+\sqrt{2})^2$

$36 + (8+2\sqrt{2})^2 = (12+2\sqrt{2})^2$

$36 + 117,25 = 219,88$

$153,25 \neq 219,88$

não é isoceles

Que tal que eu disse que é!!

Luan Lucas de Lima Peloso

4a $P = \vec{AE} \cdot \frac{1}{2}$ $\vec{AE} = \vec{OA} + \vec{OE}$

NÃO

Seja $y = \frac{4^{9^{3^7}}}{4937}$ ...

$\vec{OA} = (2, y, 2)$

$\vec{OE} = (4, y, 4+2\sqrt{2})$

feio...

$\vec{AE} = (6, 2y, 6+2\sqrt{2}) \cdot \frac{1}{2}$

$P = (3, y, \frac{6+2\sqrt{2}}{2})$

$P = (3, \frac{4^{9^{3^7}}}{4937}, \frac{6+2\sqrt{2}}{2})$

0,5

b As coordenadas ABEF formam um paralelogramo que representa 4 vezes a área de ABP, então

$|\vec{AB} \times \vec{AF}| \cdot \frac{1}{4} = ABP$ ✓ EXCELENTE IDEIA !

$\vec{AB} = \vec{OA} + \vec{OB}$, $\vec{AF} = \vec{OA} + \vec{OF}$, Seja $y = \frac{4^{9^{3^7}}}{4937}$

$\vec{OA} = (2, y, 2)$ $\vec{AB} = (6, 2y, 4)$

$\vec{OB}$ $(4, y, 2)$ $\vec{AF} = (4, 2y, 6+2\sqrt{2})$

$\vec{OF}$ $(2, y, 4+2\sqrt{2})$

I J K		$I = 2y \cdot 6+2\sqrt{2}$	$I = 12y + 4y\sqrt{2}$
6 2y 4		$J = -(6 \cdot (6+2\sqrt{2}) - 16)$	$J = -(36+12\sqrt{2}-16) = -20+12\sqrt{2}$
4 2y $6+2\sqrt{2}$		$K = 12y - 8y$	$K = 4y$

$(12y + 4y\sqrt{2}), (-20 - 12\sqrt{2}), 4y \cdot \frac{1}{4}$

$(3y + y\sqrt{2}) + (-5 - 3\sqrt{2}) + y$

$-5 + 4y + y\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

1,0

Area de ABP $= -5 + 4\left(\frac{4^{9^{3^7}}}{4937}\right) + \frac{4^{9^{3^7}}}{4937}\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

c Area do octogono = 8 . ABP

$8\left(-5 + 4\left(\frac{4^9 3^7}{4^9 3^7}\right) + 4^9 3^7 \sqrt{2} - 3\sqrt{2}\right)$

$-40 + 32\left(\frac{4^9 3^7}{4^9 3^7}\right) + 8\left(4^9 3^7 \sqrt{2}\right) - 24\sqrt{2}$

06

5 Beem frustrante

02