Reconhecimento de Imagens por Fractais

Entendimentos e Dúvidas

Fractais - Definição

- São estruturas complexas formadas pela repetição infinita de partes simples, que se mostram imprevisivelmente diferentes para qualquer escala.
- Locus de pontos que são obtidos de uma de três formas:
  - Geometricamente (construção geométrica simples)
  - Analiticamente, e.g.: $z_{k+1} = f(z_k)$, z complexo
  - Proabilístico (exemplo?)
- Propriedades
  - Dimensão (mais adiante)
  - Auto-similaridade
  - Definição simples e recursiva
  - Disruptor - não podemos descrever com Euclides

Aplicações

- Análise e reconhecimento de imagens
- Sistemas-L
- Sistemas de Funções iteradas

Dimensão

- Quanto mais detalhes, maior a dimensão
- Não há consenso, mas usaremos:
  - Dimensão de Hausdorff-Besicovitch
  - original, usada na própria definição de fractal, é o da dimensão de Hausdorff-Besicovitch. Esta, por sua vez, é derivada da medida de Hausdorff $\mathfrak{H}^s_\delta$. Seja o conjunto $X \subset \Re^n$ e s e δ reais não-negativos. Assim:

$$\mathfrak{H}^s_\delta(X) = \inf\{\sum \|U_i\|^s \text{sendo } \{U_i\} \text{ uma } \delta\text{-cobertura of } X\}, \qquad (3.1.1)$$

em que $\{U_i\}$ é uma δ-cobertura de X se $X \subset \bigcup_{i=1}^{\infty} U_i$, sendo $0 < \|U_i\| \leq \delta$.

Partindo da definição anterior, a s-medida de Hausdorff $\mathfrak{H}^s$ é obtida por:

$$\mathfrak{H}^s(X) = \lim_{\delta \to 0} \mathfrak{H}^s_\delta(X). \qquad (3.1.2)$$

Estimativas

- Aproximações! Não outras definições.
- Imagens 2D de 2 cores
- Box-counting
  - Para r = 1,2,4,8…, divida a imagem em r quadrados iguais
  - Conte quantos N(r) quadrados possuem pedaço do fractal
  - $D = 2 - \lim_{r \to 0} \log(N(r)) / \log(r)$
  - Faz MMQ de log(N(r)) por log(r) para obter esse limite (D = 2 - |coef. ang.|)
- Bouligand-Minkowski
  - Dilatar?
- 3D: cubos, D = 3 - |coef. ang.|

Complexidade

- Outra medida de interesse do fractal
- Pode ser calculada diretamente da dimensão
- Mas apenas por Bouligand-Minkowski pelo que entendi