

# Bab 12

## REGRESI LINEAR BERGANDA DAN KORELASI

# Tujuan

- Membahas tentang regresi linear dengan dua variabel, koefisien korelasi dan determinasi.

# REGRESI DAN KORELASI

- **Analisis Regresi**

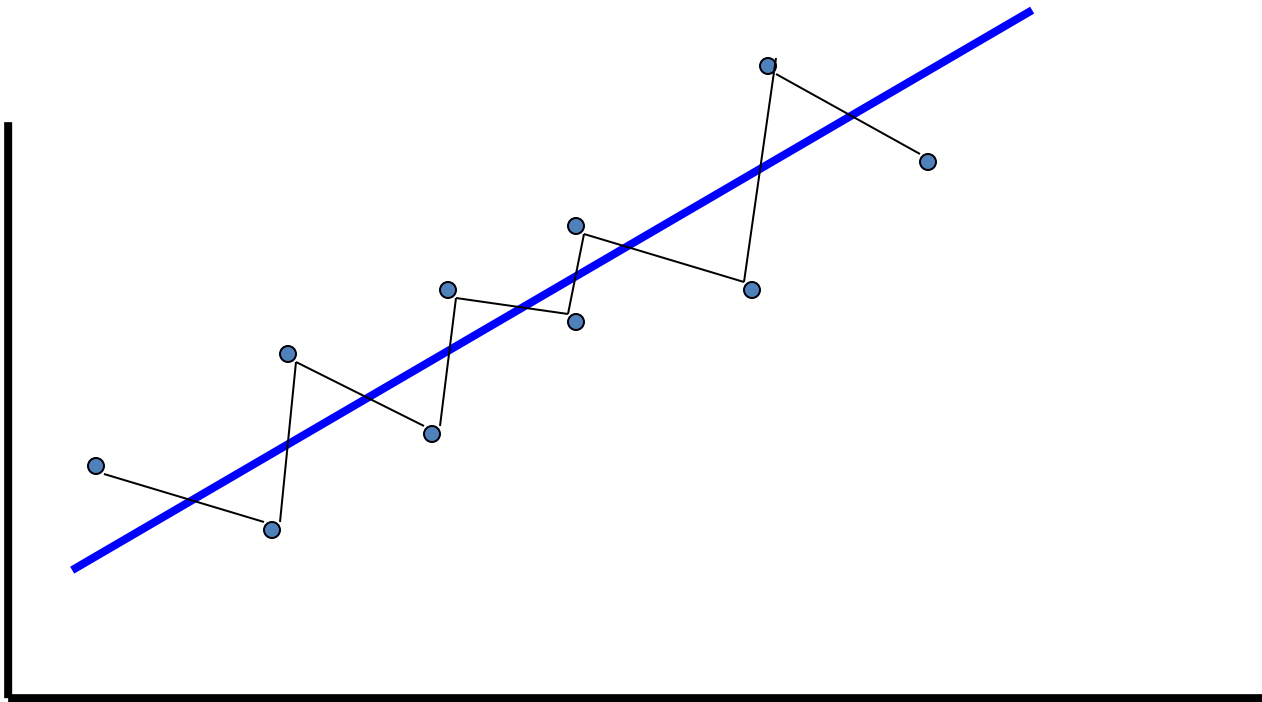
Analisa Statistik yang memanfaatkan hubungan antara dua atau lebih peubah kuantitatif sehingga salah satu peubah dapat diramalkan dari peubah yang lain.

- **Korelasi** :

mengukur keeratan hubungan linear dari dua variabel.

# REGRESI LINEAR

- $y = a + bx$



# REGRESI LINEAR

Persamaan  $y = a_0 + a_1 x_i$

$$\sum_{i=0}^n y_i = a_0 \cdot n + a_1 \sum_{i=0}^n x_i$$

$$\sum_{i=0}^n y_i x_i = a_0 \cdot \sum_{i=0}^n x_i + a_1 \sum_{i=0}^n x_i^2$$

# REGRESI LINEAR

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=0}^n x_i \\ \sum_{i=0}^n x_i & \sum_{i=0}^n x_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^n y_i \\ \sum_{i=0}^n y_i x_i \end{bmatrix}$$

Mencari koefisien persamaan

# LINEAR BERGANDA (X1, X2)

Persamaan :  $y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x_2$

$$\sum_{i=1}^n \Rightarrow \beta_0 n + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_{1i} + \beta_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$\sum_{i=1}^n x_{1i} \Rightarrow \beta_0 \sum_{i=1}^n x_{1i} + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 + \beta_2 \sum_{i=1}^n x_{1i} \cdot \sum_{i=1}^n x_{2i} = \sum_{i=1}^n x_{1i} \cdot \sum_{i=1}^n y_i$$

$$\sum_{i=1}^n x_{2i} \Rightarrow \beta_0 \sum_{i=1}^n x_{2i} + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_{1i} \cdot \sum_{i=1}^n x_{2i} + \beta_2 \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 = \sum_{i=1}^n x_{2i} \cdot \sum_{i=1}^n y_i$$

# LINEAR BERGANDA (X1, X2)

$$\begin{pmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_{1i} & \sum_{i=1}^n x_{2i} \\ \sum_{i=1}^n x_{1i} & \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n x_{1i} \cdot \sum_{i=1}^n x_{2i} \\ \sum_{i=1}^n x_{2i} & \sum_{i=1}^n x_{1i} \cdot \sum_{i=1}^n x_{2i} & \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{1i} & \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{2i} & \sum_{i=1}^n y_i \end{pmatrix}$$



# LINEAR BERGANDA (X1, X2, X3)

Persamaan  $y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$

$$\beta_0 n + \beta_1 \sum_{i=1}^n X_{1i} + \beta_2 \sum_{i=1}^n X_{2i} + \beta_3 \sum_{i=1}^n X_{3i} = \sum_{i=1}^n Y_i$$

$$\beta_0 \sum_{i=1}^n X_{1i} + \beta_1 \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 + \beta_2 \sum_{i=1}^n X_{2i} X_{1i} + \beta_3 \sum_{i=1}^n X_{3i} X_{1i} = \sum_{i=1}^n Y_i X_{1i}$$

$$\beta_0 \sum_{i=1}^n X_{2i} + \beta_1 \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{2i} + \beta_2 \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 + \beta_3 \sum_{i=1}^n X_{3i} X_{2i} = \sum_{i=1}^n Y_i X_{2i}$$

$$\beta_0 \sum_{i=1}^n X_{3i} + \beta_1 \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{3i} + \beta_2 \sum_{i=1}^n X_{2i} X_{3i} + \beta_3 \sum_{i=1}^n X_{3i}^2 = \sum_{i=1}^n Y_i X_{3i}$$

# LINEAR BERGANDA (X1, X2, X3)

$$\begin{bmatrix}
 n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{3i} \\
 \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{2i} X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{3i} X_{1i} \\
 \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{3i} X_{2i} \\
 \sum_{i=1}^n X_{3i} & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{3i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} X_{3i} & \sum_{i=1}^n X_{3i}^2
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \beta_0 \\
 \beta_1 \\
 \beta_2 \\
 \beta_3
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \sum_{i=1}^n Y_i \\
 \sum_{i=1}^n Y_i X_{1i} \\
 \sum_{i=1}^n Y_i X_{2i} \\
 \sum_{i=1}^n Y_i X_{3i}
 \end{bmatrix}$$

# KORELASI

**Analisis yang digunakan untuk menelaah tingkat keeratan hubungan 2 variabel (x dan y)**

**X : Variabel bebas**

**Y : Variabel tidak bebas (Peubah Respon)**

- tidak menggambarkan hubungan sebab akibat
- nilainya berkisar antara -1 dan 1
- Pearson's Coef of Correlation linear relationship
- Spearman's Coef of Correlation (rank correlation) trend relationship

# KORELASI

Nilai koefisien korelasi (r) untuk regresi linear :

$$r = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \sqrt{n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}$$

Dengan : n=banyaknya data

xi= peubah bebas ke-i

yi=peubah respon ke-i

Koefisien Determinasi (R):

Besarnya kontribusi x terhadap naik turunnya y

$$R = r^2$$

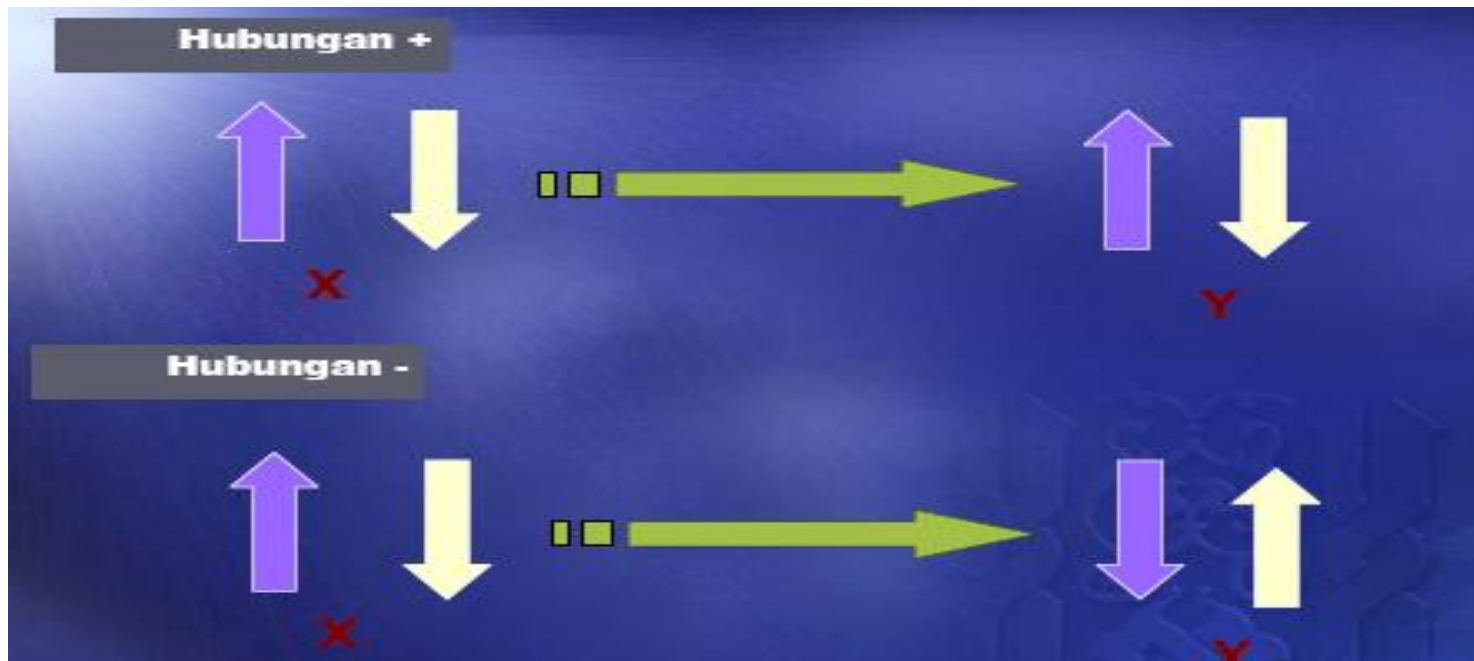
# BENTUK HUBUNGAN

## Hubungan + :

Jika kenaikan / penurunan x pada umumnya diikuti oleh kenaikan / penurunan y

## Hubungan - :

Jika kenaikan / penurunan x pada umumnya diikuti oleh penurunan // kenaikan y



# POLA HUBUNGAN X DAN Y



Hub +



Hub +



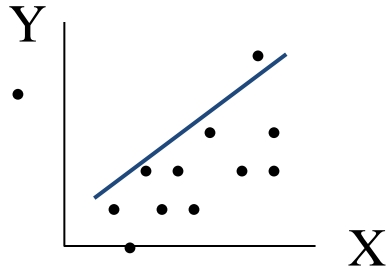
Tidak ada hub

## Koefisien korelasi (r)

- Adalah nilai yang menunjukkan kuat atau lemah hubungan antara x dan y

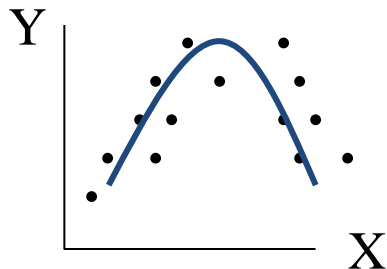
Nilai ini (r) terletak antara -1 dan 1

$$-1 \leq r \leq 1$$



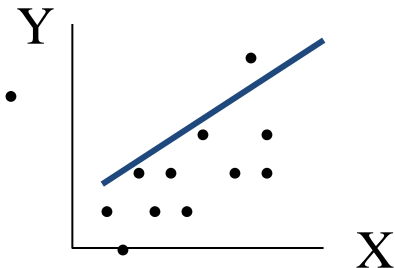
### **Korelasi Linear:**

Jika semua titik (X,Y) pd diagram pencar mendekati bentuk garis lurus.



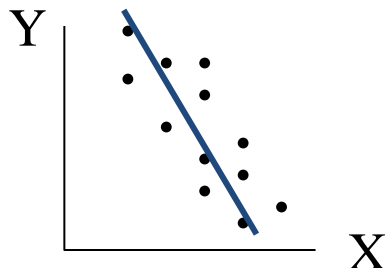
### **Korelasi Non-linear:**

Jika semua titik (X,Y) pd diagram pencar tidak membentuk garis lurus.



### **Korelasi Positif:**

Jika arah perubahan kedua variabel sama  $\Rightarrow$  If X naik, Y juga naik.



### **Korelasi Negatif:**

Jika arah perubahan kedua variabel tidak sama  $\Rightarrow$  If X naik, Y turun.

# KOEFISIEN KORELASI

$$-1 \leq r \leq 1$$

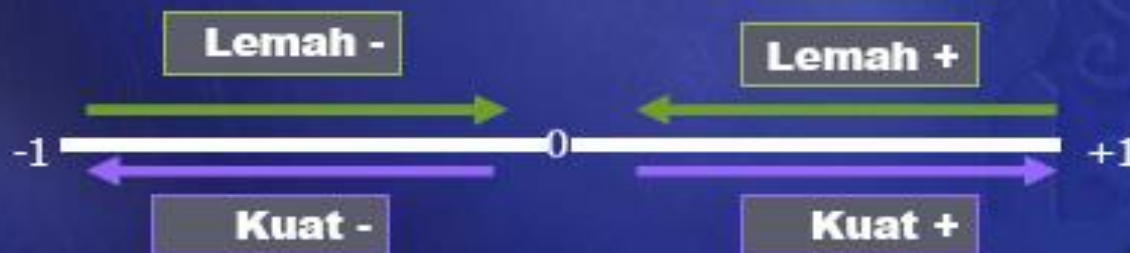
$r = 1$  : Hubungan x dan y sempurna dan +

$r = -1$  : Hubungan x dan Y sempurna dan –

$r = 0$  : tidak ada hubungan antara x dan y

$r \sim \pm 1$  : Hubungan x dan y sangat kuat dan positif atau negatif

$r \sim 0$  : Hubungan x dan y sangat lemah dan positif atau negatif





**TERIMA KASIH**