

PRAKTIKUM 7

Penyelesaian Persamaan Linier Simultan

Metode Eliminasi Gauss

1. Tujuan :

Mempelajari metode Eliminasi Gauss untuk penyelesaian persamaan linier simultan

2. Dasar Teori :

Metode Eliminasi Gauss merupakan metode yang dikembangkan dari metode eliminasi, yaitu menghilangkan atau mengurangi jumlah variable sehingga dapat diperoleh nilai dari suatu variable bebas. Cara eliminasi ini sudah banyak dikenal. Untuk menggunakan metode eliminasi Gauss ini, terlebih dahulu bentuk matrik diubah menjadi augmented matrik sebagai berikut :

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & b_n \end{array} \right]$$

Metode eliminasi gauss, adalah suatu metode dimana bentuk matrik di atas, pada bagian kiri diubah menjadi matrik segitiga atas atau segitiga bawah dengan menggunakan **OBE (Operasi Baris Elementer)**.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} & b_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} & b_n \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} c_{11} & c_{12} & c_{13} & \dots & c_{1n} & d_1 \\ 0 & c_{22} & c_{23} & \dots & c_{2n} & d_2 \\ 0 & 0 & c_{33} & \dots & c_{3n} & d_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_{nn} & d_n \end{array} \right]$$

Sehingga penyelesaian dapat diperoleh dengan:

$$\begin{aligned}
 x_n &= \frac{d_n}{c_{nn}} \\
 x_{n-1} &= \frac{1}{c_{n-1,n-1}} (-c_{n-1,n}x_n + d_{n-1}) \\
 &\dots\dots\dots \\
 x_2 &= \frac{1}{c_{22}} (d_2 - c_{23}x_3 - c_{24}x_4 - \dots - c_{2n}x_n) \\
 x_1 &= \frac{1}{c_{11}} (d_1 - c_{12}x_2 - c_{13}x_3 - \dots - c_{1n}x_n)
 \end{aligned}$$

Operasi Baris Elementer (OBE) merupakan suatu operasional pengubahan nilai elemen matrik berdasarkan barisnya, tanpa mengubah matriknya. OBE pada baris ke-i+k dengan dasar baris ke i dapat dituliskan dengan :

$$a_{i+k,j} = a_{i+k,j} - c.a_{i,j}$$

dimana c adalah konstanta pengali yang diambil dari perbandingan nilai dari elemen $a_{i,i}$ dan $a_{i+k,i}$

3. Algoritma Metode Eliminasi Gauss :

- (1) Masukkan matrik A, dan vektor B beserta ukurannya n
- (2) Buat augmented matrik $[A|B]$ namakan dengan A
- (3) Untuk baris ke i dimana $i=1$ s/d n , perhatikan apakah nilai $a_{i,i}$ sama dengan nol :

Bila ya :

pertukarkan baris ke i dan baris ke $i+k \leq n$, dimana $a_{i+k,i}$ tidak sama dengan nol, bila tidak ada berarti perhitungan tidak bisa dilanjutkan dan proses dihentikan dengan tanpa penyelesaian.

Bila tidak : lanjutkan

- (1) Untuk baris ke j, dimana $j = i+1$ s/d n

Lakukan operasi baris elementer:

- ◆ Hitung $c = \frac{a_{j,i}}{a_{i,i}}$
- ◆ Untuk kolom k dimana $k=1$ s/d $n+1$
hitung $a_{j,k} = a_{j,k} - c.a_{i,k}$

(2) Hitung akar, untuk $i = n \text{ s/d } 1$ (bergerak dari baris ke n sampai baris pertama)

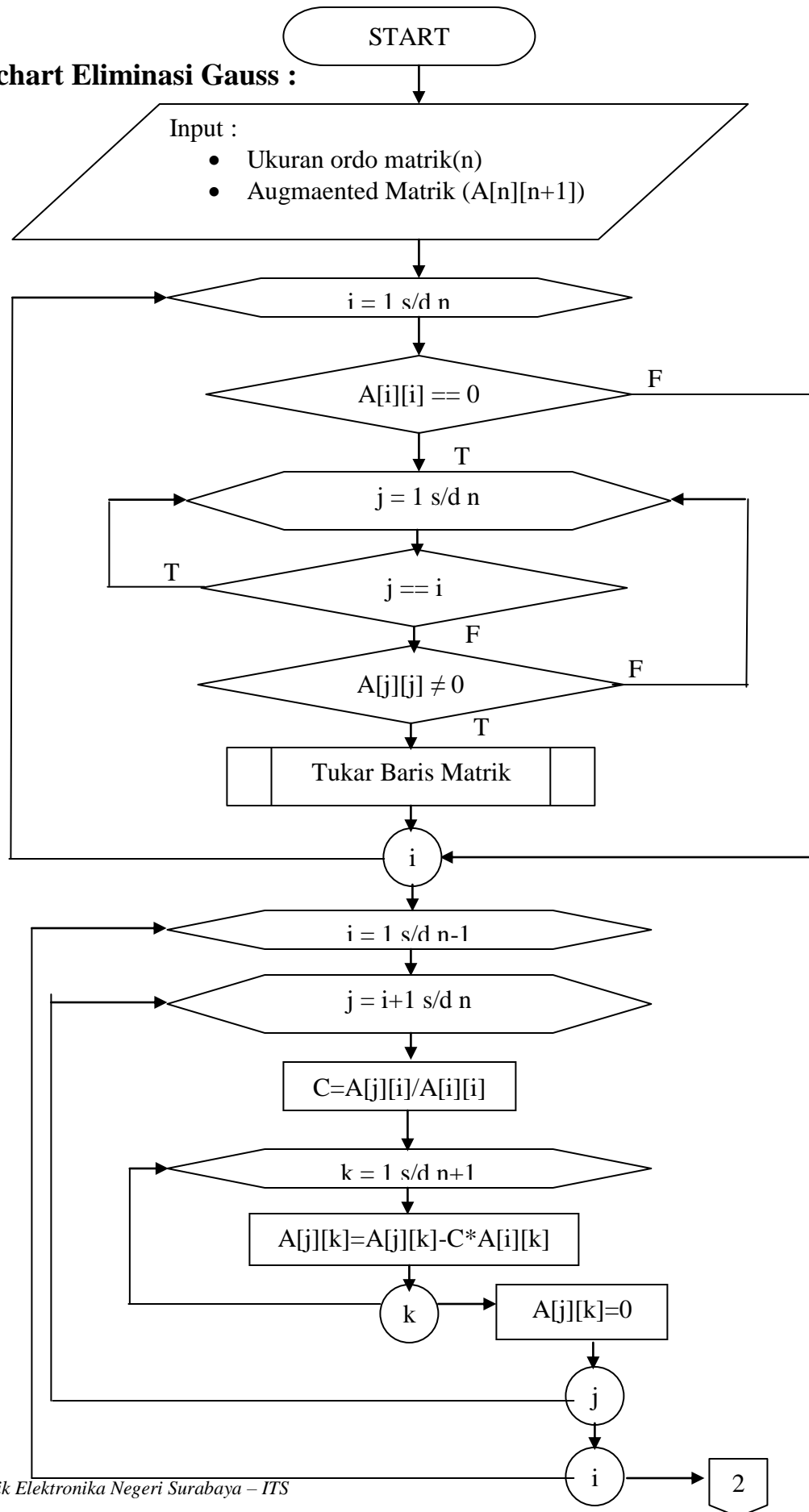
$$x_i = \frac{1}{a_{i,i}} (b_i - a_{i,i+1}x_{i+1} - a_{i,i+2}x_{i+2} - \dots - a_{i,n}x_n)$$

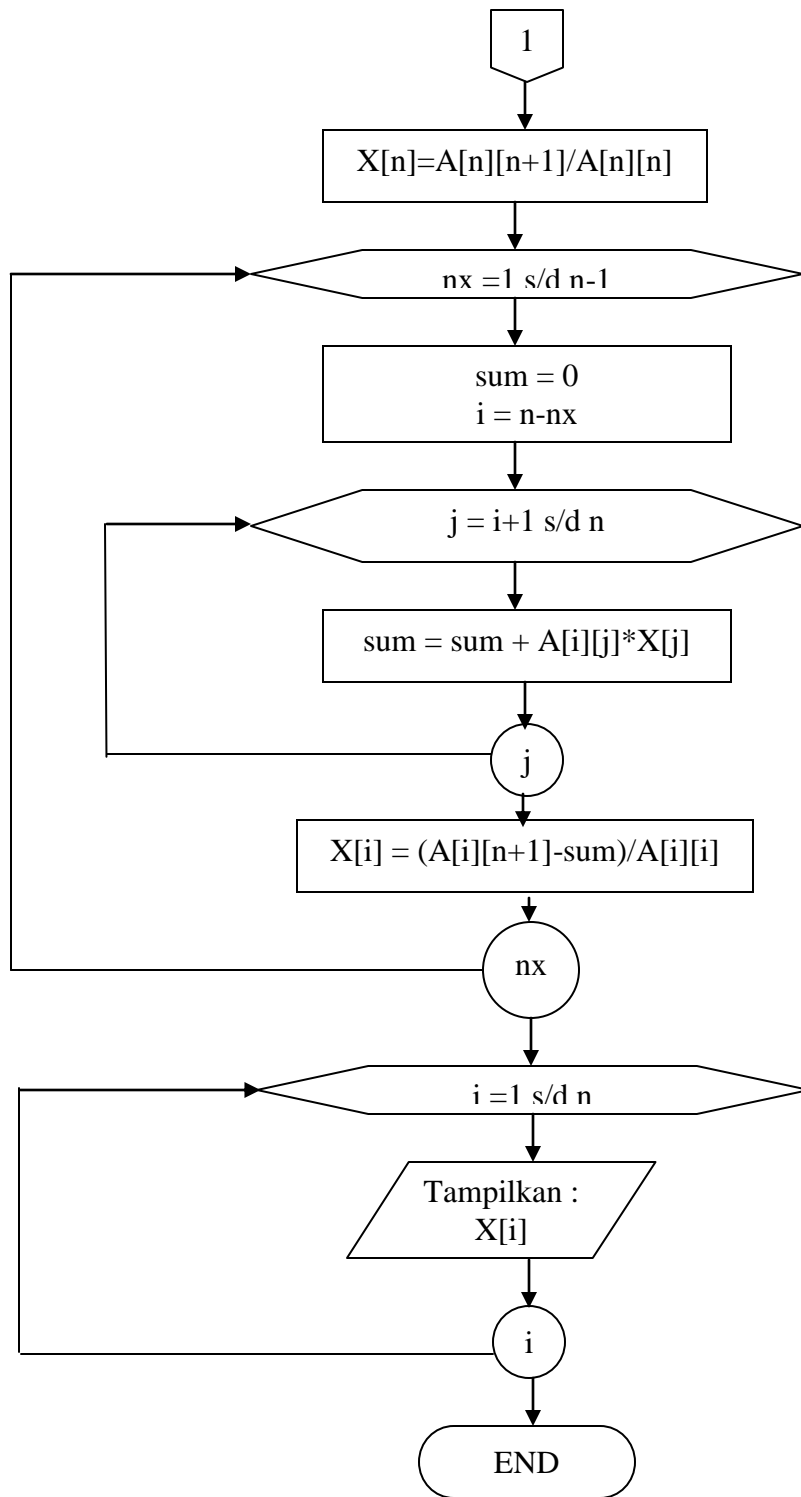
dimana nilai $i+k \leq n$

Catatan:

Metode eliminasi gauss ini sebenarnya merupakan metode eliminasi yang sering digunakan dalam perhitungan manual, hanya saja tekniknya menggunakan model penulisan persamaan bukan menggunakan augmented matrik.

Flowchart Eliminasi Gauss :





4. Prosedur Percobaan

1. Selesaikan sistem persamaan linier berikut :
$$x_1 + x_2 + x_3 = 6$$
$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 2$$
$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$$
2. Implementasikan algoritma dan flowchart yang sudah diberikan dan dikerjakan pada laporan pendahuluan, lalu isi lembaran laporan akhir seperti form laporan akhir yang ditentukan
3. Jalankan program, kemudian tampilkan, tuliskan augmented matrik dan hasil akhir penyelesaian persamaan linier simultan prosedur no 1.
4. Lakukan penukaran baris matrik persamaan linier simultan : baris II dengan baris III pada matrik awal yang diketahui. Jalankan program kemudian tampilkan, tuliskan augmented matrik dan hasil akhir penyelesaian persamaan linier simultan dari matrik yang telah ditukar barisnya.
5. Apa pengaruh dari penukaran baris pada matrik prosedur 4.

Tugas Pendahuluan

Tuliskan dasar-dasar komputasi dari metode Eliminasi Gauss untuk menyelesaikan persamaan linier simultan, sebagai berikut :

1. Judul : METODE ELIMINASI GAUSS
2. Dasar teori dari metode Eliminasi Gauss
3. Algoritma dan Flowchart

FORM LAPORAN AKHIR

Judul Percobaan : METODE ELIMINASI GAUSS

Algoritma :

Listing program yang sudah benar :

Hasil percobaan :

1. Augmented matrik asal :
2. Augmented matrik akhir (matrik segitiga atas) :
3. Penyelesaian persamaan linier simultan :
 - $x_1 = \dots$
 - $x_2 = \dots$
 - $x_3 = \dots$
4. Augmented matrik asal yang ditukar baris kedua dengan baris ketiga :
5. Penyelesaian persamaan linier simultan :
 - $x_1 = \dots$
 - $x_2 = \dots$
 - $x_3 = \dots$

Apa pengaruh dari pertukaran baris matrik persamaan linier simultan