

Prova 1 - EA616

Lucas Bertoloto Pereira - RA 201798

Maio de 2020

Nessa prova, o objetivo é desenvolver um modelo SI em tempo contínuo para a evolução do coronavírus no Brasil. Esse modelo analisa o número de pessoas suscetíveis (s) e o número de pessoas infectadas (i) de uma parcela $0 < \alpha < 1$ de uma população de M pessoas. A equação diferencial que rege esse modelo é:

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{\gamma i(t)}{m} (\alpha M - i(t)), i(0) = 1 \quad (1)$$

em que γ é uma constante positiva. A população total M é, atualmente, 210.147.125 pessoas.

Para resolver essa equação diferencial, eu fiz a seguinte substituição:

$$j(t) = \frac{1}{i(t)} \implies \frac{dj}{dt} = -\frac{1}{i^2} \frac{di}{dt}, j(0) = 1 \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1), a equação diferencial pode ser escrita como

$$\frac{dj(t)}{dt} = \frac{\gamma}{M} - \gamma \alpha j(t) \quad (3)$$

Assim, achei uma equação diferencial linear de primeira ordem para o modelo. Resolvendo ela, e depois substituindo (2), achei a função de i no tempo como:

$$i(t) = \frac{M\alpha}{1 + (M\alpha - 1)e^{-\alpha\gamma t}} \quad (4)$$

Essa função encontrada é uma função logística. Basta agora encontrar seus parâmetros α e γ , já que $M = 210.147.125$ pessoas. Os dados utilizados para fazer o fit da curva foram retirados de https://github.com/pdpcosta/COVID-19_Brazil, um conjunto dos dados do COVID-19 no Brasil atualizado por pesquisadores da Unicamp e UnB, consultando canais oficiais dos governos estaduais. Na data de escrita desse relatório, estavam disponíveis dados até o dia 71 da epidemia no Brasil, dia 06 de Maio.

Para achar os parâmetros, utilizei a função `curve_fit()`, da biblioteca `scipy` de `python`. Os valores de parâmetros encontrados foram $\alpha = 0,00056$ e $\gamma = 361$. O código feito para estimar esses parâmetros, bem como o gráfico gerado, foram:

```

def logistic (t, alpha, gamma):
    return (M*alpha)/(1+(M*alpha-1)*np.exp(-alpha*gamma*t))

# Realizando o fit da funcao logistica, com alfa entre 0 e 1 e gamma entre 0 e 1000.
# Os valores das tentativas iniciais sao alfa = 0.5 e gamma = 50
popt = curve_fit(logistic, t, i, [0.5,50], bounds = (0, [1., 1000]))

print("alfa = ", popt[0][0], ", gamma = ", popt[0][1])

alpha = popt[0][0]
gamma = popt[0][1]

# Calculando os pontos da funcao logistica estimada
i2 = logistic(t, alpha, gamma)

# Tracando o grafico para comparar os dois
plt.figure(1, figsize=(8,4))
plt.title("Comparação entre a curva real e a função logística encontrada")
plt.xlabel('Tempo da pandemia (dias)')
plt.ylabel('Número de casos confirmados')
plt.plot(t,i,i2)
plt.legend(("Curva real", "Curva estimada"))
plt.savefig('SI.png')

```

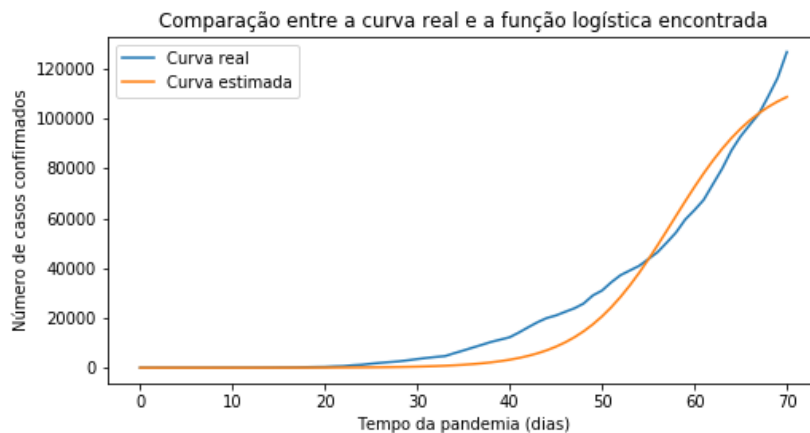


Figure 1: Gráfico da função logística estimada.

Observei que a curva se aproxima muito da curva real. O maior problema do modelo que foi observado foi que ele já se encontra quase tendendo a um

valor máximo, enquanto a curva original claramente ainda está crescendo.

Para efeitos de comparação, foram computadas, da mesma maneira, as curvas só se considerando os dados até o dia 20 e 40, e os gráficos observados foram:

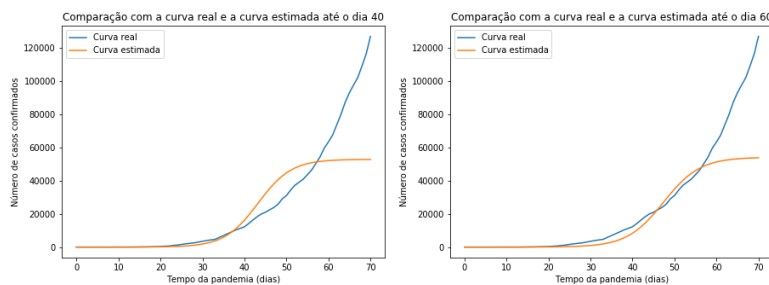


Figure 2: Curvas encontradas com apenas parte dos dados disponíveis.

Como esperado, as curvas calculadas com os dados parciais ficaram menos parecidas com a curva real do que a anterior. Isso ocorre porque o fit só é feito considerando aquele intervalo de tempo, então não se garante que ela será boa fora desse intervalo.