

Homework 1 - Risk Management

Università: Politecnico di Torino

Corso: Metodi quantitativi per la gestione del rischio

A.A. 2020/2021

Prof.: Paolo Brandimarte

Autori: Luca Bajardi e Francesca Collini

Indice

Sommario.....	1
Introduzione.....	1
Dati dal Business Case.....	3
Dati reali.....	6
Historical Simulation.....	8
Parametric Normal.....	11
Dati reali ma con più strategie di hedging.....	13
Appendice.....	14
Funzione hedging_policies.....	14
Funzione maxOfMatrix.....	15
Funzione samplingBetaFromData.....	16
Funzione SamplingBetaFromParameter.....	17
Funzione RiskMeasures.....	18

Sommario

Questo progetto ha l'obiettivo principale di confrontare le diverse strategie di hedging per coprirsi dal rischio relativo alla realizzazione di due diversi fattori di rischio (volumi di vendita e tasso di cambio). Si suppone che le diverse politiche dipendano da due aspetti: quanta percentuale dei costi attesi si sceglie di coprire e come ripartire questa percentuale tra contratti forward e opzioni. I primi sono un esempio di contratti lineari, mentre i secondi sono dei contratti non-lineari ed è necessario pagare un certo prezzo per entrare nel contratto. Per valutare quale sia la politica ottimale e scegliere un'alternativa piuttosto che un'altra, tramite simulazione Monte Carlo, si sono simulati diversi scenari, prima basandoci su dei dati reali (distribuzione Beta) e poi assumendo che i fattori di rischio seguano una distribuzione normale, tramite una stima parametrica. Infine, vengono introdotte delle misure di rischio e realizzata un'analisi worst-case per rendere possibili i diversi confronti.

Introduzione

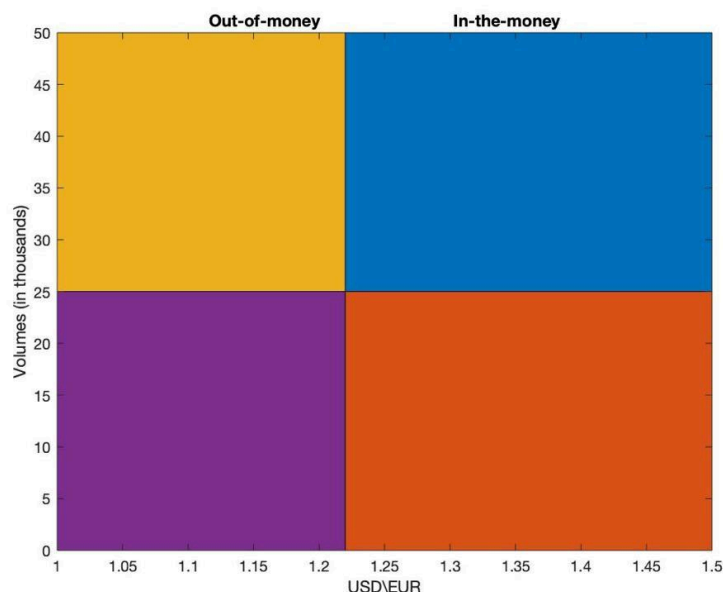
I dati utilizzati in questo progetto sono forniti dalla "Harvard Business School" e sono relativi ad un'organizzazione che si occupa di scambi culturali per studenti. In particolare, facciamo riferimento all'American Institute for Foreign Study (AIFS) che organizza programmi di scambio culturali ed educativi in tutto il mondo sia per studenti dell'università, che per studenti delle scuole superiori. Un'area di fondamentale importanza per l'azienda è quella che si occupa di fare copertura contro il rischio di cambio. In effetti, il tasso di cambio potrebbe essere un problema di importanza rilevante poiché l'azienda riceve la maggior parte dei propri ricavi in dollari americani (USD), ma i costi vengono pagati principalmente in euro (EUR) e, in minima parte, in sterline inglesi (GBP). L'AIFS, per proteggersi dalle naturali variazioni del tasso di cambio, che potrebbero

diventare anche molto dannose per il proprio profitto, ha scelto di utilizzare sia contratti forward che opzioni. Il problema principale è che l'azienda deve coprirsi dalle possibili perdite anche fino a due anni in anticipo, quindi prima di conoscere la realizzazione effettiva del tasso di cambio e anche prima che il ciclo delle vendite venga concluso. Di conseguenza, le due domande cruciali per l'interesse dell'azienda sono le seguenti:

- Quale percentuale dei costi attesi si dovrebbe andare a coprire?
- Scelta la quantità totale da coprire, quale percentuale di quest'ultima andrebbe coperta con contratti forward (e di conseguenza la restante con opzioni)?

Per rispondere a questi quesiti, analizziamo meglio le caratteristiche dell'AIFS. Nel complesso, il loro business è "catalog-based", ovvero durante l'anno, l'azienda si impegna a distribuire diversi cataloghi con i relativi prezzi. La caratteristica principale è la garanzia relativa al fatto che i prezzi non cambiano fino all'uscita del prossimo catalogo, anche se gli eventi esterni che accadono potrebbero cambiare i costi da sostenere. L'obiettivo principale per l'AIFS è quindi mantenere questa caratteristica in modo da conservare una base di clienti primari (insegnanti e consulenti accademici) che rimangono fedeli a questa azienda proprio perché sanno che non ci saranno sorprese nel prezzo. Per raggiungere questo scopo è necessario e di fondamentale importanza per l'azienda fare hedging contro tre tipi di rischio:

- Quello che viene chiamato bottom-line, ovvero il rischio che una variazione sfavorevole nel tasso di cambio possa aumentare il costo base che l'azienda è costretta a sostenere.
- Collegato al primo c'è il rischio del prezzo competitivo, in quanto non conta in che modo fluttuino i tassi di cambio, ma la garanzia sui prezzi implica che una variazione sfavorevole non si può trasferire direttamente in un incremento del prezzo.
- Infine c'è il rischio di volume in quanto è sicuramente possibile fare una previsione sui volumi di vendita, ma sarà sicuramente diversa dalla realizzazione finale dei volumi.



In conclusione, il successo finale delle attività di hedging del gruppo dipende dalla realizzazione finale dei volumi di vendita e il valore di mercato finale del USD. Nell'azienda hanno riassunto la relazione tra queste due variabili con una matrice 2x2, raffigurata in figura. In basso a sinistra (viola), ovvero quando il tasso di cambio

è out-of-money (il tasso di cambio spot è minore del prezzo strike delle opzione nel caso di un'opzione call) e i volumi effettivi sono più bassi dei volumi attesi, l'organizzazione si trova in una situazione spiacevole perché ha comprato più valuta di quanta era necessaria. Sempre in basso, ma questa volta a destra (arancio) il tasso di cambio guadagna e potrebbe, auspicabilmente, compensare la perdita che abbiamo relativa ai volumi di vendita. In questa situazione il guadagno sarà maggiore quando utilizziamo contratti forward che opzioni perché queste ultime hanno un costo iniziale che deve essere pagato. In alto a sinistra (giallo), il tasso di cambio è ancora out-of-money, ma questa volta i volumi effettivi sono maggiori di quelli attesi, quindi si potrebbe semplicemente comprare il volume in più di cui abbiamo bisogno, possibilmente ed eventualmente al tasso spot. Infine, nell'ultimo blocco in alto a destra (azzurro), le vendite effettive sono state più alte di quelle attese, che è una buona notizia di per sé, ma questo significa che abbiamo bisogno di più valuta. Nel frattempo però, il tasso si è spostato in-the-money, quindi bisognerà comprare ad un tasso più alto rispetto a quello utilizzato per prezzare il catalogo.

Nonostante l'azienda dia delle linee guida per le politiche di hedging, relative a quanto coprire e come dividere la copertura tra contratti e opzioni, i parametri esatti andrebbero sempre discussi. Per questo motivo, l'obiettivo del progetto è quello di confrontare le varie strategie di copertura nei diversi scenari possibili.

Dati dal Business Case

Nel caso specifico, l'AIFS in base a diverse ricerche, si aspetta un numero atteso di partecipanti pari a 25000 e un tasso di cambio che aleggia intorno a 1.22 EUR. Tuttavia essendo solamente delle previsioni, tutto potrebbe cambiare, quindi l'obiettivo è cercare di coprirsi al meglio per la volatilità rispetto a questi dati. Per poter riuscire a scegliere meglio tra le diverse strategie, l'azienda vuole avere a disposizione un confronto tra le diverse coperture con opzioni e contratti, tra i diversi livelli complessivi di copertura ed infine le perdite o i benefici aggiuntivi che si ottengono facendo hedging quando poi effettivamente avviene la realizzazione del tasso di cambio e dei volumi di vendita. Ovviamente un modello che riesce a coprire tutte le possibili strategie è sicuramente molto utile per identificare ogni possibile conseguenza, tuttavia avrebbe come output un grande numero di risultati che difficilmente potrebbero essere confrontati. Per questo motivo, inizialmente all'AIFS hanno deciso di concentrarsi su tre diversi tassi di cambio dollaro/euro:

- Il dollaro stabile pari ad 1.22 USD/EUR
- Il dollaro forte pari ad 1.01 USD/EUR
- Il dollaro debole pari ad 1.48 USD/EUR

e, nonostante situazioni come quella vissuta dall'azienda nell'11 Settembre 2001 o quella più recente di una pandemia, rivelino come sia complicato fare delle previsioni sui volumi di vendita, anche su tre possibili realizzazioni:

- Il valore atteso pari a 25000
- Un valore più alto del valore atteso pari a 30000
- Un valore più basso del valore atteso pari a 10000.

Per semplicità, si è scelto di ragionare solamente in termini di costi sostenuti dall'azienda per confrontare le diverse strategie e anche di fissare quello che viene definito “zero-impact scenario”, dove le realizzazioni finali dei due fattori di rischio saranno esattamente uguali a quelle attese (1.22 USD/EUR e 25000 partecipanti). Se invece il costo attuale del dollaro dovesse essere sopra questo livello, ci potrebbero essere delle conseguenze

negative, mentre se dovesse essere più basso di quello atteso, l'impatto sarebbe positivo. Inoltre il modello deve anche tenere conto dei costi delle strategie di hedging. In particolare quando non viene fatta copertura o viene fatta solamente con dei contratti forward non ci saranno ulteriori spese. Per quanto riguarda invece le opzioni, l'AIFS deve pagare un costo pari al 5% del valore nominale in dollari. Infine, sia per quanto riguarda la percentuale di copertura, sia per la percentuale da coprire con contratti forward, abbiamo ipotizzato di considerare 5 diverse casistiche per avere un'idea generale, andando a fare riferimento al vettore [0, 0.25, 0.5, 0.75, 1], dove ciascun elemento corrisponde rispettivamente, a non fare del tutto hedging, a coprire il 25%, la metà o il 75% dei costi, oppure ancora la totalità dei costi previsti.

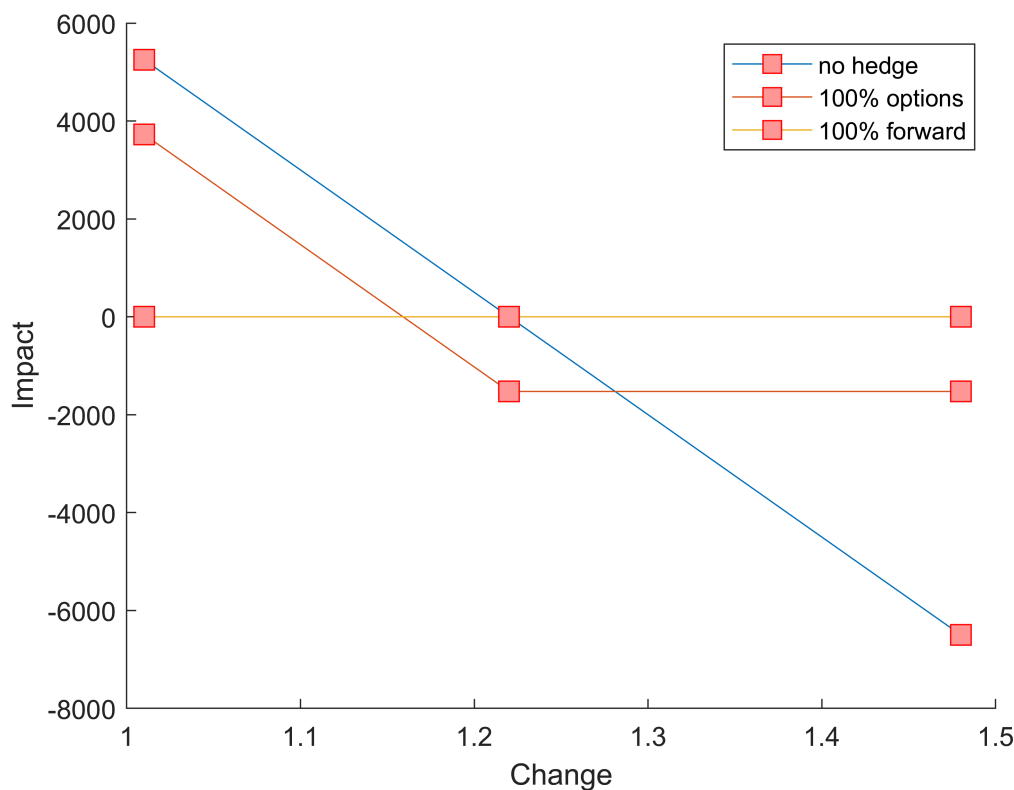
```
clc
close all
clear all
perc_cover = [0,0.25,0.5,0.75,1];
perc_forward = [0,0.25,0.5,0.75,1];
change = [1.01,1.22,1.48];
volume = [10000,25000,30000];
K = 1.22;
volume_policy = 25000; %la politica è stabile su 25000 studenti
```

Andando ad utilizzare la funzione `hedging_policies` che in seguito analizzeremo nel dettaglio, andiamo a valutare gli impatti nei diversi scenari a seconda della strategia utilizzata.

```
format bank
impact = hedging_policies(perc_cover, perc_forward, change, volume, volume_policy, K);
```

Per avere un'idea di cosa cambia a seconda delle diverse strategie che decidiamo di utilizzare, osserviamo il seguente grafico. Confrontiamo in questo caso semplice cosa accade nel caso in cui i volumi effettivi coincidano con quelli attesi e rispettivamente quando scegliamo di non fare per nulla copertura, oppure quando scegliamo di coprire la quantità totale dei costi prima utilizzando solo opzioni e poi solo contratti forward.

```
v=squeeze(impact(2, 1, :, 1));
w=squeeze(impact(2, 5, :, 1));
z=squeeze(impact(2, 5, :, 5));
figure
hold on
plot(change,v,'-s','MarkerSize',10,'MarkerEdgeColor','red','MarkerFaceColor',[1 .6 .6]);
plot(change,w,'-s','MarkerSize',10,'MarkerEdgeColor','red','MarkerFaceColor',[1 .6 .6]);
plot(change,z,'-s','MarkerSize',10,'MarkerEdgeColor','red','MarkerFaceColor',[1 .6 .6]);
xlabel('Change');
ylabel('Impact');
legend('no hedge', '100% options', '100% forward');
```



Nel caso in cui decidiamo di non fare nessuna copertura, è possibile una grande perdita così come un grande guadagno. Nel caso di utilizzo di opzioni ci sarà una perdita più limitata causata dal solo costo delle opzioni, ma anche un possibile guadagno minore. Infine, nel caso di utilizzo di contratti forward non vi è un guadagno né una perdita, nella situazione di volumi certi è la soluzione più sicura, ma anche quella con nessuna possibilità di guadagno.

A questo punto, vogliamo provare a confrontare i diversi impatti e scegliere la soluzione che potrebbe coprirci in modo maggiore dalle variazioni. Una possibile strategia è l'analisi del worst case, quindi valutiamo il minimo per i due fattori di rischio, ovvero, come anticipato, il caso peggiore in cui potremmo trovarci dopo aver scelto una strategia (volume pari a 10000 unità e dollaro debole, infatti in questa situazione entrambi i valori sono al di sotto di quelli attesi), al variare delle percentuali di copertura e di contratti forward (rispettivamente sulle righe e sulle colonne della seguente matrice).

```
minMatrix = squeeze(min(min(impact,[],1),[],3));
disp(array2table(minMatrix,'VariableNames',cellstr(num2str(perc_forward')),...
                 'RowNames',cellstr(num2str(perc_cover'))));
```

	0	0.25	0.5	0.75	1
0	-7800.00	-7800.00	-7800.00	-7800.00	-7800.00
0.25	-6556.25	-6460.94	-6365.63	-6270.31	-6175.00
0.5	-5312.50	-5121.88	-4931.25	-4740.63	-4550.00
0.75	-4068.75	-3782.81	-3496.88	-3210.94	-2925.00
1	-2825.00	-2443.75	-2062.50	-2218.75	-3150.00

Notiamo che i valori dei diversi impatti sono in generale molto bassi e quindi l'azienda è costretta ad affrontare dei costi molto elevati in questo scenario. Tuttavia, facendo riferimento ad alcuni dati reali dei tassi di cambio, come vedremo in seguito, ci accorgiamo che l'ipotesi che il dollaro diventi così tanto debole è abbastanza irrealistica, quindi stiamo penalizzando anche in maniera eccessiva quello che comunque risulta essere il caso peggiore. Tuttavia, per il momento assumiamo che sia possibile avere un tasso di cambio così alto e cerchiamo quale strategia riesce a farci pagare un prezzo inferiore.

Con questo obiettivo, utilizziamo la funzione `maxOfMatrix` che nel nostro caso specifico riceve in ingresso la matrice precedentemente creata e i due vettori delle percentuali di copertura e di contratti forward e restituisce la strategia a cui siamo interessati e qual è il costo massimo che saremo costretti a pagare.

```
maxOfMatrix(minMatrix, perc_cover, perc_forward)
```

```
max: -2062.5  
perc_cover: 1  
perc_forward: 0.5
```

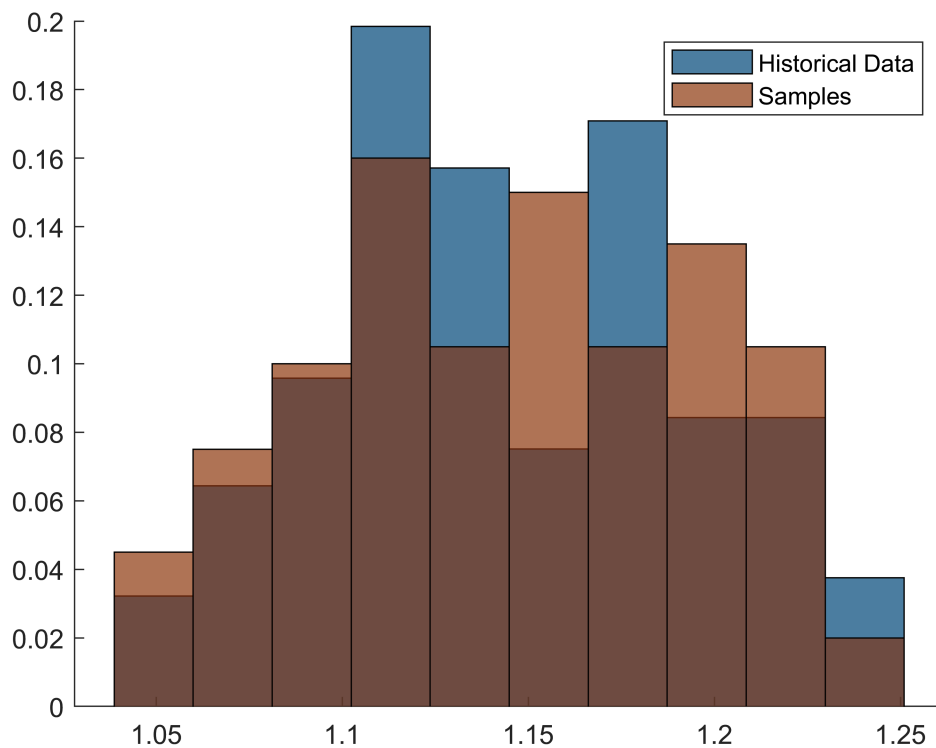
Da questo semplice ed immediato confronto, risulta che l'azienda dovrebbe scegliere di coprire tutti i costi e la metà di questi dovrebbe essere coperta con contratti forward, mentre l'altra metà con opzioni. Infatti quando siamo nello scenario peggiore, riusciamo ad ottenere il costo massimo più basso che è pari a 2062.5 USD.

Dati reali

Poiché questa tabella con le diverse realizzazioni dei fattori di rischio è sufficientemente semplice e magari anche irrealistica, proviamo a partire dai dati reali ed usare simulazione Monte Carlo per valutare e confrontare le diverse strategie di copertura nei diversi scenari.

Per quanto riguarda i tassi di cambio, partiamo da [dati storici](#) (relativi agli ultimi 5 anni) e supponiamo che nel futuro questi seguiranno una distribuzione Beta, dove i parametri saranno stimati proprio a partire da questi ultimi. Per farlo utilizziamo la funzione `samplingBetaFromData` che ci restituisce un campione di 200 diversi tassi di cambio campionati da una Beta e anche il relativo istogramma.

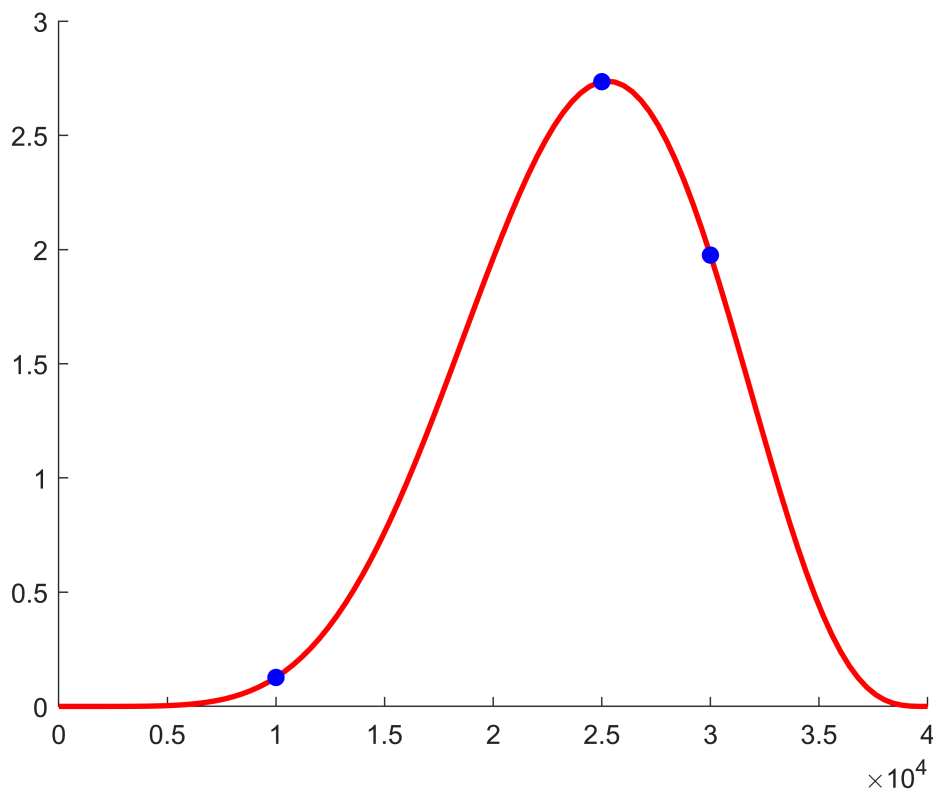
```
samplesChange = samplingBetaFromData(true);
```



Dall'istogramma notiamo che la distribuzione dei dati campionati è simile a quella dei dati storici, quindi i parametri stimati da questi ultimi sono corretti.

Al contrario, per i diversi volumi da simulare non abbiamo a disposizione i dati storici dell'azienda, però possiamo comunque assumere che questi seguano ancora una distribuzione Beta. I parametri di questa distribuzione li abbiamo scelti arbitrariamente facendo in modo che, com'è possibile osservare dal plot della densità, abbia la più alta probabilità di essere uguale o vicina a 25000 partecipanti e poi sia un po' spostata verso destra, quindi con una probabilità maggiore si verificheranno volumi più alti del valore atteso rispetto a valori più bassi. Una volta scelti i parametri, possiamo utilizzare la funzione `samplingBetaFromParameter` che restituisce sempre 200 campioni relativi ai volumi questa volta. Inoltre nel grafico, restituito sempre dalla stessa funzione, vengono marcati i tre valori dei volumi attesi che abbiamo considerato fino a questo momento.

```
samplesVolume = samplingBetaFromParameter(7,4.5,0,40000,true,volume);
```



Infine, richiamiamo nuovamente la funzione `hedging_policies` per valutare i diversi impatti.

```
impact = hedging_policies(perc_cover, perc_forward, samplesChange, ...
                          samplesVolume, volume_policy, K);
```

Historical Simulation

A questo punto valutiamo le varie misure di rischio per le singole strategie e realizzazione dei fattori di rischio. Utilizziamo quindi la funzione `RiskMeasures`, passando inizialmente la stringa *'Historical Simulation'* quindi senza fare ulteriori ipotesi. Facendo ottimizzazione robusta, ovvero andando a guardare il caso peggiore dal punto di vista dell'azienda, la perdita minore la abbiamo quando decidiamo di coprire solo la metà dei nostri costi e tutti con dei contratti forward. Questa analisi ci permette di scegliere la strategia che ci fa perdere di meno nel caso peggiore, ma potrebbe portare ad una scelta troppo conservativa e non permetterci di far guadagnare quando invece si realizza uno scenario favorevole per l'azienda, quindi è opportuno andare a guardare anche altre misure di rischio.

```
probabilities = [0.9 0.95 0.99];
[minMatrix, ~, deviazione_standard, VaR, CVaR]=RiskMeasures(probabilities, impact, ...
                                                            'Historical Simulation');
disp(array2table(minMatrix, 'VariableNames', cellstr(num2str(perc_forward')), ...
                 'RowNames', cellstr(num2str(perc_cover'))));
```

	0	0.25	0.5	0.75	1
0	-692.38	-692.38	-692.38	-692.38	-692.38
0.25	-952.83	-857.52	-762.21	-666.89	-571.58

0.5	-1213.28	-1022.66	-832.03	-641.41	-450.78
0.75	-1473.74	-1187.80	-901.86	-1006.86	-1532.12
1	-1734.19	-1352.94	-1213.02	-1913.37	-2613.72

```
maxOfMatrix(minMatrix, perc_cover, perc_forward)
```

```
max: -450.7845
perc_cover: 0.5
perc_forward: 1
```

Andando a considerare come misura di rischio la deviazione standard e andando poi a calcolare il minimo elemento nella matrice, sfruttando nuovamente la funzione `maxOfMatrix`, vediamo che la strategia più opportuna da utilizzare è quella di coprire sempre usando solo dei contratti forward, ma questa volta andando a coprire la totalità dei costi.

```
disp(array2table(deviazione_standard, 'VariableNames', cellstr(num2str(perc_forward')), ...
                'RowNames', cellstr(num2str(perc_cover'))));
```

	0	0.25	0.5	0.75	1
0	1304.69	1304.69	1304.69	1304.69	1304.69
0.25	1299.63	1228.67	1158.52	1089.33	1021.29
0.5	1294.75	1153.69	1016.55	885.15	762.47
0.75	1290.04	1079.95	880.80	701.98	563.17
1	1285.52	1007.74	754.66	560.79	500.46

```
maxOfMatrix(-deviazione_standard, perc_cover, perc_forward)
```

```
max: -500.4614
perc_cover: 1
perc_forward: 1
```

Se invece vogliamo considerare una misura di rischio che tenga conto delle asimmetrie, consideriamo il $V@R$ oppure il $CV@R$. Con la prima misura di rischio, andando a considerare una probabilità del 99%, otteniamo che la strategia ottimale da scegliere è la stessa che ci suggeriva l'ottimizzazione worst-case anche se ovviamente, il valore di massimo raggiunto è diverso, perchè stiamo considerando un altro indice. Per avere un'idea più immediata di quello che realmente accade è possibile considerare una heat-map. Nella prima riga ovviamente il risultato sarà sempre lo stesso perchè stiamo scegliendo di non coprire, quindi non avrebbe nemmeno senso considerare le diverse percentuali di contratto forward perchè il volume coperto sarà sempre nullo. Notiamo inoltre che i valori più bassi si ottengono nell'ultima riga, quindi questo vuol dire quando scegliamo di coprire tutti i costi. Infatti questo potrebbe essere dovuto al fatto che nella maggior parte delle realizzazioni dei due fattori di rischio abbiamo comprato più valuta di quanta davvero era necessaria.

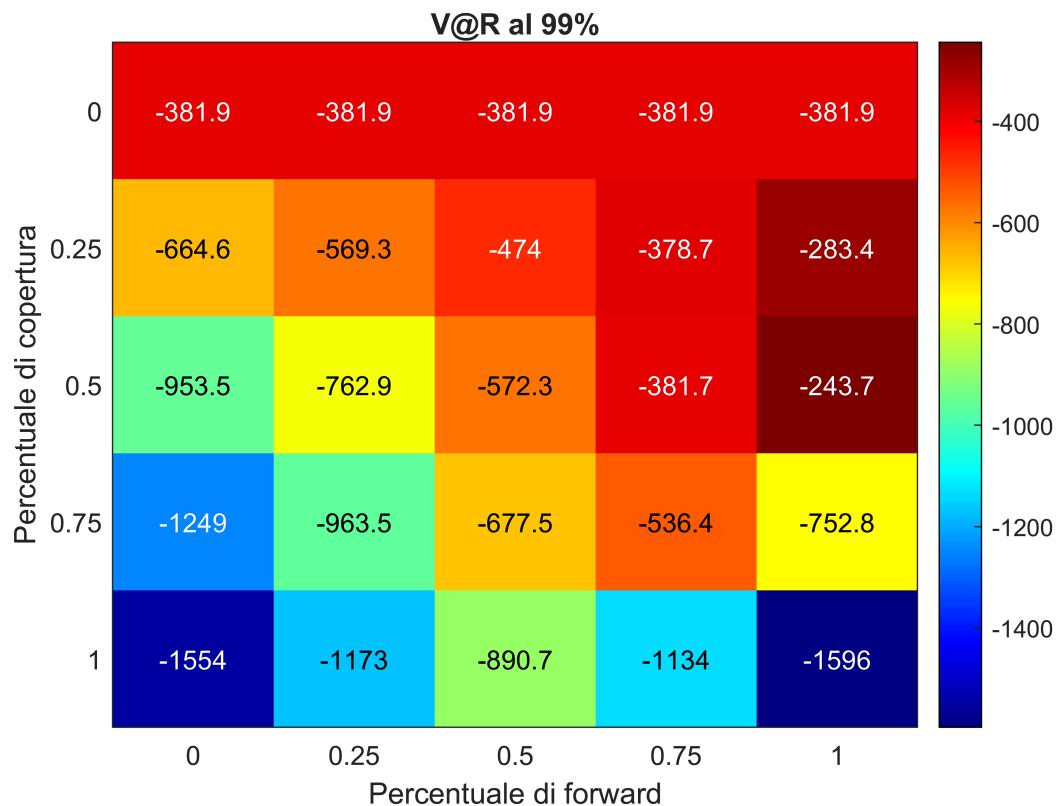
```
disp(array2table(squeeze(VaR(3, :, :)), 'VariableNames', cellstr(num2str(perc_forward')), ...
                'RowNames', cellstr(num2str(perc_cover'))));
```

	0	0.25	0.5	0.75	1
0	-381.92	-381.92	-381.92	-381.92	-381.92
0.25	-664.62	-569.31	-474.00	-378.68	-283.37
0.5	-953.55	-762.92	-572.30	-381.67	-243.70
0.75	-1249.41	-963.47	-677.53	-536.43	-752.81
1	-1553.77	-1172.52	-890.75	-1134.06	-1596.43

```
maxOfMatrix(squeeze(VaR(3,:,:)), perc_cover, perc_forward)
```

```
max: -243.6988
perc_cover: 0.5
perc_forward: 1
```

```
heatmap(perc_cover, perc_forward, squeeze(VaR(3,:,:)), 'Title', 'V@R al 99%', ...
        'XLabel', 'Percentuale di forward', 'YLabel', 'Percentuale di copertura', ...
        'GridVisible', 'off', 'Colormap', jet);
```



Infine come ultimo tentativo, consideriamo il CV@R come misura di rischio che è coerente, convessa e valuta il valore atteso della perdita, condizionatamente al fatto che la perdita è andata oltre il muro che avevamo fissato con il V@R. Di nuovo, andiamo a considerare il livello di probabilità al 99%, quello che osserviamo è che i risultati sembrano essere coerenti con quanto suggerito dal V@R. Essendo il CV@R una misura di rischio coerente, in seguito andremo a considerare questa misura per analizzare la strategia migliore.

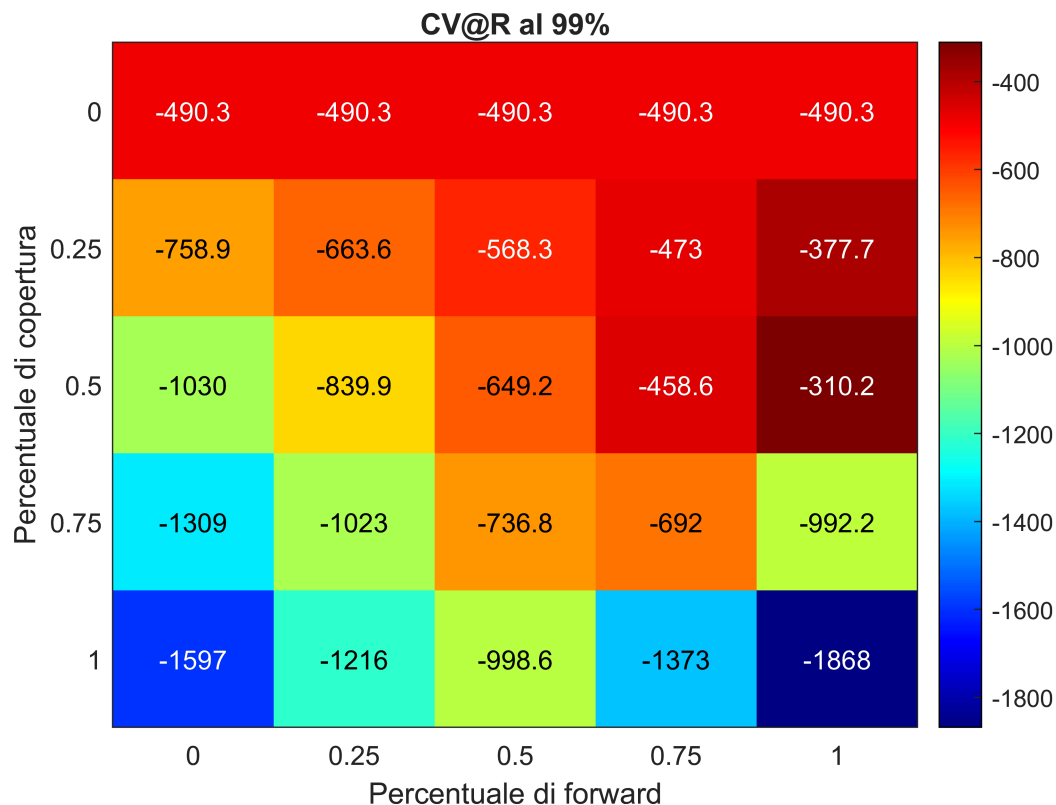
```
disp(array2table(squeeze(CVaR(3,:,:)), 'VariableNames', cellstr(num2str(perc_forward')), ...
                'RowNames', cellstr(num2str(perc_cover'))));
```

	0	0.25	0.5	0.75	1
0	-490.33	-490.33	-490.33	-490.33	-490.33
0.25	-758.91	-663.60	-568.28	-472.97	-377.66
0.5	-1030.49	-839.86	-649.24	-458.61	-310.17
0.75	-1308.69	-1022.75	-736.81	-692.01	-992.25
1	-1597.43	-1216.18	-998.62	-1373.50	-1868.26

```
maxOfMatrix(squeeze(CVaR(3,:,:)), perc_cover, perc_forward)
```

```
max: -310.1723
perc_cover: 0.5
perc_forward: 1
```

```
heatmap(perc_cover, perc_forward, squeeze(CVaR(3, :, :)), 'Title', 'CV@R al 99%', ...
        'XLabel', 'Percentuale di forward', 'YLabel', 'Percentuale di copertura', ...
        'GridVisible', 'off', 'Colormap', jet);
```



Parametric Normal

Un'alternativa al precedente modo in cui abbiamo calcolato le misure di rischio è utilizzare sempre la stessa funzione RiskMeasures questa volta passando però la stringa '*Parametric Normal*'. Facendo un'assunzione abbastanza forte, ovvero che i valori campionati seguano una distribuzione normale.

```
[~, ~, ~, VaR, CVaR]=RiskMeasures(probabilities, impact, 'Parametric Normal');
```

Tuttavia le code di una distribuzione normale hanno valori irrealistici che pesano troppo nel calcolo complessivo, ad esempio confrontiamo il valore del V@R e del CV@R della normale parametrica con quello calcolato precedentemente dai dati storici.

```
disp(array2table(squeeze(VaR(3, :, :)), 'VariableNames', cellstr(num2str(perc_forward')), ...
                'RowNames', cellstr(num2str(perc_cover'))));
```

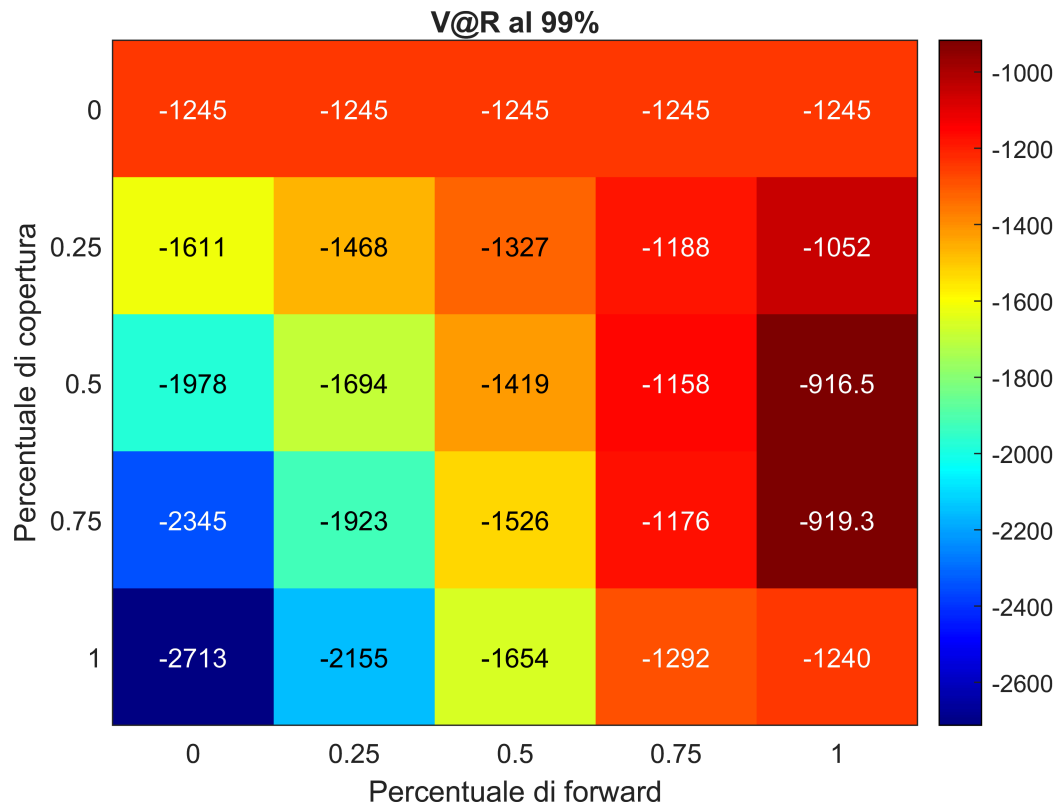
	0	0.25	0.5	0.75	1
0	-1244.85	-1244.85	-1244.85	-1244.85	-1244.85
0.25	-1611.15	-1468.19	-1327.09	-1188.24	-1052.08

0.5	-1977.86	-1693.92	-1419.10	-1157.64	-916.46
0.75	-2344.99	-1922.56	-1525.60	-1175.91	-919.33
1	-2712.53	-2154.74	-1654.43	-1291.85	-1239.93

```
maxOfMatrix(squeeze(VaR(3, :, :)), perc_cover, perc_forward)
```

```
max: -916.4581
perc_cover: 0.5
perc_forward: 1
```

```
heatmap(perc_cover, perc_forward, squeeze(VaR(3, :, :)), 'Title', 'V@R al 99%', ...
        'XLabel', 'Percentuale di forward', 'YLabel', 'Percentuale di copertura', ...
        'GridVisible', 'off', 'Colormap', jet);
```



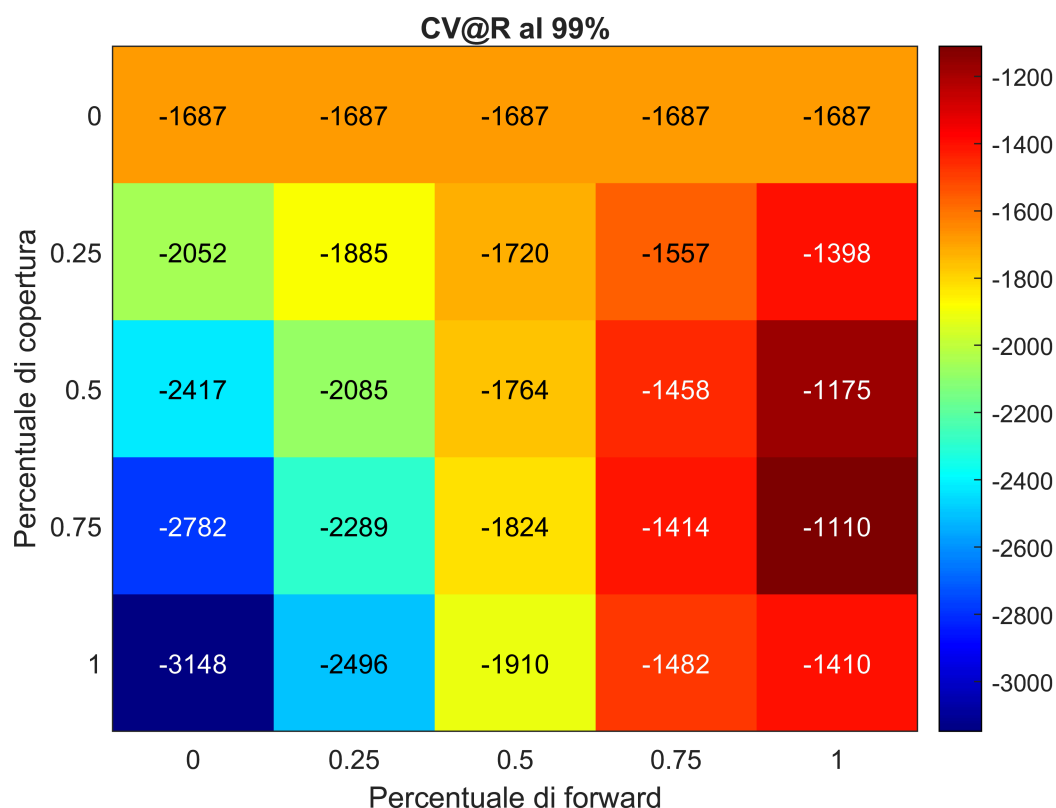
```
disp(array2table(squeeze(CVaR(3, :, :)), 'VariableNames', cellstr(num2str(perc_forward')), ...
                'RowNames', cellstr(num2str(perc_cover'))));
```

	0	0.25	0.5	0.75	1
0	-1686.97	-1686.97	-1686.97	-1686.97	-1686.97
0.25	-2051.55	-1884.54	-1719.68	-1557.38	-1398.16
0.5	-2416.61	-2084.87	-1763.57	-1457.58	-1174.83
0.75	-2782.14	-2288.52	-1824.07	-1413.78	-1110.17
1	-3148.15	-2496.23	-1910.16	-1481.89	-1409.52

```
maxOfMatrix(squeeze(CVaR(3, :, :)), perc_cover, perc_forward)
```

```
max: -1110.1685
perc_cover: 0.75
perc_forward: 1
```

```
heatmap(perc_cover, perc_forward, squeeze(CVaR(3,:,:)), 'Title', 'CV@R al 99%', ...
        'XLabel', 'Percentuale di forward', 'YLabel', 'Percentuale di copertura', ...
        'GridVisible', 'off', 'Colormap', jet);
```



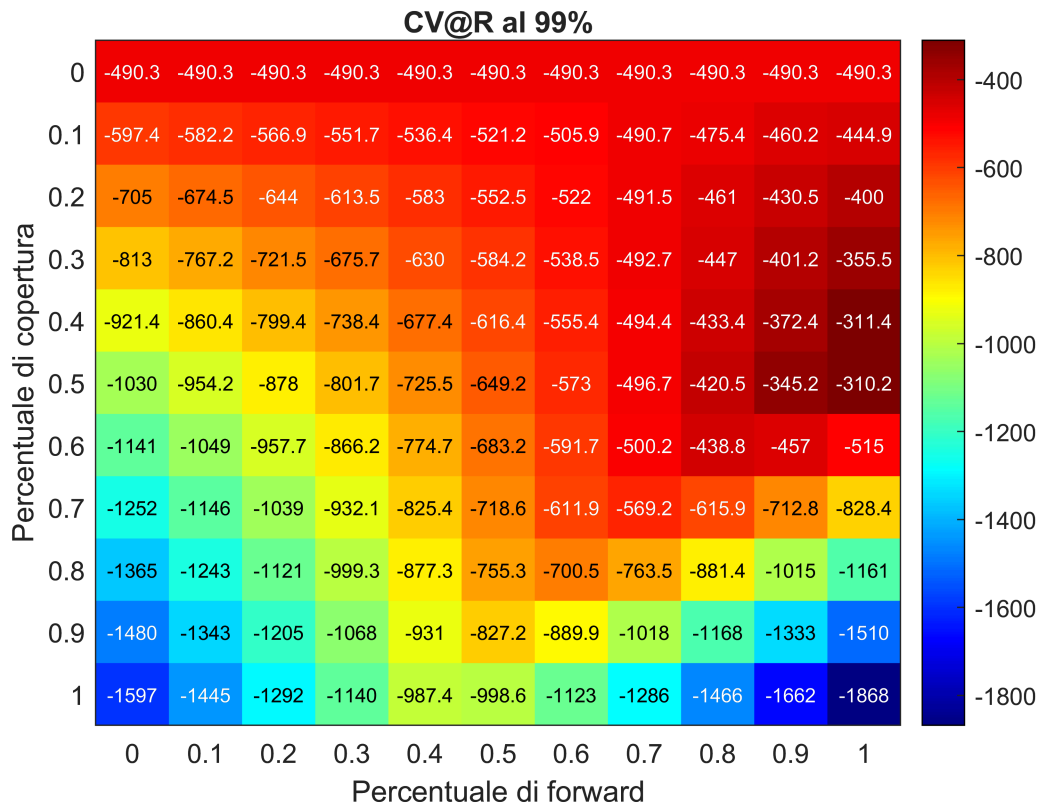
Dati reali ma con più strategie di hedging

Come già anticipato inizialmente, l'assunzione di utilizzare solamente 5 valori di percentuali sia per la copertura che per i contratti forward è abbastanza irrealistica. Per migliorare questo aspetto, andiamo a discretizzare l'intervallo $[0,1]$ a passi di 0.01 e ripetiamo quanto fatto finora andando a ragionare sul CV@R con la *'Historical Simulation'*.

```
perc_cover = [0:0.01:1];
perc_forward = [0:0.01:1];
impact = hedging_policies(perc_cover, perc_forward, samplesChange, samplesVolume,...
                          volume_policy, K);
[minMatrix, varianza, deviazione_standard, VaR, CVaR]=RiskMeasures(probabilities, ...
    impact, 'Historical Simulation');
maxOfMatrix(squeeze(CVaR(3,:,:)), perc_cover, perc_forward)
```

```
max: -287.7078
perc_cover: 0.46
perc_forward: 1
```

```
heatmap(perc_cover(1:10:101),perc_forward(1:10:101),squeeze(CVaR(3,1:10:101,1:10:101)),...
        'Title', 'CV@R al 99%', 'XLabel', 'Percentuale di forward', 'YLabel', ...
        'Percentuale di copertura', 'GridVisible', 'off', 'Colormap', jet);
```



```
maxOfMatrix(minMatrix, perc_cover, perc_forward)
```

```
max: -450.7845
perc_cover: 0.5
perc_forward: 1
```

Ancora una volta osservando la heat-map, notiamo che i valori più bassi del CV@R si trovano nella parte inferiore della matrice, quindi quando aumenta la percentuale di copertura. Il valore migliore di CV@R lo si ottiene con una copertura del 46% dove questa copertura è fatta da soli forward. Si ottiene un risultato molto simile anche con la scelta della strategia che massimizza il risultato peggiore. Quindi possiamo suggerire all'azienda che, in base alle simulazioni ottenute, per quanto semplici e non proprio realistiche, la strategia che minimizza il rischio è data da una copertura tra il 45% e il 50% sul totale ed è composta da soli contratti forward.

Appendice

Funzione hedging_policies

Nella funzione `hedging_policies`, creiamo la matrice degli impatti in base alla diversa strategia scelta e a seconda delle realizzazioni dei due fattori di rischio. La matrice che consideriamo ha le seguenti dimensioni: i diversi volumi di vendita possibili, le diverse percentuali di copertura, le diverse percentuali di contratti forward e i diversi valori di cambio. Grazie all'utilizzo di diversi cicli for annidati, riusciamo a coprire tutte le diverse casistiche andando nello specifico a distinguere il caso più immediato in cui non viene fatta copertura, da quello in cui scegliamo di coprire una certa percentuale dei costi e a quel punto, facendo variare la percentuale di copertura con un contratto forward. Nel caso in cui vengano utilizzate anche delle opzioni per fare copertura,

è necessario andare ad includere anche il prezzo che l'azienda deve pagare per entrare nel contratto (il 5% del valore). Infine quindi l'impatto totale della strategia scelta sarà uguale alla somma tra il costo dell'opzione (quando viene utilizzata, zero altrimenti), l'impatto dato dal volume che rimane scoperto (e che quindi l'azienda pagherà al tasso di cambio effettivo invece che a quello atteso) e infine dall'impatto dovuto al volume che abbiamo deciso di coprire.

```
function [impact] = hedging_policies(perc_cover, perc_forward, change, ...
                                    volume, volume_policy, K)

impact = zeros(length(volume),length(perc_cover),length(change),length(perc_forward));

for i = 1:length(volume)
    for j = 1:length(perc_cover)
        volume_no_cover = volume(i) - volume_policy*perc_cover(j);
        for k = 1:length(change)
            if perc_cover(j) == 0
                impact_no_cover = volume(i)*(K-change(k));
                impact(i,j,k,:) = ones(length(perc_forward),1)*impact_no_cover;
            else
                for w = 1:length(perc_forward)
                    volume_options = volume_policy*perc_cover(j)*(1-perc_forward(w));

                    cost_options = -volume_options*K*0.05;

                    impact_no_cover = volume_no_cover*(K-change(k));

                    impact_cover = volume_options*max(K-change(k),0);

                    impact(i,j,k,w) = cost_options + impact_no_cover + impact_cover;
                end
            end
        end
    end
end
end
```

Funzione maxOfMatrix

La funzione maxOfMatrix riceve in ingresso una matrice della quale vogliamo trovare l'elemento massimale e a quale situazione corrisponde quello specifico valore. La funzione riceve in ingresso anche due vettori che sono quelli associati ai diversi valori di riga e colonna presenti nella matrice. Gli output della funzione sono per l'appunto il valore massimo della matrice e, dopo aver trovato la sua pozione all'interno della matrice, i corrispondenti valori dei vettori che danno i nomi rispettivamente alle colonne e alle righe della matrice.

```
function [] = maxOfMatrix(matrix, perc_cover, perc_forward)

[M,id] = max(matrix,[],'all','linear');
numR = length(perc_cover);
idC = ceil(id/numR);
idR = id-numR*(idC-1);
```

```
fprintf("max:\t\t" + M + "\n")
fprintf("perc_cover:\t" + perc_cover(idR) + "\n");
fprintf("perc_forward:\t" + perc_forward(idC) + "\n");
end
```

Funzione `samplingBetaFromData`

La funzione `samplingBetaFromData` restituisce un campione di elementi estratti da una distribuzione Beta, i cui parametri vengono stimati a partire da dati reali. Nello specifico abbiamo usato il file *"EUR_USD Dati Storici.csv"* che raccoglie i dati giornalieri del tasso di cambio euro-dollaro degli ultimi 5 anni presi dal sito [Investing](#).

Poiché la distribuzione Beta è definita sull'intervallo unitario [0,1], per prima cosa normalizziamo i dati dopo averli importati dal file e successivamente calcoliamo la media e la varianza campionaria andando ad utilizzare le funzione già implementate in Matlab. A questo punto, utilizziamo le formule proprie della Beta andando a calcolare i due parametri caratteristici *alpha* e *beta* andando a sostituire nelle rispettive formule i valori campionari.

$$\alpha = \left(\frac{1 - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}^2} - \frac{1}{\hat{\mu}} \right) \hat{\mu}^2 \quad \beta = \alpha \left(\frac{1}{\hat{\mu}} - 1 \right)$$

Infine utilizziamo la funzione `betarnd` per campionare 200 elementi dalla distribuzione Beta con i parametri appena calcolati e denormalizziamo nuovamente i valori per trovare dei tassi di cambio sensati. Inoltre se l'utente vuole avere un'idea più immediata di quello che accade, è possibile passare una variabile binaria che, quando settata a *true*, restituisce un istogramma sia dei dati storici che di quelli campionati in modo da confrontarli.

```
function samples = samplingBetaFromData(plotHist,fileName,seed)

if nargin == 0
    plotHist = false;
    fileName = 'EUR_USD Dati Storici.csv';
    seed = 'default';
elseif nargin == 1
    fileName = 'EUR_USD Dati Storici.csv';
    seed = 'default';
elseif nargin == 2
    seed = 'default';
elseif nargin>3
    error('Too many input arguments.');
```

end

```
historical_data_table = readtable(fileName,'PreserveVariableNames',true).Ultimo;
historical_data = str2double(strrep(string(historical_data_table),',','.'));

minValue = min(historical_data);
maxValue = max(historical_data);
hd_norm = (historical_data-minValue) / (maxValue-minValue);
muHD = mean(hd_norm);
varHD = var(hd_norm);
```



```

alpha = ((1 - muHD) / varHD - 1 / muHD) * muHD ^ 2;
beta = alpha * (1 / muHD - 1);

rng(seed) % For reproducibility
samples = betarnd(alpha,beta,[200,1])*(maxValue-minValue)+minValue;
if plotHist
    minPlot = min([minValue,samples']);
    maxPlot = max([maxValue,samples']);
    figure
    hold on
    histogram(historical_data,10,'Normalization','probability','BinLimits',[minPlot,maxPlot])
    histogram(samples,10,'Normalization','probability','BinLimits',[minPlot,maxPlot])
    legend('Historical Data','Samples')
    hold off
end
end

```

Funzione SamplingBetaFromParameter

Simile alla funzione precedente, questa volta vogliamo campionare dei valori da una distribuzione Beta non basandoci su dati reali, ma passando direttamente i parametri *alpha* e *beta* della distribuzione. La funzione `SamplingBetaFromParameter` riceve infatti in input i due parametri *alpha* e *beta*, il valore minimo e quello massimo dell'intervallo in cui otteniamo dei valori ragionevoli a seconda dei dati da voler campionare (abbiamo quindi bisogno di riscalare i valori in quanto la distribuzione Beta è definita solo sull'intervallo unitario). Inoltre, può ricevere in input dei parametri opzionali che sono rispettivamente una variabile booleana per plottare il grafico della funzione che otteniamo, un vettore di punti importanti che eventualmente fanno marcatori sul grafico, e un seme casuale utile per riprodurre la simulazione (se questo non viene passato, verrà assegnato il parametro di default). L'output della funzione sarà quindi il campione di 200 elementi campionati dalla distribuzione Beta di interesse e riscalati in base all'ampiezza dell'intervallo.

```

function samples = samplingBetaFromParameter(alpha,beta,minValue,maxValue,...
                                             plotDensity,importantValues,seed)

if nargin<4
    error('Not enough input arguments.');
```

```
elseif nargin == 4
    plotDensity=false;
    importantValues=[];
    seed = 'default';
elseif nargin == 5
    importantValues=[];
    seed = 'default';
elseif nargin == 6
    seed = 'default';
elseif nargin>7
    error('Too many input arguments.');
```

```
end

rng(seed) % For reproducibility
samples = betarnd(alpha,beta,[200,1])*(maxValue-minValue)+minValue;
```

```

if plotDensity
    X = 0:.01:1;
    y = betapdf(X,alpha,beta);
    importantValues_pdf=betapdf((importantValues-minValue)/(maxValue-minValue),alpha,beta);
    figure
    hold on
    plot(X*(maxValue-minValue)+minValue,y,'LineStyle','-','Color','r','LineWidth',2);
    plot(importantValues,importantValues_pdf,'o','MarkerFaceColor','blue',...
        'MarkerEdgeColor','blue');
    hold off
end
end

```

Funzione RiskMeasures

La funzione riceve in input un vettore o uno scalare che indica il livello di probabilità per cui vanno calcolate alcune specifiche misure di rischio, la matrice impact con i diversi costi da sostenere per l'azienda nei diversi scenari e una stringa che indica in che modo andare a calcolare le varie misure di rischio.

Le misure di rischio che andiamo a considerare sono diverse e ciascuna sarà caratterizzata da vantaggi e svantaggi:

- **WORST CASE** \Rightarrow è una misura di rischio molto conservativa, infatti per ciascuna strategia di hedging calcola il caso peggiore tra tutti i possibili valori di tasso di cambio e di volumi di vendita. La scelta di una strategia in base alla perdita minore può non risultare la scelta migliore in quanto non considera la possibilità di guadagno negli altri scenari.
- **VARIANZA e DEVIAZIONE STANDARD** \Rightarrow sono due misure di rischio che quantificano la dispersione, ma non tengono conto della direzione in quanto sono due misure simmetriche. Inoltre si dimostra che non sono delle misure di rischio coerenti in quanto ad esempio la varianza non è invariante per traslazioni né monotona, ma nemmeno positiva omogenea o sub-additiva (mentre la deviazione standard lo è). Quindi nonostante la limitazione principale che riguarda la simmetria, sicuramente tra le due misure andremo a considerare la deviazione standard.
- **VALUE-AT-RISK e CONDITIONAL VALUE-AT-RISK** \Rightarrow sono due misure collegate in qualche modo al quantile della CDF della variabile. Per il V@R tutte le proprietà di una misura di rischio coerente sono verificate, tranne in generale la sub-additività. Nel caso particolare di una normale però, vale anche quest'ultima proprietà. Tuttavia il value-at-risk potrebbe aprire la strada a strategie molto rischiose per un investitore perché non riesce a dare informazioni relative alla forma della coda e anche se abbiamo delle perdite maggiori del V@R solo in poche occasioni, non sappiamo quale sia l'entità di queste perdite. Per questo motivo è stato introdotto il CV@R che calcola il valore atteso della perdita quando si va oltre la soglia. Questa misura è asimmetrica e inoltre si può dimostrare che è coerente e convessa, anche se in generale il suo valore non può essere calcolato direttamente, ma va valutato numericamente.

Se la variabile type contiene la stringa '*Historical Simulation*' allora la funzione calcola la media e la varianza campionaria per usare quest'ultima e la sua radice quadrata come misure di rischio e poi, considerando separatamente ogni strategia di hedging, ordina i possibili scenari (per ogni possibile realizzazione del tasso di

cambio e dei volumi di vendita) per poter considerare solamente la parte del vettore con le perdite maggiori e di conseguenza calcolare il V@R e il CV@R.

Se la variabile type contiene la stringa 'Parametric Normal', allora ancora la varianza e la deviazione standard vengono calcolate nello stesso modo, ma questa volta stiamo supponendo che le variabili seguano una distribuzione normale quindi possiamo semplicemente invertire la distribuzione di probabilità per calcolare il quantile che quindi coincide con il V@R e poi in questo caso specifico abbiamo una formula chiusa anche per il calcolo del CV@R.

```
function [minMatrix,sigma_squared,sigma,VaR,CVaR]=RiskMeasures(probabilities,impact,type)

s=size(impact);
num_perc_cover=s(2);
num_perc_forward=s(4);
num_prob=length(probabilities);

sigma_squared = zeros(num_perc_cover, num_perc_forward);
sigma = zeros(num_perc_cover, num_perc_forward);
VaR = zeros(num_prob,num_perc_cover, num_perc_forward);
CVaR = zeros(num_prob,num_perc_cover, num_perc_forward);

minMatrix = squeeze(min(min(impact,[],1),[],3));
for i = 1:num_perc_cover
    for j = 1:num_perc_forward %per ogni strategia
        scenari=squeeze(impact(:, i, :, j));

        %=====
        %    Parametric Normal
        %=====
        if strcmp(type,'Parametric Normal')
            muC = 1/numel(scenari)*sum(scenari,'All');
            varC = 1/(numel(scenari)-1)*sum((scenari).^2-muC^2,'All');
            sigma_squared(i,j) = varC;
            sigma(i,j) = sqrt(sigma_squared(i,j));
            for prob=1:length(probabilities)
                VaR(prob,i,j) = norminv(1-probabilities(prob),muC,sigma(i,j));
                CVaR(prob,i,j) = muC-sigma(i,j)/(1-probabilities(prob))*...
                    normpdf(norminv(1-probabilities(prob)));
            end
        end

        %=====
        %    Historical Simulation
        %=====
        if strcmp(type,'Historical Simulation')
            muC=1/numel(scenari)*sum(scenari,'All');
            varC=1/(numel(scenari)-1)*sum((scenari).^2-muC^2,'All');
            sigma_squared(i,j)= varC;
            sigma(i,j)=sqrt(sigma_squared(i,j));
            for prob=1:length(probabilities)
                id=floor(numel(scenari)*(1-probabilities(prob)));
                scenari_sort = sort(reshape(scenari,1,[]));
                VaR(prob,i,j) = scenari_sort(id);
            end
        end
    end
end
```

```
        CVaR(prob,i,j) = mean(scenari_sort(1:id));  
    end  
end  
end  
end  
end
```