

# Proseguiamo Congruenze

A.Fenu / Spano

October 24, 2019

1

Trovare tutti gli interi  $n$  tali che  $5^n + 4$  sia un quadrato perfetto.

2

Calcolare la cifra delle unità di  $2013^{2013}$ .

3

Calcolare le ultime 2 cifre di  $47^{20}$ ,  $99^{20}$ ,  $33^{20}$ .

4

Intuire e dimostrare il seguente fatto: le potenze  $n$ -esime di un intero  $k$  sono sempre periodiche modulo  $h$ .

5

Provare a dare un senso a questa espressione:  $x \equiv \frac{1}{3}(5)$ .

6

Trovare le soluzioni positive dell'equazione  $x^5 + y^5 = 2019^5 * 11 + 17$ .

7

Diciamo che due polinomi a coefficienti interi  $p$  e  $q$  sono simili se hanno lo stesso grado e gli stessi coefficienti a meno dell'ordine.

(a) Dimostrare che se  $p$  e  $q$  sono simili, allora  $p(2007) - q(2007)$  e' un multiplo di 2.

(b) Esistono degli interi  $k > 2$  tali che, comunque siano dati due polinomi simili  $p$  e  $q$ ,  $p(2007) - q(2007)$  e' un multiplo di  $k$ ?