

Problemi 22022022

Liceo Spano

22 febbraio 2022

Sommario

Una volta risolto un esercizio, esponete la soluzione.

1 Triangolo isoscele

$\triangle ABC$ è un triangolo isoscele con $AB = AC$. D è un punto del lato AB tale che CD sia la bisettrice dell'angolo $\angle ABC$. Sapendo che $CB = CD$, quanto misura l'angolo $\angle ADC$?

2 Quadrati

Quanti quadrati perfetti dividono 1600?

3 Unità

Quale è la cifra delle unità di $3^{(8^7)}$?

4 Festa

Ad una festa, ogni ragazzo ha danzato con 4 ragazze diverse ed ogni ragazza ha danzato con 3 ragazzi diversi. Sapendo che alla festa c'erano 9 ragazzi, quante erano le ragazze?

5 Divisori di un fattoriale

Indichiamo con $40!$ il numero ottenuto moltiplicando tutti i numeri interi da 1 a 40, vale a dire $40! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40$. Tra i numeri interi maggiori di 40 che sono divisori di $40!$, trovare i cinque più piccoli ed indicare la loro somma.

6 Pentagono

Nel pentagono $ABCDE$, gli angoli nei vertici A, C, E sono retti. Si sa inoltre che $AB = 15$ m, $BC = 12$ m, $CD = 5$ m, $DE = 20$ m. Di quanti m^2 è l'area del pentagono?

7 Pitagora

In un triangolo $\triangle ABC$ i cateti BC e CA misurano 7 cm e 24 cm rispettivamente. Sia H la proiezione di C sulla ipotenusa AB . Quanto vale il perimetro del triangolo HBC ?

8 Terne ordinate

Quante sono le terne ordinate distinte (x, y, z) formate da numeri interi positivi (strettamente maggiori di zero) tali che

$$x^2 + 2xy + y^2 - z^2 = 9?$$

9 *Zeri

Sia x il numero di zeri con cui termina $2000!$ quando è scritto in base 5, e y il numero di zeri con cui termina $2013!$ quando è scritto in base 10. Calcolare xy . (Ricordiamo che il numero $n!$, per n intero positivo, è il prodotto di tutti gli interi positivi minori o uguali a n .)

10 *Piegatura

Anacleto ha appena finito di mangiare una tavoletta di cioccolato, e inizia a giocare con la carta in cui era avvolto, un rettangolo di lati 360 mm e 300 mm. Decide di far una sola piega rettilinea in modo che, una volta piegata la carta, un vertice del rettangolo si trovi esattamente a metà del lato corto di cui non è estremo. Quanti millimetri risulta essere lunga la piegatura?

11 *Coppie ordinate

Quante sono le coppie ordinate di interi (x, y) tali che $xy = 4(y^2 + x)$?

12 *Polinomio

Sapendo che il polinomio p è tale che, per ogni intero n , $p(5^n 1) = 5^{5^n} 1$, quanto varrà $p(3)$?

13 **Massima Area

Abbiamo un quadrilatero i cui lati misurano, nell'ordine, 1, 7, 5, 5. Quanto vale al massimo la sua area?

14 Sequenze

Quante sono le sequenze di numeri di lunghezza otto composte unicamente da 0 e 1 che contengono il codice 01?

15 Furfanti *in* Cavalieri

Nel villaggio di Asip tutti gli abitanti appartengono ad uno dei due gruppi seguenti: i Cavalieri, che dicono sempre la verità, e i Furfanti, che mentono sempre. Oggi, per il censimento annuale, 'e arrivato dalla capitale il Gran Notaio e tutti gli abitanti si mettono in fila indiana davanti a lui. Ciascuno di essi dichiara: "Il numero di coloro che non appartengono al mio gruppo e sono in fila davanti a me 'e pari". Oltre a questo, i primi tre abitanti nella fila affermano, in ordine, quanto segue: "Nel villaggio ci sono 999 abitanti", "I Cavalieri sono esattamente 666", "Ci sono almeno tre Furfanti ad Asip". Quanti sono i Cavalieri ad Asip?

16 La pista dei draghi

I giovani draghi spiccano il volo da un campo a forma di trapezio di area $165m^2$. La base maggiore misura 16 m, l'altezza 15 m. Crescendo i draghi hanno bisogno di un campo di volo più ampio: vengono perciò prolungati i lati obliqui del trapezio fino a che si incontrano a formare un triangolo (con base la base maggiore del precedente campo trapezoidale). Quanto è l'area del nuovo campo di volo esteso?

17 *Calcoli in Birreria

Come detto, per passare il tempo presso la Barriera, i Guardiani della Notte fanno calcoli lunghissimi. Jon, partendo dal numero 2013, sottrae 1 e moltiplica il risultato per 1, poi sottrae 2 al risultato del

prodotto e moltiplica per 2 quel che ottiene, e continua fino a quando sottrae 2013 e moltiplica per 2013. Quali sono le ultime tre cifre del numero che ottiene?