

MAE0212 - Introdução à Probabilidade e à Estatística II
1a. Lista de Exercícios - 2o. Semestre de 2025

1. Estatísticas do Departamento de Trânsito sobre o envolvimento em acidentes, de motoristas com pouca experiência (até 2 anos de habilitação), indicam que o seguinte modelo pode ser adotado.

Número de acidentes (X)	0	1	2	3	4
p_x	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1

- (a) Determine $E(X)$ e $\text{Var}(X)$.

Para uma amostra aleatória de 2 desses "jovens" motoristas (isto é, $n = 2$) resolva os itens abaixo.

- (b) determine a distribuição de $\bar{X} = (X_1 + X_2)/2$.
(c) calcule $E(\bar{X})$ e $\text{Var}(\bar{X})$, e esboce os histogramas (ou gráficos de barras) de X e \bar{X} num mesmo diagrama.

2. Na distribuição $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ encontre

- (a) $P(X \geq \mu + 2\sigma)$.
(b) $P(|X - \mu| \leq \sigma)$.
(c) O número a tal que $P(\mu - a\sigma \leq X \leq \mu + a\sigma) = 0,99$.
(d) O número a tal que $P(X > a) = 0,90$.

3. Suponha que os tempos de vida de dois aparelhos elétricos, T e V , tenham distribuições $T \sim N(42, 36)$ e $V \sim N(45, 9)$. Se os aparelhos são feitos para serem usados por um período de 45 horas, qual aparelho deve ser preferido? E se for por um período de 49 horas?

4. Um bom indicador do nível de intoxicação por benzeno é a quantidade de fenol encontrada na urina. A quantidade de fenol na urina de moradores de uma certa região segue, aproximadamente, uma distribuição Normal de média 6 mg/L e desvio padrão 2 mg/L. Considere as seguintes definições em termos da variável quantidade de fenol na urina:
- Define-se como **valor de referência** a quantidade de fenol tal que 90% da população têm quantidade de fenol maior ou igual a esse valor;
 - Uma pessoa é considerada **atípica** se a quantidade de fenol em sua urina for superior a 9mg/l ou inferior a 3 mg/L.
- (a) Qual é o valor de referência da população?
- (b) Uma pessoa da região é sorteada ao acaso. Calcule a probabilidade de ela ser **atípica**.
- (c) Sorteadas 4 pessoas ao acaso, qual é a probabilidade se ter no mínimo 3 **atípicas** ?
- (d) Sabendo que uma pessoa é atípica, qual é a probabilidade de ela ter quantidade de fenol superior a 9,92mg/L?
5. Uma enchedora automática de garrafas de refrigerantes está regulada para que o volume médio de líquido em cada garrafa seja de 1000 cm^3 e a variância de 100 cm^6 . Admita que a distribuição do volume seja distribuída segundo um modelo Normal.
- (a) Calcule a porcentagem de garrafas em que o volume de líquido é menor que 990 cm^3 .
- (b) Um inspetor especifica que apenas 2 % das garrafas devem ter menos que 1000 cm^3 . Considerando agora que a máquina tem um desvio padrão de 20 cm^3 , como deve ser regulada a média, isto é, qual o ajuste do volume médio de forma a atender as exigências do inspetor ?

6. Sendo a variável amostrada X uma Normal de média μ .
- (a) Se X tem variância 25, obtenha o valor de $P(|\bar{X} - \mu| \leq 2)$ nos casos de tamanho de amostra n igual a 2, 20 e 60. Comente os resultados obtidos.
 - (b) Se $n = 30$, determine $P(|\bar{X} - \mu| \leq 1)$ em que σ^2 é igual a 16, 64 e 100. Qual é a sua conclusão?
7. Uma máquina enche pacotes de café com um peso que se comporta como um variável aleatória Normal de média 200 gramas e desvio padrão 10 gramas. Uma amostra de 25 pacotes é sorteada e pergunta-se
- (a) Qual é o número esperado de pacotes da amostra com peso inferior a 205 gramas?
 - (b) Qual é a probabilidade de que o peso total dos pacotes da amostra não exceda 5125 gramas?
8. A máquina de empacotar um determinado produto o faz segundo uma distribuição Normal com média μ e desvio padrão 10 gramas.
- (a) Em quanto deve ser regulado o peso médio μ para que apenas 10% dos pacotes tenham menos de 500 gramas?
 - (b) Com a máquina assim regulada, qual é a probabilidade de que o peso total de 4 pacotes escolhidos ao acaso seja inferior a 2 kg?
9. A capacidade máxima de um elevador é de 500 kg. Supondo que a distribuição de pesos X dos usuários é $N(70 \text{ kg}, 100 \text{ kg}^2)$, qual é a probabilidade de sete passageiros ultrapassarem esse limite? E seis passageiros? Qual resultado você utilizou para resolver este problema?