

# IgvRouting

Luca Bartoli

Massimiliano bosì

24/09/2021

<b>Premessa</b>	<b>3</b>
<b>Problema</b>	<b>4</b>
<b>Dataset</b>	<b>5</b>
<b>Constructive</b>	<b>6</b>
<b>Local Search</b>	<b>7</b>
<b>Depth Local Search</b>	<b>8</b>
<b>Multistart</b>	<b>10</b>
<b>Simulated Annealing</b>	<b>12</b>
<b>Tabu Search</b>	<b>14</b>
<b>Risultati</b>	<b>16</b>
Risultati Costi	16
Risultati Tempi	16
Indice di valutazione	17
<b>Appendice</b>	<b>18</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>19</b>

# Premessa

Questo documento vuole racchiudere gli algoritmi sviluppati per risolvere un problema di routing degli Igv all'interno di uno stabilimento, effettuando operazione di carico e scarico. Verranno presentati le varie tecniche implementate e valutate secondo il punto di vista dei costi e delle tempistiche.

# Problema

Il problema che vogliamo andare a risolvere può essere descritto con il seguente modello:

$K$  = insieme delle navette

$C$  = insieme dei punti di carico

$S$  = insieme dei punti di scarico

$m_{cs}$  = se esiste una missione tra  $c \in C$  e  $s \in S$

$w_{sc}$  = costo della missione da  $c \in C$  e  $s \in S$

$t_k$  = tempo di completamento della navetta  $k$

$x_{csk}$  = se la navetta  $k \in K$  completa la missione tra  $c \in C$  e  $s \in S$

$$\min \max(t_k) \quad \forall k \in K$$

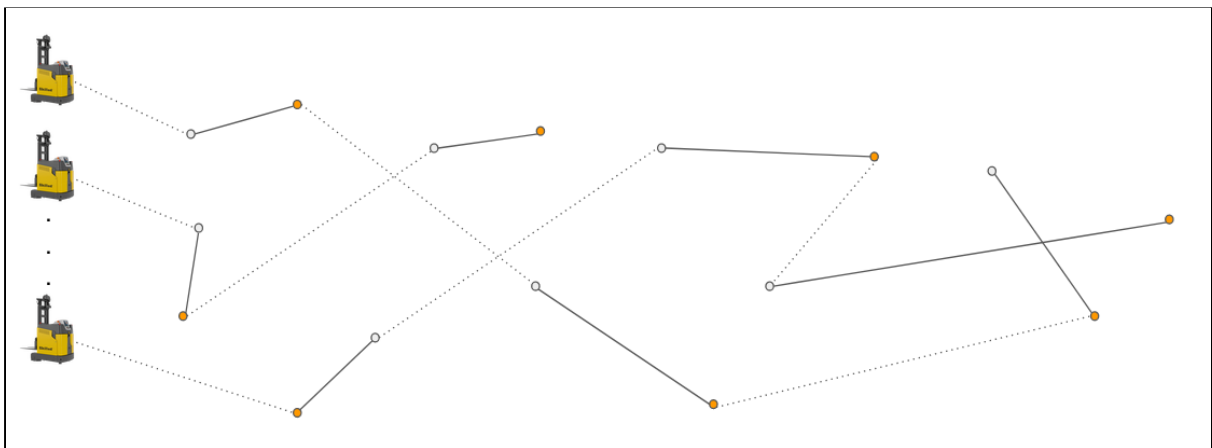
$$\sum_{k \in K} x_{csk} = m_{cs} \quad \forall c \in C, s \in S$$

$$\sum_{c \in C} \sum_{s \in S} x_{csk} w_{sc} = t_k \quad \forall k \in K$$

$$t_k \in \mathbb{Z}^+, \quad \forall k \in K$$

$$x_{csk} \in \{0, 1\}, \quad \forall c \in C, s \in S, k \in K$$

Il nostro obiettivo è andare a completare il routing delle navette nel minor tempo possibile, tenendo in considerazione il tempo della navetta che ci mette più tempo a completare tutte le missioni. Di seguito riportiamo il problema sotto il punto di vista grafico.





# Constructive

L'algoritmo constructive è stato sviluppato sfruttando un euristica costruttiva. Date N navette e M missioni da compiere, l'algoritmo ordina le missioni in base al peso e le assegna alla navetta con il minor carico. Questo algoritmo viene utilizzato per inizializzare gli algoritmi descritti in seguito.

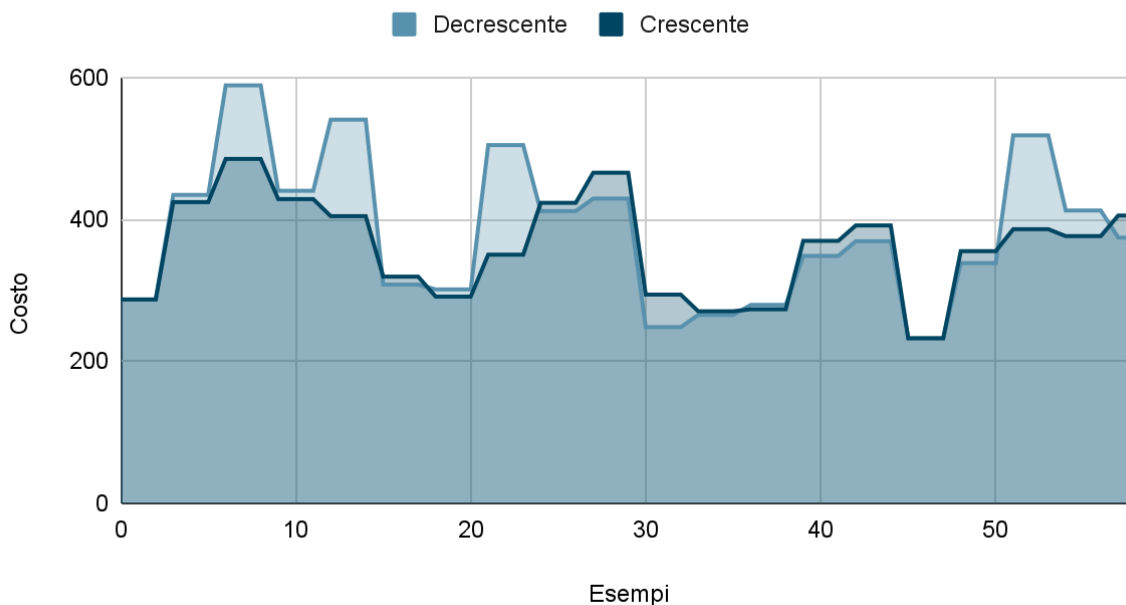
Parametri:

- **Decreasing:** vero per ordinare le missioni in ordine decrescente, falso altrimenti.

```
sort(missions, Decreasing)
lgv[n_lgv] = 0
sol
for m in missions do:
    idx = findMinCostIndex(lgv)
    lgv[idx] += m.cost
    m.id = idx
    addMissionToSolution(sol, m)
end for
return sol
```

Viene effettuato un confronto a livello di costi per ogni singola istanza del dataset variando l'ordinamento delle missioni.

## Decrescente e Crescente



Dal grafico precedente possiamo notare come il valore del costo in media è migliore nel caso di ordinamento crescente delle missioni.

# Local Search

L'algoritmo local search è stato costruito partendo dall'euristica costruttiva precedente. Per migliorare la soluzione di partenza l'algoritmo effettua N swap fino a che non scatta il timeout oppure si genera una soluzione peggiore.

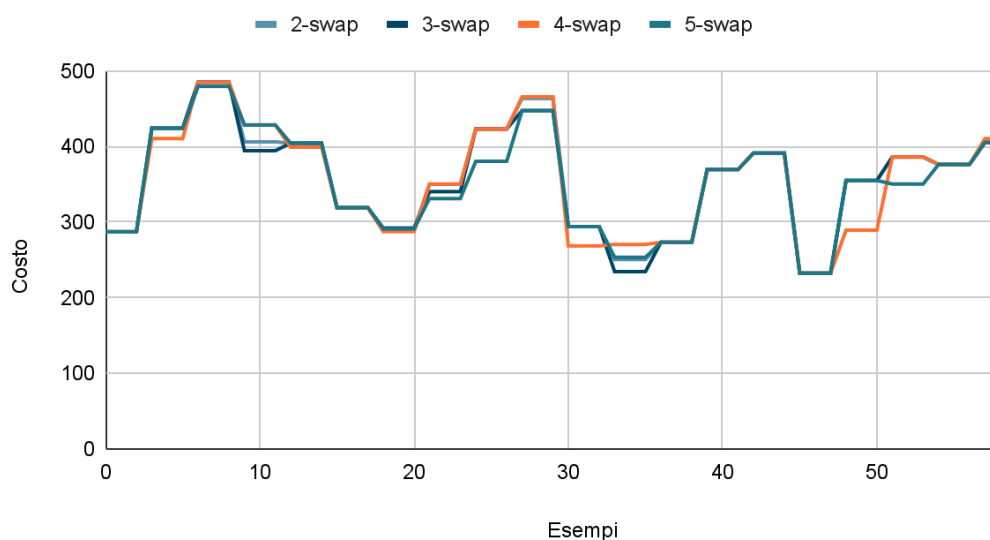
Parametri:

- **Nswap:** numero degli swap da applicare alla soluzione iniziale;
- **timeout:** timeout del programma

```
best = findInitialConstructiveSolution()
while True do:
    sol = makeSwap(Nswap, best)
    if sol < best then:
        best = sol
    else
        break
    end if
    checkTimeout(timeout)
end for
return best
```

Viene effettuato un confronto a livello di costi per ogni singola istanza del dataset variando il numero di swap effettuati ad ogni singola iterazione.

Confronto swap



Dal grafico precedente possiamo notare come il costo non migliora di molto in media se andiamo ad aumentare il numero di swap effettuati ad ogni singola iterazione.

# Depth Local Search

L'algoritmo depth local search è stato costruito a partire da quello precedente andando a rilassare la condizione di terminazione. Partendo da una soluzione iniziale, si effettuano N swap, se la soluzione è migliore della precedente si utilizza quella per la prossima iterazione.

La condizione di terminazione è data dal numero di iterazioni massime o dal timeout.

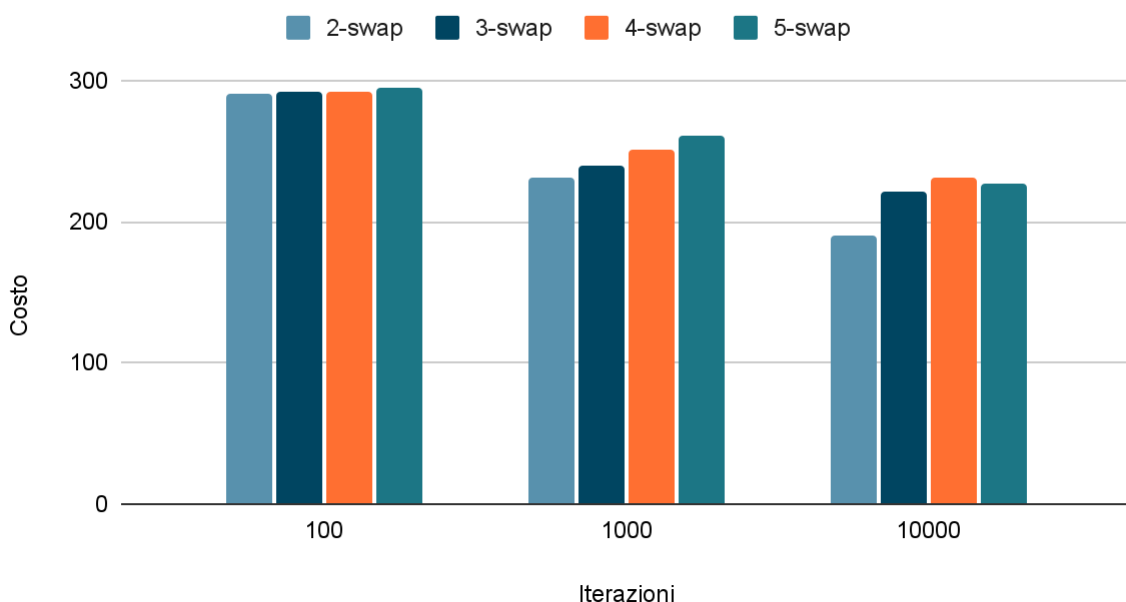
Parametri:

- **Nswap:** numero degli swap da applicare alla soluzione iniziale;
- **timeout:** timeout del programma
- **Niter:** iterazioni dell'algoritmo.

```
best = findInitialConstructiveSolution()
for iter in Niter do:
    sol = makeSwap(Nswap, best)
    if sol < best then:
        best = sol
    end if
    checkTimeout(timeout)
end for
return best
```

Viene effettuato un confronto a livello di tempi e costi sulla base della coppia (**Nswap**, **Niter**)

## Confronto costo

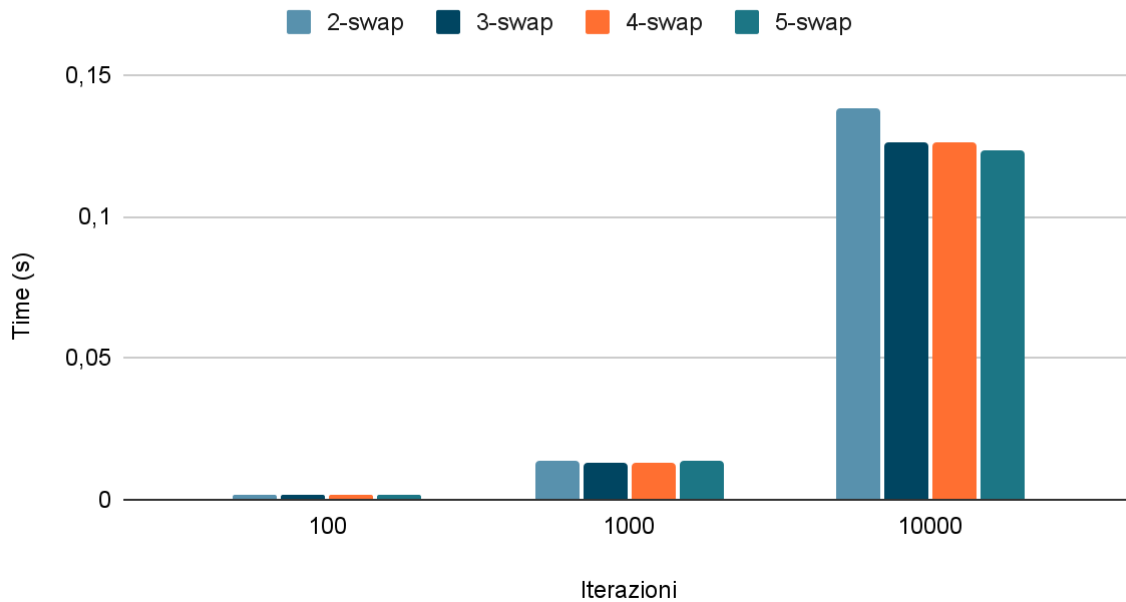


Dal grafico precedente possiamo notare come il valore del costo migliora all'aumentare delle iterazioni e non tanto all'aumentare del numero di swap effettuati per ogni iterazione. In



particolare si riescono ad ottenere ottimi risultati con questa metodologia “brute force” per le dimensioni ridotte del database utilizzato.

## Confronto tempo



Aumentando il numero di iterazioni aumenta il tempo di calcolo.

# Multistart

L'algoritmo multistart è stato sviluppato partendo da  $n$  soluzioni casuali e da queste viene cercata una soluzione ottimale effettuando degli swap per un certo numero di iterazioni

Parametri:

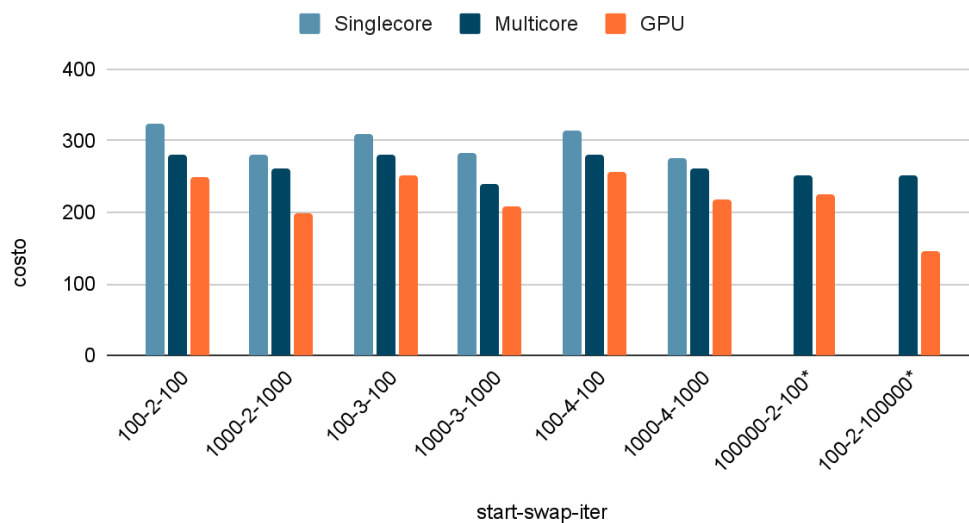
- **Nswap**: numero degli swap da applicare alla soluzione iniziale casuale;
- **timeout**: timeout del programma;
- **Nstart**: numero soluzioni iniziali da cui partire;
- **Niter**: iterazioni dell'algoritmo.

```
best = ∞
for start in Nstart do
    iterBest = findInitialRandomSolution()
    for iter in Niter do
        sol = makeSwap(Nswap, best)
        if sol < iterBest then
            iterBest = sol
        end if
        checkTimeout(timeout)
    end for
    if best > iterBest
        best = iterBest
    end if
end for
return best
```

L'algoritmo è stato sviluppato in 3 varianti: singlecore, multicore e GPU.

Viene effettuato un confronto a livello di tempi e costi delle tre tipologie sulla base della terna (**Nstart**, **Nswap**, **Niter**)

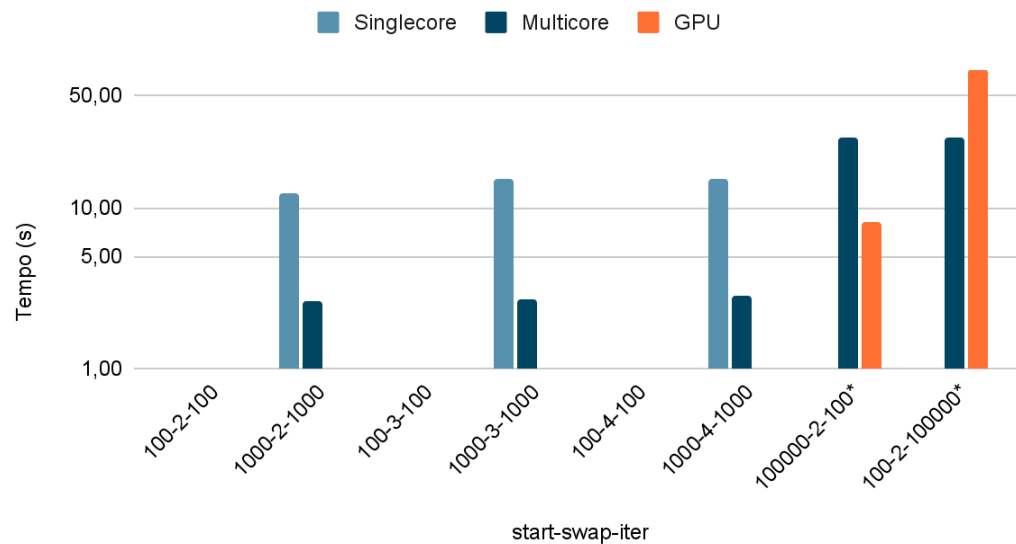
Confronto costi



Dal grafico precedente possiamo notare che il valore del costo non è legato dal numero degli swap effettuati. Sembra invece contare molto il numero delle iterazione rispetto a quello degli start points. La versione su GPU ha un costo migliore perché i valori random sono generati secondo una funzione di NVIDIA all'init (cuRAND) che genera tutti i valori in modo lineare secondo l'n da generare.

Ora soffermiamoci sui tempi:

### Confronto tempi



I tempi risultano migliori su GPU quando abbiamo molti punti di start e poche iterazioni, questo perchè sulla singola iterazione la GPU è più lenta, invece la parallelizzazione a livello di thread viene in modo automatico essendo un architettura SIMD.

\*I valori su singlecore non sono riportati per il tempo necessario al computamento

# Simulated Annealing

L'algoritmo Simulated Annealing è ispirato a ciò che fanno i fisici per ottenere la configurazione di un materiale allo stato solido di minima energia. Sia  $E_x$  l'energia di uno stato del materiale  $x$  e  $i, j$  due stati consecutivi, allora:

- se  $E_j \leq E_i$  allora  $j$  è sempre accettato
- se  $E_j > E_i$  allora  $j$  è accettato con una probabilità:

$$P = e^{\left(\frac{E_i - E_j}{k_B T}\right)}$$

Dove  $T$  è la temperatura iniziale e  $k_B$  la costante di Boltzman.

Parametri:

- **Nswap**: numero degli swap da applicare alla soluzione iniziale casuale;
- **initialT**: temperatura iniziale;
- **finalT**: temperatura minima;
- **deltaT**: delta di decremento delle temperatura;
- **Niter**: iterazioni di discesa della temperatura;
- **timeout**: timeout del programma.

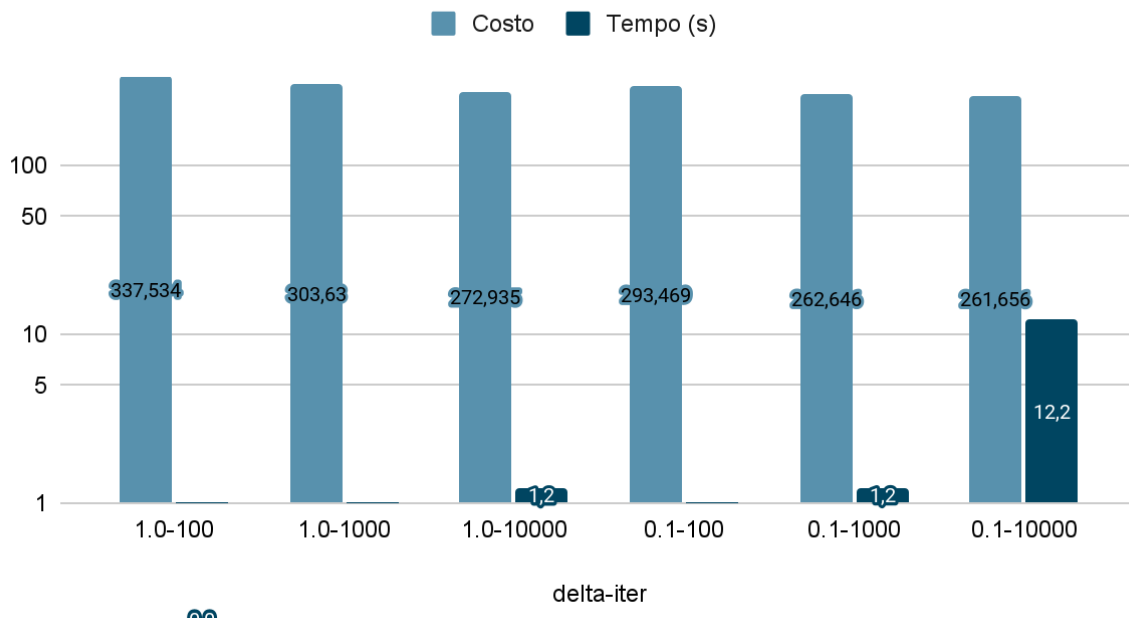
```
best = findInitialRandomSolution()
temp = initialT
while temp > finalT do
    for iter in Niter do
        sol = makeSwap(Nswap, best)
        if sol < best then
            best = sol
        else
            p = e^((sol-best)/temp)
            if p > rand(0,1) then
                best = sol
            end if
        end if
        checkTimeout(timeout)
    end for
    temp = temp - deltaT
end while
return best
```

A questo algoritmo è legato un teorema di convergenza: se la temperatura decresce abbastanza lentamente, allora la probabilità di ottenere un ottimo globale tende a 1 quando il tempo di calcolo è abbastanza grande.

Come possiamo notare nel grafico successivo, più aumentiamo le iterazioni dell'algoritmo e più il valore dell'ottimo trovato sarà migliore.

Viene fissata la temperatura iniziale a 10 e finale a 0.1. Il numero degli swap a 2.

## Confronto Simulated Annealing



Ovviamente aumentando il numero di iterazioni l'algoritmo necessita di più tempo di calcolo per terminare. Dal teorema precedente sembra possibile raggiungere un ottimo globale con questo algoritmo, ma se andiamo a calcolarci i tempi scopriamo che ha un ordine di  $o(n^2(n-1)) \gg o(n!)$ , I tempi necessari al completamento risultano pressoché infiniti, di conseguenza dobbiamo andare ad aggiungere un euristica sul tempo oppure sulla velocità della discesa della temperatura.

In questo dataset l'algoritmo funziona molto bene perchè i dati sono pochi, di conseguenza otteniamo un ottimo risultato.

# Tabu Search

Partendo da una soluzione iniziale tramite euristica costruttiva, l'algoritmo effettua Nswap per Nit iterazioni prendendo anche soluzioni che si discostano di un certo threshold per scappare da minimi locali. Soluzioni già esplorate vengono evitate tramite l'inserimento in una tabu list con lunghezza configurabile. Più la lunghezza della tabu list sarà lunga, più andremo ad effettuare diversificazione tra le soluzioni trovate.

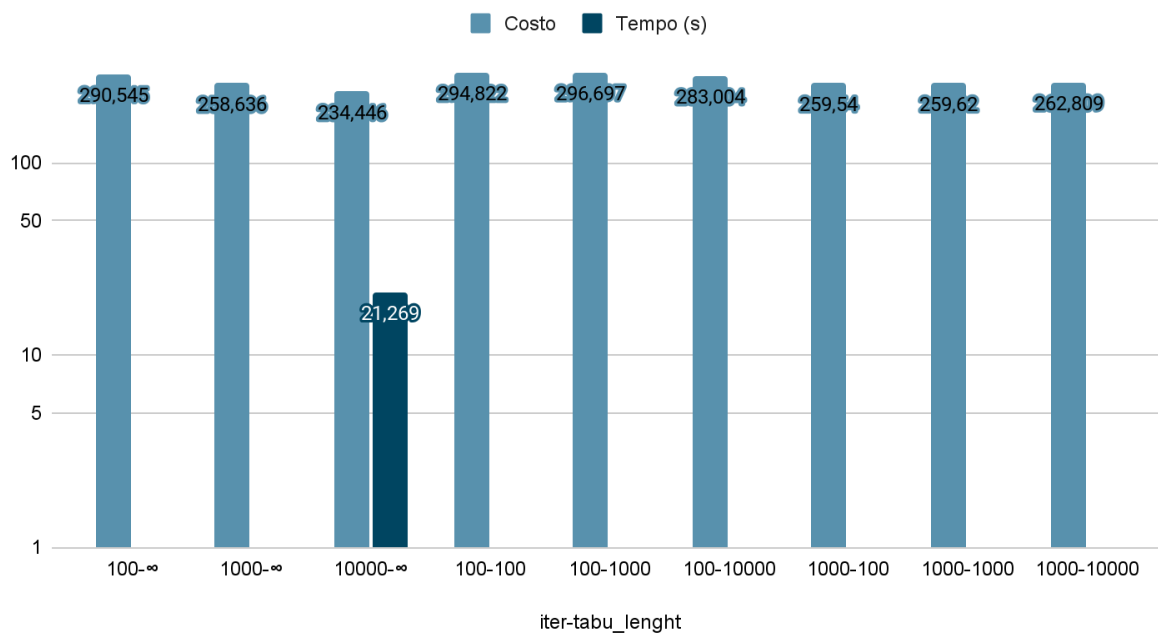
Parametri:

- **Nswap**: numero degli swap da applicare alla soluzione iniziale costruttiva;
- **Niter**: iterazioni dell'algoritmo;
- **MaxDelta**: massima differenza di costo per accettare una nuova soluzione;
- **Ndata**: lunghezza della lista;
- **timeout**: timeout del programma;

```
best = finalBest = findInitialConstructiveSolution()
tabu = createQueueWithLenght(Ndata)
for iter in Niter do
    sol = makeSwap(Nswap, best)
    if sol not in tabu then
        push(tabu, sol)
        if sol - best < MaxDelta then
            best = sol
        end if
    end if
    if finalBest > best then
        finalBest = best
    end if
    checkTimeout(timeout)
end for
return finalBest
```

Il confronto è stato fatto sulla base delle iterazione e la lunghezza della tabu list. Come possiamo osservare dal grafico sottostante aumentando la lunghezza della tabu list rendendola infinita, otteniamo un buon risultato a scapito dell'aumento dei tempi di computazione in maniera esponenziale, rispetto a tenerla di una lunghezza massima. Il numero delle iterazioni influisce sul risultato, ma non come la lunghezza della coda. La coda è implementata mediante una lista standard del c++.

## Confronto Tabu List

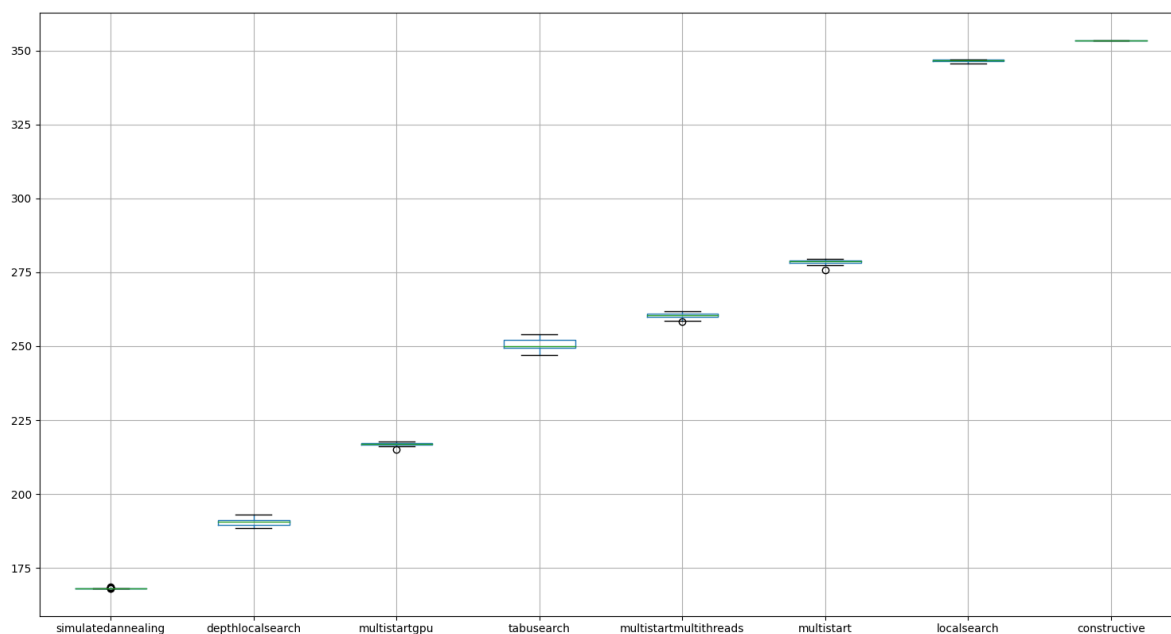


# Risultati

Come comparazione abbiamo utilizzato le configurazioni di default presente alla repo github e riportate in questo documento a pedice. I risultati sono stati calcolati eseguendo ogni singolo algoritmo sul dataset P2 composto da 60 istanze per 33 volte, in modo da ottenere una distribuzione dell'errore su ogni metodo.

## Risultati Costi

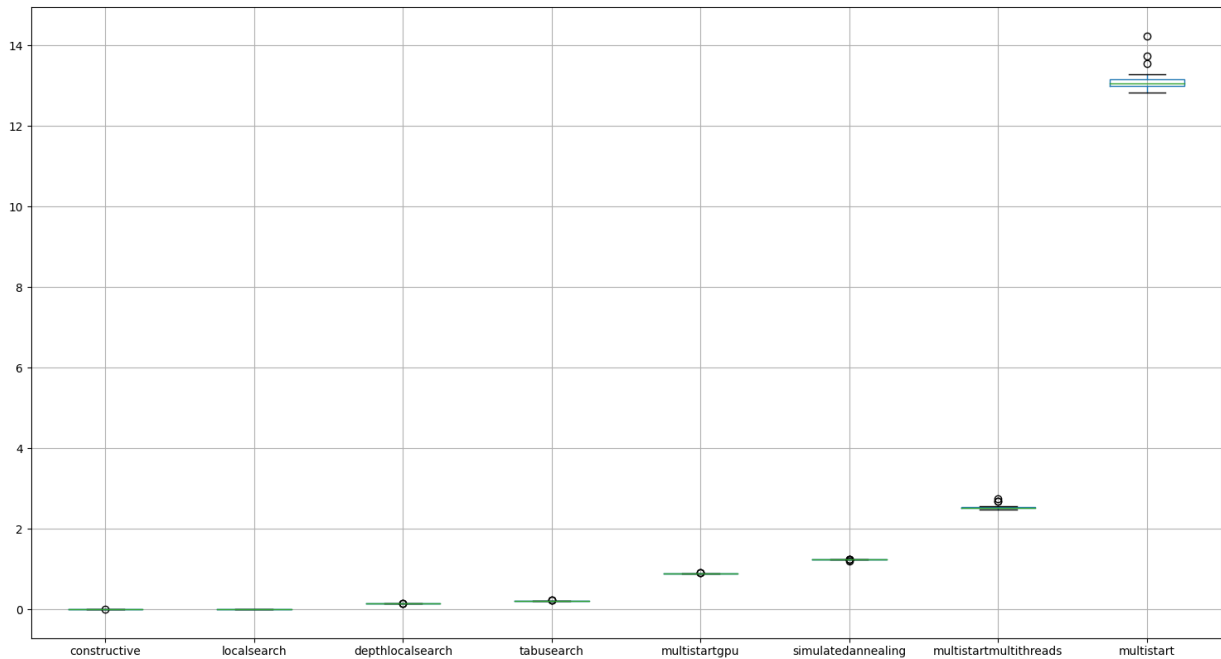
Eseguendo tutti gli algoritmi otteniamo che il costo più basso è dato dal Simulatedannealing, La teoria ci dà una valida giustificazione, in quanto è l'unico algoritmo che settata una temperatura di discesa ottimale, può raggiungere l'ottimo globale a scapito di una grossa occupazione computazionale, che in questo caso non è molto influente visto il piccolo numero di campioni nel dataset.



## Risultati Tempi

Ora prendiamo in considerazione i tempi di completamento dei vari algoritmi. Il Costruttive, LocalSearch, DepthLocalSearch e MultiStartGPU come tempi di computazione sono i migliori, terminano entro il secondo.





## Indice di valutazione

Si stila una classifica degli algoritmi in base al rapporto  $\frac{AVG_{cost}}{AUV_{time}}$

- constructive: 353.4
- localsearch: 346.5
- depthlocalsearch: 167.1
- tabusearch: 207.1
- multistartgpu: 114.5
- simulatedannealing: 75.24
- multistartmultithreads: 73.66
- multistart: 19.71

Il Constructive risulta il migliore in quanto ha un  $o(n)$ , ma ci da il costo peggiore. A nostro avviso il migliore da utilizzare in questo particolare caso è il simulatedannealing. In un caso generale invece il tabusearch e multistartgpu risultano valide opzioni nel caso di tempi limitati per la computazione.

# Appendice

Configurazione di default:

```
Constructive:
  Decreasing: false

LocalSearch:
  swap: 5
  iteration: 100000
  timeout: 100

DepthLocalSearch:
  swap: 2
  iteration: 10000
  timeout: 100

MultiStart:
  swap: 4
  iteration: 1000
  start: 1000
  timeout: 100

MultistartGpu:
  swap: 4
  iteration: 1000
  start: 1000

MultiStartMultithread:
  swap: 2
  iteration: 1000
  start: 1000
  threads: 16
  timeout: 100

SimulatedAnnealing:
  swap: 2
  initialTemperature: 10
  minTemperature: 0.1
  coolingRate: 0.1
  iterTempDec: 1000
  timeout: 100

TabuSearch:
  swap: 3
  iteration: 1000
  diffCost: 4
  listLength: 0
  timeout: 100
```

# Bibliografia

Dataset VRP (<https://neo.lcc.uma.es/vrp/>)

Github IgvRouting (<https://github.com/lucabart97/IgvRouting>)