UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

CORSO DI STUDI IN RIASSETTO DEL TERRITORIO E TUTELA DEL PAESAGGIO

RELAZIONE SULL'ESERCITAZIONE DI TOPOGRAFIA

Andreetta Luca

2067548

luca.andreetta.1@studenti.unipd.it

Anno accademico 2023 / 2024

ESERCITAZIONE SUL RILIEVO TOPOGRAFICO DI UNA POLIGONALE CHIUSA E SULLA SUCCESSIVA ELABORAZIONE DATI

Indice

1 Introduzione

In questa relazione si andrà ad esporre la procedura che è stata svolta per effettuare il rilievo topografico di una poligonale chiusa locale; inoltre, verranno descritte le operazioni per l'elaborazione dei relativi dati ricavati.
La poligonale in questione, delimitata da chiodi topografici, è posizionata all'interno del campus di Agripolis dell'Università di Padova, a Legnaro (PD).

2 Descrizione del rilievo topografico e nozioni teoriche

2.1 Il rilievo topografico

Con rilievo topografico si intende il processo con cui avviene la misurazione ed il seguente inquadramento geografico di una porzione di terreno.
Per fare ciò, vengono determinate le posizioni di un certo numero di punti dell'area d'interesse; questo è dovuto all'impossibilità di considerare tutti i punti dell'oggetto. Ne deriva la necessarietà di distinguere i punti che vengono acquisiti, in base al loro grado di importanza e di precisione (di inquadramento e di dettaglio).
In questo rilievo, data l'estensione del rilievo e dato l'utilizzo di un unico strumento di misura, i punti acquisiti non vengono distinti.

2.2 Poligonazioni

La poligonazione è un metodo con cui, mediante una serie di segmenti, si collegano dei punti sul terreno (detti vertici della poligonale), al fine di svolgere il rilievo topografico della relativa area.
Una poligonale può essere di diverse tipologie:

- aperta: i due estremi sono distinti;
- chiusa: i due estremi sono coincidenti. La compensazione degli errori risulta più efficace;
- orientata: i punti sono riferiti ad un sistema di riferimento noto;
- locale: i punti non sono riferiti ad un sistema di riferimento noto, bensì scelto dall'operatore.

La delimitazione di una poligonale può avvenire conoscendo tutti i parametri angolari (per gli angoli al vertice) e tutti quelli lineari dei segmenti che la compongono.
L'utilizzo della poligonale, oltre ad avere vantaggio di semplicità, porta con se uno svantaggio importante: essendo i vertici dipendenti dalle misure angolari e lineari dei punti precedenti, la propagazione degli errori risulta rapida.
Fortunatamente, soprattutto con le poligonali chiuse, è possibile svolgere la compensazione degli errori, rendendo quindi il risultato finale più prossimo a quello reale. Per le poligonali chiuse sono presenti due elementi sovrabbondanti, che verranno proprio utilizzati per controllare e compensare il risultato finale.
Gli angoli della figura poligonale possono essere di due tipologie: interni e azimutali. Gli angoli interni sono gli angoli compresi tra i due segmenti della figura piana. Gli angoli azimutali

indicano l'ampiezza angolare tra il segmento preso in considerazione e l'asse di orientamento precedentemente scelto.
Nel caso di questa relazione, la poligonale risulta essere chiusa e locale.

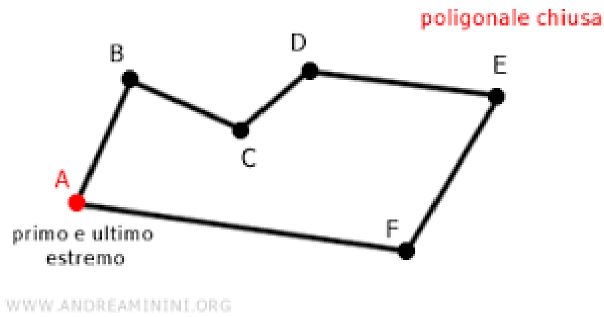

Figura 1: Esempio di una stazione poligonale chiusa.

2.3 Stazione totale

La stazione totale è uno strumento digitale, che permette di eseguire misurazioni angolari e lineari, in modo da effettuare rilievi topografici.
La stazione totale è costituita essenzialmente da tre elementi:

- il sistema base-basetta: è solidale al treppiede, supporta ed inclina tutto lo strumento;
- l'alidada: permette l'inclinazione verticale dello strumento;
- il cannocchiale: è solidale all'alidada, è permette di mirare all'obiettivo di misura.

Figura 2: Esempio di una stazione totale, comprendente del sistema base-basetta, alidada e cannocchiale.

La stazione totale possiede tre assi differenti: uno sul quale ruota l'alidada, uno sul quale ruota il cannocchiale ed uno solidale con i primi due.
Gli angoli misurabili dalla stazione totale possono essere sia zenitali (rispetto all verticale) e sia

azimutali (rispetto all'orizzontale): tali angoli sono misurabili grazie ai due cerchi, uno verticale ed uno orizzontale.
Al fine di effettuare misurazioni il più possibili corrette e ripetibili, è necessario porre questo strumento di misura coincidente alla verticale. Per fare ciò si utilizzano tre diversi sistemi di livellazione, ed ognuno con una diversa precisione. In ordine crescente di precisione:

- livella sferica sulla basetta, la cui precisione è mediamente di 4'/2mm-8'/2mm;
- livella torica sull'alidada, la cui sensibilità è solitamente di 10"/mm-20"/mm;
- livella elettronica interna al circuito elettronico della stazione totale.

Al fine di ricavare la misura angolare e lineare di una determinata posizione, è necessario che la stazione totale miri ad un preciso obiettivo, posto precisamente nel punto di interesse. Tale obiettivo è generalmente rappresentato da un prisma topografico, posto al di sopra di una palina.
Essendo stato utilizzato lo stesso strumento di misura, è lecito considerare la distribuzione degli errori (angolari e lineari) omogenei per tutta la poligonale. Nel caso degli angoli, la somma degli errori prende il nome di "errore di chiusura angolare"; mentre, la somma degli errori lineari dei segmenti prende il nome di "errore di chiusura lineare".

3 Elaborazione dati

Al fine di ottenere le dimensioni della poligonale, occorre elaborare i dati ricavati dalla rilevazione con la stazione totale.
In questo capitolo verranno esposte le formule e le procedure, con cui sono stati effettuati i calcoli.
I calcoli sono stati sviluppati con il programma LibreOffice Calc, ma per semplicità verranno esposti solamente i risultati.

3.1 Dati ricavati dal rilievo topografico

STAZIONE	ID PUNTO	ALTEZZA STAZIONE (m)	ALTEZZA PRISMA (m)	LETTURA AL C.O. (gon)	LETTURA AL C.V. (gon)	DISTANZA INCLINATA (m)
100	PI 500 PA 200	1.507	2.00 2.00	82.3724 166.8098	99.2434 99.7678	46.398 119.389
200	PI 100 PA 300	1.502	2.00 2.00	224.9866 309.3850	99.7406 99.2836	119.375 51.853
300	PI 200 PA 400	1.464	2.00 2.00	115.4048 215.6688	99.4574 99.4774	51.859 61.878
400	PI 300 PA 500	1.431	2.00 2.00	138.5304 370.5036	99.4076 99.0058	61.886 36.736
500	PI 400 PA 100	1.490	2.00 2.00	70.5150 169.4558	99.1548 99.4324	36.739 46.406

3.2 Calcolo degli angoli interni

Il calcolo degli angoli interni della poligonale avviene effettuando la differenza tra l'ampiezza dell'angolo riferita al punto avanti e tra quella riferita al punto indietro.
In questo caso, si ottengono i seguenti valori angolari:

PUNTO	NOME ANGOLO	ANGOLO INTERNO (gon)
100	α	84.4374
200	β	84.3983
300	γ	100.2640
400	δ	231.9732
500	ϵ	98.9408

3.3 Calcolo dell'errore di chiusura angolare

Inevitabilmente, nel procedimento di rilevazione dei dati sono stati effettuati degli errori (siano questi causati dall'operatore o dallo strumento di misura).
Al fine di migliorare i valori delle misure ricavate, occorre conoscere l'entità di questo errore angolare. Fortunatamente, la trigonometria permette di conoscere la somma degli angoli interni di un qualsiasi poligono, mediante la formula (in gon): $(n-2) \cdot 200^c$, dove n indica il numero di angoli del poligono.
Quindi, la differenza tra la somma degli angoli interni della nostra poligonale ed il valore teorico, equivale all'errore di chiusura angolare. Tale valore si ricava mediante la seguente formula:

$$\pm\delta_\alpha = [\alpha + \beta + \gamma + \delta + \epsilon] - [(n-2) \cdot 200^c] \tag{1}$$

Nel caso di questa relazione, la somma degli angoli interni risulta pari a 600.01374 gon, mentre la somma degli angoli teorici risulta pari a 600 gon. La differenza tra i due valori (ovvero $\pm\delta_\alpha$)

è 0.01374 gon.
Essendo che le misure vengono svolte con lo stesso procedimento, è lecito supporre che gli errori vengano prodotti in modo costante ed uguale per ogni angolo; da questa supposizione è possibile equidistribuire l'errore angolare per ogni punto della poligonale.
Quindi, ad ogni angolo verrà aggiunto (cambiando di segno) il valore di λ, calcolato mediante la seguente formula:

$$\lambda = -\frac{\pm\delta_\alpha}{N} \rightarrow \lambda = -\frac{0.01374}{5} = 0.00275\, gon \tag{2}$$

Gli angoli a cui è stato aggiunto tale valore prendono il nome di "angoli compensati".

3.4 Calcolo della tolleranza angolare

Prima di continuare con la procedura di calcolo, risulta conveniente valutare il valore di tolleranza accettabile, specificatamente a questa poligonale.
La tolleranza di misura angolare si ricava mediante la formula:

$$T_\alpha = 0^c.025 \cdot \sqrt{N} \rightarrow 0^c.025 \cdot \sqrt{5} = 0.05590\, gon \tag{3}$$

dove N rappresenta il numero di angoli della figura.
Ovviamente, affinchè la misura possa essere considerata affidabile, occorre che le misurazioni abbiano prodotto un errore inferiore a quello indicato dalla tolleranza; questo concetto può essere riportato in questo modo:

$$| \pm \delta_\alpha| \leq T_\alpha \tag{4}$$

In questo caso ci si può considerare soddisfatti, essendo l'errore prodotto 3.3 di un ordine di grandezza inferiore rispetto alla tolleranza 3; in questo modo è possibile continuare la procedura di calcolo.

3.5 Correzione degli angoli interni

Come anticipato nel paragrafo precedente, occorre ridistribuire l'errore di misura prodotto in tutti gli angoli.
Per fare ciò, in questo caso, è sufficiente sommare il valore di λ a quello degli angoli.
I valori finali sono i seguenti:

PUNTO	NOME ANGOLO	ANG. INT. COMPENSATO (gon)
100	α	84.4347
200	β	84.3956
300	γ	100.2613
400	δ	231.9705
500	ϵ	98.9381

3.6 Calcolo degli angoli azimutali

Per semplificare i calcoli, essendo la poligonale di tipo locale, è stato deciso di considerare l'angolo di orientamento ortogonale al segmento che unisce i punti 100 e 200.

Di conseguenza, è possibile conoscere anticipatamente alcune coordinate:

$$
\begin{aligned}
X_{100} &= 0 \\
Y_{100} &= 0 \\
Y_{200} &= 0
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Quindi, essendo l'angolo di orientamento ortogonale al primo segmento della poligonale, ne deriva che $\theta_{100} = 100$ gon.
Al fine di conoscere gli angoli azimutali degli altri angoli, occorre effettuare la propagazione degli azimut. Questo procedimento avviene sommando l'azimut dell'angolo precedente, il valore dell'angolo interno considerato e, a seconda che tale somma sia superiore o inferiore a 200 gon, rispettivamente si sottrae o si aggiunge 200 gon.
Per esempio:

$$(BC) = (AB) + \beta^{'} \pm 200^{c} \tag{6}$$

I valori finali degli azimut sono i seguenti:

PUNTO	NOME ANGOLO	ANG. AZIMUTALE (gon)
100	α	100.0000
200	β	384.3956
300	γ	284.6568
400	δ	316.6273
500	ϵ	215.5653

3.7 Calcolo della distanza orizzontale

Al fine di conoscere le distanze orizzontali tra i punti, occorre conoscere la componente orizzontale delle distanze inclinate misurate con la stazione totale.
Per fare ciò, occorre semplicemente moltiplicare la distanza inclinata per il coseno delle lettura al cerchio verticale.

STAZIONE	ID PUNTO	DISTANZA ORIZZONTALE (m)
100	Pi 500	46.3947
	Pa 200	119.3882
200	Pi 100	119.3740
	Pa 300	51.8497
300	Pi 200	51.8571
	Pa 400	61.8759
400	Pi 300	61.8833
	Pa 500	36.7315
500	Pi 400	36.7358
	Pa 100	46.4042

Essendoci una ridondanza di misure lineari (ogni tratto è stato misurato sia in “avanti” che “indietro”), risulta conveniente mediare i valori inerenti agli stessi segmenti, in modo da ridurre gli errori svolti.
Per esempio, è stata mediata la distanza in avanti dalla stazione 100 e la misurazione indietro della stazione 200, poiché entrambi si riferiscono al segmento che unisce i punti 100 e 200.

SEGMENTI LINEARI	DISTANZA ORIZZONTALE (m)
100-200	119.3811
200-300	51.8534
300-400	61.8796
400-500	36.7336
500-100	46.3994

3.8 Calcolo delle coordinate parziali

Conoscendo i valori delle distanze orizzontali e degli angoli azimutali, è possibile conoscere le componenti x e y dei segmenti che uniscono i punti.
Al fine di conoscere le ascisse parziali di un dato punto, è necessario moltiplicare il seno (o coseno) dell’azimut relativo a quell’angolo ed il segmento che unisce tale punto con il precedente; per esempio:

$$\begin{aligned}(x_B)_A &= AB \cdot sen(AB)\\ (y_B)_A &= AB \cdot cos(AB)\end{aligned} \tag{7}$$

I calcoli inerenti a questo rilievo topografico hanno riportato i seguenti valori:

	coord. x (m)	coord. y (m)
100	0	0
200	119.3811	0
300	-12.5831	50.3035
400	-60.0911	-14.7697
500	-35.4878	9.4854
500-100	-11.2319	-45.0194

Proprio come per le misure angolari, la somma delle misure delle coordinate parziali (di una poligonale chiusa) dovrebbe risultare pari a 0.
In questo caso, l’errore di chiusura lineare della componente x (ovvero $\pm\delta_x$) è pari a -0.01279 m, mentre per la componente y (ovvero $\pm\delta_y$) è pari a -0.0002 m.
L’errore di chiusura lineare totale si calcola mediante la seguente formula:

$$\Delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2} \rightarrow \sqrt{0.01279^2 + 0.0002^2} = 0.0128\, m \tag{8}$$

3.9 Calcolo della tolleranza lineare

Come è stato fatto per gli angoli, è necessario conoscere il valore della tolleranza lineare imposta. La formula per calcolare tale tolleranza è simile a quella per gli angoli:

$$T_L = 0^c.025 \cdot \sqrt{L} \rightarrow 0.025 \cdot \sqrt{316.2472} = 0.4446\, m \tag{9}$$

dove L rappresenta il perimetro della poligonale.
Essendo il valore T_L inferiore a Δ, è possibile continuare i calcoli, essendo che l'errore di misura prodotto è inferiore rispetto a quello imposto.

3.10 Correzione della lunghezza lineare

Proprio come per lo studio degli angoli, l'errore di chiusura lineare può essere ridotto andando a ridistribuirlo nei segmenti della poligonale (invertendo il segno). Al contrario degli angoli, dove la distribuzione avviene in modo equo, l'errore lineare viene ponderato con la lunghezza del segmento preso in considerazione.
Per esempio, la correzione delle coordinate parziali avviene mediante la seguente formula:

$$\begin{aligned} (x_B)'_A &= (x_B)_A \pm \frac{\delta_x}{L} \cdot AB \\ (y_B)'_A &= (y_B)_A \pm \frac{\delta_y}{L} \cdot AB \end{aligned} \tag{10}$$

Le coordinate parziali compensate inerenti a questa relazione sono:

	coord. x (m)	coord. y (m)
100	0	0
200	119.3763	0
300	-12.5810	50.3035
400	-60.0896	-14.7697
500	-35.4750	9.4856
500-100	-11.2319	-45.0194

3.11 Calcolo delle coordinate totali

Successivamente al calcolo delle coordinate parziali, è possibile ricavare i valori totali delle coordinate.
Per fare ciò, occorre svolgere la sommatoria dei valori delle coordinata x e y dei punti precedenti a quello considerato, per esempio:

$$X_D = x'_a + x'_b + x'_c + x'_d \tag{11}$$

Le coordinate totali di questa poligonale sono le seguenti:

	coord. x (m)	coord. y (m)
100	0	0
200	119.3763	0
300	106.7953	50.3035
400	46.7057	35.5339
500	11.2307	45.0195

4 Conclusioni

Partendo da semplici misure angolari e lineari, è stato possibile ottenere delle informazioni utili inerenti alla poligonale.
Al fine di ottenere risultati minori, è possibile svolgere diversi accorgimenti:

- utilizzare strumenti di misura con maggiore precisione;
- ripetere le misurazione svolte;
- migliorare il processo di calibrazione della stazione totale;