

Le cose della Fisica I

Luca Ceriani

Torino, 10 maggio 2017

Capitolo 1

Cinematica

1.1 Velocità

Tenendo conto della definizione di derivata di un vettore, la velocità si può scrivere come

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$

Si consideri poi il vettore tangente alla traiettoria \hat{u}_t , esso può essere espresso come

$$\hat{u}_t = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta s} = \frac{d\vec{r}}{ds}$$

e quindi

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dt} \hat{u}_t .$$

Notare che l'espressione $\frac{ds}{dt}$ riprende il nome di velocità scalare:

$$v_s = \frac{ds}{dt} .$$

1.2 Accelerazione

Conoscendo il vettore velocità $\vec{v}(t)$, si considera accelerazione la variazione di questo vettore nel tempo. In formule:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} .$$

Se ci si riferisce ad una traiettoria $\vec{s}(t)$, utilizzando le relazioni trovate in precedenza si avrà

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(v_s \hat{u}_t) = \frac{dv_s}{dt} \hat{u}_t + v_s \frac{d\hat{u}_t}{dt}$$

1.3 Classificazione dei moti elementari

Fissando l'attenzione sull'*equazione oraria*, possiamo definire due importanti classi di moto:

1. moti uniformi ($v_s \equiv \dot{s} = cost = \dot{s}_0$);
2. moti con accelerazione tangenziale costante ($a_t \equiv \ddot{s} = cost = \ddot{s}_0$).

Dal punto di vista geometrico, i moti con traiettoria notevole sono:

1. i *moti rettilinei*, caratterizzati da $\rho \rightarrow \infty$;
2. i *moti circolari*, in cui $\rho = cost$.

Dove ρ è il raggio di curvatura.

1.4 Moti rettilinei

$$\text{Moto rettilineo uniforme} \quad x(t) = v_0 t + x_0$$

$$\begin{aligned} \text{Moto rettilineo uniformemente accelerato} \quad x(t) &= \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0 \\ \dot{x}(t) &= v(t) = a_0 t + v_0 \end{aligned}$$

1.5 Moti circolari

Per i moti circolari si definiscono alcune grandezze. Per un generico moto circolare si può scrivere:

$$\vec{v}(t) = \vec{\omega}(t) \times \vec{r}(t) .$$

dove

$$\vec{\omega}(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \hat{k} = \dot{\theta} \hat{k} .$$

Si può anche definire un'**accelerazione angolare** come segue:

$$\vec{\alpha}(t) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d\omega}{dt} \hat{k} = \ddot{\theta} \hat{k} ,$$

e quindi

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) .$$

1.6 Moto circolare uniforme

Detto T il periodo del moto, si definisce la **pulsazione** come:

$$\omega_0 = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} .$$

1.7 Moto oscillatorio armonico

Si consideri un corpo che si muove lungo una retta con la seguente legge oraria:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) ,$$

possiamo calcolare la velocità e l'accelerazione per ogni istante di t :

$$\begin{cases} v_x = -\omega_0 A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \\ a_x = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -\omega_0^2 x \end{cases}$$

L'equazione differenziale del moto oscillatorio armonico, su una traiettoria qualunque vale:

$$\ddot{s} + \omega_0^2 s = 0$$

1.8 Moto parabolico

In breve le formule del moto parabolico nelle componenti x e y :

$$\begin{cases} x(t) = (v_0 \cos(\alpha)t) \\ y(t) = (v_0 \sin(\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2) \end{cases} ,$$

mentre la gittata, intesa come la distanza percorsa su x se il lancio è avvenuto ad altezza 0 sarà:

$$y = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} x - \frac{1}{2} \frac{g}{v_{0x}^2} x^2 .$$

1.9 Trasformazione di velocità e di accelerazione

Se si suppongo lo *spazio e il tempo assoluti* e considerato $\vec{R} = \overrightarrow{OO'}$ e $\vec{r}' = \vec{r} + \vec{R}$, allora si dimostra facilmente che:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_\tau$$

dove \vec{v}_τ è detta *velocità di trascinamento*. Posto $\vec{V}(t) = \frac{d\vec{R}}{dt}$, allora la velocità di trascinamento si potrà esprimere nella forma

$$\vec{v}_\tau(t) = \vec{V}(t) + \vec{\omega}(t) \times [\vec{r}(t) - \vec{R}(t)] . \quad (1.1)$$

Questo perché la velocità di trascinamento non è uguale per ogni punto di S' (qualsiasi caso di moto non puramente traslatorio). In particolare si possono distinguere due casi:

a) $\vec{\omega} = 0$

in questo caso si parla di **moto traslatorio**, tutti i punti di S' si muovono alla stessa velocità: $\vec{v}_\tau(t) = \vec{V}$;

b) $\vec{\omega} \neq 0$

\vec{v}_τ varia da punto a punto, se si considera la sola componente di rotazione la (1.1) può essere riscritta come

$$\vec{v}_\tau = \vec{\omega} \times (\vec{r} - \vec{R})$$