Le cose della Fisica I

Luca Ceriani

Torino, 9 maggio 2017

1 Cinematica

1.1 Velocità

Tenendo conto della definizione di derivata di un vettore, la velocità si può scrivere come

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$

Si consideri poi il vettore tangente alla traiettoria $\hat{u}_t$, esso può essere espresso come

$$\hat{u}_t = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta s} = \frac{d\vec{r}}{ds}$$

e quindi

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds}\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dt}\hat{u}_t \, .$$

Notare che l'espressione $\frac{ds}{dt}$ rpende il nome di velocità scalare:

$$v_s = \frac{ds}{dt} \, .$$

1.2 Accelerazione

Conoscendo il vettore velocità $\vec{v}(t)$, si considera accelerazione la variazione di questo vettore nel tempo. In formule:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} \, .$$

Se ci si riferisce ad una traiettoria $\vec{s}(t)$, utilizzando le relazioni trovate in precedenza si avrà

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(v_s \hat{u}_t) = \frac{dv_s}{dt}\hat{u}_t + v_s \frac{d\hat{u}_t}{dt}$$

1.3 Classificazione dei moti elementari

Fissando l'attenzione sull'*equazione oraria*, possiamo definire due importanti calssi di moto:

1. moti uniformi ($v_s \equiv \dot{s} = cost = \dot{s}_0$);
2. moti con accelerazione tangenziale costante ($a_t \equiv \ddot{s} = cost = \ddot{s}_0$).

Dal punto di vista geometrico, i moti con traiettoria notevole sono:

1. i *moti rettilinei*, caratterizzati da $\rho \to \infty$;
2. i *moti circolari*, in cui $\rho = cost$.

Dove ρ è il raggio di curvatura.

1.4 Moti rettilinei

Moto rettilineo uniforme	$x(t) = v_0 t + x_0$
Moto rettilineo uniformemente accelerato	$x(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t + x_0$ $\dot{x}(t) = v(t) = a_0 t + v_0$

1.5 Moti circolari

Per i moti circolari di definiscono alcune grandezze. Per un generico moto circolare si può scrivere:

$$\vec{v}(t) = \vec{\omega}(t) \times \vec{r}(t)\,.$$

dove

$$\vec{\omega}(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}\hat{k} = \dot{\theta}\hat{k}\,.$$

Si può anche definire un'**accelerazione angolare** come segue:

$$\vec{\alpha}(t) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d\omega}{dt}\hat{k} = \ddot{\theta}\hat{k}\,,$$

e quindi

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})\,.$$

1.6 Moto circolare uniforme

Detto T il periodo del moto, si definisce la **pulsazione** come:

$$\omega_0 = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}\,.$$

1.7 Moto oscillatorio armonico

Si consideri un corpo che si muove lungo una retta con la seguente legge oraria:

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)\,,$$

possiamo calcolare la velocità e l'accelerazione per ogni instante di t:

$$\begin{cases} v_x = -\omega_0 A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \\ a_x = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -\omega_0^2 x \end{cases}$$

L'equazione differenziale del moto oscillatorio armonico, su una traiettoria qualunque vale:

$$\ddot{s} + \omega_0^2 s = 0$$