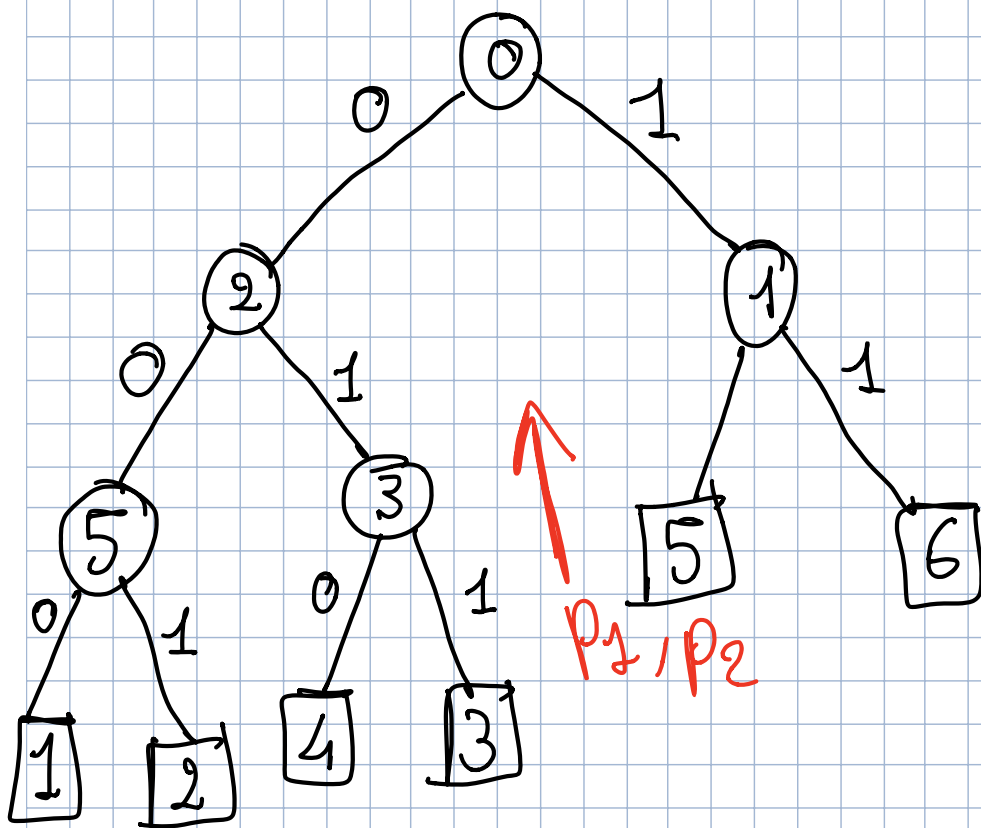


# ESERCIZIO 5

1 0001100  
 2 0001110  
 3 0011  
 4 0010  
 5 101  
 6 111



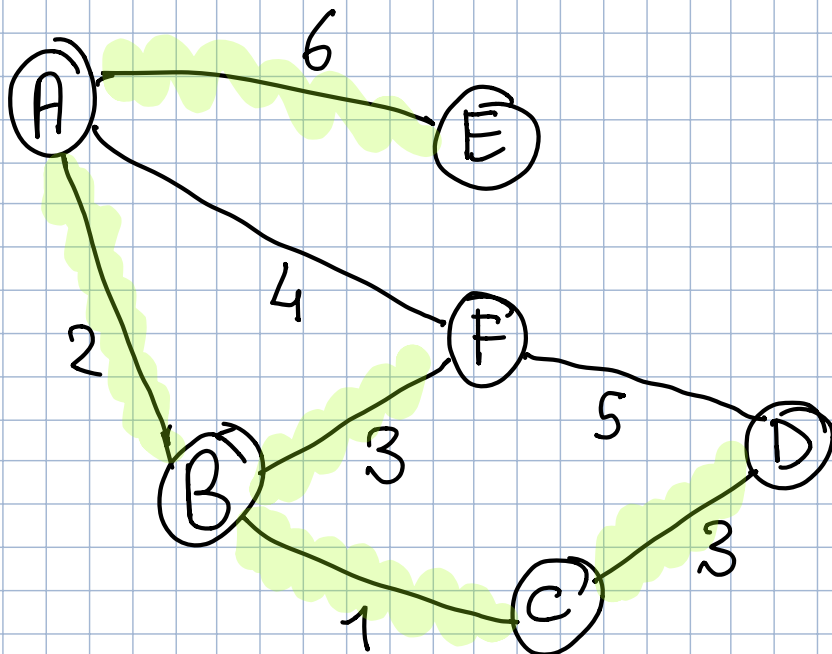
$P_1 = 010000 \rightarrow$  andiamo a sinistra (2)  
 poi a sinistra (5)  
 poi a sinistra e  
 troviamo 1  
 $P_2 = 0101$

[1] viene confrontato con  $P_1 = 0001100$   
 il mismatch è in posizione 2 con  
 $P_1 > [1]$  quindi vuol dire che  $P_1$   
 è a destra dell'arco (0, 2)

Lo stesso discorso vale per  $P_2$ , anche  
 qui troviamo il mismatch con la

2° posizione, quindi è a destra di  $(0,2)$

## ESERCIZIO 1



Sybern: mi fermo quando ottengo 3 nodi:

$\langle a, b, 2, a, b \rangle$

$\langle a, f, 4, a, f \rangle$

$\langle a, e, 6, a, e \rangle$

$\langle b, c, 1, b, c \rangle$

$\langle b, f, 3, b, f \rangle$

$\langle c, d, 3, c, d \rangle$

$\langle d, f, 5, d, f \rangle$

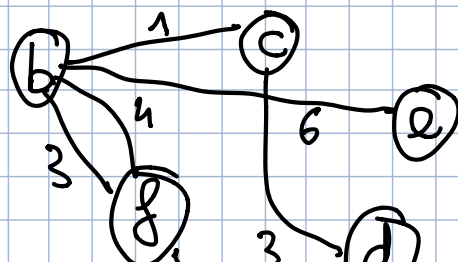
Quindi abbiamo:

$(a,b)$  va in MST  
b è il linkto

Devono essere  
sempre

$\langle b, f, 4, a, f \rangle$

$\langle b, e, 6, a, e \rangle$



$\langle b, c, 1, b, c \rangle$

$\langle b, f, 3, b, f \rangle$

$\langle b, f, 4, a, f \rangle \rightarrow$

$\langle b, e, 6, a, e \rangle$

$\langle c, d, 3, c, d \rangle$

$\langle d, f, 5, d, f \rangle$

$\langle c, d, 3, c, d \rangle$

$\langle c, f, 3, b, f \rangle$

$\langle c, f, 4, a, f \rangle$

$\langle c, e, 6, a, e \rangle$

$\langle d, f, 5, d, f \rangle$

$\langle d, f, 3, b, f \rangle$

$\langle d, f, 4, a, f \rangle$

$\langle d, f, 5, a, f \rangle$

$\langle d, e, 6, a, e \rangle$

Abbiamo solo 3  
nodi

$(b, c)$  <sup>5</sup>  $\in$  MST

relinkto = c

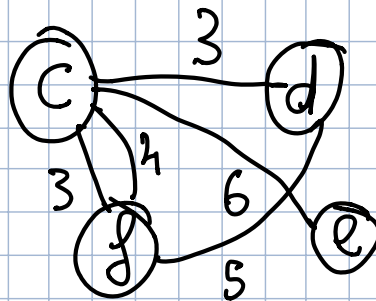
current = b

aggiungiamo:

$\langle c, f, 3, b, f \rangle$

$\langle c, f, 4, a, f \rangle$

$\langle c, e, 6, a, e \rangle$



$(c, d)$  viene inserito  
in MST

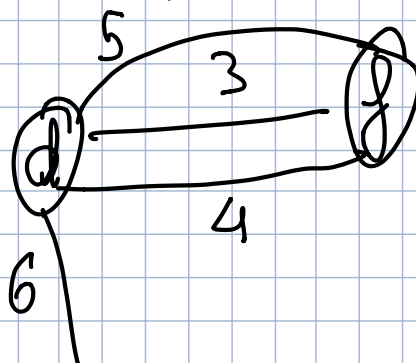
d = relinkto

aggiungiamo:

$\langle d, f, 3, b, f \rangle$

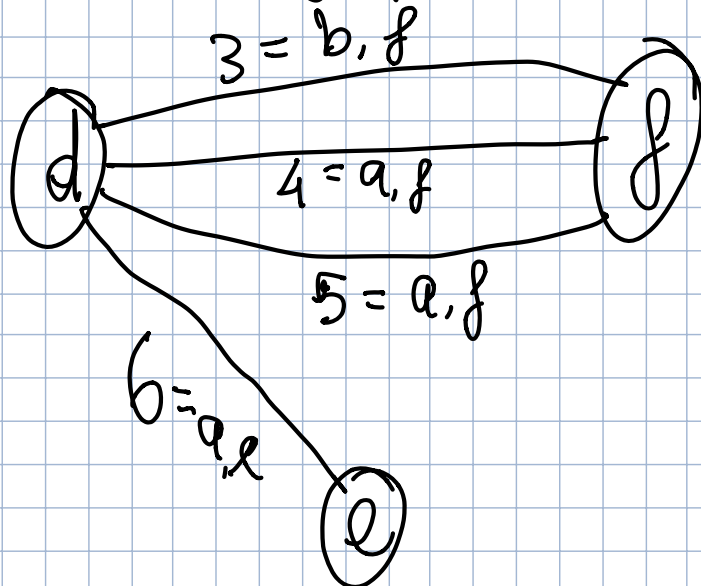
$\langle d, f, 4, a, f \rangle$

$\langle d, e, 6, a, e \rangle$



quindi M questi  
possiamo usare kruskal: ②

Quindi il grafo è



Su questo  
si fa  
kruskal

$$Q = \langle b, f, 3 \rangle, \langle a, f, 4 \rangle, \langle a, e, 6 \rangle$$

$b, f, 3$  va in MST

$a, f$  creerebbe un ciclo e non  
va in MST

$a, e$  va in MST

### ESERCIZIO 3

$$p(a) = 0,25$$

$$\frac{1}{4}$$

$$p(b) = 0,25$$

$$\frac{1}{4}$$

$$p(c) = 0,50$$

$$\frac{1}{2}$$

$$p(a) = 0$$

$$p(b) = 1$$

$$p(c) = 1$$

$$f(a) = 0$$

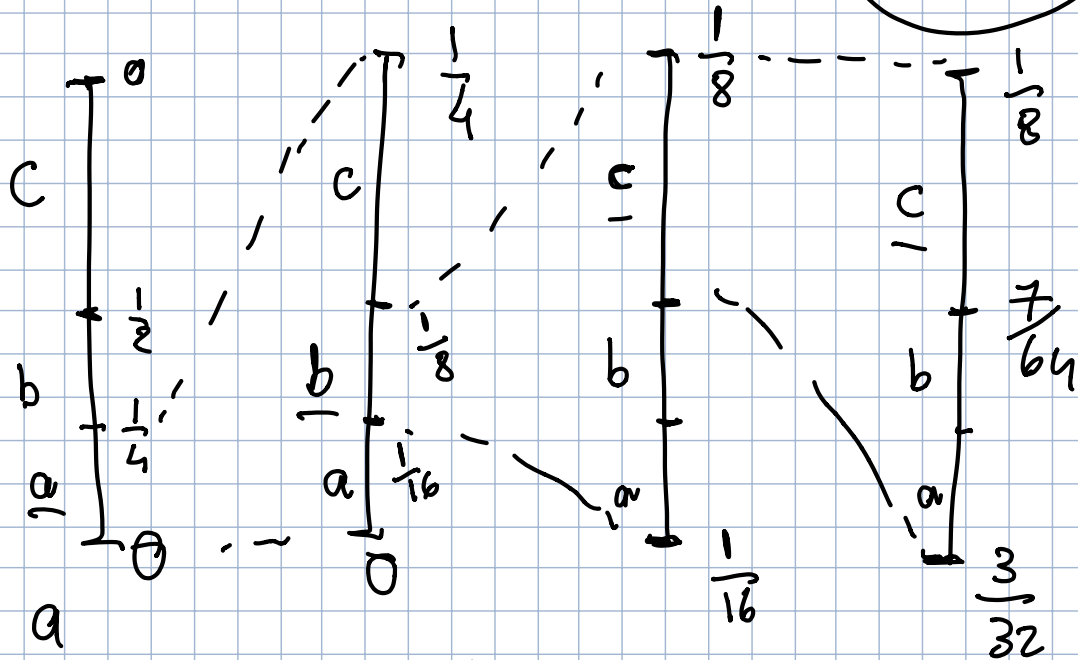
$$f(b) = \frac{1}{4}$$

$$f(c) = \frac{1}{2}$$

$$s_i = s_{i-1} \cdot P(s[i])$$

$$l_i = l_{i-1} + s_{i-1} \cdot f(s[i])$$

ABCC



① a

$$s_i = 1 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$l_i = 0 + 1 \cdot 0 = 0$$

② b

$$s_i = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

$$l_i = 0 + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

③ c

$$s_i = \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$$

$$l_i = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16} + \frac{1}{32} = \frac{2}{32} + \frac{1}{32} = \frac{3}{32}$$

④ C

$$Si = \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{64}$$

$$li = \frac{3}{32} + \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{32} + \frac{1}{64} = \frac{6+1}{64} = \frac{7}{64}$$

$$Si = \frac{1}{64} \quad li = \frac{7}{64} \quad \text{Intervall: } \left[ \frac{7}{64}, \frac{8}{64} \right]$$

$$\text{output} = \frac{7}{64} + \frac{1}{64} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{64} + \frac{1}{128} = \frac{14+1}{128} = \left( \frac{15}{128} \right)$$

$\frac{15}{128}$  via transformato in: Con  $\log_2 128 = 7$  bit

$$\frac{15}{128} \cdot 2 < 1 ? \quad Si \rightarrow \emptyset$$

$$\frac{30}{128} \cdot 2 < 1 ? \quad Si \rightarrow \emptyset$$

$$\frac{60}{128} \cdot 2 < 1 ? \quad Si \rightarrow \emptyset$$

$$\frac{120}{128} \cdot 2 < 1 ? \quad \text{NO} \rightarrow 1$$

$$\left( \frac{240}{128} - 1 \right) \cdot 2 < 1 ? \quad \geq 1 \rightarrow 1$$

$$\left( \frac{128}{128} - 1 \right) \cdot 2 < 1 ? \text{ No} \rightarrow 1$$

$$\left( \frac{224}{128} - 1 \right) \cdot 2 < 1 ? \text{ No} \rightarrow 1$$

$$\left( \frac{192}{128} - 1 \right) \cdot 2 < 1 ? \text{ No} \rightarrow 1$$

$\emptyset \emptyset \emptyset 1 1 1 1$

## ESERCIZIO 4

Reservoir Sampling:

$$R[1, m] = S[1, m]$$

for each  $j$  next item in  $S$ :

$$h = \text{rand}(1, j)$$

$$\text{if } (h < m)$$

$$R[h] = S[j]$$

return  $R$

Dimostrare che vengono presi i numeri uniformemente

at random:

Caso base:  $m = n$

In questo caso in  $R$  ci sono già tutti i numeri che devono andare nel reservoir sampling quindi abbiamo prob  $\frac{m}{n}$  di selezione ovvero 1

Dobbiamo dimostrare lo step induttivo da  $n-1$  a  $n$ . Un elemento  $i$  nel reservoir allo step  $n$  se:

$$P(S[i] \text{ in } R \text{ allo step } n) = P(S[i] \text{ in } R \text{ allo step } n-1) \\ \cdot \left( P(S[n] \text{ non preso}) + P(S[n] \text{ preso}) \cdot P(S[i] \text{ non eliminato}) \right)$$

$$\frac{m}{n-1} \cdot \left( \left( 1 - \frac{m}{n} \right) + \left( \frac{m}{n} \cdot \frac{m-1}{m} \right) \right)$$

$$\frac{m}{n-1} \cdot \left( \frac{n-m}{n} + \frac{m-1}{n} \right)$$

$$\frac{m}{n-1} \cdot \frac{n-1}{n} = \left( \frac{m}{n} \right)$$



Simulationen:

$$m=2$$

$(a, b, c, d, e, f)$   
1 3 2 1

$$R=[a, b] \quad \text{initio}$$

$$R=[c, b] \quad 1$$

$$R=[e, b] \quad 3$$

$$R=[c, e] \quad 2$$

$$R=[f, e] \quad 1$$

---