

② Text = ccab

$$P(a) = \frac{1}{4}$$

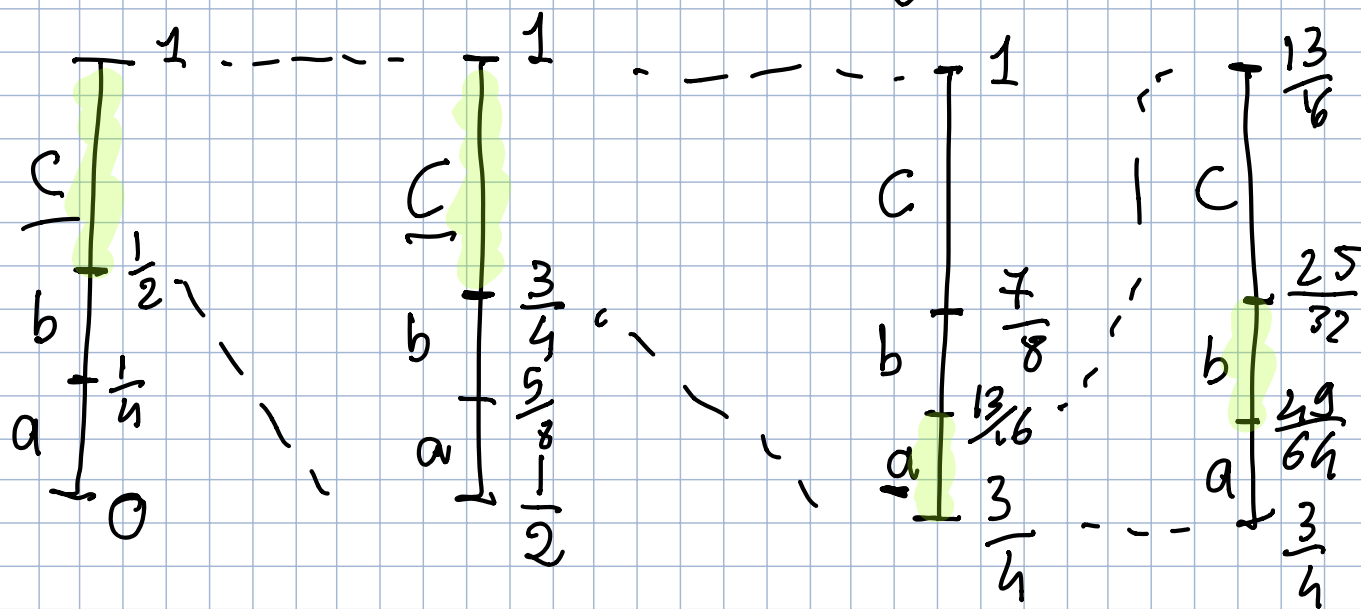
$$f(a) = 0$$

$$P(b) = \frac{1}{4}$$

$$f(b) = \frac{1}{4}$$

$$P(c) = \frac{1}{2}$$

$$f(c) = \frac{1}{2}$$



$$S_4 = \frac{1}{64}$$

$$L_4 = \frac{49}{64}$$

$$\text{OUTPUT} : \left(\left[\frac{49}{64}, \frac{50}{64} \right), 4 \right)$$

che non usiamo il
valore che sta
nel range ma la
dim. del blocco

$$\text{Numero de Codificatore: } \frac{49}{64} + \frac{1}{64} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$\frac{49}{64} + \frac{1}{128} = \frac{98+1}{128} = \frac{99}{128}$$

$$\ln \left\lceil \log_2 \frac{2}{S_n} \right\rceil \text{ bit} \rightarrow \left\lceil \log_2 128 \right\rceil = 7 \text{ bit}$$

Usiamo l'algoritmo Converter:

$$\frac{99}{128} \cdot 2 < 1 ? \text{ NO } \rightarrow \text{ output} = 1$$

$$\frac{70}{128} \cdot 2 < 1 ? \text{ NO } \rightarrow \text{ output } 11$$

$$\frac{12}{128} \cdot 2 < 1 ? \text{ Si } \rightarrow \text{ output } 110$$

$$\frac{24}{128} \cdot 2 < 1 ? \text{ Si } \rightarrow \text{ output } 1100$$

$$\frac{48}{128} \cdot 2 < 1 ? \text{ Si } \rightarrow \text{ output } 11000$$

$$\frac{96}{128} \cdot 2 < 1 ? \text{ NO } \rightarrow \text{ output } 110001$$

$$\frac{64}{128} \cdot 2 < 1 ? \text{ NO } \rightarrow \text{ output } \boxed{1100011}$$

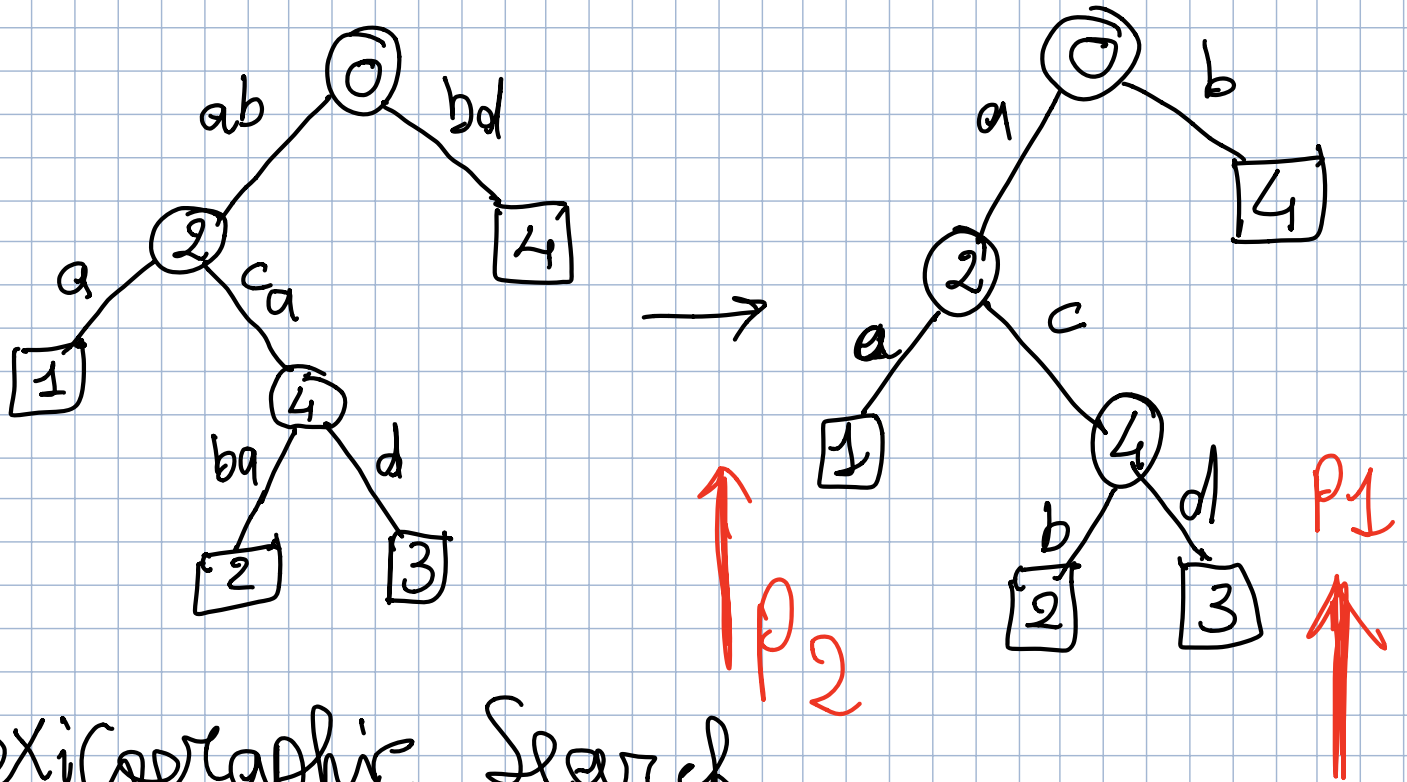
fine: $\boxed{1100011}$

ESERCIZIO 5

$$S = \{aba, abcaba, abcad, bd\}$$

for $i = 0$ to $n-1$ do
 for $j = i+1$ to n do
 if $S[i:j] \in S$ then
 output i, j

use il compacted trie e poi con il pruning passo al patricia tree



Lexicographic Search

$P1 = acdac$

→ Downward path: mi fermo nel nodo 2 quindi traverso $[1], [2], [3]$

→ Confrontiamo $P1$ con $[1]$ quindi $lcp = 1$ e il mismatch è nel 2° carattere

→ Upward traversal: attraversiamo fino al nodo Root e cerchiamo $P1$ a destra

$P2 = aab$

→ Ci fermiamo nel nodo 2

→ Confrontiamo con aba

→ $P2$ è a destra

ESERCIZIO 3

Costruire la perfect Hash table

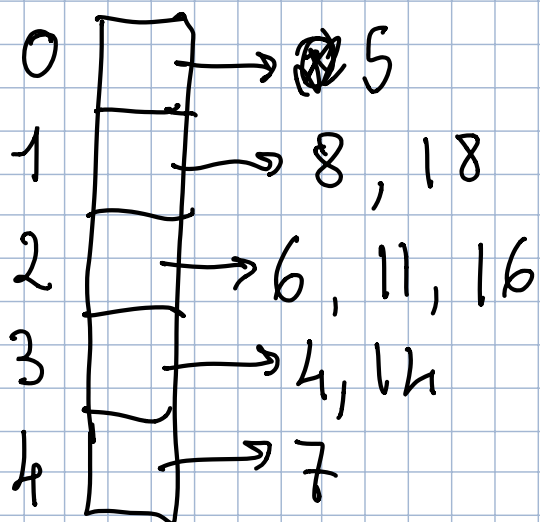
$\{6, 4, 5, 8, 7, 14, 11, 16, 18\}$

First level table $m=5$

hash function: $h(x) = ax \bmod q$

q non primo.

$$h(x) = 2x \bmod 5$$



Controlliamo che

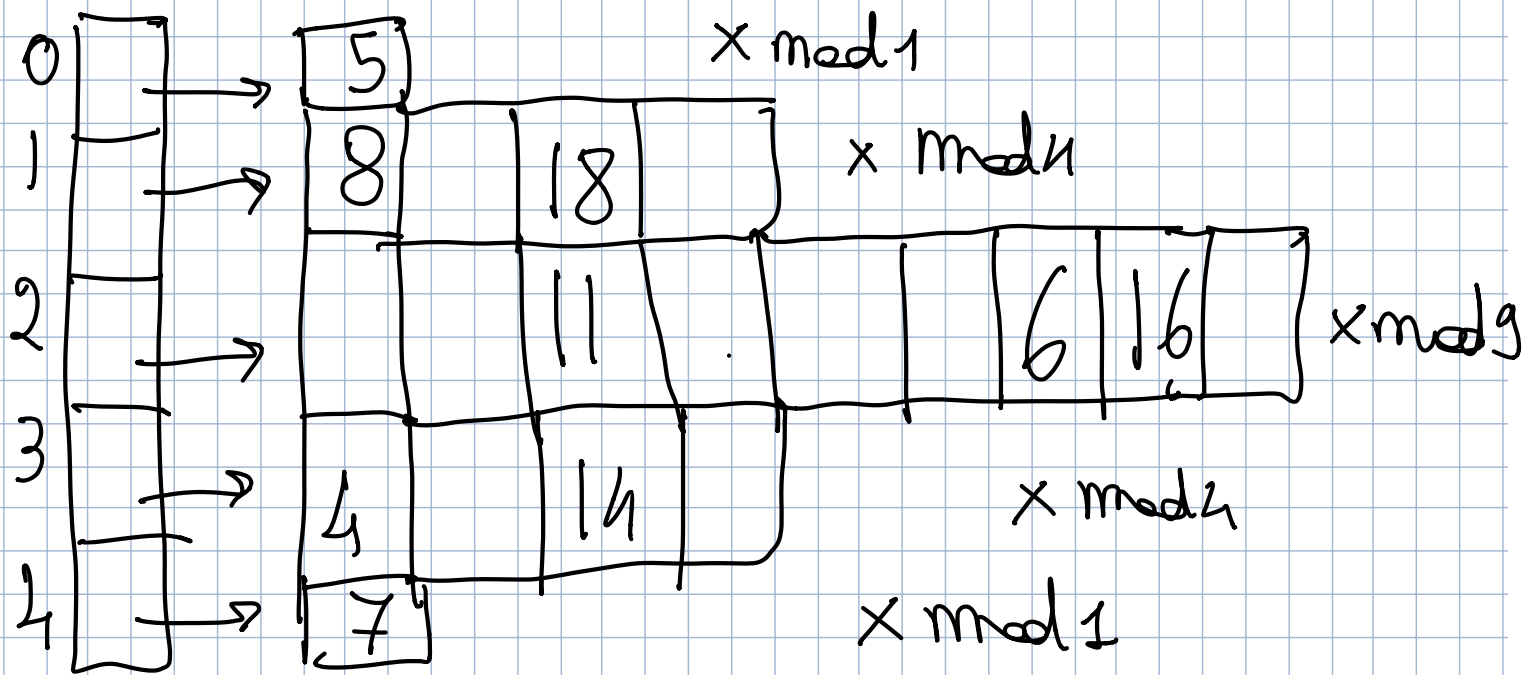
$$\sum n_i^2 \leq 18$$

$$1 + 4 + 9 + 4 + 1 < 18$$

$$19 < 18 \text{ NO}$$

Però $e < 3n$ quindi accettiamo comunque

la distribuzione,



Tutte queste 5 funzioni hash sono perfette per la distribuzione

ESERCIZIO 1

① Insert n keys in hash table of $m = n^2$ con universal hash \rightarrow Numero di Collisioni è minore di $\frac{1}{2}$

Dim: Consideriamo le possibili coppie che possono portare ad una collisione, avendo n chiave da inserire, abbiamo $\binom{n}{2}$ possibili coppie. La probabilità di collisione è

di ogni coppia la probabilità $\frac{1}{m}$ di avere una collisione

$$\binom{n}{2} \cdot \frac{1}{m} = \frac{n(n-1)}{2} \cdot \frac{1}{n^2} \leq \left(\frac{1}{2}\right)$$

② Altezza di una skip list è $O(\log n)$
con alta probabilità:

✓ elemento ha prob. di ordine allo step superiore è $\frac{1}{2}$. Quindi se vogliamo avere una altezza $P(L \geq l) = \frac{1}{2^l}$ ovvero per l volte dobbiamo fare teste.

Se consideriamo che abbiamo n elementi allora

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{2^l} = \frac{n}{2^l}$$

Se fissiamo $l = c \lg n$

$$\frac{n}{2^{c \lg n}} = \frac{n}{n^c} = \frac{1}{n^{c-1}}$$

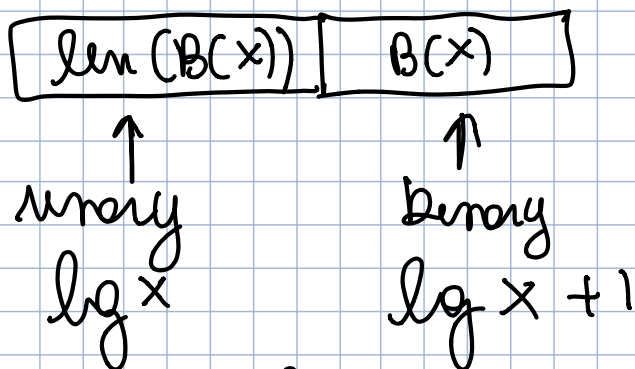
l'altezza della skip list è $O(\lg n)$

Con alta probabilità,

③ Gamma code (x)

→ Scrivere x in binario $B(x)$

→ Rappresentare la lunghezza di $B(x)$ in modo unario:

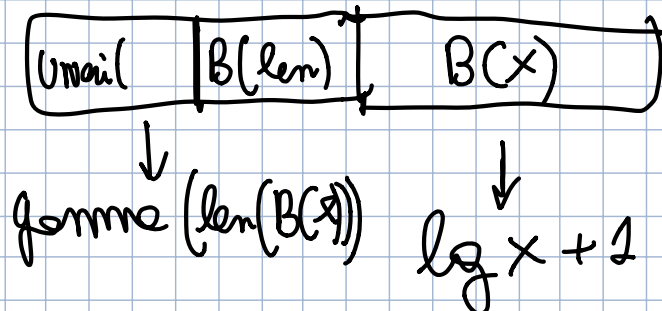


Spazio: $2 \lg x + 1$

Delta code (x)

→ Binario $B(x)$

→ Gamma ($\text{len}(B(x))$)



$$\lg x + 1 + \lg(\lg x) + \lg(\lg x)$$

$$= 2 \lg(\lg x) + \lg x + 1 \text{ bit}$$