Projet Mathématique de la décision

DEBEIR Luca et DANNER Marc-Antoine

Polytech Montpellier - Informatique et Gestion

1 Projet

Ce projet nous a été donné dans le cadre du cours de mathématique de la decision par Mr.Marc-Olivier Czarnecki.

Le projet est le suivant :

Les IG5 effectuent le PIFE par groupes de 2 ou 3 élèves, et choisissent les projets et les groupes suivant leurs preferences.

Le but du projet est de donner une methode de création des groupes et de répartition des projets, qui soit équitable, satisfaisante, stable, non manipulable et implementable.

2 Modélisation

Promotion : élèves $\{eleve_1, ..., eleve_n\}$;

Projets proposés : $\{projet_1, ..., projet_p\}$;

Contrainte école : 18 projets maximum. Si la promotion compte plus de 36 élèves, des groupes de 3 élèves seront formés.

Objectif IG : 18 projets exactement. Il s'agit d'un objectif secondaire, qui sera traité comme une option.

Chaque élève donne sa préférence :

- sur chaque élève;
- sur chaque projet;

en suivant le langage : très bien, bien, assez bien, passable, insuffisant, à rejeter.

En l'absence d'avis sur un élève ou un projet, la préférence est réputée être à rejeter.

La préférence de l'élève $élève_i$ sur les projets $PREF_{projets}(eleve_i)$ sur les élèves est appelée $PREF_{eleve}(eleve_i)$.

Nous allons formaliser une méthode d'attribution des projets avec les caractéristiques demandées.

Soit E l'ensemble des n élèves de la classe, n≥36.
Soit P_r l'ensemble des m projets, avec m≤18.
Soit *TB, B, AB, P, I, R* l'ensemble des appréciations abrégés pour les préférences de chaque élève i sur un élève j, tel que *TB>B>AB>P>I>R*.

On va trier les étudiants en groupe, c'est-à-dire qu'un groupe est constitué de 2 ou 3 étudiants sur un des projets proposés. Un étudiant est lié à un et un seul groupe, lui même associé à un et un seul projet.

- si n=36, alors chaque groupe sera lié à un binôme
- sinon, il y aura n-36 groupes à un trinôme, et 18-(n-36) groupes à un binôme

Le but est de modéliser une solution au problème de répartition des élèves dans différents projets associés à différents groupes.
On stocke les préférences (chaque étudiant ayant attribué une appréciation de travail et d'affinité à chaques étudiants) de chaque étudiant par rapport à tous les autres dans une matrice de préférence de taille n*n. De même pour les préférences de chaque étudiant par rapport aux projets, que l'on place dans une matrice de taille n*m.
On placera nos résultats dans une matrice binaire de répartition de taille n*m. Dans celle-ci, la somme d'une ligne sera égale à 1, soit le nombre de projet pour un étudiant.

3 Méthode

3.1 Lecture des preferences

Dans un premier temps nous allons créer une **matrice** de préference des eleves graces aux donnees receuillies.

Cette matrice se présentera de la forme suivante :

$$
\text{P} = \begin{pmatrix}
null & x_{1,2} \dots & x_{1,j} & \dots & & x_{1,n} \\
\vdots & . & & & & \vdots \\
\vdots & & . & & & \vdots \\
x_{i,1} & & & . & & \vdots \\
\vdots & & & & . & x_{n-1,n} \\
{}_{n,1} & \dots & \dots & \dots & x_{n,n-1} & null
\end{pmatrix}
$$

A chaque eleve sera attribué un numero.

3.2 Lister les binomes et trinomes possibles

Nous allons créer une matrice avec tous les couples de binomes et trinomes possibles. Cette matrice aura 4 colonnes, les 2 premieres etant pour les étudiants i et j et les deux secondes etant leurs appreciations respectives (c[3] correspond à l'appreciation de i envers j et c[4] celle de j envers i) et aura $\binom{n}{2} = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2}$ lignes. Dans cette matrice, toutes les combinaisons de groupes possibles seront représentés. On va ensuite reduire le nombre de ligne

de notre matrice en faisant un premier tri que voici :

- Condition : On vérifie à chaque modification de la matrice que tous les eleves sont encore présents dans celle ci et que la matrice contient au moins 18 lignes
- On enleve une par une les lignes où l'appreciation I et/ou AR est notée tout en verifiant la condition précédente à chaque itération
- Apres avoir enlevé tous les AR et I possibles, on essaie de diminuer encore une fois le nombre de lignes (de couples) de notre matrice en faisant la meme methode pour les mentions P (on verifie la condition à chaque fois qu'on supprime une ligne)
- Si on a réussi à supprimer tous les P tout en respectant la condition alors on reitere avec l'appreciation AB puis B
- dans le cas ou la condition n'est pas respectée dans la suppresion d'une appreciation X alors on remet toutes les lignes supprimés lors de la recherche de l'appreciation X (on evite ainsi de la "discrimation" de groupes")

On suppose donc maintenant avoir une matrice avec au pire que des mentions TB, B et P et au mieux que des TB.

3.3 Demonstration

On cherche à maximiser la solution à notre problème, car il y a plusieurs solutions possibles à notre méthode. Ici, on cherche à minimiser les mentions basses (dans l'ordre R, I, P, AB, et enfin B) dans notre répartition. Soient S1 et S2 deux solutions aux problèmes. Soit minApp(S) l'appréciation la plus basse de S, S étant une solution au problème, et soit nb(minApp(S)) le nombre d'appréciation la plus basse de la solution S. Si minApp(S1)>minApp(S2) et nb(minApp(S1))<nb(minApp(S2)), alors on retiendra la solution S1.

3.4 Recherche d'élève atypique

⇒ élève atypique = élève qui apparaît plus d'une fois dans la liste des binômes et trinômes possibles

- On cherche un élève atypique :
- Tant que chaque eleve n'est pas assigné à un groupe (condition d'arret)
- si il n'y a pas → on sélectionne le premier des meilleurs binomes/trinomes (avec TB>B>AB>P>I>R), on l'enleve de la liste et on enleve les binomes/trinomes ayant les eleves de celui selectionné
- sinon → on sélectionne le meilleur (avec TB>B>AB>P>I>R, si il y'a plusieurs choix possibles on prend le premier que l'on trouve) bînome de l'élève critique
    - si le binome associé à celui-ci est aussi un élève critique
        - on sélectionne les 3 élèves concernés pour former un trinôme
        - on enlève ces 2 binômes de la matrice et on passe au suivant
    - sinon
        - on séléctionne ce binome
        - on l'enleve de la liste et on passe au suivant

References

1. Jugement majoritaire, `https://fr.wikipedia.org/wiki/Jugement_majoritaire`
2. Présentation, `https://goo.gl/6owVKi`