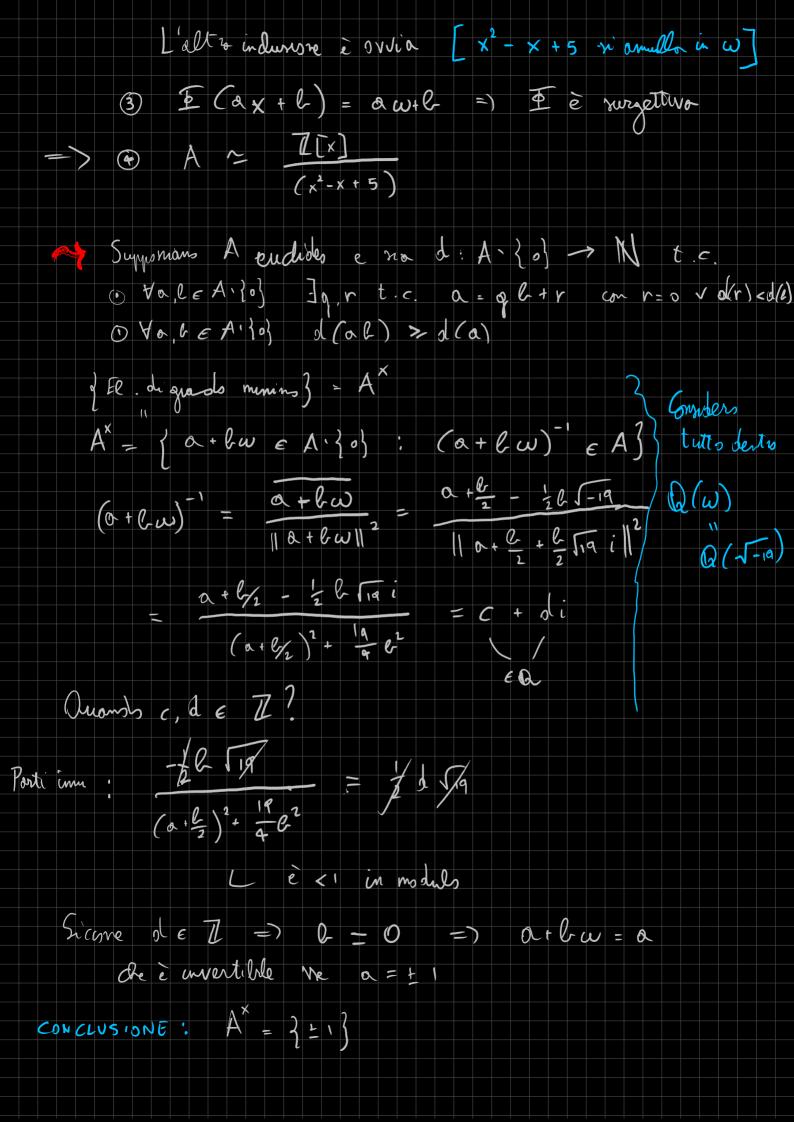
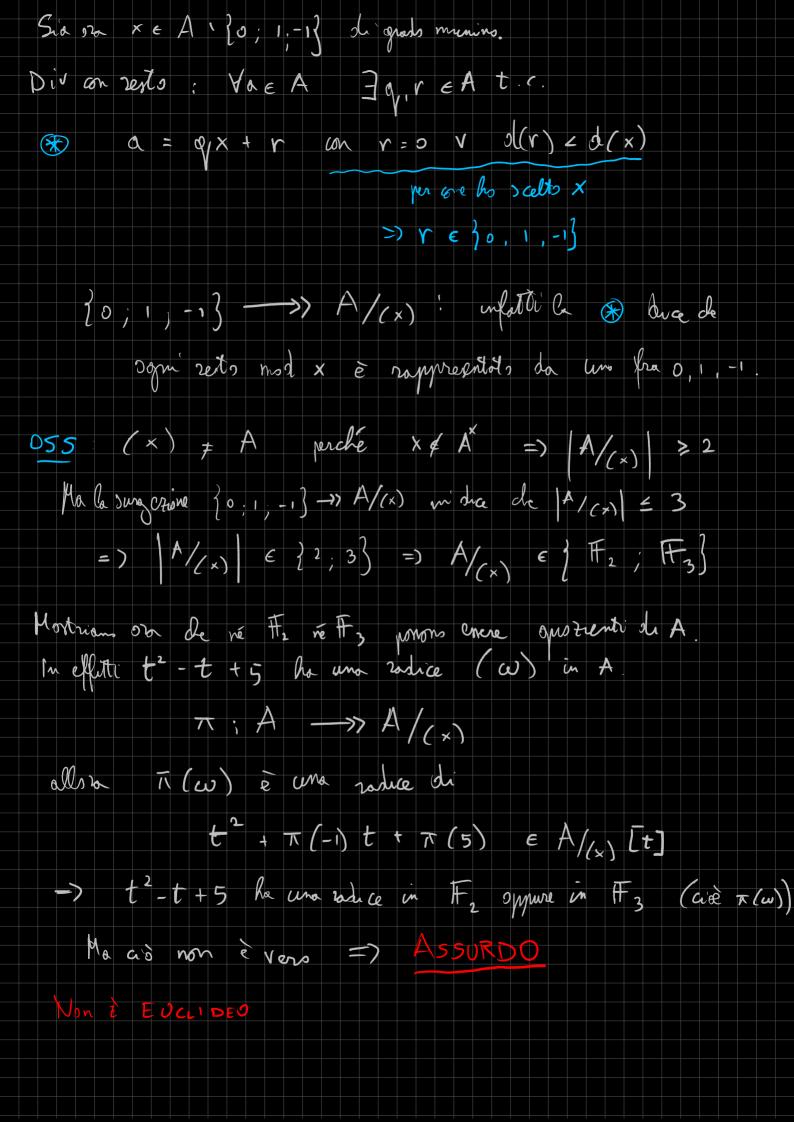
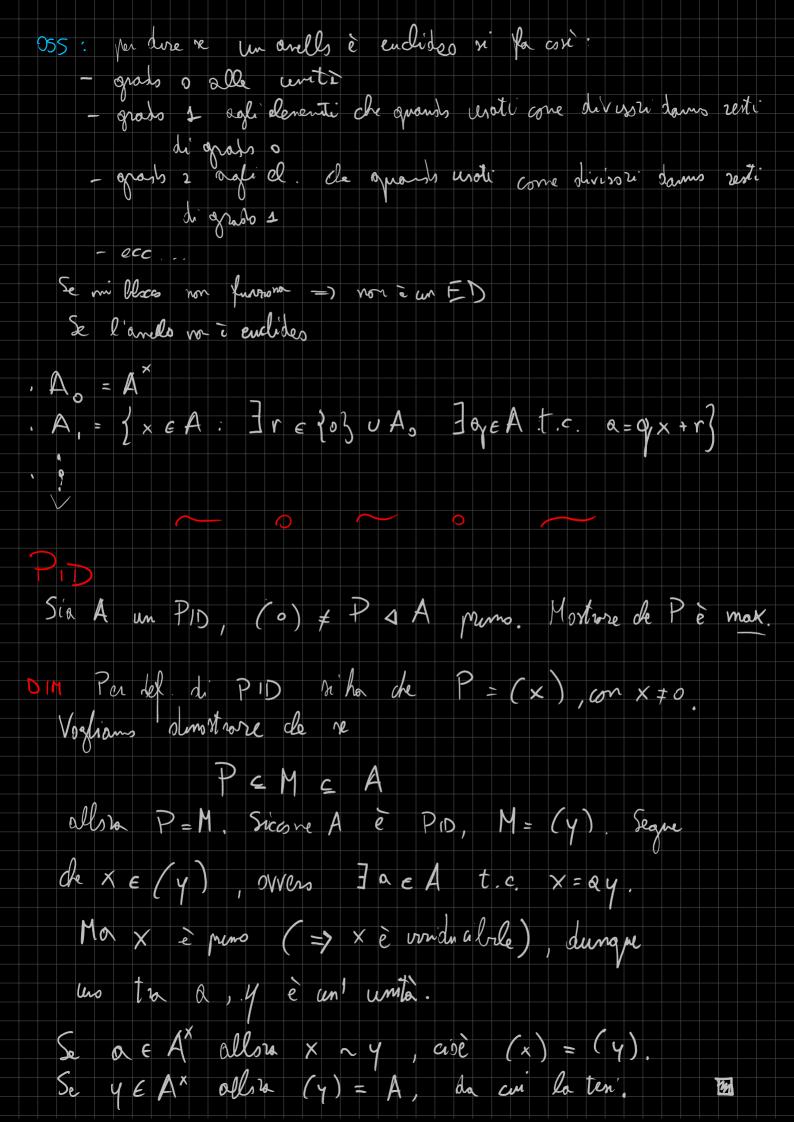
$A = \frac{7}{2} \left[\frac{1+\sqrt{-19}}{2} \right]$ non è Éuclides Sia $\omega := \frac{1 + \sqrt{1 - 19}}{2}$. $\mathbb{Z}[\omega] = \ell \text{ ym} \text{ picedo sottoanello de } \mathbb{C}$ contenente Z , w $\omega^{2} = \frac{1 - 19 + 2 \sqrt{-19}}{4} = \frac{-9 + \sqrt{-19}}{2} = \omega - 5$ => A = } aw+ &: a, & & Z} ogni produtto pur enera scritto in queta forma perdé $\omega^2 = \omega - 5$ 955 i gerts à vers perdi cu soldifor en cq, polinsmale de recomo aporto MONICA CONTROES: [] 7 { a · + b : a · c & Z} Ad es $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{109}$ 4 $2\times^2-1$ 055: 0 x²-x+5 è irr. in Z[x] e Q[x] per d L d.6. $=) \quad \mu_{\omega} = x^2 - x + 5$ e Ker \$\overline{\phi} = (x^2 - x + 5). In effettir re μ(ω) = 0, alls ro μω | μ in Q[x].

Ma μω, μ ε ℤ[x] e μω è permitivo [è MONICO] => µw | p in Z[x] => Ker \(\frac{\pi}{2} \in (\times^2 - \times + 5) \(\tilde{\text{Z[x]}} \)



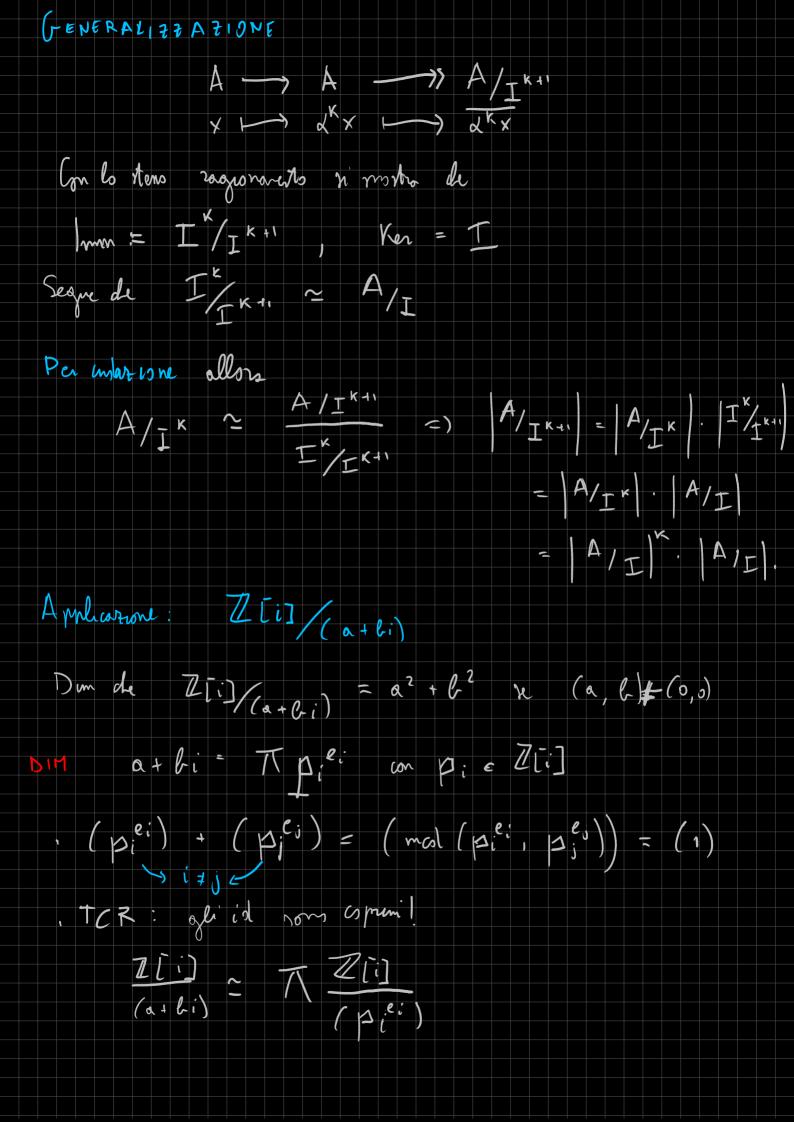




Due appliationi Sia φ: A ->> B omon. sura. con B obsmino e A PID. Allsoa q è un isonsifisses oppure B è un campo. Sia Ker y & A. Per el 10 Tes. di 150 A/Kery ~ B è un dominio =) Ker q è purs. Ma A è PID => yer il rus. precedente abbrians 2 casi · Ver ep = 0 -) y è vso ' Ker ep è max => B à un compo Seconda appl. A com con jol. Supponions A[x] PID, Allora A è un campo. DIM "A MANO" A C..., A [x] e A[x] è domino
regne che A è dominio. 210 a E A 103. Considers (a, x) a A [x]. Per hy $(\alpha, x) = (\gamma(x))$ Allow 3 g, r & A[x] t.c. $x = \gamma(x) \gamma(x)$ $\frac{1}{3} \text{ deg}$ $A = \mu(x) \cdot \eta(x)$ & deg D = dea n + dea of 1 = plea p + dea r Durgue p è una costante n(x) = b & A

```
Indtre r(x) è le grands 1 => r(x) = cx+d
  Quinti x = b. (cx+d) = b-cx+bd
   tunni diopolo 1 C = 1 = D C \in A^{\times}.
  Ora important el fatto de (p/x)) e (a,x).
        L = \gamma(x) = \alpha s(x) + x \cdot t(x)
\begin{cases} valutants & \alpha x = 0 \end{cases}
L = \alpha \cdot s(0) + 0
1 = \alpha \cdot s(0)t^{-1}
 Dargue a \in A^{\times} = A \geq un carrys.
                                                               [L
DIM "INTELLICENTE"
  (x) & A[x] è prins parché A[x] \sim A è domino
  (per apports detto all'emes dell'oltra den)
  Ma A[x] è P1D e (x) $(0), quinti (x) è mox.
             =) A \simeq \frac{A[x]}{(x)} e un camps.
A / I"
           I deale du A t.c. | A/I | < 00. Allon
 A PID
            A/I^{2}: A/I \sim \frac{A/I^{2}}{I/I^{2}}
                                            =) mi barta du che
                                            I/I<sup>2</sup>/=/A/I
```

hfatti e A/I è fento e I/I2 è fents allora anche A/I² deve enere funts (re quo rients un grupps infints per un grupps lints mi erce un grupps di corst. infinite); indire $|A/I^2| = |A/I| \cdot |I/I^2|$ Sie I = (2), Considers non i omm. di ovelli, ma è omon. di gruppi obelioni w(x+y)= 2(x+y)= xx+dy = w(x)+ w(y) $lm \psi = \pi \left(lm (\varphi) \right) = \pi \left(\pi \right) = \pi \left($. Key = $\frac{1}{2} \times \epsilon A$: $= \left\{ x \in A : \quad dx \in (a^2) \right\}$ $= \{ \times \epsilon \ A : (\exists \beta : \alpha \times = \alpha^2 \beta) \}$ $= \{ \times \in A : (333 : \times = 23) \}$ $= 1 \times \epsilon A : \times \epsilon (a) = I$ = I 1º tes Dros (di gruppi) $\frac{1}{|I|} = \frac{1}{|I|^2} = \frac{A}{|I|}$ $= \frac{A}{|I|} = \frac{A}{|I|^2} = \frac{A}{|I|}$ $= \frac{A}{|I|} = \frac{A}{|I|} = \frac{A}{|I|}$ $= \frac{A}{|I|} = \frac{A}{|I|} = \frac{A}{|I|} = \frac{A}{|I|}$ $= \frac{A}{|I|} = \frac{A}{|I|} =$



Scrivends $\eta = a_n x^n + \cdots + a_n x^n ha ch$ $\eta(t) = a_n t^n + \cdots + a_n \in K$ e p(t) von è le 0 sh K

funte?

Voylians pro shim de

C (u)

C - C(u) - C(t)

T **rto? Polissus minus di t ya (Ca)? $u = t^3 + \frac{1}{t^3} =$ $t^6 + 1 - ut^3 = 0$ =) Il polismo $p(x) - x^6 - u \cdot x^3 + i \in C(u)[x]$ n'appulla in t!K o ((u) Toss $C(t) \simeq C(u)$ come campi. Infatti u à troncen leute possible $C(u): C] = \infty$ Durque le due ext. sons generale da un magle el trarc. e quindi $G(t) \longrightarrow G(u)$ è un isomorfumo. $\frac{f(t)}{g(t)} \longrightarrow \frac{f(u)}{g(u)}$ Tuttoria C(t) 7 C(u) ! L'ison von à l'inclusione! È con re fonso sp. vett. di dimensione infinita: propos enere isomorfi ma diverni

n è pol. muno (=) è irr en ((u)[x]) ([u][x] Frac (([u])[x] Dol L. di Cour, p è vr m ((u)[x] re e ros re è premtivo et à vridacible in $C[u][x] \sim C[u,x] \sim C[x][u]$ Dunt m. de d'entrove de x6-ux3+1 & C[u][x]
è vridecible, donntes che è vrr en C[x][u] Ma $y = u \left(-x^3\right) + \left(x^6 + 1\right)$ vo deg 1 in u e re fone red. allow $p(u,x) = \alpha(u,x)b(u,x)$ 1 = deg u pr = deg u on + deg u or =) obrers uns tra a e le ha grads 1 in u Suppositions AllOG segua = 0, segub=1 $u \cdot (-x^3) + (x^6 + i) = \alpha(x) \cdot (u \cdot c(x) + d(x))$ $=) -x^3 = a \cdot c$, $x^6 + 1 = a \cdot d$ =) a | -x3 / a | x + 1 in ([[x]] =) a | (-x3, x6+1) = 1 in ([x] e dunque a è invertible in C[x]. Searce dunque cle la fatt p=a.l. è banale (a è envertible) e quinsi p è vois du cibble.

