

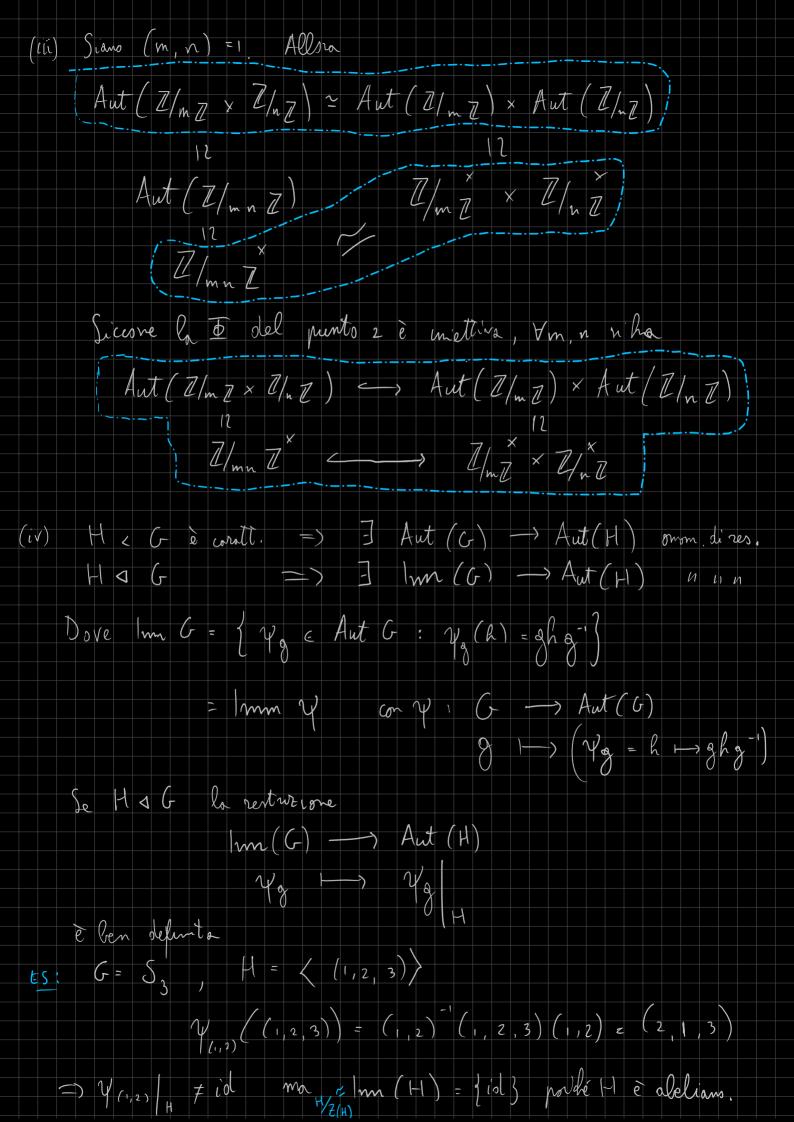
Sottogruppi Coratteristici H ~ G è corottentios x & Q & Aut (G) xi la Q (H) = H, (1) Sia G = K x H, K, H fenti e (#H, #K) < 1 Alloro K x {en} 3, {ex3 x H rors corotteur l'ai in C. Vovreno ano avolterizzazione di K× ¿e n 3 e ¿ex 3 x H de ri mereri sotto antomorfimo. =) ORDINE: un automorfism preservo l'ordine slegli el Rucordians inlatti che ord ((R,K)) = mcm {ord(K), ord(h)} Sio m:= |K|, n:= |H|. Allor of el. of $K \times \{e_{H}\} \ni (K, e_{H})$ sono tutti e soi quelli tali che ord (K, e_{H}) | .|K| = m. Infatte $(K, e_H)^m = (K^m, e_H)^m = (e_K, e_H)^m$;

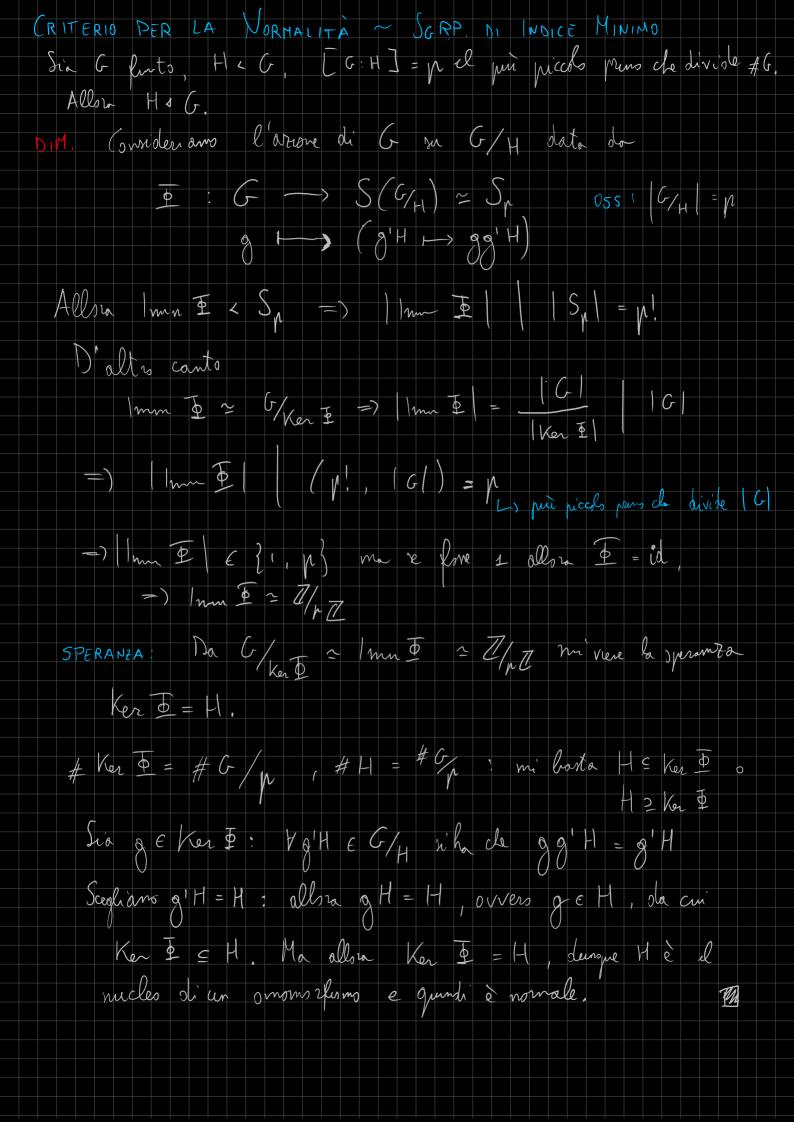
d'altro conto se $(K, h) \in G$ ha prome che divide m, ovvero $(k, h)^m = (k^m, h^m) = (e_k, e_H)$, segne in particolore cle $h^m = e_H$, overs ord $h \mid m$. Ma ord $h \mid |H| = n$, duragre ord $h \mid (m, n) = 1 \Rightarrow k = e_H$. Dia allow $\varphi \in Aut(G)$, $(K,e_n) \in K \times \{e_n\}$, Allow (p((K,en)) ha ordue che divide m poidé q preserve di ordini. Serve che ((K,en)) E (X {en} => (K x {en}) = (X x {en}) L) è CARATTERISTICO (2) Sido G = H × K con H, K funti.

Allson Aut (G) = Aut (H) × Aut (K) (=) H × {en} sono caratterista:

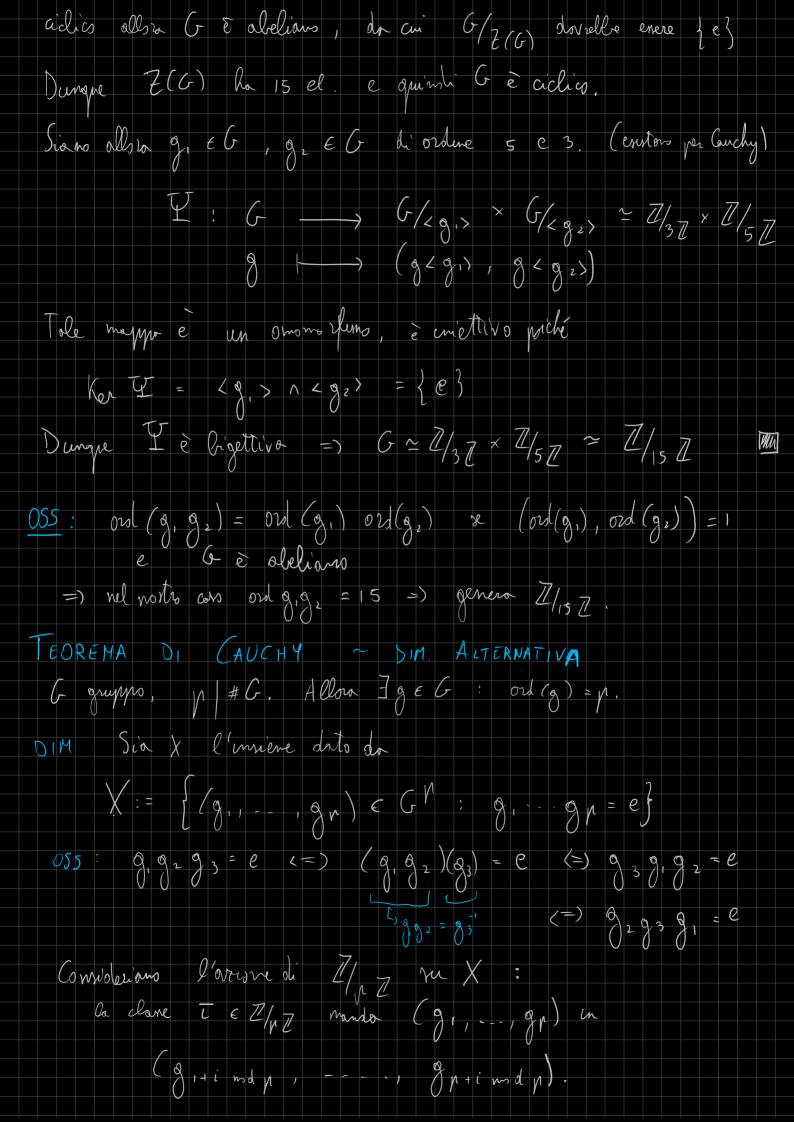
Len X K DSS: nati y, E Aut (H), y, E Aut (K) paro considerare $\varphi_{\cdot} \times \varphi_{2} \in \mathbb{H} \times \mathbb{K} \xrightarrow{\sim} \mathbb{H} \times \mathbb{K}$ $(h, \kappa) \longmapsto (\varphi_{\cdot}(h), \varphi_{2}(\kappa))$

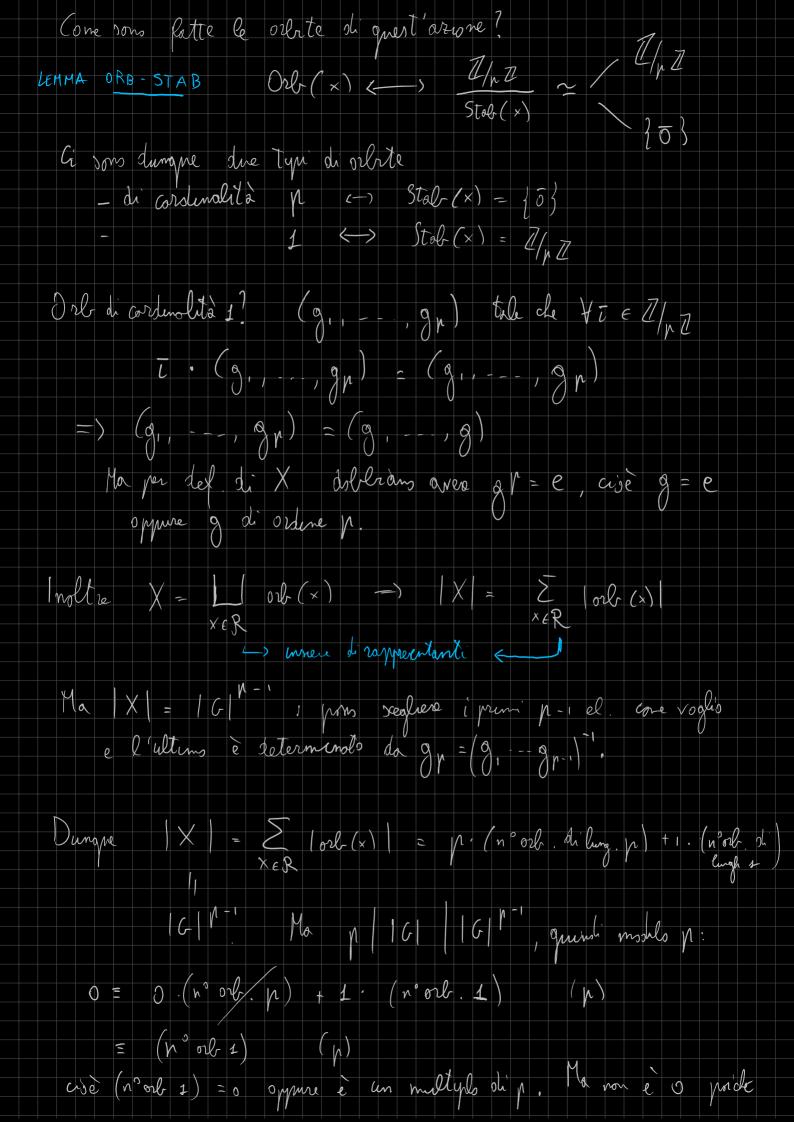
Considerians allsa P : Aut (H) × Aut (K) C Aut (C) $(\varphi, , \varphi_z)$ \mapsto $\varphi, \times \varphi_z$ Querta mappa e omon ed è mettira (Ker $\Phi = \{ (\varphi_1, \varphi_2) : \varphi_1 \times \varphi_2 = id \} = \{ (\varphi_1, \varphi_2) : \varphi_1 \times \varphi_2(k, k) = (k, k) \}$ $=\frac{1}{2}(\gamma, \gamma_2): \varphi, (h) = h, \varphi_2(k) = k = \{ih\}$ [=>] Se Aut (G) ~ Aut (H) × Aut (K) allow I è l'agettiva (per carrienselità). Allera ogni automorfismo di C agisce compriente per componente, cioè ogni q automorfismo di C è della forma Y, × Y2. Allsia $\varphi_1 \times \varphi_2 (H \times \{e_k\}) = \overline{\varphi_1(H)} \times \varphi_2([e_k]) = H \times \{e_k\}$ e simplimente per {en} xK Se H×{ex} e {en} × K sono construction, preso q e Aut (c) poss consderve q = q, p = q. (duesti sono automos elemi di Hx {ek} = H e {en} x K ~ K paché questi sopp. sono coratteristici. Allso y = y, x y : whate φ (h, k) = φ ((h, ex) · (en, k)) = 9 ((h,ex)) + 9 ((e,, k)) = (4, (h), ex) · (en, y2(x)) $= (\varphi_{i}(k), \varphi_{i}(k)).$





ESEMPIO Sto G di ordne 15. Mostriano che G= 21/15Z. I) IM. Siècone il mi picos prino de divide 15 è 3, voglis un sottogruppo di ordine 5. Per Canchy Jā e G t.c. ord(g) = 5 => re H:= < g > alloro [G:H]=3 =) H 1 G. Dato che vogo che G via abeliano o eve Volere de $H \leq Z(G)$; cooè VheH: VaeG: ghg==h (=) VoeG: VheH: Yo(h)=h $\langle = \rangle \forall g \in G : \psi_g(H) = H$ (=) $\forall g \in G : \forall g \mid H = id$ (=) $| A : | Im (G) \longrightarrow Aut (H) ha imagne <math>\{id\}$ | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | A : | AAblians mortrato de MEZ(G) RC sob se 2: G/Z(G) -> Z/4Z ha inmagne bande. Ma Imm I da un lato è un sogn di U/4 Z, e dall'altra è $|m \Phi\rangle = \frac{G/Z(G)}{\text{Ker } \Phi}$ e duragne $H \leq Z(G)$ Seque dianque de Z(G) ha 5 0 15 elementi. Ma x ne avene 5 (coè H = Z(G)) alloin G/Z(G) = Z/3Z e x G/Z(G) è





orb ((e,e,-.,e)) = 1, durge dere existère alrers un el. du OSS: Segre che # q $g \in G$: ord(g) = p g = -1 (p). Infatti (n° orb lungh. 1) = 1 + (n° el, d'ordere p) O most h => (n° el . ordre p) = -1 (p)