

Departamento de Matemática

◆ Trabajo Práctico N°: 5

Números Complejos

Tercer Año



- 1) Hallar el valor de x perteneciente a los números complejos que satisface estas ecuaciones.

$$a) (x-2) \cdot (-x-2) = 20$$

$$c) 3 \cdot (2-2x) = (x-4) \cdot (x-2)$$

$$b) (x-8)^2 = -16x$$

$$d) (2x^2-1)^2 = (1+2x) \cdot (1-2x) - 1$$

- 2) Suma los números complejos siguientes y representa gráficamente su suma:

$$a) (2+3j) + (5-2j)$$

$$b) (-3+4j) + (-6-j)$$

- 3) Sabiendo que $z_1 = -4+3j$ $z_2 = -3-2j$ y $z_3 = 3j$, calcula

$$a) z_1 + z_2 + z_3$$

$$b) z_1 + j - (z_2 + z_3)$$

$$c) z_1 - z_2 \cdot z_3$$

$$d) z_1 \cdot z_3 + 3 \cdot z_1$$

- 4) Determina el valor de x para que el producto: $(2-5j) \cdot (3+xj)$, sea:

a) un número real

b) un número imaginario puro

- 5) Calcula los números reales x e y de modo que:

$$a) -3+2j = 2x + (3y-1)j$$

$$b) 4 + (x+y)j = 2x - 2y + 4j$$

$$c) (\sqrt{2}-3y)j + (2\sqrt{2}x+y)j = x+4+j$$

$$d) (3+5y)j + (x-1+2j) = 5 + (3y+4)j$$

- 6) Calcular las siguientes potencias y resolver:

$$a) (-3j^3)^4$$

$$b) 2j^{10} \cdot 3j^5 \cdot \left(-\frac{5}{9}j^{21}\right)$$

$$c) -\sqrt{5}j^5 + \sqrt{45}j^{15}$$

$$d) \frac{j^3 + j^{15}}{j^0 + j^9 + j^{11}}$$

$$e) (3-5j)^3$$

$$f) (\sqrt{3} + \sqrt{6}j)^2$$

- 7) Calcula x para que el número $(x-2j)^2$ sea imaginario puro.

- 8) ¿Cómo debe ser un número complejo para que su cuadrado sea: a) imaginario puro; b) un número real positivo; c) un número real negativo?

- 9) Coloca V o F según corresponda. En caso de ser verdadero, demuestra la afirmación y en caso de falsedad da un contraejemplo.

a) La diferencia entre dos números complejos conjugados es un número imaginario.

b) La suma de dos complejos conjugados es el doble de la parte real.

c) El producto de la unidad imaginaria por un número complejo es siempre un número real.

- 10) El producto de dos números complejos conjugados es 80, si la componente real es cuatro ¿cuál es la componente imaginaria?

- 11) La suma de dos números complejos conjugados es 8 y el producto de los mismos es 41. ¿Cuales son dichos números?

12) Despeja **z** y calcula su valor en cada una de las siguientes igualdades.

$$a) \frac{z}{3+2j} = 2-4j$$

$$b) \frac{3-j}{z} = 4+2j$$

$$c) \frac{2-j}{z-1} = 1+2j$$

$$d) (-1+2j) \cdot z = 4+3j$$

13) Determinar el valor de **a** para que el módulo del cociente $\frac{a+2j}{1-j}$ sea 2.

14) Calcular el doble de la componente imaginaria de z, si $z = \frac{1-j}{(1+j)^2} - 3j$

15) Dados $z_1 = (\sqrt{108}, 4)$ $z_2 = (\sqrt{27}, 1)$ y $z_3 = (0, 1)$; calcular:

$$a) \frac{\overline{z_1 - z_2}}{z_3}$$

$$b) z_3^{37} - (z_2 - \overline{z_1})$$

16) Dados los siguientes complejos :

a) representarlos vectorialmente

b) expresarlos en forma polar

c) expresarlos en forma trigonométrica

$$z_1 = 1+3j$$

$$z_2 = -2j$$

$$z_3 = 4-3j$$

$$z_4 = -2-3j$$

$$z_5 = -5$$

$$z_6 = 4j$$

17) Expresar en forma binómica:

$$z_1 = 2,5 \cdot (\cos 120^\circ + j \operatorname{sen} 120^\circ)$$

$$z_2 = 8^{\frac{45^\circ}{}}$$

$$z_3 = 10^{\frac{\pi}{3}}$$

$$z_4 = 2 e^{90^\circ j}$$

$$z_5 = 5(\cos \pi + j \operatorname{sen} \pi)$$

$$z_6 = 4e^{\frac{\pi}{6}j}$$

18) Dados los siguientes números complejos:

$$z_1 = 2+2j$$

$$z_5 = 3-2j$$

$$z_9 = -1$$

$$z_2 = 1+3j$$

$$z_6 = \sqrt{2} - \sqrt{2}j$$

$$z_{10} = 1,2 - 2,1j$$

$$z_3 = \frac{4}{3} - \frac{3}{2}j$$

$$z_7 = -4j$$

$$z_{11} = \sqrt{2} - 4j$$

$$z_4 = 0,1 + 0,2j$$

$$z_8 = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}j$$

$$z_{12} = 5 - \frac{2}{3}j$$

i) resolver estas operaciones:

$$a) [(z_8 : z_6) + \overline{z_3}] \cdot z_7$$

$$b) (z_6)^2 \cdot z_2 - z_{12}$$

$$c) \frac{(10 \cdot \overline{z_4} - z_3)^3}{z_7}$$

$$d) \frac{(z_7 + z_9)^2 + z_5}{z_2}$$

$$e) j^{21} \cdot (\overline{z_8})^2 - 4 \cdot j^3 \cdot z_2$$

$$f) \left(\frac{z_8 - z_6}{z_{11} - z_7} \right)^3 + 12 \cdot z_1$$

ii) Expresar los resultados obtenidos en a, b, c en forma polar y los de d, e, f en forma exponencial.

19) Resolver las siguientes operaciones según la forma del número complejo y pasar el resultado a forma binómica.

$$a) 2e^{-100^\circ j} : \left(\frac{1}{4} e^{-10^\circ j} \right) \cdot \frac{1}{2} e^{-90^\circ j}$$

$$b) \frac{1}{7} e^{120^\circ j} : \left(\frac{1}{21} e^{105^\circ j} \cdot 3e^{-45^\circ j} \right)$$

$$c) 10^{\frac{100^\circ}{}} : 5^{\frac{-170^\circ}{}}$$

$$d) 12^{\frac{\pi}{4}} : \left(2^{\frac{\pi}{4}} \cdot 4^{\frac{\pi}{4}} \right)$$