

# Departamento de Matemática

## ♦ Trabajo Práctico N°: 1

### Números Reales



### Tercer Año

- 1) Dados los siguientes números clasificarlos en naturales, enteros, racionales, irracionales, reales o no reales.

$6$  ;  $3,238$  ;  $-13$  ;  $e-2$  ;  $\sqrt{3}+5$  ;  $-12$  ;  $8^{\frac{3}{4}}$  ;  $0,72$  ;  $\frac{29}{9}$  ;  $-\frac{22}{2}$  ;  $\sqrt{-25}$  ;  $\pi-4$  ;  $\sqrt[3]{34}$  ;  $-\frac{17}{20}$  ;  $\sqrt[4]{2-67}$  ;  
 $5,12121212\dots$  ;  $2\pi$  ;  $-12,3167803564\dots$  ;  $\frac{35}{5}$  ;  $0$  ;  $16^{\frac{1}{2}}$

- 2) Ordenar los números anteriores en forma creciente (considerar solo los reales)

- 3) Ubicar los números anteriores en la recta numérica.

- 4) Escriba, si es posible, 3 números enteros entre  $-2$  y  $4$ .

- 5) Escriba 3 números reales entre  $\frac{5}{4}$  y  $\frac{16}{13}$

- 6) Escriba 5 números racionales entre:

- |                 |                  |                    |
|-----------------|------------------|--------------------|
| a) $2$ y $7$    | d) $7,2$ y $8,7$ | g) $4$ y $4,1$     |
| b) $-2$ y $1$   | e) $4$ y $5$     | h) $4$ y $4,002$   |
| c) $-12$ y $-9$ | f) $4$ y $4,5$   | i) $-21$ y $-21,3$ |

- 7) Repita el ejercicio anterior pero escriba en cada caso 5 números irracionales.

- 8) Si  $a$  es un número real positivo que verifica  $81 < a < 100$ . ¿Entre qué números se encuentra  $\sqrt{a}$  ?

- 9) Determine cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas:

- |  |  |
|--|--|
| ▪ $\sqrt{8}.\sqrt{2}$ puede calcularse en $\mathbb{Q}$ | ▪ $\sqrt[3]{7}$ es un número irracional  |
| ▪ $2 < -\sqrt{2} < 1$                                  | ▪ $0 < \pi < 3,14$   |
| ▪ $-\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$                         | ▪ $e - 2,7 = 0$  |
| ▪ Si $a > 0$ y $b > 0$ entonces $a^3 + b^3 = (a+b)^3$  | ▪ $-5 < -2$  |
| ▪ $\pi$ es un número racional                          | ▪ $-10 > -3$   |
| ▪ Si $a > 0$ y $b > 0$ entonces $a^n . b^n = (a.b)^n$  | ▪ Si un número racional $m$ está entre $4$ y $6$ ,<br>entonces $\frac{1}{6} < \frac{1}{m} < \frac{1}{4}$ |
| ▪ $\sqrt{-4}.\sqrt{-2} = \sqrt{8}$                     |  |

- 10) Encuentre la solución de las siguientes ecuaciones. Ubique los resultados en la recta numérica.

- |                |                  |
|----------------|------------------|
| a) $ x  = 3$   | d) $ x+7  = 2$   |
| b) $ x  = 5,6$ | e) $ 2x+8  = 6$  |
| c) $ x-2  = 4$ | f) $ 10-3x  = 5$ |

- 11) ¿Cuáles son los números reales cuya distancia al cero es  $4$ ? Expréselos con una ecuación.

- 12) ¿Cuáles son los números reales cuya distancia al  $5$  es  $2$ ? Expréselos con una ecuación y resuélvala para verificar su respuesta.

- 13) ¿Cuáles son los números reales cuya distancia al  $-3$  es  $10$ ? Expréselos con una ecuación y resuélvala para verificar su respuesta.

- 14) Encuentre la solución de las siguientes inecuaciones. Ubique los resultados en la recta numérica. Expréselos como intervalo o unión de intervalos. Clasifique el mismo.

- |              |              |                 |
|--------------|--------------|-----------------|
| a. $ x  < 2$ | b. $ x  > 8$ | c. $ x  \leq 1$ |
|--------------|--------------|-----------------|

$$d. |x| \geq 7,3$$

$$e. |2(x+5)-3x| > 6$$

$$f. |x-2| \geq 9$$

$$g. |x-3| \leq 15$$

$$h. \left| 5x + \frac{2}{7} \right| < 1$$

$$i. |12-3x| > 6$$

$$j. |x+21| < -6$$

$$k. \left| 30 - \frac{1}{2}x \right| \leq 13$$

$$l. |4-2x| < \frac{2}{5}$$

$$m. |x-1| > -9$$

$$n. |6-3x| < \frac{3}{4}$$

15) Indicar 3 números racionales y 3 números irracionales que pertenezcan a la solución de los ejercicios a), d) y h) del ejercicio anterior.

16) ¿Cuáles son los números reales cuya distancia al cero es menor a 6? Expréselos con una inecuación y con un intervalo o unión de intervalos.

17) ¿Cuáles son los números reales cuya distancia al cero es menor o igual a 7,5? Expréselos con una inecuación y con un intervalo o unión de intervalos.

18) ¿Cuáles son los números reales cuya distancia al 2 es mayor a 5? Expréselos con una inecuación y con un intervalo o unión de intervalos.

19) ¿Cuáles son los números reales cuya distancia al -4 es mayor o igual a 3,2? Expréselos con una inecuación y con un intervalo o unión de intervalos.

20) Graficar las siguientes funciones. Indicar el dominio e imagen de cada una.  $C^+$ ,  $C^-$  y  $C^0$ .

(En los ítems que haya preguntas, responder justificando analíticamente y verificando con el gráfico de la función)

$$a. a(x) = |x| - 3$$

$$b. f(x) = \frac{1}{2}|x-6| - 1$$

$$c. g(x) = -3|x-2| + 5$$

$$d. h(x) = -2|x-3,5| - 4$$

¿Para qué valores del dominio  $h(x) > -7$ ? ¿Para qué valores del dominio  $h(x) \leq -5$ ?

$$e. k(x) = \frac{4}{5}|x+2| - 3$$

¿Para qué valores del dominio  $k(x) \geq -1$ ? ¿Para qué valores del dominio  $k(x) < 2$ ?

$$f. t(x) = 5|x+3| + 2,3$$

¿Para qué valores del dominio  $t(x) \geq -1$ ? ¿Para qué valores del dominio  $t(x) < 1$ ? ¿Para qué valores del dominio  $k(x) \leq 4$ ?

21) Efectúa las siguientes operaciones:

$$a) \sqrt[3]{-27} = \quad b) \sqrt{-81} = \quad c) -\sqrt{81} =$$

$$d) \sqrt[6]{64} = \quad e) -\sqrt[3]{-64} = \quad f) \sqrt[5]{32} =$$

22) Determina si han sido resueltos en forma correcta los siguientes ejercicios. Justifica la respuesta.

$$a) \sqrt{4.9} = \sqrt{4}.\sqrt{9} = 2.3 = 6 \dots\dots\dots$$

$$b) \sqrt{2}.\sqrt{8} = \sqrt{2.8} = \sqrt{16} = 4 \dots\dots\dots$$

$$c) \sqrt{-4}.\sqrt{-9} = \sqrt{(-4).(-9)} = \sqrt{36} = 6 \dots\dots\dots$$

$$d) \sqrt{(-16).(-25)} = \sqrt{400} = 20 \dots\dots\dots$$

$$e) \sqrt[3]{-64} : \sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-64):(-8)} = \sqrt[3]{8} = 2 \dots\dots\dots$$

$$f) \sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3+4=7 \dots\dots\dots$$

23) Simplifica cuando sea posible:

$$a) \sqrt{(-2)^6} = \quad b) \sqrt[6]{5^2} =$$

$$c) \sqrt[5]{(-1)^5} = \quad d) \sqrt[3]{2^6} =$$

24) Extrae del radical todos los factores posibles, suponiendo que  $a$ ,  $b$ ,  $x$  e  $y$  son reales positivos.

- a)  $\sqrt[3]{432}$       b)  $\sqrt{20 \cdot x^6 \cdot y^{15}}$       c)  $\sqrt{3125 \cdot x^3 \cdot b^2}$   
d)  $\sqrt[5]{a^6 \cdot b^7 \cdot x^2}$       e)  $\sqrt[4]{\frac{32 \cdot a^4 \cdot b^5}{243 \cdot x}}$       f)  $\sqrt[3]{3 \cdot x^{17} \cdot b^{32}}$

25) Resuelve las siguientes adiciones y sustracciones en  $\mathbb{R}$ , suponiendo que  $a$ ,  $b$  y  $x$  son positivos:

- a)  $\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$   
b)  $\sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{27} - \frac{1}{2}\sqrt{48}$   
c)  $\sqrt[3]{x^2} + x\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x^4}$   
d)  $a\sqrt[3]{81a} - 3\sqrt[3]{a} + 2\sqrt[3]{3a^4} + 2\sqrt[3]{24(-a)^4}$   
e)  $a\sqrt{ab^3} - 2ab\sqrt{ab} + 2b\sqrt{a^3b} - 3\sqrt{a^3b^3}$   
g)  $\sqrt{180} - \frac{60}{\sqrt{150}} + \sqrt{2646} - \sqrt{20}$   
h)  $5\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{250} =$

26) Resuelve las siguientes multiplicaciones y divisiones en  $\mathbb{R}$ , considerando que  $a$ ,  $b$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  positivos:

- a)  $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a \cdot b^2}$   
b)  $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a^2 \cdot b^3} \cdot \sqrt{b}$   
c)  $\sqrt[5]{16} \cdot \sqrt{32}$   
d)  $\sqrt[7]{4xy^2z} \cdot \sqrt[7]{4xy} \cdot \sqrt[7]{4z^6} \cdot \sqrt[7]{2y^4}$   
e)  $(\sqrt{12} \cdot \sqrt[3]{10}) \div (\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt{10})$   
f)  $2 \cdot \sqrt[5]{xy} \div \left(-3 \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{x^2}}\right)$   
g)  $\frac{\sqrt[3]{9x}}{\sqrt[4]{27x^2}}$

27) Realiza las siguientes divisiones racionalizando los denominadores, considerando que  $a$ ,  $b$ , y  $c$  son números reales positivos:

- a)  $\frac{\sqrt{a}}{5\sqrt{ab}}$       b)  $a\sqrt[3]{ab^2} \div \sqrt[3]{a^2b}$   
c)  $\frac{a \cdot b \cdot \sqrt[5]{c^2}}{\sqrt[5]{a^2b^7c^{12}}}$       d)  $\frac{\sqrt[5]{216}}{\sqrt[5]{108}}$   
e)  $\frac{\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$       f)  $\frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$   
g)  $\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}$       h)  $\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$

28) Resuelve las siguientes operaciones considerando  $x$  e  $y$  números reales positivos:

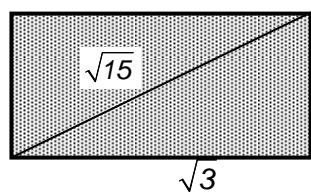
- a)  $(\sqrt{x^2y})^4$       b)  $(\sqrt[5]{9xy^4})^3$   
c)  $\sqrt[5]{\sqrt{32}}$       d)  $\sqrt[3]{\sqrt[10]{x^{12}}}$

29) Resuelve las siguientes operaciones combinadas en  $\mathbb{R}$

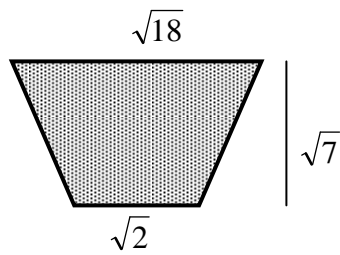
- a)  $1 - \sqrt{2} \cdot [1 - \sqrt{2} \cdot (1 - \sqrt{2})]$       b)  $\frac{\sqrt{3}}{2} - (1 - \sqrt{3})^2$   
c)  $(\sqrt{10} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5} + 1) \cdot \sqrt{2}$       d)  $(2 - \sqrt{5})^3$   
e)  $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^2$       f)  $\sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}}$

30) Halla el perímetro y el área de cada figura:

a)

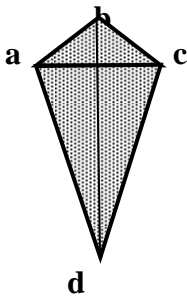


b)

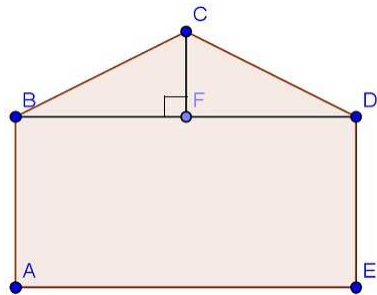


c)

$\overline{ac} = \sqrt{5}$   
 $\overline{bd} = \sqrt{45}$   
 $\overline{ab} = \frac{5}{2}$



d)



ABDE rectángulo  
 $\overline{AE} = \frac{90}{\sqrt{75}}$   
 $\overline{DE} = \sqrt{12}$   
 $\overline{CF} = 9$   
F es punto medio de  $\overline{BD}$

31) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $\sqrt{2}(x - \sqrt{3}) + 5\sqrt{6} = \frac{-\sqrt{6}}{2}$

b)  $\frac{x + \sqrt{5}}{2} - \frac{x - \sqrt{5}}{2} = 0$

c)  $\frac{x}{3\sqrt[3]{2}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

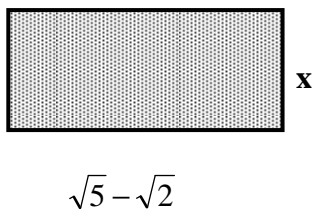
d)  $(x + 2\sqrt{10})(x - \sqrt{40}) = \sqrt[3]{3^6}$

e)  $\frac{x - \sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{8}}{x + \sqrt{3}}$

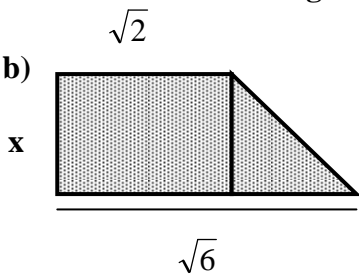
f)  $\frac{2x - 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{18 + 2x}}$

32) Sabiendo que todas estas figuras tienen área 1. Halla las incógnitas indicadas con x.

a)



b)



33) Halla un radical que represente la medida del lado de un cuadrado de área  $\sqrt[5]{2}$ .

34) Considera los números  $x = 2\sqrt{3}$  e  $y = -2 + \sqrt{3}$  y realiza los siguientes cálculos expresando los resultados sin radicales en el denominador.

a)  $y^{-2}$

b)  $(x + y)^{-1}$

c)  $x + x^{-1}$

35) Expresa las siguientes potencias como radicales y cuando sea posible, resuélvelas:

a)  $(-32)^{\frac{1}{5}} =$

b)  $4^{\frac{1}{3}} =$

c)  $\left(\frac{1}{243}\right)^{-\frac{1}{5}} =$

36) Trabaja los siguientes ejercicios con exponente fraccionario y luego expresa el resultado en radicales:

a)  $\sqrt[3]{3 \cdot \left(3 \cdot \sqrt[5]{3}\right)^2} =$

b)  $\left[\left(2^4\right)^{\frac{1}{3}} \div \left(2^{-1}\right)^{\frac{1}{5}}\right]^6 =$

c)  $\left[\left(4^{\frac{6}{5}}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{1}{2}}\right] \div \left[\left(2^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{2}{5}} \cdot \left(4^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}\right] =$

d)  $\frac{8}{2^{\frac{1}{2}}} + \frac{4 \cdot 4^{\frac{1}{4}}}{16^{\frac{1}{2}}} + 4^{\frac{1}{2}} \cdot 8^{\frac{3}{2}} =$

e)  $\frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot a^{-1} \cdot b^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{5}{3}}} =$