

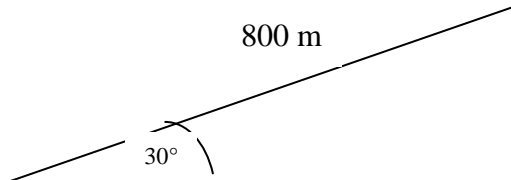
♦ Trabajo Práctico N°: 2

TRIGONOMETRIA

Tercer Año

1) Resolver los siguientes problemas:

- a. Un avión despegue formando un ángulo de 30° con el suelo. ¿Cuál será la distancia sobre la pista, cuando el avión haya recorrido 800 m de vuelo desde el punto de elevación? ¿A qué altura se encuentra el avión en dicho momento?

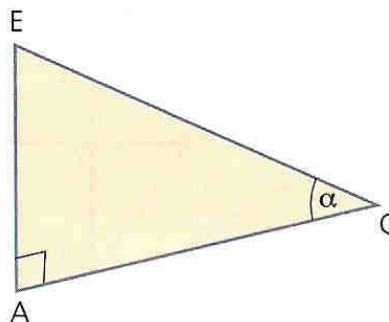
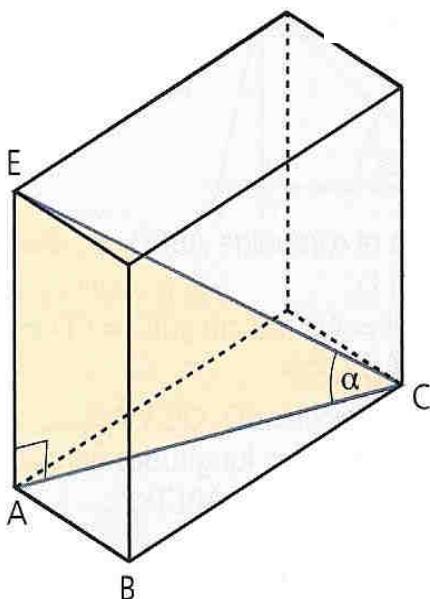


- b. Se quiere apoyar contra la pared una escalera de 4,5 m de largo de manera tal que el ángulo que forma la escalera con la pared sea de 40° . ¿A qué distancia de la pared se debería ubicar la escalera? ¿A qué altura de la pared se apoyará?
- c. El ángulo de elevación desde un bote hasta la cima de un faro de 36 m de altura es de 15° . ¿A qué distancia, aproximadamente, está el bote del faro?
- d. Un edificio tiene 10 m de altura. Una persona ubicada en la vereda observa un objeto sobre el borde superior de este edificio de tal manera que la distancia entre ella y el objeto observado es de 16 m. ¿Qué ángulo determina esta línea con la horizontal?
- e. Desde la terraza de un edificio situado a 20 m de altura se observa un objeto en el suelo. Calcular:
- I) La distancia del objeto a la base del edificio siendo el ángulo de depresión de $22^\circ 10'$.
- II) El ángulo de depresión, si la distancia del objeto a la base del edificio es de 30 m.
- f. El prisma recto de la figura tiene base rectangular y aristas:

$$AB = 5 \text{ cm} \quad BC = 12 \text{ cm} \quad AE = 10 \text{ cm}$$

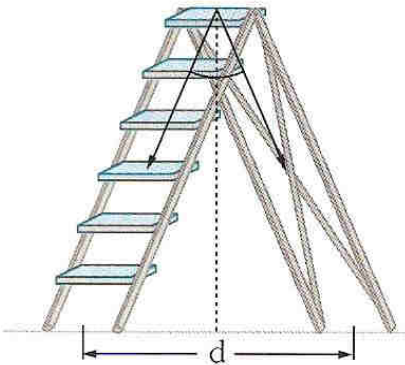
Calcular:

- I) La diagonal AC. II) El ángulo formado por las diagonales AC y EC.



- g. Una tormenta quebró un árbol de tal manera que la punta cayó a 6 m del tronco formando un ángulo de 25° con el suelo. ¿A qué altura se quebró el árbol? ¿Cuál era la altura del mismo?
- h. Pedro está remontando un barrilete y tiene sus manos a 0,8 m por encima del suelo. Si el barrilete está a 15 m de altura y la cuerda tensa forma un ángulo de $32^\circ 24'$ con la horizontal, ¿Cuántos metros de cuerda está usando? ¿Cuál es la distancia desde el pie de la vertical que pasa por el barrilete y Pedro?

- i. ¿Cuál es el ángulo de elevación con el que una persona observa una torre de 101 m si la misma se encuentra a 250 m de su base?
- j. Una escalera de tijera termina en el sexto peldaño. La distancia entre 2 peldaños consecutivos es de 40 cm. Cuando se abre, el ángulo que forman los lados de la escalera mide 50° . Calcular la distancia que existe entre ambos pies de la escalera cuando esta se encuentra abierta



- k. El radar de un barco de rescate indica que el objeto buscado está a 30 m de profundidad y que el ángulo de depresión es de 15° . Si desde el barco desciende un buzo hasta esa profundidad para rescatar el objeto, ¿Aproximadamente qué distancia debe recorrer hasta encontrarlo?
- l. El ángulo que la diagonal de un rectángulo determina con la altura del mismo es de 48° . Si dicha diagonal es de 14 cm. ¿Cuál es el perímetro del rectángulo y cuál es el área?
- m. Un avión que vuela a 6500 m de altura, está a 40 km de la pista de aterrizaje. En ese momento comienza a descender. ¿Cuál es el ángulo de descenso del avión?

2) Expresar los siguientes ángulos en radianes o en grados sexagesimales según corresponda:

- a) $30^\circ=$

b) $140^\circ=$

c) $\frac{2}{5}\pi=$
- d) $\frac{4}{3}\pi=$

e) $300^\circ=$

f) $50^\circ=$

g) $210^\circ=$
- h) $\frac{3}{2}\pi=$

i) $\frac{7}{6}\pi=$

3) Para cada uno de los valores asignados a α determinar el ángulo agudo β de referencia

$\alpha = 300^\circ$	$\alpha = - 120^\circ$	$\alpha = 111^\circ 14'$	$\alpha = (4/3)\pi$
$\beta = \dots\dots\dots$	$\beta = \dots\dots\dots$	$\beta = \dots\dots\dots$	$\beta = \dots\dots\dots$

4) Calcular el valor exacto sin usar calculadora (es decir, justifique teniendo en cuenta la extensión de las razones trigonométricas a ángulos mayores a 90° y utilice los valores de la tabla de los ángulos especiales)

α	0°	30°	45°	60°	90°
$sen\ \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$cos\ \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$tg\ \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	\nexists

- sen $(3/4)\pi = \dots\dots\dots$

cos $(2/3)\pi = \dots\dots\dots$

tg $210^\circ = \dots\dots\dots$
- cos $(7/6)\pi= \dots\dots\dots$

sen $240^\circ= \dots\dots\dots$

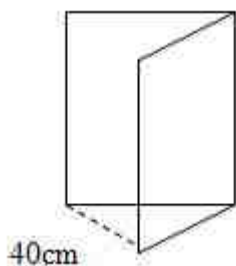
tg $(5/6)\pi = \dots\dots\dots$
- sec $300^\circ = \dots\dots\dots$

cotg $(-135^\circ) = \dots\dots\dots$

cosec $225^\circ = \dots\dots\dots$

3) Resolver los siguientes problemas:

- a) En una competencia de natación dos amigos parten lanzándose al agua desde una balsa al mismo tiempo. El primero nada a una velocidad promedio de 6km/h y el segundo a 5km/h. Comienzan a alejarse entre sí con un ángulo de 35° ; después de media hora de competencia el segundo sufre un calambre. ¿Qué distancia recorrerá el primero para ir en su auxilio y qué ángulo tendrá la nueva dirección de éste?
- b) Fuertes vientos han ocasionado la inclinación de 11° de un viejo árbol hacia el Este desde la vertical. El sol en el Oeste está a 32° arriba de la horizontal. ¿Qué longitud tiene la sombra del árbol si éste mide 4 metros de la corona al suelo?
- c) La famosa torre de la ciudad de Pisa (Italia) debe su popularidad a la inclinación que comenzó a sufrir apenas un año después de su construcción, en 1173, y que en la actualidad es de 4° respecto a la vertical. Un turista, recostado en el suelo a cierta distancia de la base, puede observar el extremo superior de la torre con un ángulo de elevación de 60° . Otro turista, recostado en el suelo a 20 m del primero, observa dicho extremo con un ángulo de elevación de 47° . Calcule la altura de la torre de Pisa.
- d) Una persona se encuentra en la ventana de su departamento que está situada a 8 metros del suelo y observa el edificio de enfrente de la siguiente manera: la parte superior, con un ángulo de elevación de 35° y la parte inferior, con un ángulo de depresión de 43° . Determina la altura del edificio de enfrente.
- e) Desde la intersección de dos calles parten dos vehículos a mismo tiempo recorriendo en línea recta 150 y 120 metros respectivamente. Si se sabe que el ángulo formado por ambas calles en la intersección es de 75° , ¿a qué distancia están los autos entre sí?
- f) Un bote tiene dos opciones para atracar en la costa, el punto A o B. Para alcanzar el primero debe seguir una dirección que forme un ángulo de 75° con la orilla, o bien, para el punto B, debe recorrer 9,5 km hasta la orilla tomando un ángulo de dirección de 60° con esta. ¿Hacia qué punto (A o B) recorrerá menor distancia el bote?
- g) Al trazar la altura correspondiente a un lado de un triángulo oblicuángulo, el ángulo queda dividido en un ángulo de 40° y otro de 60° . Si la altura mide 10 cm, ¿cuánto mide el lado correspondiente a la misma?
- h) Dos fuerzas de intensidad 190 N y 330 N actúan sobre un cuerpo, formando un ángulo de 70° entre sí. La de mayor intensidad forma con la resultante un ángulo de 30° . Hallar la intensidad de la resultante.
- i) Un señor que está en la calle ve un edificio de 45 m bajo un ángulo de elevación de 60° . Otro más alejado lo ve bajo un ángulo de elevación de 40° . ¿Cuál es la distancia entre ellos?
- j) Un carpintero quiere construir una mesa triangular de tal forma que un lado mida 2m y el otro 1,5m y el ángulo opuesto al primero debe ser de 60° . Halla el resto de las medidas para que el carpintero pueda construirlo.
- k) Dos barcos parten del puerto de Necochea con diferentes direcciones rectilíneas a 30 km/h y 50 km/h respectivamente, si al cabo de dos horas los separa una distancia de 150 km. ¿Cuál es el ángulo que forman sus direcciones ?
- l) Hallar el perímetro y el área de un triángulo ABC sabiendo que: $a=2x+40^\circ$; $b=5x-10^\circ$; $c=3x+50^\circ$ y $cb=10\sqrt{3}$
- m) El ancho de una puerta es 90 cm. Si la distancia D es 40 cm. ¿Cuál es el ángulo de abertura ?



4) Verificar las siguientes identidades:

- a) $1+\operatorname{tg}^2\alpha=\sec^2\alpha$
- b) $\operatorname{cosec}\alpha\cdot\operatorname{tg}\alpha=\sec\alpha$
- c) $(\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha)^2=2\cdot\operatorname{tg}\alpha\cdot\cos^2\alpha+1$
- d) $\sec\alpha\cdot\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{cosec}\alpha=1/\cos^2\alpha$
- e) $2\cdot\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\alpha=(\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha)^2-1$
- f) $\cotg\alpha+\operatorname{tg}\alpha=\operatorname{tg}\alpha\cdot(\operatorname{sen}^2\alpha)^{-1}$

5) Resolver las siguientes ecuaciones en $[0; 2\pi)$:

- a) $\text{sen}(x) = \cos(x)$
- b) $|\text{sen}(x)| = |\cos(x)|$
- c) $2 \cdot \text{sen}(\alpha) = \cos ec(\alpha)$
- d) $\text{tg}(\beta) = 3 \cdot \cot g(\beta)$
- e) $\text{tg}(\delta) + \cot g(\delta) = \frac{2}{\cos(\delta)}$
- f) $2 \cdot (\cos^2 \omega - \text{sen}^2 \omega) = 1$
- g) $\cot g(\gamma) \cdot \text{sen}(\gamma) = \frac{1}{2}$
- h) $\text{tg}(\varphi) \cdot \text{sen}(\varphi) - \text{sen}(\varphi) = 0$
- i) $\text{sen}^2 x = \cos^2 x$

6) Graficar las siguientes funciones trigonométricas en los intervalos indicados:

- a) $p(x) = \text{sen}(4x - \pi)$ en $[0; 2\pi]$
- b) $r(x) = \cos(x + \pi) + 1$ en $[0; 2\pi]$
- c) $f(x) = -2\text{sen}\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}\right) + 0,5$ en $[-\pi; 6\pi]$
- d) $g(x) = 0,8\cos\left(x - \frac{1}{6}\pi\right)$ en $[0; 3\pi]$
- e) $i(x) = 3\text{sen}(4x - \pi) + 2$ en $[\pi/2; 5\pi]$
- f) $j(x) = -\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 0,5$ en $[-\pi/2; 2\pi]$
- g) $t(x) = 1,5\text{sen}(3x)$ en $[0; 2\pi]$
- h) $h(x) = -0,7\text{sen}\left(2x - \frac{2}{3}\pi\right) - 1$ en $[0; 2\pi]$

7) Resolver los siguientes problemas:

- 5.1) La cantidad de bióxido de azufre obtenido de la combustión de combustibles liberados en la atmósfera de una ciudad, varía estacionariamente en función de las semanas.
Suponga que el número de toneladas del contaminante liberado en la atmósfera durante cualquier semana después del primero de enero es:

$$f(n) = 1,5 + \cos\left[\frac{n\pi}{26}\right] \quad \text{para } 0 \leq n \leq 104$$

- a) Grafique la función en el intervalo indicado
- b) Hallar amplitud y período. ¿Qué significan ambos en términos del problema?
- c) ¿En qué semanas habrá la mayor cantidad de bióxido de azufre en la atmósfera? ¿Y la menor cantidad?
¿Cuáles serán dichas cantidades?
- d) Dentro de las primeras 25 semanas, ¿en qué momento habrá 1 tn de bióxido de azufre en la atmósfera? ¿Y cuándo no habrá contaminantes?

- 5.2) El movimiento del péndulo de un reloj se puede expresar mediante una función $d(t) = 5\text{sen}(4\pi t)$, donde t indica tiempo en segundos y d(t), la “distancia” de la pesa a la vertical en centímetros. (consideramos esta “distancia” positiva cuando la pesa se encuentra a la derecha del centro y negativa cuando se encuentra a la izquierda)

- a) Calculen el período de d(t)
- b) Representen gráficamente d(t) desde t=0 hasta t=1/2 seg.
- c) Completen las siguientes frases:
El péndulo pasa por el centro cada.....segundos
A los 10,1 segundos la pesa del péndulo se encuentra a.....cm a la derecha del centro.
A los 47,375 segundo, la pesa está a la.....del centro a.....cm.
En el intervalo de t (0;1) el péndulo pasa exactamente.....veces por el centro.

- 5.3) El voltaje V (en volts), de un tomacorriente de una casa, en función del tiempo t (en segundos), está dado por la siguiente fórmula:

$$V = 110 \cdot \cos(2\pi \cdot t) + 110$$

- a) Grafique la función
- b) ¿Cuál es el máximo voltaje? ¿cada cuántos segundos se alcanza?
- c) ¿Cuál es el mínimo voltaje? ¿Cada cuánto segundos se alcanza?
- d) A los 6,5 segundos ¿cuál es el voltaje?
- e) Durante los primeros 5 segundos, ¿en qué momento la corriente es de 180 volts?

- 5.4)** Se ha estudiado que la temperatura promedio diaria de cierta región está dada por la siguiente fórmula:

$$y = 12 + \cos \left[\frac{2\pi}{360} t \right]$$

Siendo y el promedio de temperatura diaria para esa región (en grados centígrados) y t , el día del año, considerando $t=1$ al primero de enero.

- a) ¿Cuál es la temperatura promedio máxima en esta región? ¿y la mínima?
- b) ¿Cada cuántos días, aproximadamente, se repite la misma temperatura promedio?
- c) ¿En qué días del año la temperatura promedio será de 12,5 grados centígrados? ¿y de 10 grados?
- d) Grafique la función

- 5.5)** Un economista dedicado a asesorar empresas le indica a un gerente que la demanda del empleo es temporal, y expresando la misma en miles de solicitudes de trabajo por mes en su consultora, la misma se puede modelizar por la función: $f(t) = 4,3 \sin(0,8t + 1,5) + 7,3$

- a) Grafique la función que corresponde durante un año.
- b) ¿En qué meses la empresa recibe la mayor cantidad de solicitudes? ¿Cuántas?
- c) ¿En qué meses la cantidad de solicitudes recibidas por la empresa es aproximadamente 6 mil?
- d) ¿Cuántas solicitudes recibe aproximadamente la empresa en el mes de junio?