

POLITECNICO DI TORINO

**Corso di Laurea in
Ingegneria Aerospaziale**

Tesi di Laurea

Implementazione in Matlab di un modello numerico semplificato per la simulazione della dinamica di eiezione del pilota



Relatore

prof. Matteo Dalla Vedova

Candidato

Luca Laguardia

Co-relatore

prof. Paolo Maggiore

A.A. 2020/2021

Alla mia famiglia

Abstract

Questo elaborato verte sulla simulazione in ambiente MATLAB della dinamica di eiezione del pilota. La trattazione si apre con una breve panoramica sui seggiolini eiettabili e sulla sequenza di espulsione del pilota, cui seguirà l'analisi matematica della dinamica di eiezione, con la definizione delle equazioni del moto e delle relative condizioni iniziali. Una volta derivato il modello matematico del sistema formato da pilota e seggiolino, si procederà all'implementazione dello stesso tramite il software MATLAB.

Questa implementazione permetterà di simulare il comportamento del sistema a partire dall'istante di eiezione, calcolando i valori degli stati del sistema dinamico in ciascun passo della simulazione. Inoltre, gli strumenti di visualizzazione messi a disposizione da MATLAB permetteranno di esaminare l'evoluzione temporale degli stati del sistema dinamico e di visualizzare graficamente la traiettoria seguita da pilota e seggiolino dal momento dell'eiezione.

L'obiettivo ultimo dello studio della dinamica di eiezione e della sua successiva implementazione in ambiente MATLAB mira a stabilire le combinazioni dei parametri di volo, quali velocità e quota dell'aeromobile, per le quali si verifica una eiezione sicura, ovvero quando pilota e sedile, ad espulsione avvenuta, oltrepassano l'impennaggio verticale di coda con un certo margine di sicurezza.

Il modello presentato può essere considerato come un punto di partenza per sviluppare una migliore comprensione del processo di eiezione del pilota e della fisica che ne è alla base.

Indice

1	Generalità sui seggiolini eiettabili	4
2	Analisi della dinamica di eiezione	6
2.1	Formulazione del modello matematico	6
3	Implementazione del modello in MATLAB®	10
4	Risultati delle simulazioni	14
4.1	Confronto delle prestazioni del sistema di eiezione	18
4.1.1	Influenza della quota e della velocità di volo	18
4.1.2	Influenza della massa del pilota	21
	Conclusioni	22
	Appendice con codice MATLAB®	23
	Bibliografia	27

1 Generalità sui seggiolini eiettabili

Il seggiolino eiettabile è un sofisticato sistema, adottato a bordo degli aerei militari, a cui il pilota affida la propria vita, nell'istante in cui una grave avaria o un danno irreparabile gli impongono di abbandonare il velivolo.

Nella maggior parte dei modelli la sequenza di lancio, avviata dal pilota, procede dapprima automaticamente ed è poi gestita da un elaboratore, dotato di particolari sensori, che valuta le condizioni di lancio e provvede a regolare l'apertura del paracadute.

L'abbandono dell'aereo per mezzo del seggiolino eiettabile rappresenta l'ultima spiaggia per i piloti in difficoltà, ma non è un evento privo di rischi: impatti ad alta velocità con strutture dell'aereo, con l'aria o con gli agenti atmosferici (pioggia, grandine), traumi dovuti alle fortissime accelerazioni al momento del lancio, shock secondario all'apertura del paracadute, ipotermia o anossia da alta quota, sono solo alcuni dei potenziali eventi avversi possibili durante e dopo l'abbandono del velivolo.



FIGURA 1 Eiezione in volo da un MIG-25

Nonostante il processo di eiezione duri solo pochi secondi, sono molti i parametri da valutare e studiare per arrivare a realizzare un sistema in grado di salvare il pilota in ogni situazione, evitando anche ferite che potrebbero risultare fatali. Per questo la realizzazione di un moderno seggiolino può richiedere anni di progettazione e sviluppo.

Agendo sulla maniglia di eiezione posizionata in mezzo alle gambe, il pilota avvia la sequenza di lancio, che prevede diverse fasi:

1. Il tettuccio viene espulso attraverso una piccola carica esplosiva appositamente predisposta; nel caso in cui quest'ultima non si innescasse, lo stesso poggiatesta del sedile eiettabile è comunque dotato di due robuste "corna" per sfondare il tettuccio.
2. Dopo 30 centesimi di secondo circa avviene la detonazione della carica di lancio che provoca il sollevamento del sedile lungo uno o due binari di guida. Questa fase è estremamente traumatica per il pilota, che per frazioni di secondo è sottoposto ad un'accelerazione compresa tra 14 e 20 g, in grado di provocare perdita di sensi, nonché possibili lesioni alla colonna vertebrale o al collo. Per questo motivo, un sistema di cinghie immobilizza gambe e braccia del pilota, rendendole il più aderente possibile al seggiolino, in maniera da permettere un'uscita in sicurezza dall'interno dell'abitacolo.
3. Si attiva successivamente il pacco di razzi posto sotto al sedile che, con una spinta notevole, porta il pilota in pochi decimi di secondo a distanza di sicurezza dall'aereo ed a una altezza tale da permettere l'apertura del paracadute. Il sedile è inoltre dotato di un giroscopio, in grado di manovrare i motori a razzo per correggere la direzione di caduta, e di un altimetro barometrico, che permette al sistema di capire la quota a cui avviene l'eiezione così da regolare l'apertura del paracadute.
4. La detonazione di una carica esplosiva di intensità minore permette una rapida estrazione della velatura del paracadute, cui segue il distacco del seggiolino dal pilota, che può proseguire la sua discesa al suolo.



FIGURA 2 Seggiolino eiettabile Martin Baker MK-10 adottato dal Panavia PA-200 Tornado



FIGURA 3 Sequenza di eiezione: l'intero processo impiega non più di 2,5-3 secondi

2 Analisi della dinamica di eiezione

Il sistema in esame, composto da pilota e seggiolino al momento dell'espulsione dal velivolo, è mostrato in Figura 4. A seguito dell'avviamento della sequenza di eiezione, la traiettoria seguita dall'insieme pilota più seggiolino è controllata inizialmente da binari di guida. In questa prima fase, la velocità di eiezione v_E è costante lungo la direzione θ_E , misurata rispetto all'asse y dell'aeroplano. L'eiezione si considera conclusa quando pilota e seggiolino hanno abbandonato la cabina di pilotaggio, ovvero quando hanno percorso una distanza verticale y_1 pari all'altezza dell'abitacolo.

Da questo momento in poi, pilota e sedile seguono una traiettoria balistica, soggetti alla forza di resistenza aerodinamica e alla propria forza peso, come mostrato in Figura 5.

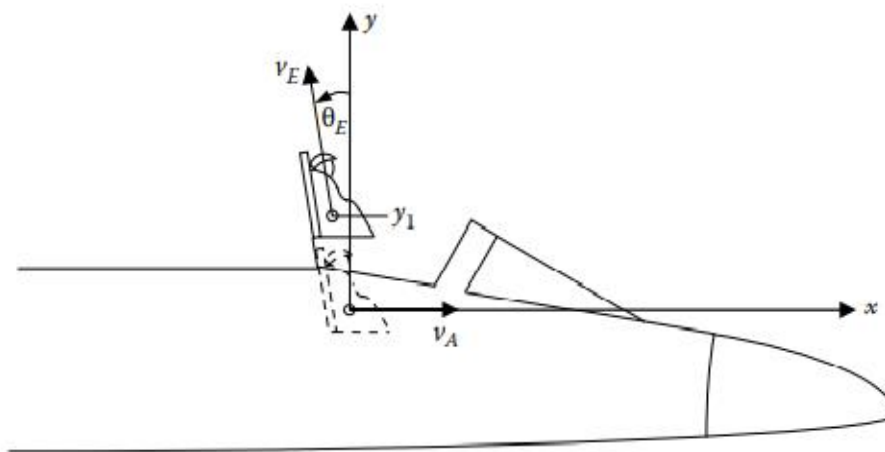


FIGURA 4 Schema di eiezione del pilota

2.1 Formulazione del modello matematico

Le equazioni del moto, utili per definire tale traiettoria, possono essere sviluppate nel sistema di coordinate $x - y$ oppure nel sistema di coordinate $n - t$, dove n e t definiscono rispettivamente le direzioni normale e tangenziale alla traiettoria seguita da pilota e seggiolino. Per la formulazione del modello matematico, adotteremo quest'ultimo sistema di coordinate.

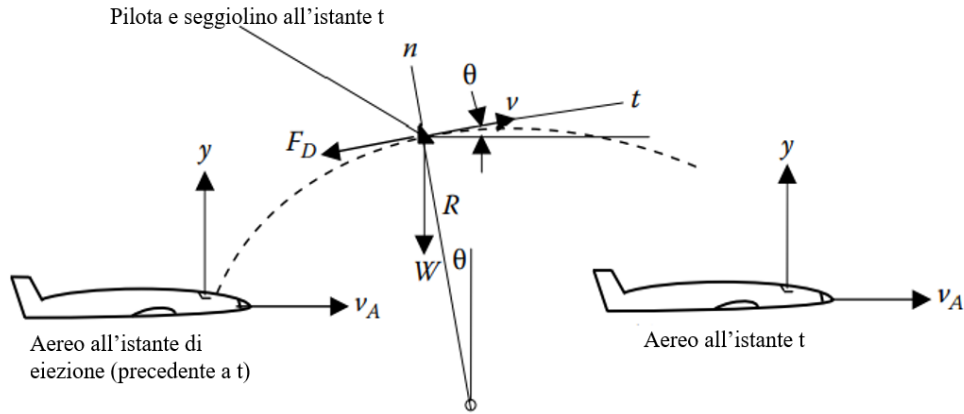


FIGURA 5 Traiettoria seguita da pilota e seggiolino dopo l'eiezione

Andando a sommare le forze lungo direzioni n e t , si ricavano le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}\Sigma F_t &= m \times a_t \\ \Rightarrow -F_D - W \times \sin\theta &= m \times \dot{v}\end{aligned}\quad (2.1)$$

$$\begin{aligned}\Sigma F_n &= m \times a_n \\ \Rightarrow -W \times \cos\theta &= m \times \frac{v^2}{R}\end{aligned}\quad (2.2)$$

dove

- R è il raggio istantaneo di curvatura della traiettoria di pilota e seggiolino
- $W = m \times g$ è il peso complessivo di pilota e seggiolino
- F_D è la forza di resistenza aerodinamica

Si assume che l'aereo voli in direzione orizzontale alla velocità costante v_A .

La velocità di avanzamento v tangenziale alla traiettoria e la velocità angolare $\dot{\theta}$ dell'insieme pilota più seggiolino sono legate dalla relazione:

$$v = R \times \dot{\theta}$$

Risolvendo l'equazione rispetto a R , e sostituendo il risultato nella (2.2), si ottiene:

$$-W \times \cos\theta = m \times v \times \dot{\theta}\quad (2.3)$$

È possibile in questo modo, definite le variabili di stato v e θ , ricavare le espressioni delle loro derivate a partire dalla (2.1) e dalla (2.3):

$$\dot{v} = \begin{cases} 0, & 0 \leq y < y_1 \\ -\frac{F_D}{m} - g \times \sin\theta, & y \geq y_1 \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\dot{\theta} = \begin{cases} 0, & 0 \leq y < y_1 \\ -\frac{g \times \cos\theta}{v}, & y \geq y_1 \end{cases} \quad (2.5)$$

dove gli intervalli $0 \leq y < y_1$ e $y \geq y_1$ corrispondono rispettivamente a prima e dopo l'eiezione. Si può notare come sia \dot{v} , l'accelerazione di avanzamento di pilota e seggiolino lungo la direzione tangenziale alla traiettoria, che $\dot{\theta}$, la velocità angolare, risultino inizialmente nulle, in quanto nella fase che precede l'eiezione entrambi si muovono a velocità costante v_E lungo la direzione θ_E .

Si rendono a questo punto necessarie due variabili di stato aggiuntive x e y , ovvero le coordinate relative di pilota e seggiolino rispetto all'aereo in movimento, per visualizzare la loro traiettoria rispetto al velivolo, in modo da determinare se oltrepassano o meno l'impennaggio verticale di coda. Le derivate di x e y sono così definite (vedi Figura 5):

$$\dot{x} = v \times \cos\theta - v_A \quad (2.6)$$

$$\dot{y} = v \times \sin\theta \quad (2.7)$$

Le equazioni differenziali (2.4), (2.5), (2.6), (2.7), ovvero le derivate delle variabili di stato v , θ , x e y , compongono il modello matematico che rappresenta il sistema formato da pilota e seggiolino a partire dall'istante di espulsione. L'implementazione in MATLAB consentirà di simulare il comportamento di tale sistema. Infatti, calcolando i valori degli stati del sistema dinamico in ciascun passo della simulazione, sarà possibile esaminarne l'evoluzione nel tempo attraverso gli strumenti di visualizzazione messi a disposizione da MATLAB.

L'ultimo passo consiste nel definire le condizioni iniziali del problema. Esse risultano fondamentali ai fini della simulazione, in quanto essa sarà basata sull'integrazione delle derivate delle variabili di stato e verrà avviata nel momento dell'eiezione.

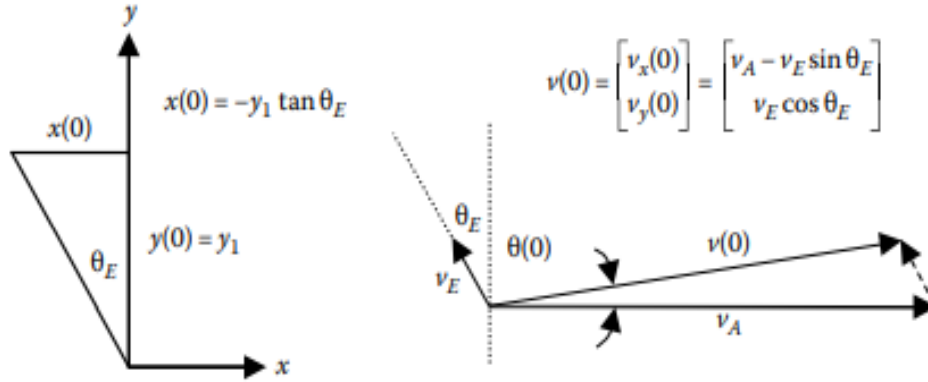


FIGURA 6 Stati iniziali $v(0)$, $\theta(0)$, $x(0)$ e $y(0)$ all'istante di eiezione ($t=0$ s)

Gli stati iniziali $v(0)$, $\theta(0)$, $x(0)$ e $y(0)$ sono calcolati con l'aiuto di Figura 6:

$$v(0) = [v_x^2(0) + v_y^2(0)]^{1/2}$$

$$\Rightarrow v(0) = [(v_A - v_E \times \sin \theta_E)^2 + (v_E \times \cos \theta_E)^2]^{1/2} \quad (2.8)$$

$$\theta(0) = \tan^{-1} \left[\frac{v_y(0)}{v_x(0)} \right]$$

$$\Rightarrow \theta(0) = \tan^{-1} \left(\frac{v_E \times \cos \theta_E}{v_A - v_E \times \sin \theta_E} \right) \quad (2.9)$$

$$x(0) = -y_1 \times \tan \theta_E \quad (2.10)$$

$$y(0) = y_1 \quad (2.11)$$

L'ultima grandezza rimasta da definire è la forza di resistenza aerodinamica F_D , pari a:

$$F_D = \frac{1}{2} \times C_D \times \rho \times A \times V^2$$

dove

- C_D è il coefficiente di resistenza aerodinamica
- ρ è la densità dell'aria
- A è l'area della superficie formata da pilota e seggiolino normale al vettore velocità

Arrivati a questo punto, la prima fase del progetto, consistente nel derivare il modello matematico del sistema, può quindi considerarsi conclusa, e possiamo avviarcì alla fase successiva, ovvero l'implementazione di tale modello in ambiente MATLAB.

3 Implementazione del modello in MATLAB[®]

Per prima cosa, definiamo i valori numerici dei parametri di base del sistema in esame (l'aeromobile preso in considerazione per questo studio simulativo è il Panavia PA-200 Tornado):

- v_A è la velocità di volo (definita dall'utente in m/s);
- h è la quota alla quale avviene l'eiezione (definita dall'utente in m);
- $\theta_E = 15^\circ$ è l'angolo di eiezione misurato rispetto all'asse y del velivolo;
- $v_E = 40 \text{ km/h}$ è la velocità di eiezione;
- $m_s = 50 \text{ kg}$ è la massa del seggiolino eiettabile, che sommata alla massa m_p del pilota (definita dall'utente in kg) fornisce una massa complessiva pari a m ;
- $A = 1 \text{ m}^2$ è l'area della superficie formata da pilota e seggiolino normale al vettore velocità;
- $C_D = 1$ è il coefficiente di resistenza aerodinamica;
- $y_1 = 1 \text{ m}$ è l'altezza alla quale pilota e seggiolino sono espulsi dal velivolo;
- $x_c = 12 \text{ m}$ è la distanza tra la cabina di pilotaggio e il piano di coda;
- $y_c = 3,5 \text{ m}$ è l'altezza dell'impennaggio verticale di coda (deriva e timone);
- $\Delta t = 2 \text{ s}$ è la durata della simulazione.

In Figura 7 sono riportate le variabili appena definite che avremo a disposizione nel workspace del nostro file MATLAB. Nel caso in cui si voglia modificare il valore di alcuni parametri, relativi ad esempio alle specifiche dell'aeromobile o alle condizioni di volo, sarà sufficiente andare ad agire in questa finestra di MATLAB, scrivendo le apposite istruzioni di assegnazione.

```

%% Assegnazione parametri sistema
clear all
clc

prompt1 = 'Inserire il valore della velocità di volo in km/h :  ';
vA = input(prompt1); % Velocità aereo [km/h]
prompt2 = 'Inserire il valore della quota di volo in m :  ';
h = input(prompt2); % Quota di eiezione [m]
prompt3 = 'Inserire il valore della massa del pilota in kg :  ';
mp = input(prompt3); % Massa pilota [kg]

g = 9.81; % Accelerazione di gravità [m/s^2]
vE = 40; % Velocità di eiezione [km/h]
thetaE = 15; % Angolo di eiezione rispetto all'asse y dell'aereo [°]
ms = 50; % Massa sedile eiettabile [kg]
m = ms + mp; % Massa pilota+sedile [kg]
CD = 1; % Coefficiente di resistenza aerodinamica pilota+seggiolino
A = 1; % Area superficie pilota+sedile normale al vettore velocità [m^2]
y1 = 1; % Altezza cabina di pilotaggio [m]
l = 16.70; % Lunghezza aereo [m]
xc = 12; % Distanza cabina-impennaggio verticale di coda [m]
yc = 3.5; % Altezza impennaggio verticale di coda [m]
t0 = 0; tf = 2; % Inizio-Fine simulazione [s]

```

FIGURA 7 Parametri di sistema definiti nel file MATLAB

Per quanto riguarda il valore della densità dell'aria ρ , essendo essa legata alla quota, sarà sufficiente definire quest'ultima e si ricaverà il corrispondente valore di densità. Nel programma sviluppato è stata inserita, infatti, una raccolta dei valori della densità dell'aria in accordo con il modello ISA (International Standard Atmosphere) per quote da 0 a 15000 m (quota di tangenza del Panavia Tornado), suddivisi in intervalli di 500 m. In questo modo, una volta immesso il valore di h , ci verrà restituito, mediante un'operazione di interpolazione visibile in Figura 8, il valore di densità che meglio approssima quello corrispondente alla quota assegnata.

```

%% Calcolo della densità dell'aria in funzione della quota

% Valori densità aria per quote z=0:500:15000 m
rho=[1.225 1.168 1.112 1.058 1.007 0.957 0.909 0.863 0.819 0.777 0.736 0.697 0.659 0.623 0.589 0.556 0.525 0.494 0.466 0.438 0.412 0.387 0.363 0.335 0.31 0.287 0.265 0.245 0.226 0.209 0.193]; %[kg/m^3]
H=0:500:15000;
hq=0:1:15000;
rhoq=interp1(H,rho,hq);
h=round(h);
for i=1:length(hq)
    if h == hq(i)
        rho=rhoq(i);
        break;
    end
end

```

FIGURA 8 Calcolo della densità dell'aria ρ

Gli ultimi valori rimasti da definire sono quelli relativi alle variabili di stato del sistema al momento dell'eiezione (Figura 9).

```
%% Variabili di stato all'istante di eiezione (t=0 s)

vx0 = vA-vE*sin(thetaE);    % [m/s]
vy0 = vE*cos(thetaE);       % [m/s]
v0 = sqrt(vx0^2+vy0^2);     % [m/s]
if vA>vE*sin(thetaE)
    theta0 = atan((vE*cos(thetaE))/(vA-vE*sin(thetaE)));    % [rad]
else
    theta0=thetaE;
end
x0 = -y1*tan(thetaE);        % [m]
y0 = y1;                     % [m]
```

FIGURA 9 Condizioni iniziali del processo di eiezione

Arrivati a questo punto, il programma sviluppato ha a disposizione tutti gli elementi necessari per poter integrare le espressioni delle derivate prime delle variabili di stato, nell'intervallo di tempo Δt considerato per la simulazione. Questa operazione, mostrata in Figura 10, fornisce il valore istantaneo di ciascuna variabile, consentendo in tal modo di esaminare e visualizzare come varia il sistema a partire dall'istante in cui pilota e seggiolino si separano dall'aereo.

```
%% Integrazione delle derivate delle variabili di stato

syms t u
f = @(t,u) [-(0.5*CD*rho*A*(u(1))^2)/m-g*sin(u(2)) ; (-g*cos(u(2)))/u(1) ; u(1)*cos(u(2))-vA ; u(1)*sin(u(2))];
tspan=linspace(t0,tf,1000);
[t,u] = ode45(f,tspan,[v0,theta0,x0,y0]);
v=u(:,1);    % [m/s]
theta=u(:,2); % [rad]
x=u(:,3);    % [m]
y=u(:,4);    % [m]
FD = 0.5*CD*rho*A*(v).^2;
vdot = -FD./m-g*sin(theta);    % [m/s^2]
thetadot = (-g*cos(theta))./v; % [rad/s]
xdot = v.*cos(theta)-vA;       % [m/s]
ydot = v.*sin(theta);          % [m/s]
thetadeg = (u(:,2)*180)/pi;    % [°]
```

FIGURA 10 Calcolo delle variabili di stato del sistema

Come anticipato nell'abstract, lo scopo della simulazione è quello di studiare le condizioni di volo associate ad un'eiezione sicura, ossia quando pilota e seggiolino oltrepassano l'impennaggio verticale di coda, formato da deriva e timone, mantenendo da quest'ultimo un margine di sicurezza. Tale margine dovrà essere pari o superiore ad una soglia minima che in questo studio fissiamo a 1,5 m, e sarà calcolato come differenza tra la quota raggiunta da pilota e seggiolino in prossimità della coordinata $-x_c = -12\text{ m}$, indicante la fine del velivolo, e l'altezza $y_c = 3,5\text{ m}$ dell'impennaggio verticale.

La simulazione procede nel seguente modo: l'utente immette i valori della velocità di crociera v_A e della quota di volo h dell'aeroplano al momento dell'eiezione, e il valore della massa m_p del pilota. Il programma, quindi, plotta la traiettoria seguita da pilota e seggiolino rispetto all'aereo in movimento, e gli andamenti nel tempo di y , l'altezza di pilota e seggiolino relativa al velivolo, e di θ , l'angolo di traiettoria.

Il nostro obiettivo sarà verificare di volta in volta se i risultati delle simulazioni sono coerenti o meno con le condizioni di eiezione sicura.

4 Risultati delle simulazioni

Per iniziare, andremo a variare la velocità di volo v_A e l'altitudine h , considerando la massa del pilota costante e pari a $m_p = 75 \text{ kg}$. Successivamente, considereremo la variazione di ciascuna di queste grandezze prese singolarmente e, a parità di tutte le altre condizioni, ne valuteremo l'incidenza sulla risposta del modello.

Il primo caso simulato è per $v_A = 400 \text{ km/h}$ e $h = 250 \text{ m}$.

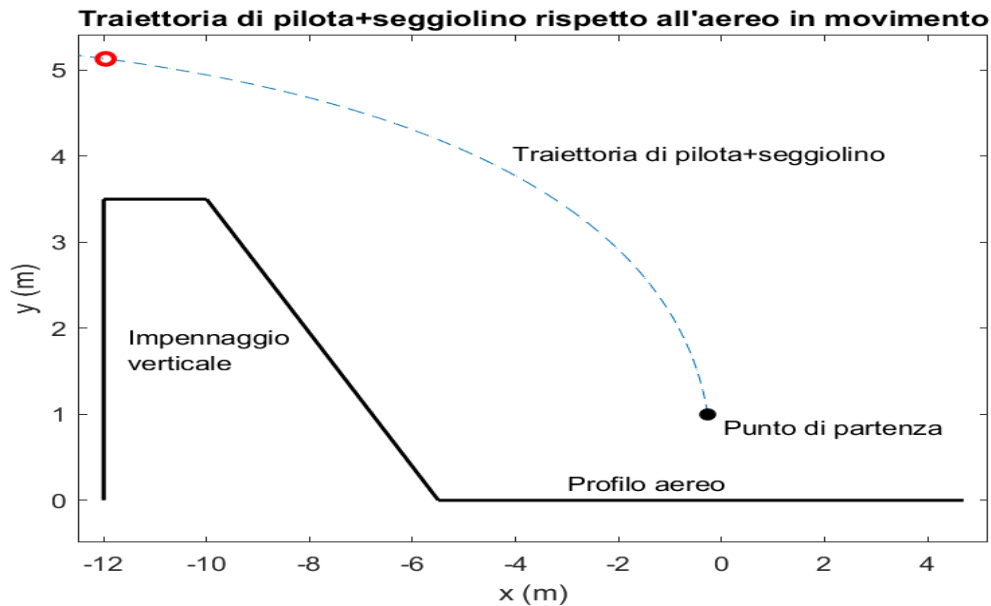


FIGURA 11 Traiettorie di pilota e seggiolino rispetto all'aereo ($v_A = 400 \text{ km/h}$ e $h = 250 \text{ m}$)

La Figura 11 illustra la separazione relativa tra l'insieme pilota più seggiolino e l'aereo nel momento in cui pilota e sedile si trovano sopra l'impennaggio verticale di coda. In questo caso, l'impennaggio è oltrepassato con un margine di $1,6 \text{ m}$, e quindi l'eiezione può dirsi sicura, coerentemente con la definizione data.

In Figura 12 abbiamo il grafico di $y(t)$, l'altezza dell'insieme pilota più seggiolino rispetto all'aereo, corrispondente alla traiettoria di eiezione sicura mostrata in Figura 8. Il grafico in basso mostra $\theta(t)$, l'angolo compreso tra il vettore velocità e la direzione orizzontale.

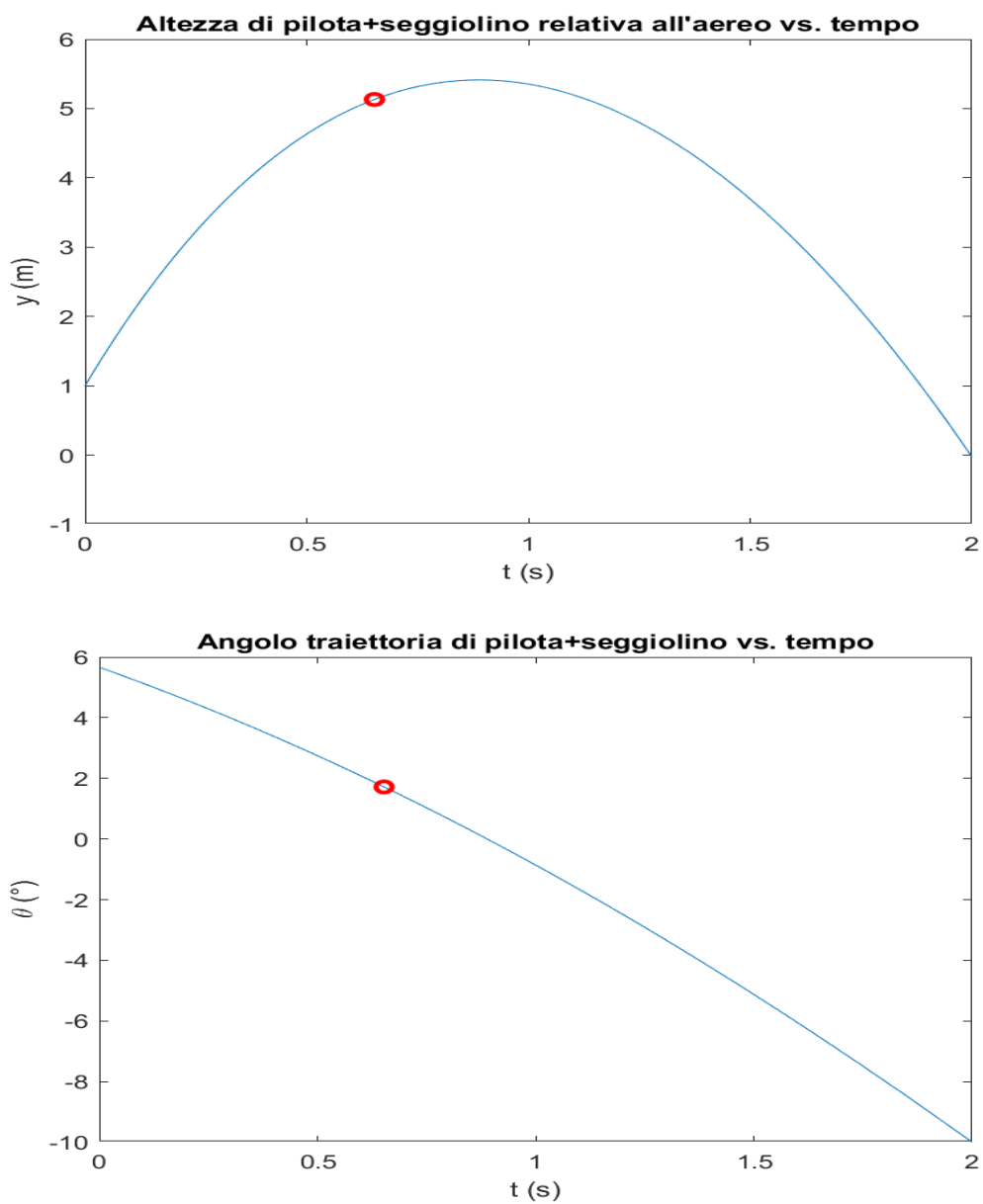


FIGURA 12 Altezza di pilota e seggiolino rispetto all'aereo e angolo di traiettoria dopo l'eiezione

Un incremento della velocità di volo v_A a 900 km/h e della quota h a 10000 m comporta una diminuzione della distanza verticale di pilota e seggiolino rispetto al piano di coda dell'aereo (Figura 13). In questo caso, il margine di separazione si riduce a circa $1,1 \text{ m}$, al di sotto della soglia di sicurezza di $1,5 \text{ m}$, e di conseguenza l'eiezione non può più dirsi sicura.

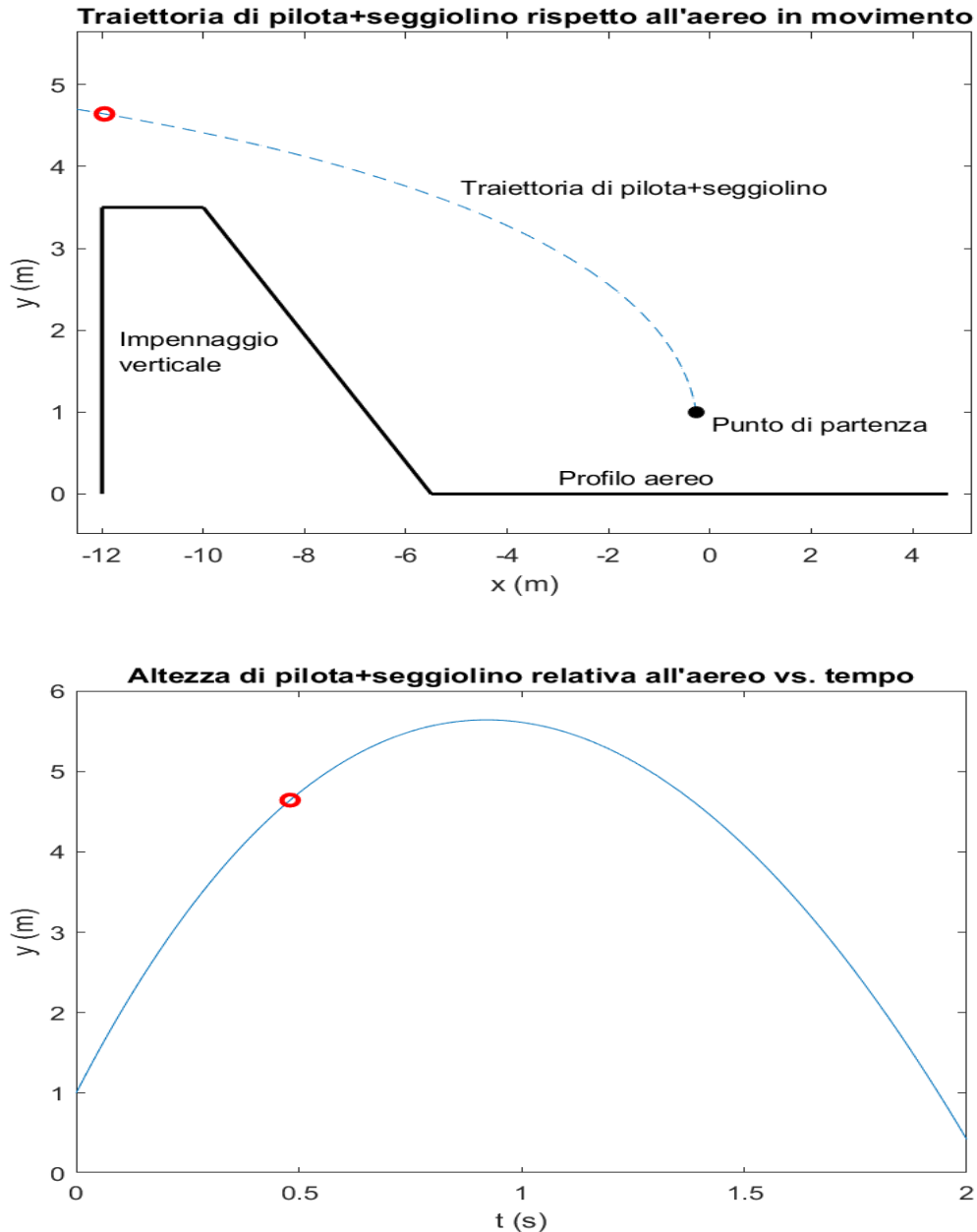


FIGURA 13 Traiettoria e altezza di pilota e seggiolino rispetto all'aereo ($v_A = 900 \text{ km/h}$ e $h = 10000 \text{ m}$)

Come ultimo caso, simuliamo l'eiezione del pilota per $v_A = 2200 \text{ km/h}$, velocità massima raggiungibile dal Panavia Tornado, e $h = 15000 \text{ m}$, quota di tangenza del velivolo. I risultati della simulazione, visibili nei grafici di Figura 14, evidenziano l'impossibilità di eiettarsi in sicurezza, in quanto un eventuale abbandono del velivolo, nelle condizioni di volo assegnate, comporterebbe un impatto del pilota con la deriva dell'aereo.

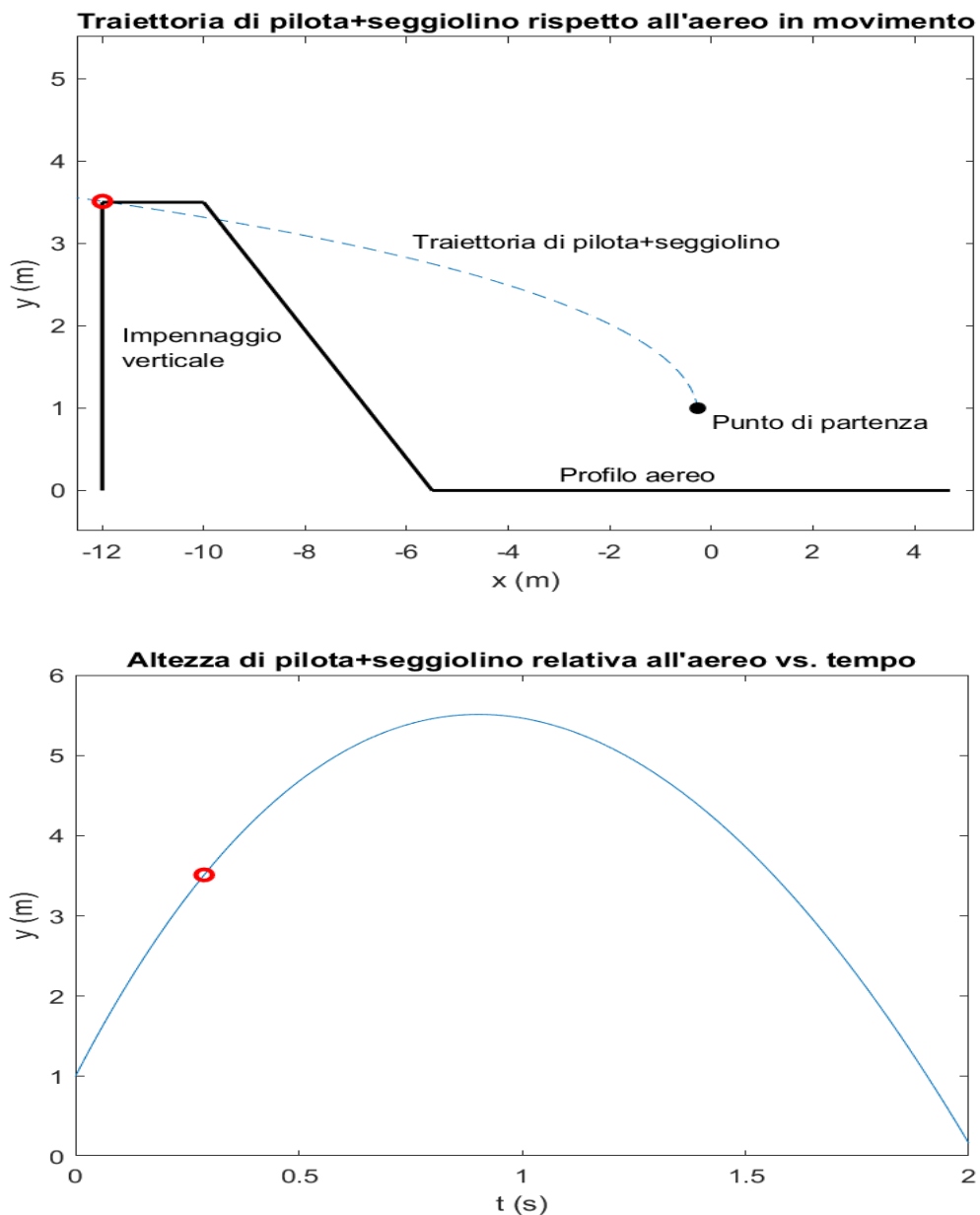


FIGURA 14 Traiettoria e altezza di pilota e seggiolino rispetto all'aereo ($v_A = 2200 \text{ km/h}$ e $h = 15000 \text{ m}$)

4.1 Confronto delle prestazioni del sistema di eiezione

Possiamo, a questo punto, andare a valutare singolarmente l'incidenza di ciascuno dei parametri modificabili dall'utente sul processo di eiezione simulato, vale a dire quota di volo h , velocità di volo v_A , e massa m_p del pilota.

Inizialmente, analizzeremo il comportamento del nostro modello al variare di quota e velocità di volo, cercando di determinare una regione di valori associabile ad un'eiezione sicura, in cui cioè il sistema di eiezione garantisce un'espulsione del pilota in condizioni di sicurezza. Ribadiamo che tali condizioni sono garantite quando pilota e seggiolino, in corrispondenza del piano di coda e in particolare della coordinata $-x_c$, hanno un margine di separazione dall'impennaggio verticale di almeno $1,5\text{ m}$, calcolato come differenza tra la quota raggiunta da pilota e seggiolino e l'altezza y_1 dell'impennaggio verticale. Successivamente, valuteremo in che misura la variazione della massa del pilota influisce sulla traiettoria.

4.1.1 Influenza della quota e della velocità di volo

Partendo da $h = 0\text{ m}$, andiamo ad aumentare di 1500 m ad ogni simulazione il valore della quota, fino a un massimo di 15000 m , e per ogni altitudine andiamo a ricercare i limiti inferiore e superiore di velocità dell'aeromobile entro i quali risulta possibile far eiettare il pilota in sicurezza.

Dai risultati delle simulazioni, riassunti nel grafico di Figura 15, emerge che, ad una data quota h , pilota e seggiolino sono in grado di superare l'impennaggio verticale di coda in sicurezza, a condizione che la velocità dell'aeromobile v_A rientri in un intervallo definito di valori.

In particolare, a basse velocità di crociera, la velocità di eiezione v_E risulta insufficiente per spingere il pilota e il sedile in sicurezza al di sopra del timone di coda. Analogamente, a velocità di crociera particolarmente sostenute, la resistenza aerodinamica e la velocità dell'aereo risultano così elevate da non garantire un sufficiente margine di sicurezza, con la possibilità che si verifichi addirittura una collisione con il piano di coda.

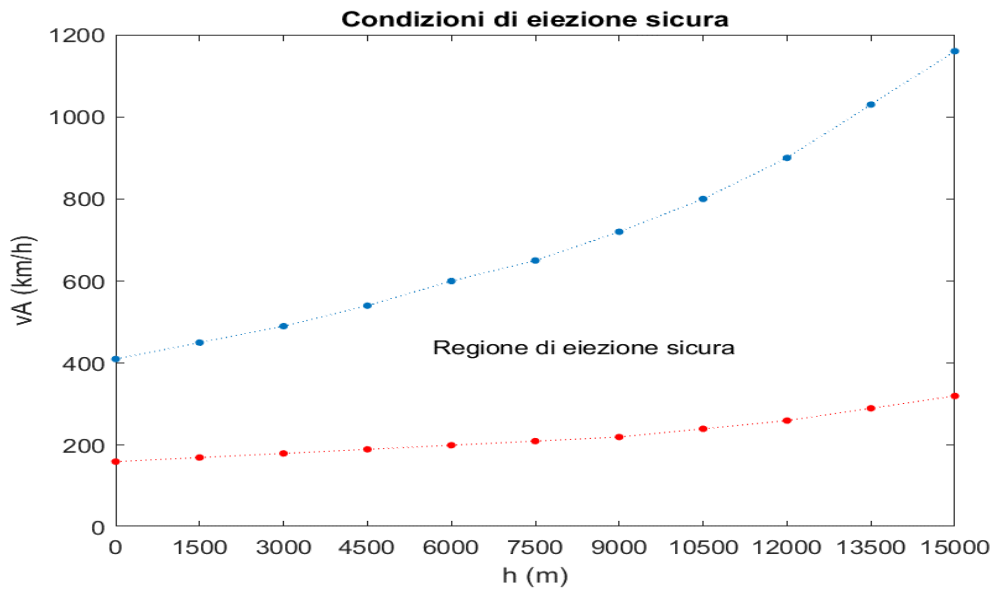


FIGURA 15 Velocità limite inferiore e superiore dell'aeromobile al variare dell'altitudine per un'eiezione sicura

Volendo effettuare un'analisi più approfondita della variazione del margine con cui pilota e seggiolino oltrepassano l'impennaggio di coda, possiamo ricondurci alle condizioni del primo caso simulato ($v_A = 400 \text{ km/h}$ e $h = 250 \text{ m}$) e, variando prima la quota e successivamente la velocità di volo, mantenendo costanti gli altri parametri, otteniamo gli andamenti mostrati rispettivamente in Figura 16 e Figura 17:

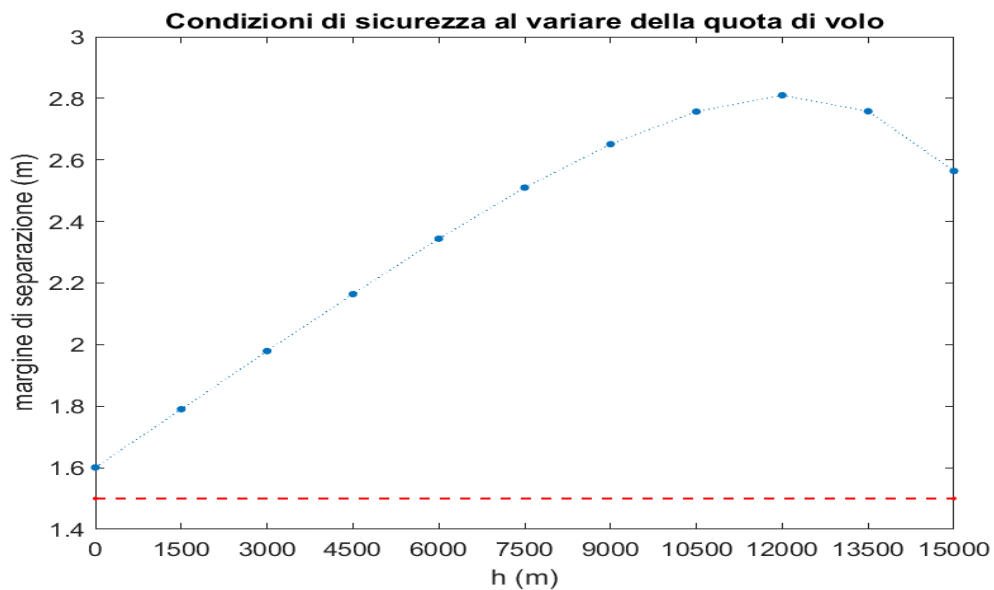


FIGURA 16 Andamento del margine di sicurezza al variare della quota ($v_A = 400 \text{ km/h}$)

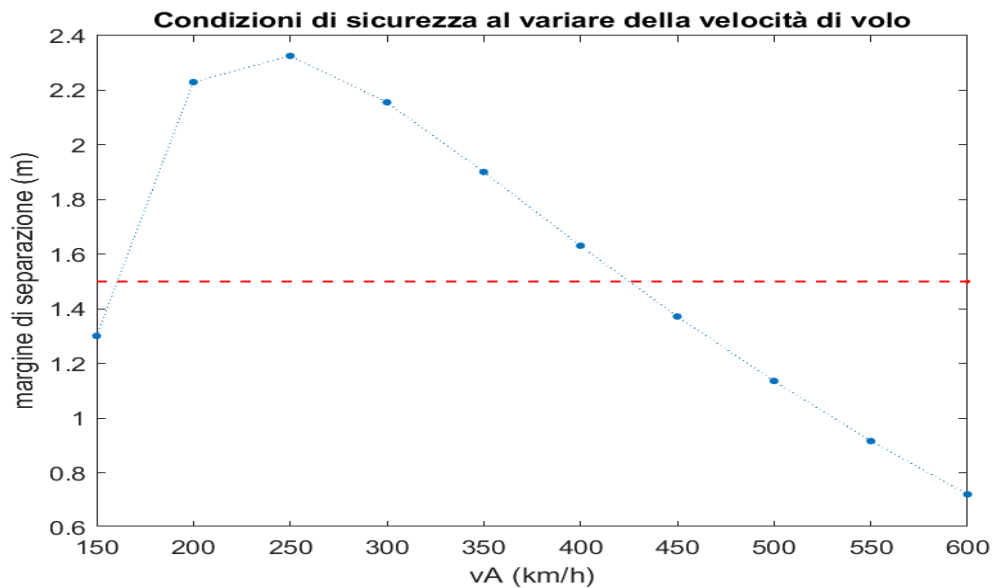


FIGURA 17 Andamento del margine di sicurezza al variare della velocità di volo ($h = 250 \text{ m}$)

Nel caso di velocità di volo costante, si osserva un incremento del margine di sicurezza all'aumentare della quota, dovuto alla progressiva rarefazione dell'aria, ovvero alla diminuzione della densità, che comporta una riduzione dell'intensità della forza di resistenza aerodinamica che investe pilota e seggiolino in seguito all'espulsione dall'abitacolo. A partire dai 12000 m , tuttavia, si manifesta un'inversione di tendenza e il margine inizia a ridursi in quanto, come mostrato in Figura 15, ad un incremento di altitudine è associato un aumento del limite inferiore di velocità (velocità minima dell'aeromobile per un'eiezione sicura). Si arriverà quindi ad una quota in cui la velocità assunta di 400 km/h non risulterà più sufficiente per garantire il margine di sicurezza di 1,5 m .

Anche nel caso di quota di volo costante pari a 250 m , si riscontra che velocità di crociera particolarmente lente, così come velocità molto sostenute, fuoriescono dall'intervallo di valori corrispondenti alla regione di eiezione sicura per l'altitudine presa in considerazione, e di conseguenza in tali condizioni il sistema di eiezione non è più in grado di garantire un'espulsione sicura del pilota.

4.1.2 Influenza della massa del pilota

L'ultima analisi da condurre è quella riguardante la massa del pilota e in che modo la sua variazione influenza la sicurezza del processo di eiezione. Riferendoci ad un intervallo di peso pari a 50-100 kg, e simulando la traiettoria seguita da pilota e seggiolino nelle condizioni di volo assunte inizialmente ($v_A = 400 \text{ km/h}$ e $h = 250 \text{ m}$), si ottiene il seguente andamento del margine di sicurezza (Figura 18):

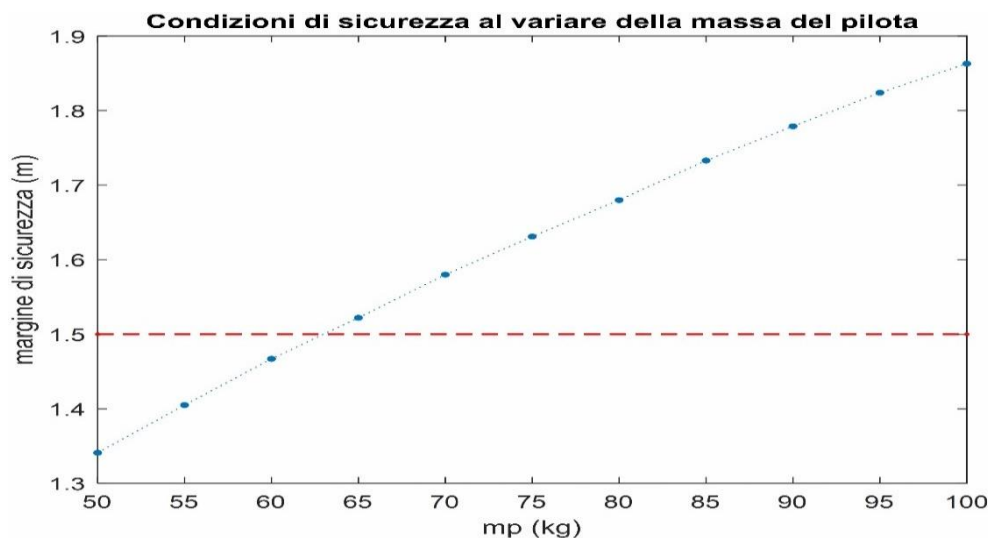


FIGURA 18 Andamento del margine di sicurezza al variare della massa m_p del pilota

Il grafico evidenzia una crescita del margine all'aumentare della massa del pilota, e il motivo è riconducibile alla fisica del problema. In seguito all'attivazione del sistema di eiezione, infatti, il pilota è catapultato con il seggiolino fuori dall'abitacolo, e da questo momento in poi è soggetto ad una decelerazione che varia in funzione della forza di resistenza aerodinamica, il cui contributo decresce, in modulo, all'aumentare della massa complessiva di pilota e sedile. In altre parole, all'aumentare del peso, l'insieme pilota più seggiolino risente meno della forza aerodinamica, e può quindi oltrepassare l'impennaggio verticale di coda con un margine più ampio. Questo discorso viene meno per masse molto elevate (dell'ordine di tonnellate), non riportate in quanto incompatibili con il peso di un normale essere umano.

Viceversa, al calare della massa, il margine va restringendosi fino al di sotto della soglia di sicurezza, il che impone la necessità di implementare il sistema di espulsione in esame, ad esempio incrementando la velocità di eiezione (a seconda del tipo di cartuccia esplosiva adottata).

Conclusioni

Questo elaborato ha avuto come scopo l'analisi di uno dei problemi fondamentali dell'aviazione e dell'aeronautica militare, ovvero l'evacuazione dell'equipaggio. I sedili eiettabili garantiscono la separazione sicura da un aereo in condizioni specifiche, che concernono l'altitudine e la velocità di volo, ma anche la rotazione del sedile, i G di accelerazione, l'angolo di espulsione e numerosi altri parametri. Il soddisfacimento di tali condizioni rappresenta la linea di confine tra il successo e il fallimento di un'espulsione.

Il problema dello studio della dinamica di eiezione è stato approssiato realizzandone una modellizzazione e simulazione in ambiente MATLAB. Tale implementazione ha avuto lo scopo di individuare la combinazione dei parametri, inerenti condizioni di volo e peso del pilota, che assicurassero il raggiungimento delle condizioni di sicurezza richieste per l'espulsione dal velivolo. Dall'osservazione dei risultati ottenuti e dalle conseguenti considerazioni, l'obiettivo prefissato è stato raggiunto dal codice di calcolo sviluppato.

Nonostante il comportamento dei moderni seggiolini eiettabili, dotati di ugelli di spinta e altri meccanismi per correggere la traiettoria, non possa essere valutato usando il modello sviluppato, questo può essere ugualmente considerato come un punto di partenza per ulteriori approfondimenti sulla dinamica di eiezione, mediante l'apporto di miglioramenti sia a livello di struttura dei codici numerici, che al modello adottato per lo studio del problema. Ad esempio, si potrebbero introdurre dati riguardanti l'assetto dell'aereo al momento dell'espulsione, in modo da simulare il processo di eiezione in diverse condizioni di volo, come in caso di avvitamento dell'aeroplano. Questo permetterebbe di ottenere maggiori informazioni sull'affidabilità e l'efficienza delle prestazioni del sistema di eiezione.

In conclusione, il seggiolino eiettabile rappresenta, ad oggi, un capolavoro aeronautico in termini di prestazioni e tecnologia. Dall'avvento dei primi modelli, il sedile eiettabile si è evoluto in un complesso sistema operativo, il cui continuo perfezionamento ha enormemente aumentato le probabilità di sopravvivenza ed esteso i limiti operativi del meccanismo. Nonostante i traguardi raggiunti, la ricerca comunque continua, guardando avanti verso futuri aerei capaci di prestazioni elevatissime, ed a nuove frontiere e nuovi problemi, associati a velocità ed altitudini alle quali non ci si era mai spinti.

Appendice con codice MATLAB®

```
%% Caso di studio: eiezione pilota

%% Assegnazione parametri sistema
clear all
clc

prompt1 = 'Inserire il valore della velocità di volo in km/h : ';
vA = input(prompt1); % Velocità aereo [km/h]
prompt2 = 'Inserire il valore della quota di volo in m : ';
h = input(prompt2); % Quota di eiezione [m]
prompt3 = 'Inserire il valore della massa del pilota in kg : ';
mp = input(prompt3); % Massa pilota [kg]

g = 9.81; % Accelerazione di gravità [m/s^2]
vE = 40; % Velocità di eiezione [km/h]
thetaE = 15; % Angolo di eiezione rispetto all'asse y dell'aereo [°]
ms = 50; % Massa sedile eiettabile [kg]
m = ms + mp; % Massa pilota+sedile [kg]
CD = 1; % Coefficiente di resistenza aerodinamica pilota+seggiolino
A = 1; % Area superficie pilota+sedile normale al vettore velocità [m^2]
yl = 1; % Altezza cabina di pilotaggio [m]
l = 16.70; % Lunghezza aereo [m]
xc = 12; % Distanza cabina-impennaggio verticale di coda [m]
yc = 3.5; % Altezza impennaggio verticale di coda [m]
t0 = 0; tf = 2; % Inizio-Fine simulazione [s]

%% Calcolo della densità dell'aria in funzione della quota

% Valori densità aria per quote z=0:500:15000 m
rho=[1.225 1.168 1.112 1.058 1.007 0.957 0.909 0.863 0.819 0.777 0.736 0.697 0.659 0.623 0.589 0.556 0.525 0.494 0.466 0.438 0.412 0.387 0.363 0.335 0.31 0.287 0.265 0.245 0.226 0.209 0.193]; % [kg/m^3]
H=0:500:15000;
hq=0:1:15000;
rhoq=interp1(H,rho,hq);
h=round(h);
for i=1:length(hq)
    if h == hq(i)
        rho=rhoq(i);
        break;
    end
end

%% Forza di resistenza aerodinamica

syms v
FD = 0.5*CD*rho*A*v^2; % [N]

%% Conversioni unità di misura

thetaE = (thetaE*pi)/180; % [rad]
vA = vA/3.6; % [m/s]
vE = vE/3.6; % [m/s]
```



```

%% Variabili di stato all'istante di eiezione (t=0 s)

vx0 = vA-vE*sin(thetaE);    % [m/s]
vy0 = vE*cos(thetaE);       % [m/s]
v0 = sqrt(vx0^2+vy0^2);     % [m/s]
if vA>vE*sin(thetaE)
    theta0 = atan((vE*cos(thetaE))/(vA-vE*sin(thetaE)));    % [rad]
else
    theta0=thetaE;
end
x0 = -y1*tan(thetaE);        % [m]
y0 = y1;                     % [m]

%% Integrazione delle derivate delle variabili di stato

syms t u
f = @(t,u) [-(0.5*CD*rho*A*(u(1))^2)/m-g*sin(u(2)) ; (-g*cos(u(2)))/u(1) ; u(1)*cos(u(2))-vA ; u(1)*sin(u(2))];
tspan=linspace(t0,tf,1000);
[t,u] = ode45(f,tspan,[v0,theta0,x0,y0]);
v=u(:,1);                    % [m/s]
theta=u(:,2);                % [rad]
x=u(:,3);                    % [m]
y=u(:,4);                    % [m]
FD = 0.5*CD*rho*A*(v).^2;
vdot = -FD./m-g*sin(theta);  % [m/s^2]
thetadot = (-g*cos(theta))./v; % [rad/s]
xdot = v.*cos(theta)-vA;     % [m/s]
ydot = v.*sin(theta);        % [m/s]
thetadeg = (u(:,2)*180)/pi;  % [°]

%% Calcolo margine di sicurezza

lc = 6.5; % "Base maggiore" dell'impennaggio verticale di coda [m]
a = 2;    % "Base minore" dell'impennaggio verticale di coda [m]
ms=1.5; % margine minimo di sicurezza [m]
syms d tf xf yf thetaf
safe=0;
failure=0;
for j=1:length(t)
    if x(j)<-xc
        d=y(j-1)-yc;
        tf=t(j-1);
        xf=x(j-1);
        yf=y(j-1);
        thetaf=thetadeg(j-1);
        break;
    end
    if x(j)>-xc && x(j)<-xc+a
        if y(j-1)<=yc
            failure=failure+1;
        end
    end
end

```

```

end
if x(length(t))>-xc && x(length(t))<x0
    if y(length(t))<=yc
        failure=failure+1;
        d=y(length(t))-yc;
        tf=t(length(t));
        xf=x(length(t));
        yf=y(length(t));
        thetaf=thetadeg(length(t));
        break;
    else
        d=y(length(t))-yc;
        tf=t(length(t));
        xf=x(length(t));
        yf=y(length(t));
        thetaf=thetadeg(length(t));
        break;
    end
end
if x(length(t))>l-xc
    safe=safe+1;
    d=y(length(t))-yc;
    tf=t(length(t));
    xf=x(length(t));
    yf=y(length(t));
    thetaf=thetadeg(length(t));
    break;
end
end

%% Plottaggio

lc = 6.5; % "Base maggiore" dell'impennaggio verticale di coda [m]
a = 2; % "Base minore" dell'impennaggio verticale di coda [m]

figure(1);
plot(x,y,'k--');
hold on;
plot(x(1),y(1),'k*', 'LineWidth',2);
text(x(1)+0.2,y(1), 'Punto di partenza');
text(x(100),y(100), 'Traiettoria di pilota+seggiolino');
hold on;
plot([-xc -xc],[0 yc], 'k', 'LineWidth',1.5);
hold on;
plot([-xc -xc+a],[yc yc], 'k', 'LineWidth',1.5);
hold on;
plot([-xc+lc -xc+a],[0 yc], 'k', 'LineWidth',1.5);
text(-xc+0.2,yc/2, 'Impennaggio verticale');
hold on;
plot([l-xc -xc+lc],[0 0], 'k', 'LineWidth',1.5);
text(-3,0.2, 'Profilo aereo');
hold on;
plot(xf,yf,'ko', 'LineWidth',2);

```

```

hold off;
xlabel('x (m)');
ylabel('y (m)');
axis([-xc-0.5 1-xc+0.5 0-0.5 inf]);
title('Traiettorie di pilota+seggolino rispetto all aereo in movimento');

figure(2);
plot(t,y,'k');
hold on;
plot(tf,yf,'ko','LineWidth',2);
hold off;
xlabel('t (s)');
ylabel('y (m)');
title('Altezza di pilota+seggolino relativa all aereo vs. tempo');

figure(3);
plot(t,thetadeg,'k');
hold on;
plot(tf,thetaf,'ko','LineWidth',2);
hold off;
xlabel('t (s)');
ylabel('\theta (°)');
title('Angolo traiettoria di pilota+seggolino vs. tempo');

%% Display

disp(' ')
disp(['Velocità aereo : ', 'vA = ', num2str(vA*3.6), ' km/h = ', num2str(vA), ' m/s'])
disp(['Quota di volo : ', 'h = ', num2str(h/1e3), ' km = ', num2str(h), ' m'])
disp(['Massa del pilota : ', 'mp = ', num2str(mp), ' kg'])
disp(' ')

TF=isnumeric(d);
if safe>0
    disp('EIEZIONE RIUSCITA')
    disp(' ')
else
    if failure>0
        disp('EIEZIONE FALLITA')
        if TF==1
            disp(['margine = ', num2str(d), ' m'])
            disp('Il pilota non oltrepassa l impennaggio verticale di coda')
            disp(' ')
        end
    else
        disp('Il pilota oltrepassa l impennaggio verticale di coda')
        disp(['margine = ', num2str(d), ' m'])
        if d>ms
            disp('EIEZIONE SICURA')
            disp(' ')
        else
            disp('EIEZIONE NON SICURA')
            disp(' ')
        end
    end
end
end

```

Bibliografia

- [1] Harold Klee, Randal Allen. *Simulation of dynamic systems with MATLAB[®] and Simulink, second edition*. CRC Press, Taylor & Francis Group.
- [2] Sebastian Głowiński, Tomasz Krzyżyński. *On Modeling of Ejection Process in a Training Combat Aircraft*. Archives of Transport, Volume 23, Issue 3, pp.291-302, 2011.