

Prova finale di algoritmi e strutture dati 2024-2025

Movhex è una compagnia di autotrasporti che dispone di una flotta di veicoli dispersi su un'ampia area geografica. Al fine di minimizzare i costi, **Movhex** ti ha commissionato l'implementazione di un programma che aiuti nel calcolo delle rotte ottimali per i suoi mezzi.

Il programma da realizzare modella la superficie del pianeta con una **mappa** formata da piastrelle esagonali di uguali dimensioni. La **mappa** è piastrellata in modo *rettangolare*, e quindi composta da un numero fissato di righe e colonne, specificate all'inizio dell'esecuzione del programma.

Ogni **piastrella** esagonale della mappa è connessa a esattamente sei altre piastrelle, fatte salvo quelle che costituiscono i bordi della mappa. Figura 1 riporta una mappa d'esempio con 4 righe e 5 colonne. Ogni **esagono** è identificato univocamente dai suoi indici di colonna e riga, in quest'ordine. Gli indici di riga e colonna iniziano da zero e numerano gli **esagoni** da sinistra verso destra, dal basso verso l'alto. L'**esagono** (0, 1) è collocato sul lato in alto a destra dell'esagono (0, 0), come mostrato in Figura 1.

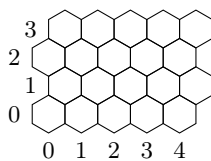


Figura 1: Una mappa con 4 righe e 5 colonne

Gli autoveicoli percorrono rotte spostandosi da un esagono a un altro ad esso **collegato**. Ogni esagono è collegato a tutti quelli ad esso adiacenti sulla mappa. Durante l'esecuzione, gli **esagoni** possono ottenere o perdere collegamenti tramite apertura e chiusura di **rotte aeree**. Una rotta aerea è identificata univocamente dalla coppia ordinata dei due esagoni che essa collega monodirezionalmente, rendendoli adiacenti tra loro, inoltre ogni rotta aerea è dotata di un **costo** di attraversata. Da ogni esagono partono al più 5 **rotte aeree**.

Ad ogni esagono è associato un numero naturale: se positivo, rappresenta la **costo** di uscita via terra dall'esagono. Il valore 0 (zero) indica che l'esagono non può essere abbandonato (ma può essere visitato). Altrimenti, il costo minimo è 1, e il massimo è 100. Spostarsi da un esagono ad un altro ad esso collegato ha un costo pari al numero associato all'esagono di partenza. Il **costo** di uscita via terra dagli esagoni e il **costo** di attraversata delle **rotte aeree** può variare durante l'esecuzione del programma.

Il programma da realizzare riceve una sequenza di comandi da standard input, a cui risponde stampando su standard output. Ogni risposta è terminata dal carattere di fine riga ('**\n**'). I comandi sono specificati nel seguito; le parole scritte tra parentesi angolate (**<...>**) rappresentano variabili la cui semantica è specificata nella descrizione del comando. È garantito che al programma vengano sottoposti soltanto comandi aderenti alle seguenti specifiche. Tutti i valori interi positivi o nulli sono codificabili in 32 bit.

- **init** **<n. colonne>** **<n. righe>**
Inizializza (o reinizializza se già inizializzata) la mappa di **<n. righe>** \times **<n. colonne>**. Il programma risponde con il messaggio OK. Tutti gli esagoni hanno un costo iniziale pari a 1 e non sono presenti **rotte aeree**.
- **change_cost** **<x>** **<y>** **<v>** **<raggio>**
<x> e **<y>** sono le coordinate di un esagono, **<v>** è un intero compreso tra -10 e 10 e **<raggio>** è un intero positivo. Si consideri la distanza **DISTESAGONI**((**x_a, y_a**), (**x_b, y_b**)) calcolata come il numero minimo di **esagoni** da percorrere, partendo da quello di coordinate (**x_a, y_a**), per giungere a quello di coordinate (**x_b, y_b**), includendo quello di destinazione nel conteggio e ignorando costi, intransitabilità e rotte aeree. Il comando **change_cost** modifica il costo di un qualunque esagono in posizione (**x_e, y_e**) tale per cui **DISTESAGONI**((**x_e, y_e**), (**<x>**, **<y>**)) < **<raggio>**, e di tutte le sue **rotte aeree** uscenti, secondo la seguente formula:

$$\text{costo}_{(x_e, y_e)} = \text{costo}_{(x_e, y_e)} + \left\lceil \langle v \rangle \times \max \left(0, \left(\frac{\langle \text{raggio} \rangle - \text{DISTESAGONI}(x_e, y_e, \langle x \rangle, \langle y \rangle)}{\langle \text{raggio} \rangle} \right) \right) \right\rceil$$

Il programma risponde KO se **<x>** e **<y>** non indicano un **esagono** valido, oppure se **<raggio>** = 0 altrimenti risponde OK.

- **toggle_air_route** **<x1>** **<y1>** **<x2>** **<y2>**
Aggiunge, se assente, o rimuove, se già presente, una **rotta aerea** tra due **esagoni**. Il **costo** della

nuova **connessione** è la media (approssimata per difetto) dei **costi** di *tutte* le **connessioni aeree** uscenti nell'esagono in $(\langle x1 \rangle, \langle y1 \rangle)$ precedentemente esistenti, e del suo costo di uscita. In caso la **rotta aerea** venga aggiunta, il programma risponde OK se le coordinate $(\langle x1 \rangle, \langle y1 \rangle)$ e $(\langle x2 \rangle, \langle y2 \rangle)$ si riferiscono a **esagoni** validi, ed $(\langle x1 \rangle, \langle y1 \rangle)$ non dispone già di 5 **rotte aeree** uscenti. Altrimenti risponde KO.

- **travel_cost** $\langle xp \rangle \langle yp \rangle \langle xd \rangle \langle yd \rangle$

Risponde con la più piccola somma dei **costi** delle **connessioni aeree** e/o i costi di uscita via terra degli **esagoni** da attraversare per raggiungere l'**esagono** di destinazione $(\langle xd \rangle, \langle yd \rangle)$ partendo da $(\langle xp \rangle, \langle yp \rangle)$. Il costo di uscita dell'esagono di destinazione è ignorato. Se la destinazione coincide con la partenza, il costo è zero a prescindere da ogni altro fattore. Se si attraversa una connessione aerea il costo di uscita via terra dell'esagono sorgente di quella connessione aerea è ignorato. Risponde -1 se $(\langle xp \rangle, \langle yp \rangle)$ o $(\langle xd \rangle, \langle yd \rangle)$ non sono validi, o se non sono raggiungibili tra loro.

Esempio

Di seguito un esempio che illustra il funzionamento atteso del programma.

Comando	Risposta	Commento
init 100 100	OK	Configurazione mappa
change_cost 10 20 -10 5	OK	Rende intransitabile una regione della mappa
change_cost 30 95 10 1	OK	Aumenta il costo delle connessioni in uscita di un singolo esagono (30, 95)
travel_cost 0 0 20 0	20	Somma dei costi delle connessioni tra i due esagoni
travel_cost 30 95 30 97	12	Costo di attraversare due connessioni, di cui una modificata da change_cost
travel_cost 10 20 11 20	-1	La destinazione non è raggiungibile dalla sorgente
toggle_air_route 0 0 20 0	OK	Connette due esagoni
travel_cost 0 0 20 0	1	Ora il costo tra le due caselle è 1 grazie alla nuova connessione
toggle_air_route 10 20 10 22	OK	Connette un esagono adiacente prima irraggiungibile, ma la media dei costi è 0, quindi resta intransitabile
travel_cost 10 20 10 22	-1	Sia la connessione per adiacenza sia quella addizionale sono intransitabili
toggle_air_route 0 0 20 0	OK	Sconnette i due esagoni
travel_cost 0 0 20 0	20	Rimossa la connessione addizionale, il costo torna quello delle connessioni intermedie
change_cost 200 20 -10 5	KO	Un argomento indica un esagono inesistente
toggle_air_route 200 20 -10 5	KO	Un argomento indica un esagono inesistente
travel_cost 200 20 11 20	-1	Un argomento indica un esagono inesistente

Suggerimento: gli input del programma saranno simili a quelli che si riscontrano nella realtà: raramente vengono eseguiti i comandi **change_cost** e **toggle_air_route**, mentre il comando **travel_cost** è molto utilizzato. Inoltre, la maggior parte delle sorgenti e delle destinazioni del comando **travel_cost** si concentra nelle stesse zone della mappa, mentre altre sono completamente ignorate. Questo offre opportunità di ottimizzazione.