

Compte Rendu - TP Calibrage

Luc Anchling et Timothée Teyssier

6 Octobre 2023

1 Introduction

L'objectif de ce TP était de réaliser le calibrage d'une caméra, c'est à dire d'établir le lien entre la scène filmée par cette dernière et l'image acquise. La webcam mise à disposition était la Logitech C270 (voir figure 1).



Figure 1: Webcam utilisée lors de ce TP (Logitech C270)

Dans le but de calibrer notre caméra, nous avons utilisé une mire 11×8 composée de carrés de 20mm de côté. Plusieurs prises de vue vont devoir être réalisées pour faire la correspondance entre l'espace réel trois-dimensions (3D) et les coordonnées des pixels 2D de l'image. Ceci va permettre, par l'intermédiaire de la méthode de **Tsai**, de déterminer l'intégralité des paramètres physique (à la fois intrinsèque et extrinsèque) du modèle afin de calibrer notre caméra. Toutes ces étapes seront décrites dans la suite de ce TP.

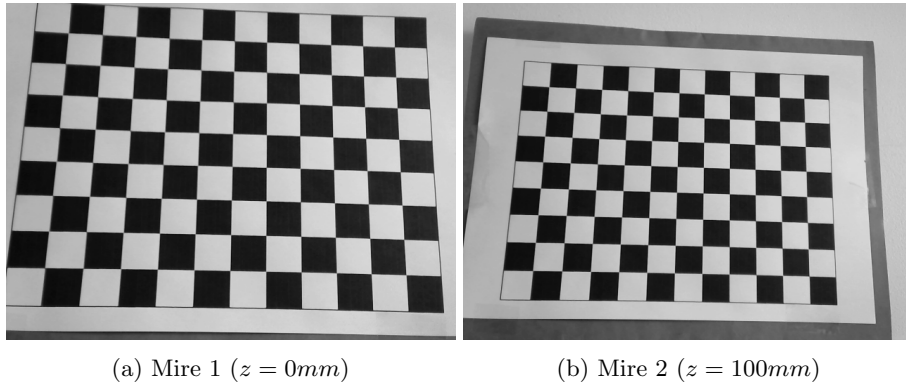


Figure 2: Différentes mires utilisées lors du calibrage de la webcam

2 Acquisition de la Mire

Dans un premier temps, il a fallu déterminer la correspondance entre les intersections des cases de la mire dans l'espace 3D avec celles des images utilisées.

On a utilisé les images de mires fournies dans le TP (voir figure 2), elles ont été acquises à 10cm l'une de l'autre (voir figure 4).

Les coordonnées 3D des points caractéristiques de la mire étant représentées par les coins des cases de l'échiquier, il a fallu déterminer les coordonnées pixels 2D de ces derniers que l'on a stocké dans la vecteur *coord_px*. Elle se réalise automatiquement par l'intermédiaire de la fonction **cv2.findChessboardCorners()**, elles sont représentées sur la figure 3.

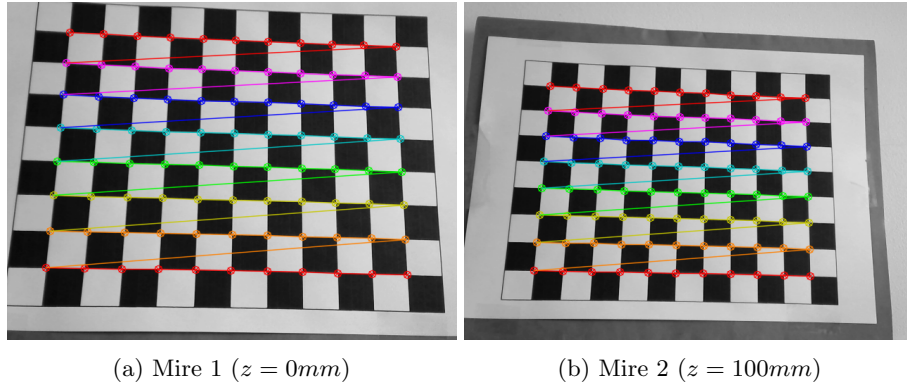


Figure 3: Détection automatique des coins de cases pour les deux mires

Pour maintenant définir les coordonnées spatiales 3D dans le vecteur *coord_mm*, il faut d'abord respecter l'ordre des coordonnées pixels de *coord_px*. Le premier coin détecté (donc première valeur dans le vecteur *coord_px*) étant celui tout en bas à droite de l'image, ce point doit aussi être le premier dans le vecteur *coord_mm*. Il faut aussi définir les repères caméra (d'origine C) et monde (d'origine O) pour pouvoir avoir la correspondance entre *coord_px* et *coord_mm* (voir figure 4).

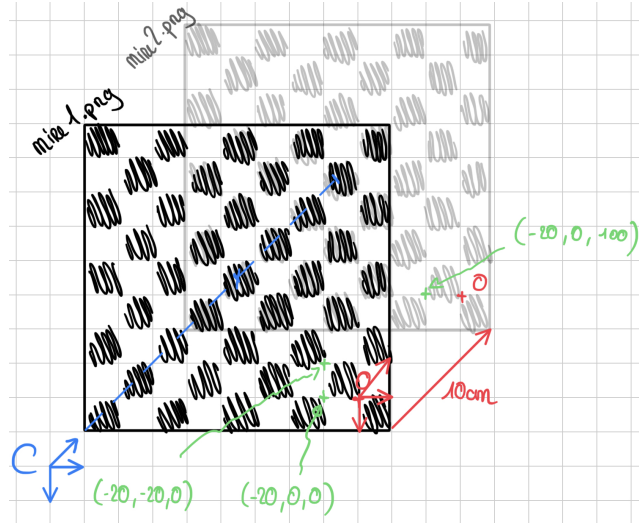


Figure 4: Description de la méthode de prise de vue des images de mires

3 Calibrage de la caméra

Pour pouvoir calibrer la caméra en utilisant la méthode de **Tsai**, plusieurs paramètres doivent être connus et sont décrits dans la suite tout comme la méthode de résolution du problème utilisée.

3.1 Méthode de Tsai

L'implémentation de la méthode de **Tsai** permet d'estimer les différents paramètres du modèle physique de manière stable. En effet, la résolution se découpe en 3 étapes distinctes faisant intervenir à la fois des systèmes linéaires (dont les solutions seront estimées) et une partie résolution analytique. Le tout pour estimer les 11 paramètres physiques : 6 extrinsèques (liés au repère caméra) & 5 intrinsèques (liés au repère image). Voir Table 1.

Extrinsèques	Intrinsèques
(o_1^c, o_2^c, o_3^c) , coordonnées de O dans \mathbf{R}_C	f , la focale
(ϕ, γ, ω) , les angles d'Euler entre \mathbf{R}_0 par rapport à $\mathbf{R}_{C'}$	(s_1, s_2) , les facteurs d'echelle
	(i_1, i_2) , coordonnées en pixels de I

Table 1: Différents paramètres physiques à estimer

Ces différents paramètres permettent d'associer à chaque coordonnées 3D une coordonnées pixel 2D sur l'image par l'intermédiaire du système matriciel suivant :

$$\begin{pmatrix} \alpha u_1 \\ \alpha u_2 \\ \alpha \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} f/s_1 & 0 & i_1 & 0 \\ 0 & f/s_2 & i_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}_{M_{int}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & o_1^c \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & o_2^c \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & o_3^c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{M_{ext}} \cdot \begin{pmatrix} x_1^c \\ x_2^c \\ x_3^c \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Avec $\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}$ la matrice de rotation associée aux 3 angles d'Euler (ϕ, γ, ω) .

3.1.1 Résolution du système linéaire : $AL = U_1$

La première étape est de déterminer le vecteur L solution du système linéaire suivant :

$$AL = U_1 \quad (2)$$

$$\text{Avec } (U_1)^t = (\tilde{u}_1^1, \tilde{u}_1^2, \dots, \tilde{u}_1^n) = (u_1^1 - i_1, u_1^2 - i_1, \dots, u_1^n - i_1)$$

$$A = \begin{pmatrix} \tilde{u}_2^1 x_1^{o^1} & \tilde{u}_2^1 x_2^{o^1} & \tilde{u}_2^1 x_3^{o^1} & \tilde{u}_2^1 & -\tilde{u}_1^1 x_1^{o^1} & -\tilde{u}_1^1 x_2^{o^1} & -\tilde{u}_1^1 x_3^{o^1} \\ \tilde{u}_2^2 x_1^{o^2} & \tilde{u}_2^2 x_2^{o^2} & \tilde{u}_2^2 x_3^{o^2} & \tilde{u}_2^2 & -\tilde{u}_1^2 x_1^{o^2} & -\tilde{u}_1^2 x_2^{o^2} & -\tilde{u}_1^2 x_3^{o^2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{u}_2^n x_1^{o^n} & \tilde{u}_2^n x_2^{o^n} & \tilde{u}_2^n x_3^{o^n} & \tilde{u}_2^n & -\tilde{u}_1^n x_1^{o^n} & -\tilde{u}_1^n x_2^{o^n} & -\tilde{u}_1^n x_3^{o^n} \end{pmatrix}$$

A et U_1 étant défini à partir de *coord_px* (pour les u^k) et de *coord_mm* (pour les x^{o^k}), on peut estimer la valeur du vecteur $L \approx A^+ U_1$ avec A^+ la *pseudo-inverse* de A .

3.1.2 Résolution analytique à partir de L

L est défini ci-dessous :

$$L^t = \left(\frac{\beta r_{11}}{o_2^c}, \frac{\beta r_{12}}{o_2^c}, \frac{\beta r_{13}}{o_2^c}, \frac{\beta o_1^c}{o_2^c}, \frac{r_{21}}{o_2^c}, \frac{r_{22}}{o_2^c}, \frac{r_{23}}{o_2^c} \right) = (l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6, l_7) \quad (3)$$

Avec (3), on peut alors déterminer la valeur des paramètres de la caméra contenu dans ce dernier.

On a donc :

$$|o_2^c| = \frac{1}{\sqrt{l_5^2 + l_6^2 + l_7^2}} \approx 59.30mm$$

$$\beta = |o_2^c| \sqrt{l_3^2 + l_2^2 + l_3^2} \approx 1.01$$

$$o_1^c = \frac{l_4 o_2^c}{\beta} \approx 98.79mm$$

$$r_{11} = l_1 \frac{o_2^c}{\beta} \approx 1.00$$

$$r_{12} = l_2 \frac{o_2^c}{\beta} \approx -1.93 - 2$$

$$r_{13} = l_3 \frac{o_2^c}{\beta} \approx -9.62e - 2$$

$$r_{21} = l_5 o_2^c \approx 3.25e - 2$$

$$r_{22} = l_6 o_2^c \approx 0.98$$

$$r_{23} = l_7 o_2^c \approx 0.19$$

Dans notre cas, $\boxed{o_2^c > 0}$ puisque l'objet (ici : la mire) se à même hauteur que la caméra, donc plus haut que l'origine de l'image d'où le signe positif.

Pour déduire les paramètres (r_{31}, r_{32}, r_{33}) , on a que

$$\begin{pmatrix} r_{31} \\ r_{32} \\ r_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} \\ r_{12} \\ r_{13} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} r_{21} \\ r_{22} \\ r_{23} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 9.09e - 2 \\ -0.19 \\ 0.98 \end{pmatrix}$$

Ainsi, on peut déterminer (ϕ, γ, ω) :

$$\phi = -\arctan\left(\frac{r_{23}}{r_{33}}\right) \approx -0.19 \text{ rad}$$

$$\gamma = -\arctan\left(\frac{r_{12}}{r_{11}}\right) \approx 1.94e - 2 \text{ rad}$$

$$\omega = \arctan\left(\frac{r_{13}}{-r_{23} \sin \phi + r_{33} \cos \phi}\right) \approx -9.64e - 2 \text{ rad}$$

3.1.3 Résolution du système linéaire $B \begin{pmatrix} o_3^c \\ f_2 \end{pmatrix} = R$

Enfin, pour déterminer les paramètres restant, on doit résoudre le système linéaire suivant :

$$B \begin{pmatrix} o_3^c \\ f_2 \end{pmatrix} = R \tag{4}$$

$$\text{Avec } B = \begin{pmatrix} \tilde{u}_2^1 & -(r_{21}x_1^{o_1^1} + r_{22}x_2^{o_1^1} + r_{23}x_3^{o_1^1} + o_2^c) \\ \tilde{u}_2^2 & -(r_{21}x_1^{o_2^2} + r_{22}x_2^{o_2^2} + r_{23}x_3^{o_2^2} + o_2^c) \\ \vdots & \vdots \\ \tilde{u}_2^n & -(r_{21}x_1^{o_n^n} + r_{22}x_2^{o_n^n} + r_{23}x_3^{o_n^n} + o_2^c) \end{pmatrix} \text{ et } R = \begin{pmatrix} -\tilde{u}_2^1(r_{31}x_1^{o_1^1} + r_{32}x_2^{o_1^1} + r_{33}x_3^{o_1^1} + o_2^c) \\ -\tilde{u}_2^2(r_{31}x_1^{o_2^2} + r_{32}x_2^{o_2^2} + r_{33}x_3^{o_2^2} + o_2^c) \\ \vdots \\ -\tilde{u}_2^n(r_{31}x_1^{o_n^n} + r_{32}x_2^{o_n^n} + r_{33}x_3^{o_n^n} + o_2^c) \end{pmatrix}$$

On peut donc estimer la valeur de $\begin{pmatrix} o_3^c \\ f_2 \end{pmatrix}$ en utilisant l'estimation de la *pseudo-*

inverse de B. On a donc $\begin{pmatrix} o_3^c \\ f_2 \end{pmatrix} \approx B^+ R \approx \begin{pmatrix} 331.60 \text{ mm} \\ 805.54 \end{pmatrix}$

Ici la valeur de $o_3^c > 0$ puisque notre objet (ici : la mire) se situe devant la caméra à environ 33cm et est donc visible.

On peut en déduire les valeurs de (s_1, s_2) puisque l'on a :

$$s_2 = \frac{f}{f_2} \approx 4.96e - 3$$

$$s_1 = \frac{s_2}{\beta} \approx 4.90e - 3$$

Or, les facteurs d'échelle permettent d'approximer la taille du capteur de notre webcam, puisque l'on connaît la taille de l'image en pixel : $(h, w) = (480, 640)$. On a donc un capteur de hauteur $2.38mm$ et de largeur $3.13mm$.

3.1.4 Analyse des résultats

En ce qui concerne l'estimation des paramètres effectuée à l'aide de la méthode de Tsai, il convient d'examiner la cohérence de certains d'entre eux. En premier lieu, les facteurs d'échelle apparaissent cohérents, car s_1 et s_2 sont approximativement égaux. Cette observation s'aligne avec l'hypothèse de parallélisme de la mire entre les deux prises de vue. De plus, les valeurs estimées respectent également l'ordre de grandeur attendu, avec une estimation de la taille du capteur autour de 2 à 3 mm, ce qui semble approprié pour notre configuration.

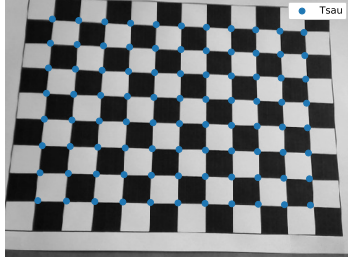
En ce qui concerne les angles d'Euler, on remarque que les trois angles sont relativement faibles, chacun étant inférieur à $0.2rad$. Cette cohérence s'explique par la disposition approximativement "en face" de la caméra par rapport aux mires, ce qui limite considérablement les rotations. Cette observation renforce la fiabilité des estimations obtenues à l'aide de la méthode de Tsai.

3.1.5 Projection des points 3D sur la mire

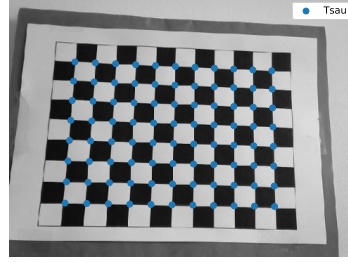
Maintenant que l'on a déterminé l'intégralité des 11 paramètres (intrinsèques et extrinsèques), on peut utiliser (1) pour déterminer $\begin{pmatrix} \alpha u_1 \\ \alpha u_2 \\ \alpha \end{pmatrix}$ projection des coordonnées objets dans l'image.

La seule étape nécessaire pour réaliser cette projection est de construire la matrice $M = M_{int} \cdot M_{ext}$ et d'utiliser cette dernière avec les coordonnées objets stockées dans *coord_mm* et de récupérer les coordonnées images (u_1, u_2) :

$$\begin{pmatrix} \alpha u_1 \\ \alpha u_2 \\ \alpha \end{pmatrix} = M \cdot \begin{pmatrix} x_1^o \\ x_2^o \\ x_3^o \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$



(a) Mire 1 ($z = 0mm$)

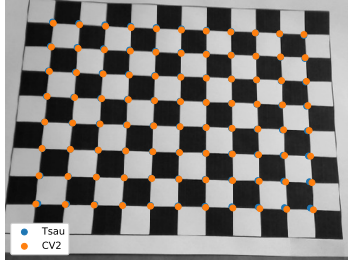


(b) Mire 2 ($z = 100mm$)

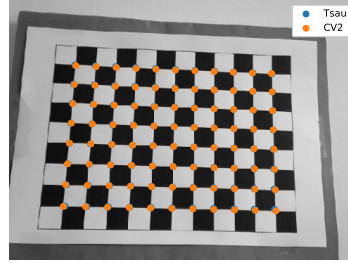
Figure 5: Résultats de la projection de la méthode de **Tsai** pour les deux mires

Nous observons sur la figure 5 que nos intersections (en bleu) sont très bien placés, nous pouvons observer un faible écart entre les véritables intersections et les points obtenus en calibrant la caméra, nous obtenons avec la méthode de Tsai une erreur relative de 0,13, ce qui est extrêmement faible et tout à fait acceptable, cette erreur peut être expliquée par une potentielle distorsion présente à cause de la lentille se situant dans la caméra.

3.2 Methode cv2



(a) Mire 1 ($z = 0mm$)



(b) Mire 2 ($z = 100mm$)

Figure 6: Comparaison des résultats de la projection pour les deux méthodes (**Tsai** et **cv2**) pour les deux mires

La méthode **cv2**, prenant maintenant en compte les déformations que la caméra peut apporter, obtient de meilleurs résultats concernant l'erreur moyenne sur la position par rapport à la méthode implémentée précédemment : $erreur_{cv2} = 0.04 < erreur_{tsai}$ (voir tableau 2). Cela se traduit graphiquement, en comparant la projection **cv2** (en orange) avec **Tsai** (en bleu) sur la figure 6, par des

projections collant plus les coins réels de la mire pour la méthode **cv2**.

Méthode	Erreur Mesurée
Tsai	0.13
CV2	0.04

Table 2: Comparaison des erreurs moyennes sur la position obtenues pour chacune des deux méthodes implémentées

4 Conclusion

Au cours de ce TP, on a pu voir différentes méthodes de calibrage, *c'est-à-dire* de méthode d'estimation des 11 paramètres physiques à la fois intrinsèques (liés au repère image) et extrinsèques (liés au repère caméra), pour à la pouvoir les comparer entre-elles et à la réalité.

Dans un premier temps, on a pu comparer les résultats de l'estimation, obtenus par l'approche de **Tsai**, des différents paramètres avec la réalité. L'interprétation faite sur ces derniers nous confirme bien que le calibrage a bien été réalisé.

Dans un second temps, on a comparé la première méthode mis en œuvre avec une méthode de la librairie **cv2** prenant en compte des déformations potentielles de l'objectif de la caméra. On s'est aperçu que les résultats obtenus par cette dernière étaient plus précis (avec une erreur sur la position de la projection moindre) que la méthode de **Tsai** qui ne prenait pas en compte les déformations éventuelles. La prise en compte des déformation dans l'estimation des paramètres de calibrage est donc importante.