



Maths Expertes

28/05/2024

2024-05-26

Lucas Duchet-Annez

Fénelon Notre-Dame

2023/2024

Terminale B

1 Exercice 21 p 220

1.1

L'ordre du graphe est 5

1.2

Le nombre d'arête est $\frac{12}{2} = 6$

1.3

Non car A et D ne sont pas adjacent

1.4

Oui le graphe est simple

1.5

A: 2 B: 3 C: 3 D: 2 E: 2

1.6

Le graphe admet une chaîne eulérienne car il y a 2 sommets de degré impair

1.7

Le graphe n'admet pas de cycle eulérien car il a 2 sommets de degré impair

2 Exercice 1 p 242

2.1

$$U_1 = AU_0 = \begin{pmatrix} -1 \times 2 - 1 \times 2 \\ 1 \times 2 - 1 \times 0.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

$$U_2 = AU_1 = \begin{pmatrix} -1 \times -4 + 2 \times \frac{3}{2} \\ 1 \times -4 + 0.5 \times \frac{3}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -\frac{13}{4} \end{pmatrix}$$

2.2

$$U_n = A^n U_0$$

$$U_{10} = A^{10} U_0 = \begin{pmatrix} \frac{252217}{256} \\ -\frac{432253}{1024} \end{pmatrix}$$

3 Exercice 2 p 242

3.1

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} U_0 = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

3.2

$$A = \begin{pmatrix} -0.2 & 0.5 \\ 1.3 & -0.7 \end{pmatrix} U_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

3.3

$$U_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$U_n = \begin{pmatrix} a_n \\ a_{n+1} \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -13 & 6 \end{pmatrix}$$

4 Exercice 3 p 242**4.1**

$$\text{Faux } U_3 = A^3 U_0 = \begin{pmatrix} 0.094 \\ 0.031 \end{pmatrix}$$

4.2

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} -n = -\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} e^n = 0$$

$$\text{Par composition } \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{-n} = 0$$

$$\text{Pour } -1 < k < 1 \lim_{n \rightarrow +\infty} k^n = 0 \text{ Ainsi } \lim_{n \rightarrow +\infty} 0.7^n - 1 = -1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

4.3

$$AU = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \neq U$$

Donc U n'est pas un état stable

4.4

$$U_n = A^n U_0 \quad U_n = \begin{pmatrix} 3^n & 0 \\ 0 & 2^n \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3^n \\ 2^n \end{pmatrix}$$

$$\lim 3^n = +\infty \quad \lim 2^n = +\infty$$

$$\text{Donc } \lim U_n = \begin{pmatrix} +\infty \\ +\infty \end{pmatrix} \text{ Ainsi } (U_n) \text{ diverge}$$

4.5

$$\text{La matrice } \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ est un état stable car } A \times O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$