Maths Expertes Ex 12 12 2023

11 Décembre, 2023

Lucas Duchet-Annez

Exercice 37p150

1. a. $16 \times (-17) + 21 \times 13 = 1$ Donc le couple $(-17; 13)$ est solution de $16x + 21y = 1$

   b. On peut écrire (E) comme $797(16x + 21y) = 1(797)$ Donc en multipliant le couple solution de la première équation on obtient une solution particulière de (E) soit le couple $(-13549; 10361)$ est solution de (E)

   c. $16 \times 4 + 21 \times (-3) = 1$ Donc le couple $(4; -3)$ est solution de $16x + 21y = 1$

   d. On peut écrire (E) comme $797(16x + 21y) = 1(797)$ Donc en multipliant le couple solution de la première équation on obtient une solution particulière de (E) soit le couple $(3188; -2391)$ est solution de (E)

2. Soit $(x; y)$ solution. Alors $16(x - 3188) + 21(y + 2391) = 0$ donc $16(3188 - x) = 21(y + 2391)$, or en utilisant l'algorithme d'Euclide $PGCD(16; 21) = 1$ car $21 = 16 \times 1 + 5$, $16 = 5 \times 3 + 1$, $5 = 5 \times 1 + 0$ donc 16 et 21 sont premiers entre eux, selon le théorème de Gauss, $21 \mid 3188 - x$ donc il existe un entier relatif k tel que $3188 - x = 21k$ $x = 3188 - 21k$. On a donc $16(3188 - 3188 + 21k) = 21(y + 2391)$ $16k = y + 2391$ $y = 16k - 2391$ Donc le couple $(3188 - 21k; 16k - 2391)$ est solution avec $k \in mathbbZ$

$S = \{(3188 - 21k; 16k - 2391), k \in mathbbZ\}$

2. Tant que $3188 - 21k > 0$ et $16k - 2391 > 0$ car il ne peut pas perdre de l'argent sur un plat il existe un couple solution. Or quand $k = 150$, $(38; 9)$ est un couple solution et en prenant $k = 151$, $(17; 25)$ Donc pour tout $k > 149$ il existe un couple solution dans $\mathbb{N}^2$, on ne peut donc pas déterminer le nombre de repas de chaque sorte que le restaurateur a servi.

Exercice 39p150

1. Vrai le couple $(-1; 1)$ est solution
2. Faux. En divisant par 3 on obtient $10x - 4y = 1$ soit selon le théoème de Bézout 4 et 10 premiers entre eux or 4 et 10 ont 2 comme diviseur commun donc $PGCD \neq 1$
3. Faux. $(1; 1)$ sont solution et $(4; -1)$ donc il existe au moins deux solution à cette équation
4. Vrai. Cette équation a des équations si et seulement si 5 et 12 sont premiers entre eux d'après le théorème de Bézout. En utilisant l'algorithme d'Euclide on obtient $12 = 2 \times 5 + 2$ $5 = 2 \times 2 + 1$ $2 = 1 \times 2 + 0$ soit $PGCD(12; 5) = 1$ donc 5 et 12 sont bien premiers entre eux.