Théorie

On s'intéresse ici à un modèle à volatilité stochastique : en notant S_t le prix de l'actif à l'instant t et $V_t = \sigma_t^2$ sa volatilité, on considère la dynamique suivante :

$$\begin{aligned} dS_t &= \phi S_t dt + \sqrt{V_t} S_t dW_t^S \\ dV_t &= \mu V_t dt + \xi V_t dW_t^V \end{aligned}$$

Simulations Numériques

On procède différamment suivant le cas dans lequel on se trouve :

— la corrélation ρ entre W_t^S et W_t^V est nulle, et on se retrouve dans la situation où l'on a simplement à calculer l'espérence du prix de Black-Scholes pour une volatilité égale à $\bar{V} = \int_0^T V_t dt$.

— ρ est non nul et on ne peut pas se servir de la formule de Black-Scholes.

Cas $\rho = 0$

On adopte une méthode de monter-Carlo :
On souhaite simuler V_t pour pouvoir estimer plusieurs valeurs de $\bar{V}$, que l'on notera $\left(\bar{V}_i\right)_{1 \leq i \leq N}$. On calcule ensuite les prix de Black-Scholes $C\big(S_0, 0, T, \bar{V}_i\big)$ pour ces valeurs, et calculer :

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} C\big(S_0, 0, T, \bar{V}_i\big) \approx \mathbb{E}\Big[C\big(S_0, 0, T, \bar{V}\big)\Big]$$

Cas $\rho \neq 0$