TIVA-TP6

11 juin 2017

Visualisation des Ondelettes 2D

Question 1

Familles d'ondelettes : Haar, Daubechies, Beylkin, Coiflet, Symmlet, Vaidyanathan, Battle.

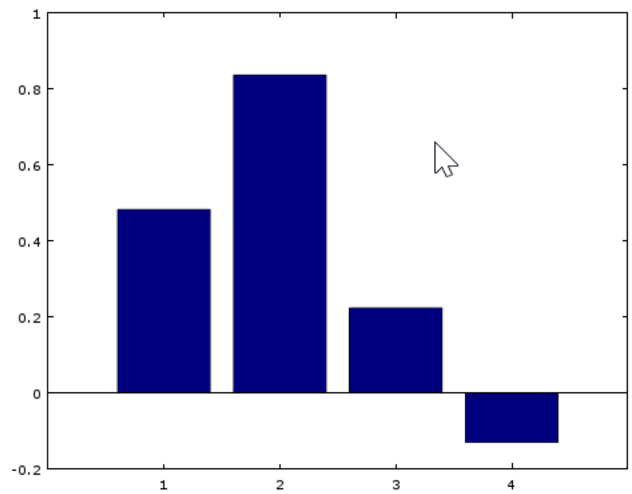

FIGURE 1 – Daubechies 4

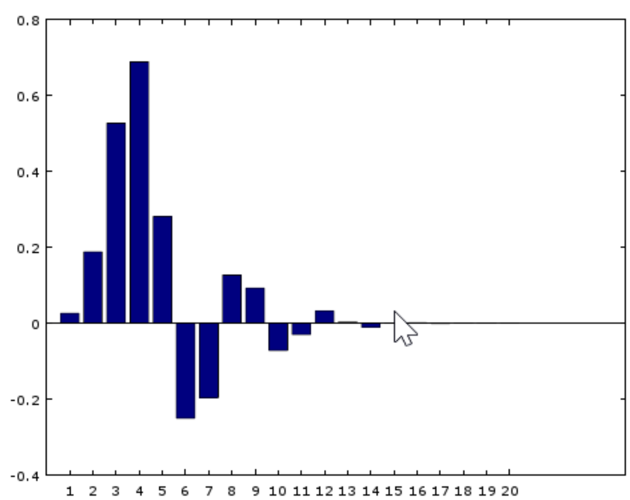

FIGURE 2 – Daubechies 20

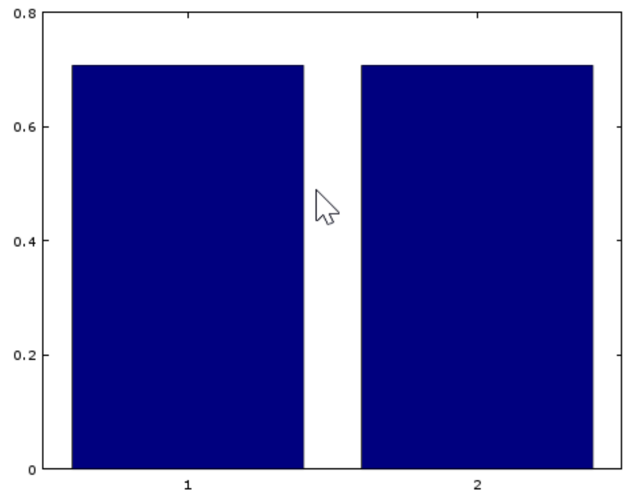

FIGURE 3 – Haar

Question2

Question 3

Il y aura dans W des coefficients associés à $\phi_{j,(n_1,n_2)}$ pour $j \in \{0, ..., 4\}$, et des coefficients associés à $\psi^k_{j,(n_1,n_2)}$ pour $j \in \{1, ..., 4\}$.
Pour k et j fixés, n_1 et n_2 varient dans $[0,\ 256/(2^{j+1})]$.
Le coefficient associé à $\psi^k_{j,(n_1,n_2)}$ se situe à :

$$(m_1, m_2) = \begin{cases} (n_1, 2^{(L-j)} + n_2), & \text{si } k = 1 \\ (2^{(L-j)} + n_1, n_2), & \text{si } k = 2 \\ (2^{(L-j)} + n_1, 2^{(L-j)} + n_2), & \text{si } k = 3 \end{cases}$$

Question 4

On crée une matrice $\tilde{W}$ où tous les coefficients sont nuls sauf celui en (m_1, m_2), coordonnées explicitées juste au dessus, qui vaut 1, puis on fait la transformée inverse de cette matrice.

Question 5

Si seul le coeeficient de coordonnées (m_1, m_2) est non nul et égal à un, alors :

— Si $m_1 \leq 2^{(8-L)}$ et $m_2 \leq 2^{(8-L)}$, alors la transformée inverse de W sera simplement la visualisation de l'ondelette père $\phi_{L,(m_1,m_2)}$;

— S Sinon, la transformée inverse de W est la visualisation de l'ondelette mère $\psi^k_{j,(n_1,n_2)}$ avec la relation entre (k, j, n_1, n_2) et (m_1, m_2) précédamment établie.

En fait si l'on souhaite obtenir $phi_{j,(n_1,n_2)}$ avec $j < L$, il nous suffit de constater que comme :

$$\begin{aligned}
\phi_{j,(n_1,n_2)} &= \phi_{j,n_1}\phi_{j,n_2} \\
\psi^1_{j,(n_1,n_2)} &= \phi_{j,n_1}\psi_{j,n_2} \\
\psi^2_{j,(n_1,n_2)} &= \psi_{j,n_1}\phi_{j,n_2} \\
\psi^2_{j,(n_1,n_2)} &= \psi_{j,n_1}\psi_{j,n_2}
\end{aligned}$$

Alors on obtient :

$$\phi_{j,(n_1,n_2)} = \frac{\psi^1_{j,(n_1,n_2)}\psi^2_{j,(n_1,n_2)}}{\psi^3_{j,(n_1,n_2)}}$$