Modelagem de Fenômenos Físicos

Aula 6 – Queda Livre

Frank Coelho de Alcantara – 2023 -1

NOSSA EXPERIÊNCIA

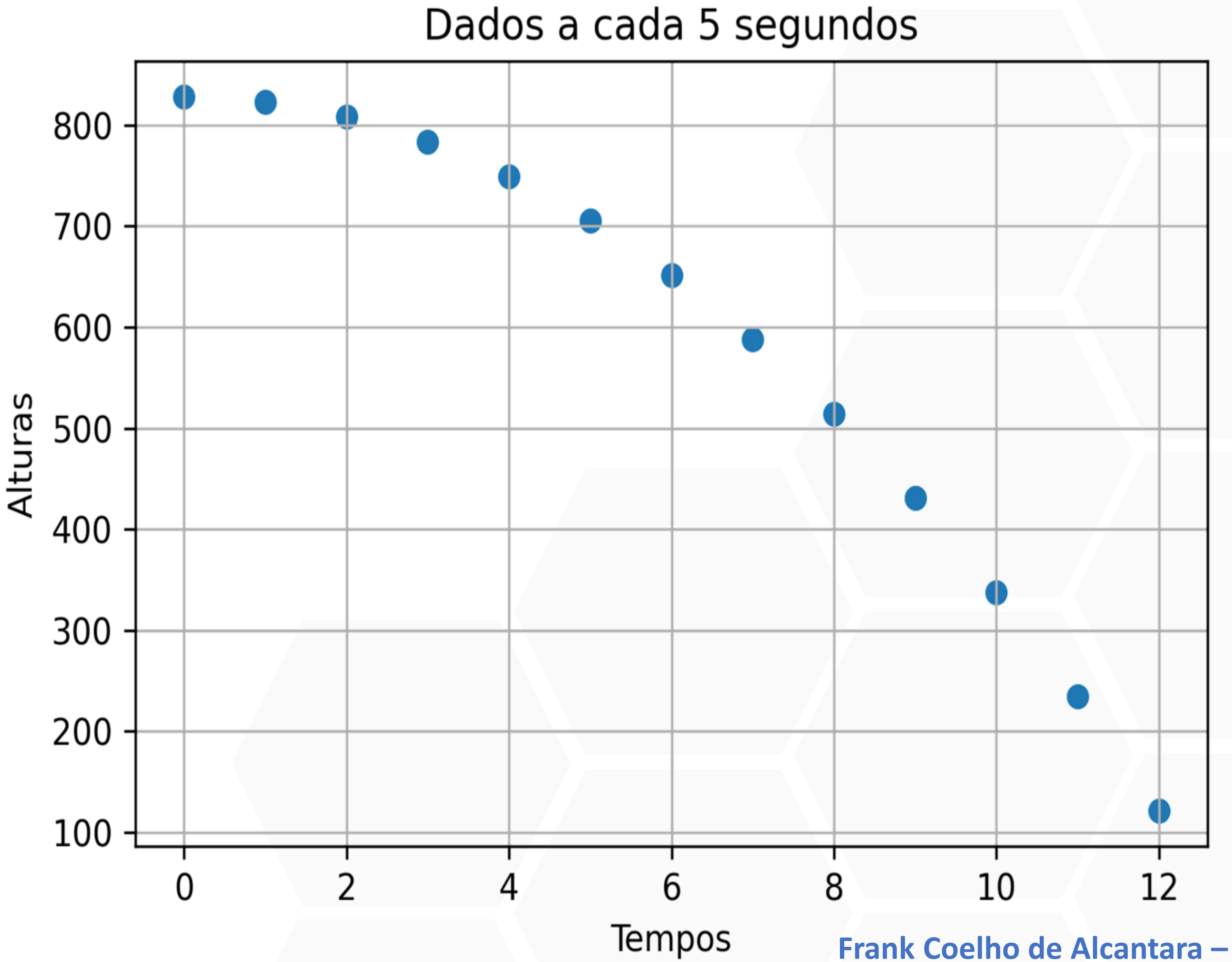
Vamos usar como sensor um computador Raspberry Pi com um sensor de altura, temperatura e pressão (MPL3115A2) programado para registrar a altitude em intervalos de tempo previamente determinados lançado do ponto mais alto do Burj Khalifa que está a 828m do nível do mar.

Ao final de cada intervalo de tempo, a altura será registrada na Memória Flash do Raspberry Pi transmitida por Wi-Fi para uma planilha do Google SpreadSheet.

Vamos lançar este sensor to topo do Burj Khalifa a 828 m do nível do mar.

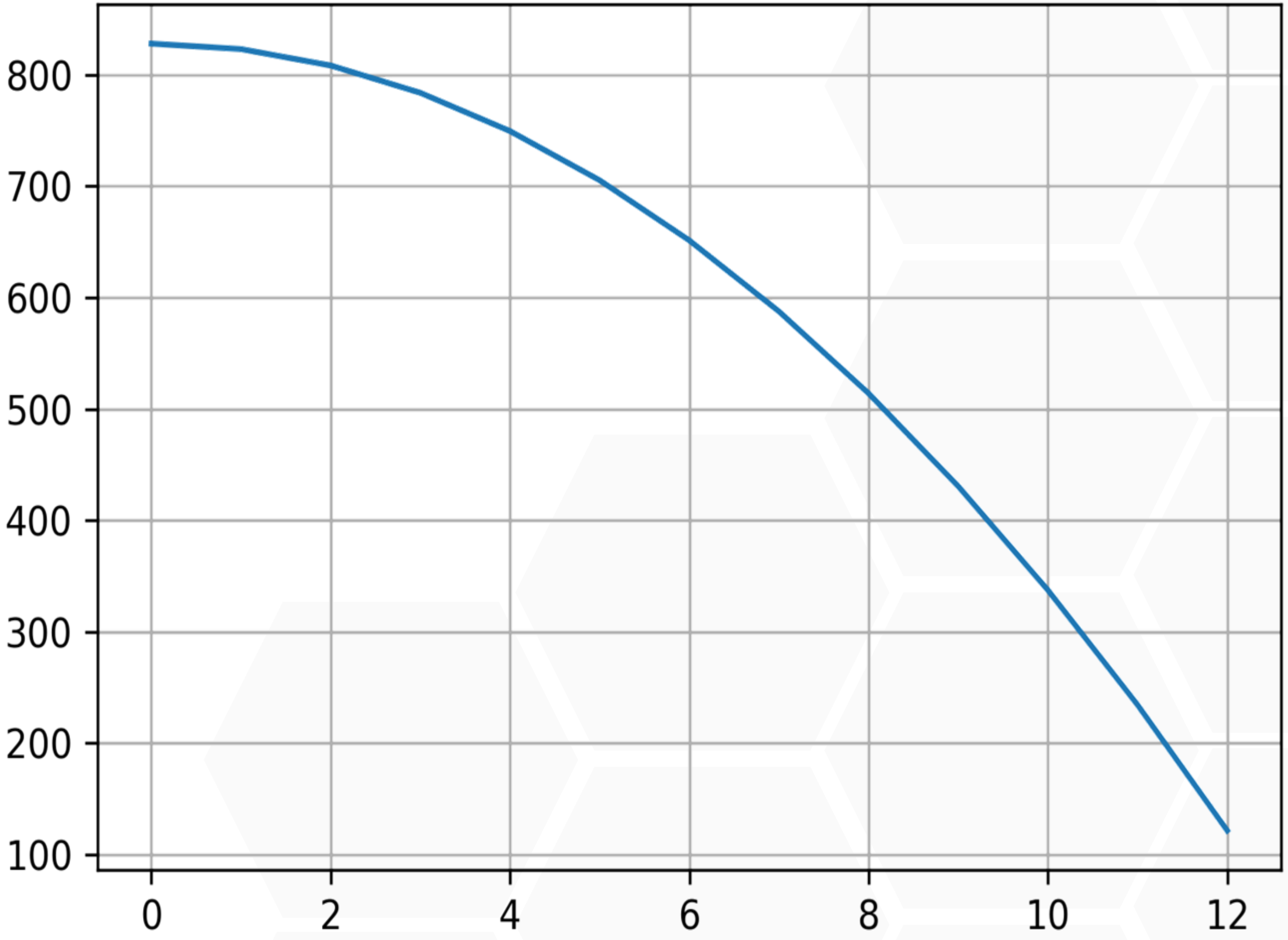
UMA AMOSTRA A CADA SEGUNDO

Tempo (s)	Altura (m)
0,000	828,000
1,000	823,095
2,000	808,380
3,000	783,855
4,000	749,520
5,000	705,375
6,000	651,420
7,000	587,655
8,000	514,080
9,000	430,695
10,000	337,500
11,000	234,495
12,000	121,680
13,000	0,0000



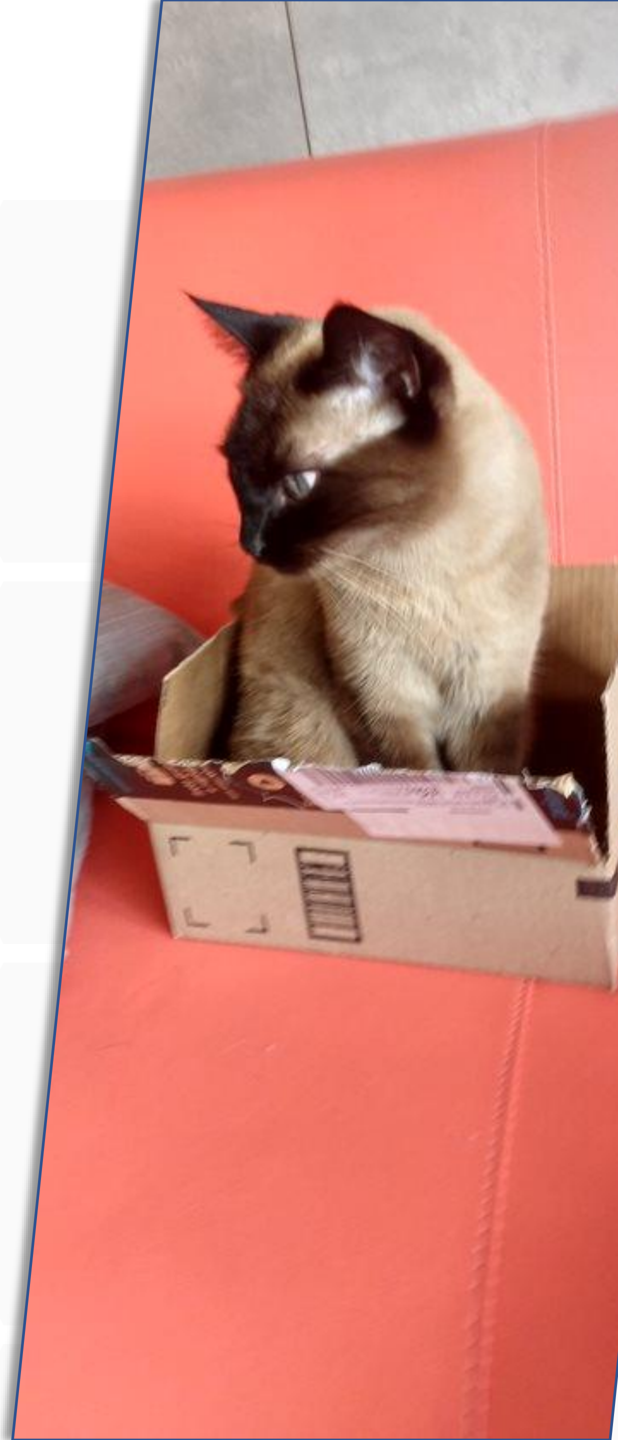
UMA AMOSTRA A CADA SEGUNDO

Tempo (s)	Altura (m)
0,000	828,000
1,000	823,095
2,000	808,380
3,000	783,855
4,000	749,520
5,000	705,375
6,000	651,420
7,000	587,655
8,000	514,080
9,000	430,695
10,000	337,500
11,000	234,495
12,000	121,680
13,000	0,0000



Podemos ver com os nossos dados

Estudo da Queda Livre



O Método de Galileu – Pura Suposição

- Analisar os dados coletados
  - Galileu observaria que as alturas diminuem à medida que o tempo avança e que essa diminuição não é linear. Ele perceberia que a diferença entre as alturas sucessivas não é constante, *o que indica que a taxa de queda não é constante.*
- Estudar a relação entre a altura e o tempo
  - A altura diminui mais rápidamente à medida que o tempo passa. Talvez fosse possível observar que a diferença entre as alturas está aumentando proporcionalmente ao tempo decorrido.

Trabalhando Com Alturas e Tempos

Altura

1. $\Delta h1 = h(1.0) - h(0.0) = 823.095 - 828.000 = -4.905$
2. $\Delta h2 = h(2.0) - h(1.0) = 808.380 - 823.095 = -14.715$
3. $\Delta h3 = h(3.0) - h(2.0) = 783.855 - 808.380 = -24.525$
4. $\Delta h4 = h(4.0) - h(3.0) = 749.520 - 783.855 = -34.335$

Tempo

1. $\Delta t1 = 1.0 - 0.0 = 1.0$
2. $\Delta t2 = 2.0 - 1.0 = 1.0$
3. $\Delta t3 = 3.0 - 2.0 = 1.0$
4. $\Delta t4 = 4.0 - 3.0 = 1.0$

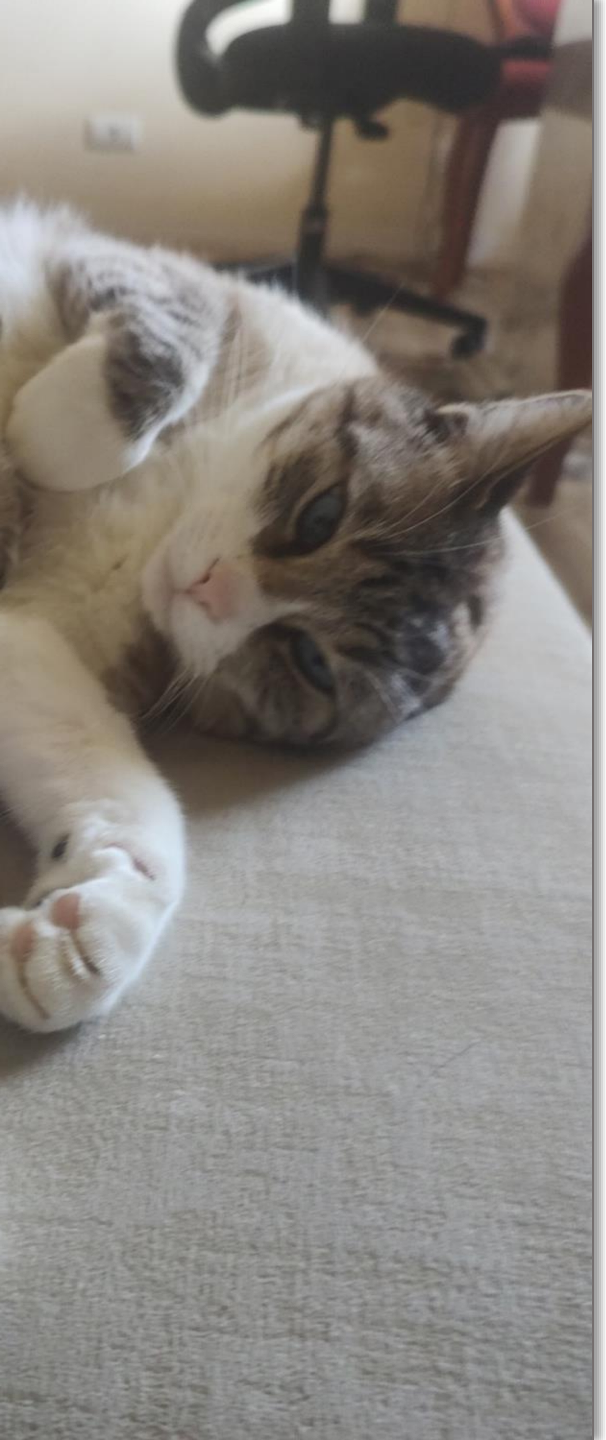
Velocidade

1. $\Delta h1 / \Delta t1 = -4.905 / 1.0 = -4.905$
2. $\Delta h2 / \Delta t2 = -14.715 / 1.0 = -14.715$
3. $\Delta h3 / \Delta t3 = -24.525 / 1.0 = -24.525$
4. $\Delta h4 / \Delta t4 = -34.335 / 1.0 = -34.335$

Outros Cientistas Também Fizeram Suposições

- A suposição de que a altura do objeto em queda livre é proporcional ao quadrado do tempo decorrido ($h(t) = k * t^2$).

Tempo (t)	$\boldsymbol{t^2}$	**Altura (h)**	**Diferença de Altura (Δh)**	$\boldsymbol{\Delta h / t^2}$
0.0	**0.00**	**828.000**		
1.0	**1.00**	**823.095**	**-4.905**	**-4.905**
2.0	**4.00**	**808.380**	**-14.715**	**-3.679**
3.0	**9.00**	**783.855**	**-24.525**	**-2.725**
4.0	**16.0**	**749.520**	**-34.335**	**-2.146**



E foi, mais ou menos neste ponto que Galileu parou!

Galileu Galilei realizou seus experimentos sobre a queda livre dos objetos e o movimento dos pêndulos entre o final do século XVI e o início do século XVII. Suas descobertas mais significativas nessa área ocorreram por volta de 1602 a 1604, quando ele começou a investigar seriamente as leis do movimento e a queda dos objetos.

Calculando o k em $h(t) = k * t^2$

Velocidade

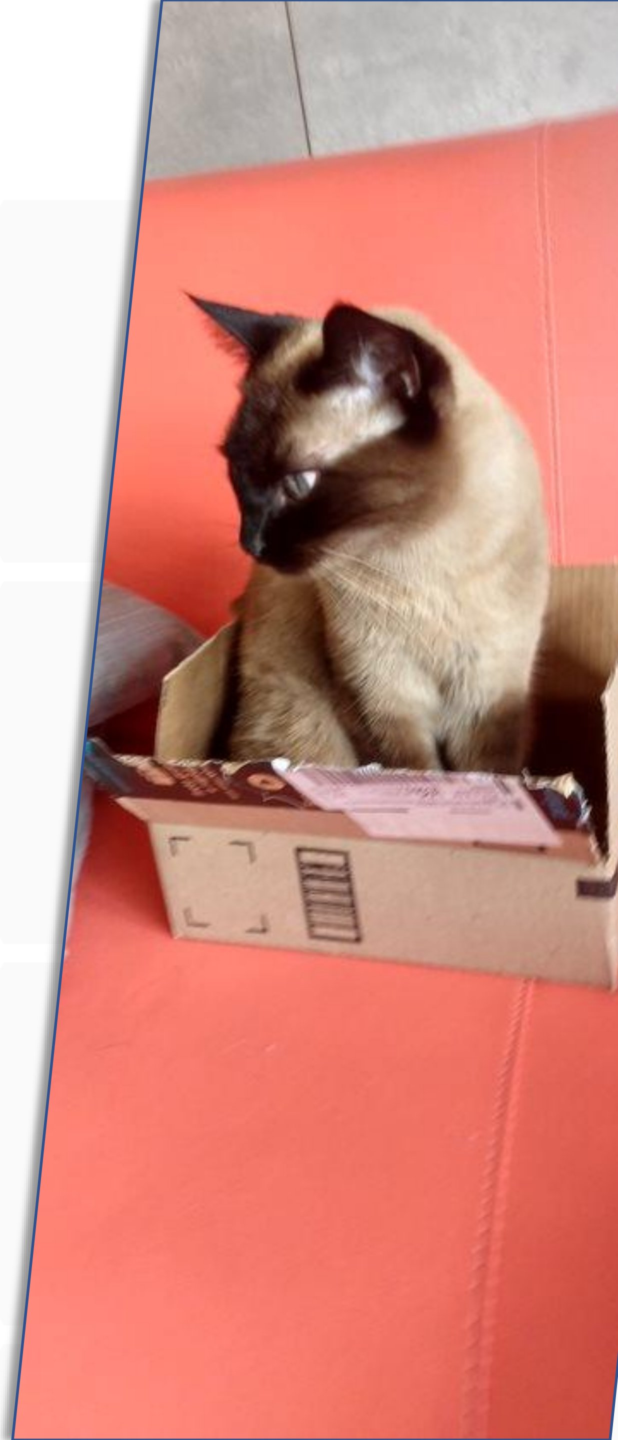
1. $\Delta h1 \,/\, \Delta t1 = -4.905 \,/\, 1.0 = -4.905$
2. $\Delta h2 \,/\, \Delta t2 = -14.715 \,/\, 1.0 = -14.715$
3. $\Delta h3 \,/\, \Delta t3 = -24.525 \,/\, 1.0 = -24.525$
4. $\Delta h4 \,/\, \Delta t4 = -34.335 \,/\, 1.0 = -34.335$

Diferença entre Velocidades consecutivas

1. $(-14.715 - (-4.905)) = -9.810$
2. $(-24.525 - (-14.715)) = -9.810$
3. $(-34.335 - (-24.525)) = -9.810$

Com um Pouco de Álgebra: $h(t) = h0 - (\frac{1}{2}) * 9.810 * t^2$

Newton e o Movimento



As Leis do movimento

Lei da Inércia: Um objeto em repouso permanece em repouso e um objeto em movimento permanece em movimento com velocidade constante, a menos que uma força resultante aja sobre ele.

Lei da Força e Aceleração: A força resultante que atua sobre um objeto é diretamente proporcional ao produto de sua massa (m) e aceleração (a). Matematicamente, $F = ma$.

Lei da Ação e Reação: Para toda ação, há uma reação de igual magnitude e em sentido oposto.

Aplicando Derivadas

- As derivadas são fundamentais para a dedução das equações do movimento em relação ao tempo. A velocidade (v) é a derivada da posição (x) em relação ao tempo (t), e a aceleração (a) é a derivada da velocidade em relação ao tempo:

$$v = \frac{dx}{dt} \qquad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad j = \frac{da}{dt} = \frac{d^3x}{dt^3}$$

Considerando a Aceleração Constante

1. A equação da aceleração é dada por $a = dv/dt$.
2. Como a aceleração é constante, podemos escrever $a = \Delta v/\Delta t$.
3. Isolando Δv, obtemos $\Delta v \;=\; a\Delta t$.
4. A variação na velocidade é igual à diferença entre a velocidade final (vf) e a velocidade inicial (vi): $\Delta v = vf - vi$.
5. Substituindo a equação 4 na equação 3, temos: $vf - vi = a\Delta t$, ou seja, $vf \, = vi + a\Delta t$. **Essa é a primeira equação do movimento.**

Ainda Considerando a Aceleração Constante

1. A equação da velocidade é dada por $v = dx/dt$.
2. Como a aceleração é constante, podemos escrever $v = vi + at$.
3. Integrando ambos os lados em relação ao tempo, obtemos:

$$x - xi = vit + \left(\frac{1}{2}\right)at^2$$

4. Rearranjando, temos $x = xi + vit + \left(\frac{1}{2}\right)at^2$. **Essa é a segunda equação do movimento.**

Atividade Formativa

Disponível no Canvas