

Seja $S = \{1, 2, 3\}$. Verifique se as relações binárias em S dadas a seguir são reflexivas, simétricas, antissimétricas ou transitivas.

- a. $\rho = \{(1, 3), (3, 3), (3, 1), (2, 2), (2, 3), (1, 1), (1, 2)\}$
- b. $\rho = \{(1, 1), (3, 3), (2, 2)\}$
- c. $\rho = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 1), (1, 3)\}$
- d. $\rho = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$

Resposta

- a. reflexiva
- b. reflexiva, simétrica, antissimétrica e transitiva
- c. nenhum
- d. antissimétrica e transitiva

Verifique se as relações binárias nos conjuntos S dados a seguir são reflexivas, simétricas, antissimétricas ou transitivas.

- a. $S = \mathbb{Q}$,
 $x \rho y \leftrightarrow |x| \leq |y|$.
- b. $S = \mathbb{Z}$,
 $x \rho y \leftrightarrow x - y$ é um múltiplo inteiro de 3.
- c. $S = \mathbb{N}$,
 $x \rho y \leftrightarrow x \cdot y$ é par.
- d. $S = \mathbb{N}$,
 $x \rho y \leftrightarrow x$ é ímpar.
- e. $S =$ conjunto de todos os quadrados no plano,
 $S_1 \rho S_2 \leftrightarrow$ comprimento do lado de $S_1 =$ comprimento do lado de S_2 .

Resposta

- a. reflexiva e transitiva.
- b. reflexiva, simétrica e transitiva.
- c. simétrica
- d. transitiva
- e. reflexiva, simétrica e transitiva

Seja S o conjunto de pessoas no Brasil. Verifique se as relações binárias em S dadas a seguir são reflexivas, simétricas, antissimétricas ou transitivas.

- a. $x \rho y \leftrightarrow x$ é pelo menos tão alto quanto y .
- b. $x \rho y \leftrightarrow x$ é mais alto do que y .
- c. $x \rho y \leftrightarrow x$ tem a mesma altura que y .
- d. $x \rho y \leftrightarrow x$ é filho ou filha de y .

Resposta

- a. reflexiva e transitiva
- b. antissimétrica e transitiva
- c. reflexiva, simétrica e transitiva
- d. antissimétrica

Em cada caso, dê um exemplo de um conjunto S e uma relação binária ρ em S (diferente de todas as dadas nos exemplos e problemas) que satisfaça as condições indicadas.

- a. ρ é reflexiva e simétrica mas não é transitiva.
- b. ρ é reflexiva e transitiva mas não é simétrica.
- c. ρ não é reflexiva nem simétrica mas é transitiva.
- d. ρ é reflexiva mas não é simétrica nem transitiva.

Resposta

Por exemplo:

- a. $S =$ conjunto de todas as retas no plano, $x \rho y \leftrightarrow x$ coincide com y ou x é perpendicular a y
- b. $S =$ conjunto dos inteiros, $x \rho y \leftrightarrow x^2 \leq y^2$
- c. $S =$ conjunto dos inteiros não negativos, $x \rho y \leftrightarrow x < y$
- d. $S =$ conjunto dos inteiros, $x \rho y \leftrightarrow x \leq |y|$

Se $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ for definida por $f(x) = 3x$, encontre $f(A)$ para

- a. $A = \{1, 3, 5\}$.
- b. $A = \{x | x \in \mathbb{Z} \text{ e } (\exists y)(y \in \mathbb{Z} \text{ e } x = 2y)\}$.

Resposta

- a. $f(A) = \{3, 9, 15\}$
- b. $f(A) =$ todos os múltiplos inteiros de 6

$f: \{\text{todas as palavras em português}\} \rightarrow \mathbb{Z}$ é uma função. Em cada caso, encontre $f(S)$.

- a. $S = \{\text{cão, gato, búfalo, girafa}\}$, $f(x)$ = o número de caracteres em x .
- b. $S = \{\text{voo, voos, enjoo, arremessar}\}$, $f(x)$ = o número de pares de letras duplas em x .
- c. $S = \{\text{baleia jubarte, tigre, tartaruga, coala}\}$, $f(x)$ = o número de caracteres iguais a “e” em x .

Resposta

- a. $f(S) = \{3, 4, 6\}$
- b. $f(S) = \{1, 2\}$
- c. $f(S) = \{2, 1, 0\}$

Sejam $S = \{0, 2, 4, 6\}$ e $T = \{1, 3, 5, 7\}$. Determine se cada um dos conjuntos de pares ordenados a seguir é uma função com domínio S e contradomínio T . Se esse for o caso, a função é injetora? É sobrejetora?

- a. $\{(0, 2), (2, 4), (4, 6), (6, 0)\}$
- b. $\{(6, 3), (2, 1), (0, 3), (4, 5)\}$
- c. $\{(2, 3), (4, 7), (0, 1), (6, 5)\}$
- d. $\{(2, 1), (4, 5), (6, 3)\}$
- e. $\{(6, 1), (0, 3), (4, 1), (0, 7), (2, 5)\}$

Resposta

- a. não é função
- b. função
- c. função; injetora e sobrejetora
- d. não é função
- e. não é função

Seja $S =$ o conjunto de todos os cidadãos brasileiros vivos. Quais dos itens a seguir definem funções do domínio S no contradomínio dado? Quais dessas funções são injetoras? Quais são sobrejetoras?

- a. Contradomínio = o alfabeto; $f(\text{pessoa}) =$ inicial do segundo nome da pessoa.
- b. Contradomínio = o conjunto de datas entre 1.º de janeiro e 31 de dezembro; $f(\text{pessoa}) =$ dia do nascimento da pessoa.
- c. Contradomínio = números com 11 algarismos; $f(\text{pessoa}) =$ o número do CPF da pessoa.

Resposta

- a. não é função
- b. função, sobrejetora, não é injetora
- c. função, injetora, não é sobrejetora

Defina:

Funções sobrejetivas, injetivas, bijetivas e inversas. Para fazer estas definições você deve procurar, no mínimo, dois autores e comparar as definições dadas por cada autor. Além disso, você precisará listar, também no mínimo, três exemplos de cada classe de função, sendo pelo menos um destes exemplos, não numérico.