Modélisation et détection de délit d'initié
Soutenance mi-parcours P3A

Heang Kitiyavirayuth, Lucas Broux

12 décembre 2017

Introduction

Sujet choisi

- **Modélisation et détection de délit d'initié.**

Sujet choisi

- **Modélisation et détection de délit d'initié.**
- Problématique concrète mais actuellement assez mal résolue.

Objectifs du projet

- Comprendre et analyser des articles sur le sujet :

Objectifs du projet

- Comprendre et analyser des articles sur le sujet :
  1. A. Grorud, M. Pontier, Insider trading in a continuous time market model, International Journal of Theoretical and Applied Finance, 1, p. 331-347, 1998.

Objectifs du projet

- Comprendre et analyser des articles sur le sujet :
  1. A. Grorud, M. Pontier, Insider trading in a continuous time market model, International Journal of Theoretical and Applied Finance, 1, p. 331-347, 1998.
  2. H. Föllmer, P. Imkeller, Anticipation cancelled by a Girsanov transformation : a paradox on Wiener space, Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist 29.4, 569-586, 1993.

Objectifs du projet

- Comprendre et analyser des articles sur le sujet :
  1. A. Grorud, M. Pontier, Insider trading in a continuous time market model, International Journal of Theoretical and Applied Finance, 1, p. 331-347, 1998.
  2. H. Föllmer, P. Imkeller, Anticipation cancelled by a Girsanov transformation : a paradox on Wiener space, Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist 29.4, 569-586, 1993.
- Pour la suite du projet : à préciser :

Objectifs du projet

- Comprendre et analyser des articles sur le sujet :
  1. A. Grorud, M. Pontier, Insider trading in a continuous time market model, International Journal of Theoretical and Applied Finance, 1, p. 331-347, 1998.
  2. H. Föllmer, P. Imkeller, Anticipation cancelled by a Girsanov transformation : a paradox on Wiener space, Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist 29.4, 569-586, 1993.
- Pour la suite du projet : à préciser :
  - Réalisation de simulations numériques.

Objectifs du projet

- Comprendre et analyser des articles sur le sujet :
  1. A. Grorud, M. Pontier, Insider trading in a continuous time market model, International Journal of Theoretical and Applied Finance, 1, p. 331-347, 1998.
  2. H. Föllmer, P. Imkeller, Anticipation cancelled by a Girsanov transformation : a paradox on Wiener space, Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist 29.4, 569-586, 1993.
- Pour la suite du projet : à préciser :
  - Réalisation de simulations numériques.
  - Analyse théorique de cas particuliers.

Objectifs du projet

- Comprendre et analyser des articles sur le sujet :
  1. A. Grorud, M. Pontier, Insider trading in a continuous time market model, International Journal of Theoretical and Applied Finance, 1, p. 331-347, 1998.
  2. H. Föllmer, P. Imkeller, Anticipation cancelled by a Girsanov transformation : a paradox on Wiener space, Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist 29.4, 569-586, 1993.
- Pour la suite du projet : à préciser :
  - Réalisation de simulations numériques.
  - Analyse théorique de cas particuliers.
  - ...

Compréhension actuelle du problème

On considère un modèle de marché financier sur l'espace de probabilité $(\Omega, (\mathcal{F}_t, t \in [0,T]), \mathbb{P})$. Les prix des actions (ici d actions) évoluent selon l'équation différentielle stochastique linéaire :

$$S_t^i = S_0^i + \int_0^t S_s^i b_s^i ds + \int_0^t S_s^i \sigma_s^i dW_s,$$
$$0 \leq t \leq T, S_0 \in \mathbb{R}^d, i = 1, ..., d$$

où :

- W est un mouvement brownien de d-dimension.
- Les paramètres b, σ et r sont dans $\mathbb{R}^d, \mathbb{R}^{d\times d}, \mathbb{R}$ respectivement et sont supposés bornés sur $[0, T]$ et $\mathcal{F}$-adaptés.
- La matrice σ_t est inversible.
- S^0 évolue d'après l'équation $S^0_t = 1 + \int_0^t S^0_s r_s ds$.

- Un des investisseurs sur le marché connait l'information $\mathcal{F}_t$ qui est l'information normalement disponible au temps t, et il connait aussi une variable aléatoire $L \in L^1(\mathcal{F}_T)$. L'information totale dont il dispose est donc $\mathcal{F}_t \vee \sigma(L)$ (que l'on note $\mathcal{Y}_t$), qui est à priori plus grande que $\mathcal{F}_t$.
- Avec cette information $\mathcal{Y}_t$, l'initié cherche à optimiser sa stratégie de consommation et de placement sur le marché.

Les informations sur l'initié :

- L'initié dispose d'un capital X_0 à l'instant $t = 0$.
- Il consomme à une vitesse c qui est un processus positif et $\mathcal{Y}$-adapté, vérifiant $\int_0^T c_s ds < \infty$ p.s.
- Il place sur l'actif i la quantite θ^i et on note $\pi_t^i = \theta_t^i S_t^i$ la somme investie sur la i-ième action pour $i = 1, ..., d$.
- Sa richesse au temps t s'exprime donc par :
$$X_t = \sum_{i=0}^d \theta_t^i S_t^i - \int_0^t c_s ds.$$

- Son portefeuille est considéré autofinançant, c'est-à-dire :

$$dX_t = \sum_{i=0}^{d} \theta_t^i dS_t^i - c_t dt.$$

- En notant $R_t = (S_t^0)^{-1}$ le facteur d'actualisation, sous la probabilité $\mathbb{P}$, la richesse X actualisée vérifie l'équation :

$$X_t R_t + \int_0^t R_s c_s ds =$$
$$X_0 + \int_0^t \langle R_s \pi_s, b_s - r_s \mathbf{1} \rangle ds + \int_0^t \langle R_s \pi_s, \sigma_s dW_s \rangle$$

La méthode du grossissement de la filtration brownienne

Simulations

On se place dans la situation simplifiée suivante :

- Le marché consiste en un actif sans risque (r) et deux actifs risqués $(b_i,\ \sigma_i,\ i = 1, 2)$, sous un mouvement brownien $W = (W_1, W_2)$
- La variable aléatoire connue par l'initié est $L = \ln(S_1(T)) - \ln(S_2(T))$
- La fonction d'utilité à optimiser est logarithmique : $U_i = \log$

On note :

- $\eta := \sigma^{-1}(b - r\mathbb{1}) = \begin{bmatrix} \dfrac{b_1 - r}{\sigma_1} \\ \dfrac{b_2 - r}{\sigma_2} \end{bmatrix}$
- $\gamma := \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix}$
- A : temps final considéré
- x : richesse initiale.

Les hypothèse de l'article sont vérifiées, et en notant

$$I_r := \left(\frac{\gamma \cdot (W_T - W_r)}{T - r}\right)\gamma \quad \text{pour } r \in [0; A]\,,$$

On définit un $(\Omega, \mathcal{Y}, \mathbb{P})$ - mouvement brownien par :

$$B_t := W_t - \int_0^t I_u du \quad \text{pour } t \in [0; A]\,,$$

Les valeurs de richesse optimales en A sont :

- $X_A^* = \left(\frac{xe^{rA}}{A+1}\right) {M_A}^{-1}$ pour le non initié
- $X_A^* = \left(\frac{xe^{rA}}{A+1}\right) {\tilde{M}_A}^{-1}$ pour l'initié

où $(t \in [0; A])$:

$$\begin{cases} M_t & := e^{-\eta \cdot W_t - \frac{t\|\eta\|^2}{2}} \\ \tilde{M}_t & := e^{-\int_0^t (l_s+\eta, dB_s) - \frac{1}{2}\int_0^t \|l_s+\eta\|^2 ds} \end{cases}$$

Marché

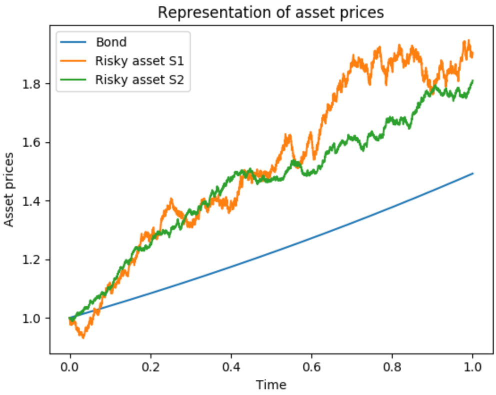

Figure – Marché simulé

Richesses

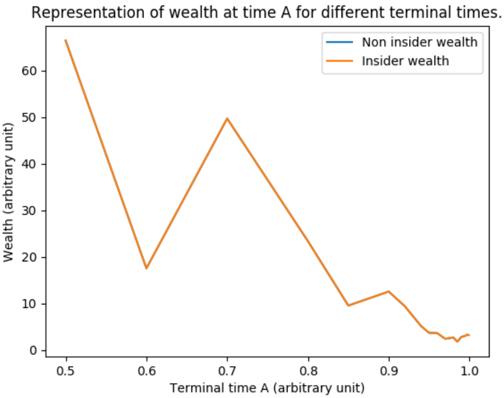

Figure – Richesse des agents

Richesses

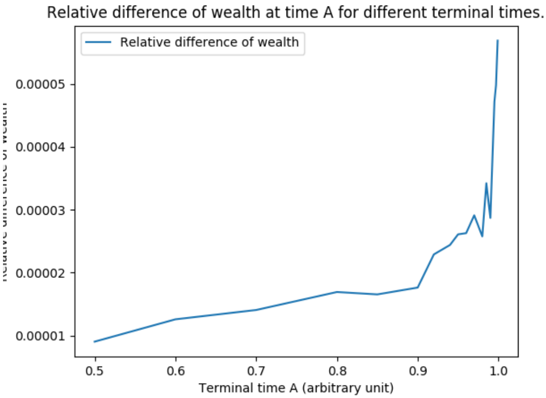

Figure – Écart relatif des richesses

Conclusion

Résumé

- Compréhension générale du raisonnement de l'article.
- Implémentation informatique des formules dans un cas particulier.

Perspectives du projet

Approfondissement théorique :

- Cas plus réaliste : "bonds" de valeur dans le marché.
- Études de cas particuliers.
- ...