MINERAÇÃO DE DADOS

Thiago Marzagão[1]

[1] marzagao.1@osu.edu

REGRESSÃO LINEAR SIMPLES

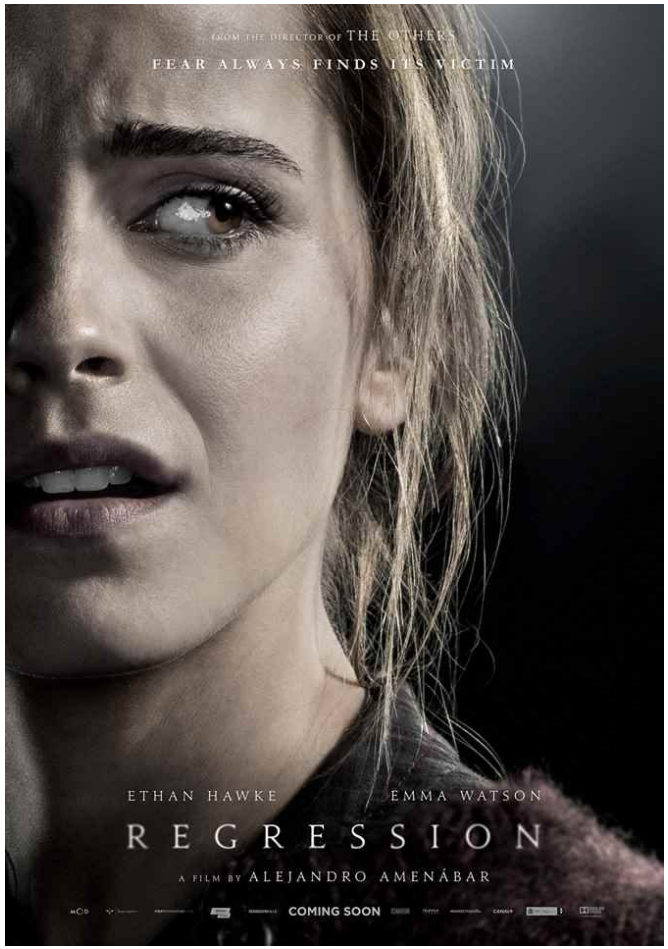
as três grandes áreas da mineração de dados

- regressão
- classificação
- clusterização

as três grandes áreas da mineração de dados

- regressão
- classificação
- clusterização

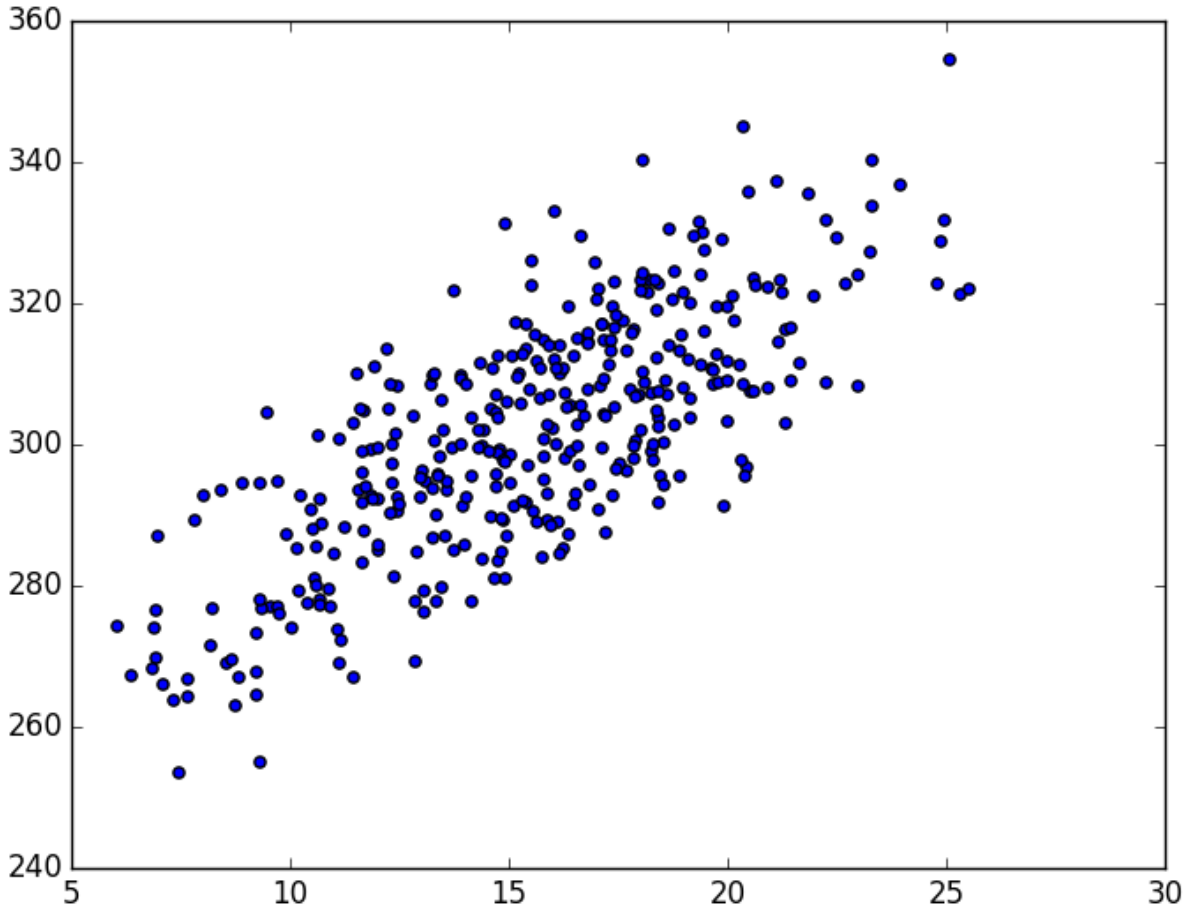
o que regressão *não* é



temperatura vs venda de sorvetes

dia	temperatura	venda de sorvetes
1	$17,8^oC$	R$ 296,7
2	$11,9^oC$	R$ 298,3
3	$26,8^oC$	R$ 323,0
4	$12,8^oC$	R$ 293,0
5	$10,0^oC$	R$ 285,7
6	$12,7^oC$	R$ 287,9
7	$18,3^oC$	R$ 308,4
8	$13,0^oC$	R$ 288,6
9	$16,9^oC$	R$ 321,7
10	$14,7^oC$	R$ 275,0
11	$14,9^oC$	R$ 313,7
12	$13,8^oC$	R$ 276,7
13	$10,9^oC$	R$ 283,3
...	...	...

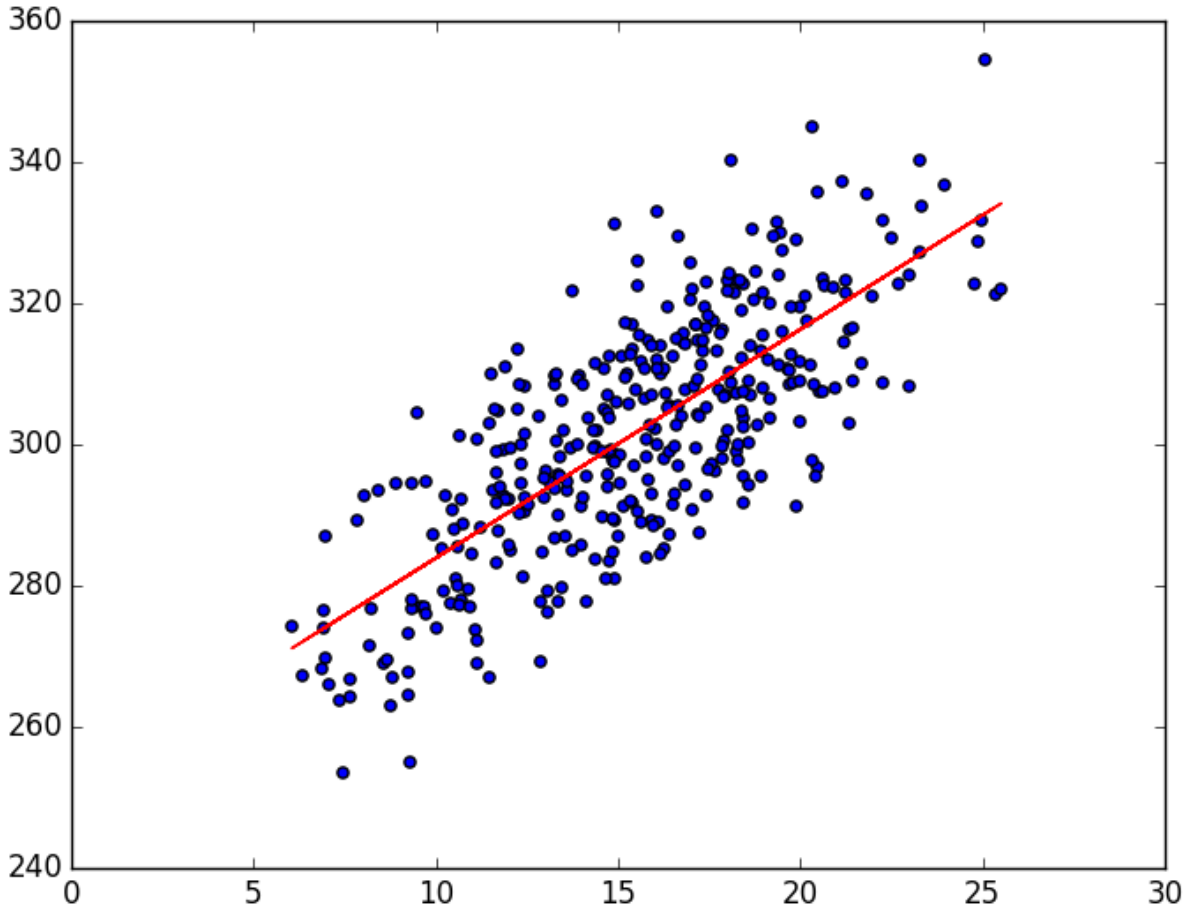
temperatura vs venda de sorvetes



temperatura vs venda de sorvetes

- P/ cada grau centígrado a mais, quantos R$ a mais de venda?
- Se fizer 25^oC amanhã, quantos R$ de sorvete eu devo esperar vender?

temperatura vs venda de sorvetes



regressão linear: idéia básica

- Se existe uma relação *linear* entre X e Y, então essa relação pode ser modelada como uma reta.
- Equação p/ gerar uma reta: y = a + bx
- a e b são constantes
- x e y são variáveis
- Mas como escolher a *melhor* reta?
- Erros absolutos vs erros quadrados (desenhar no quadro).
- P/ o exemplo dos sorvetes: y = 249,32 + 3,38x
- x = temperatura (em Celsius)
- y = vendas de sorvete (em R$)

Mínimos Quadrados Ordinários

- Como encontrar a reta que minimiza os erros quadrados?

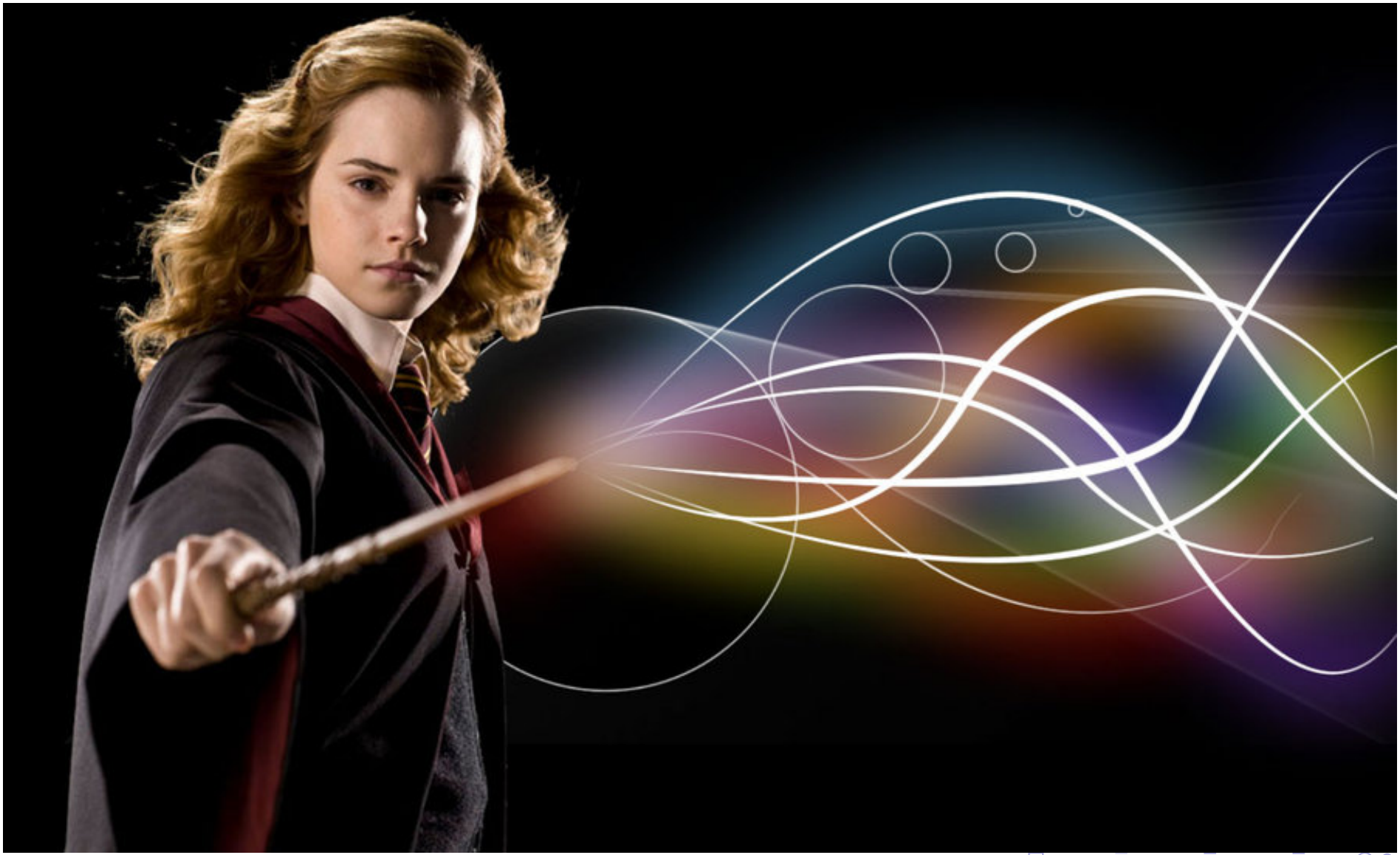
Mínimos Quadrados Ordinários

- Como encontrar a reta que minimiza os erros quadrados?
- Nosso modelo até agora: $y_i = a + bx_i$
- $i = 1, 2...N$ (N = número de amostras)
- Mas y_i estimado $\neq y_i$ observado.
- Chamemos de $\hat{y}_i$ o valor estimado e de y_i o valor observado.
- Diferença entre valor observado e valor estimado (erro): $e_i = y_i - \hat{y}_i$
- ~~$y_i = a + bx_i$~~
- $\hat{y}_i = a + bx_i$
- $y_i = a + bx_i + e_i$
- $e_i = y_i - a - bx_i$
- $\min\limits_{a,b} \sum_{i=1}^{N} e_i^2 = \min\limits_{a,b} \sum_{i=1}^{N} (y_i - a - bx_i)^2$
- Em português: queremos encontrar o a e b que minimizam a soma dos erros quadrados.

Mínimos Quadrados Ordinários

- $\min_{a,b} \sum_{i=1}^{N} e_i^2 = \min_{a,b} \sum_{i=1}^{N} (y_i - a - bx_i)^2$
- P/ encontrar a solução é preciso calcular as derivadas parciais:
- $\frac{\partial \sum_{i=1}^{N} (y_i - a - bx_i)^2}{\partial a} = \sum_{i=1}^{N} -2(y_i - a - bx_i) = 0$
- $\frac{\partial \sum_{i=1}^{N} (y_i - a - bx_i)^2}{\partial b} = \sum_{i=1}^{N} -2x_i(y_i - a - bx_i) = 0$

a mágica do cálculo multivariado acontece...



Mínimos Quadrados Ordinários

- $b = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$
- $a = \bar{y} - b\bar{x}$
- $\bar{x}$ é a média de x
- $\bar{y}$ é a média de y

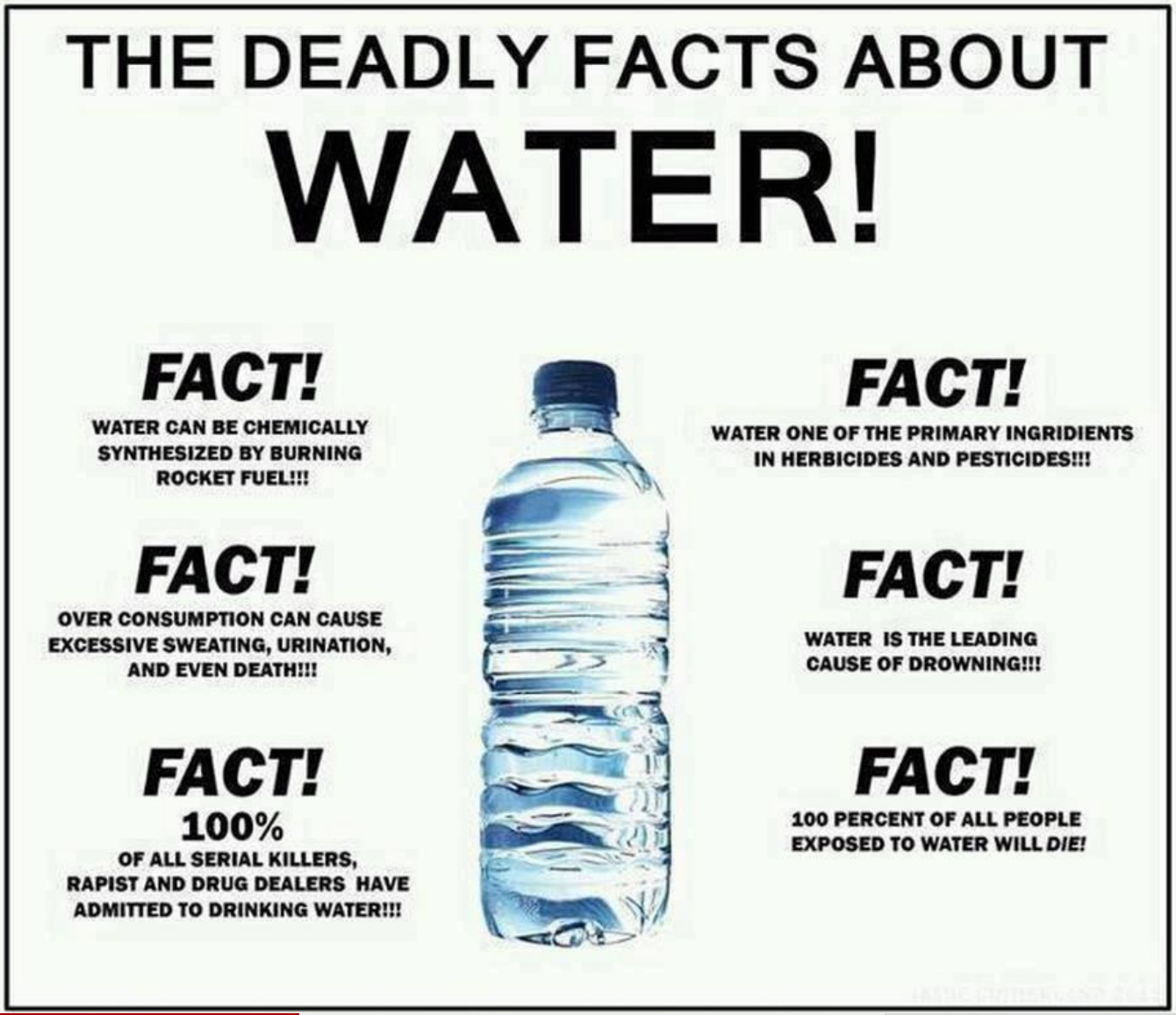
Mínimos Quadrados Ordinários

- Como interpretar a e b?
- b é a variação em y quando x varia uma unidade
- Exemplo dos sorvetes: $\bar{y}_i = 249,32 + 3,38x_i$
- P/ cada 1^oC a mais de temperatura, a venda de sorvetes aumenta em R$ 3,38.
- P/ cada 1^oC a menos de temperatura, a venda de sorvetes diminui em R$ 3,38.
- O sinal importa! a e b podem ser positivos ou negativos.
- a é o valor de y quando $x = 0$
- Quando a temperatura é de 0^oC, a venda de sorvetes é de R$ 249,32.

Mínimos Quadrados Ordinários

- x causa y?
- Não!

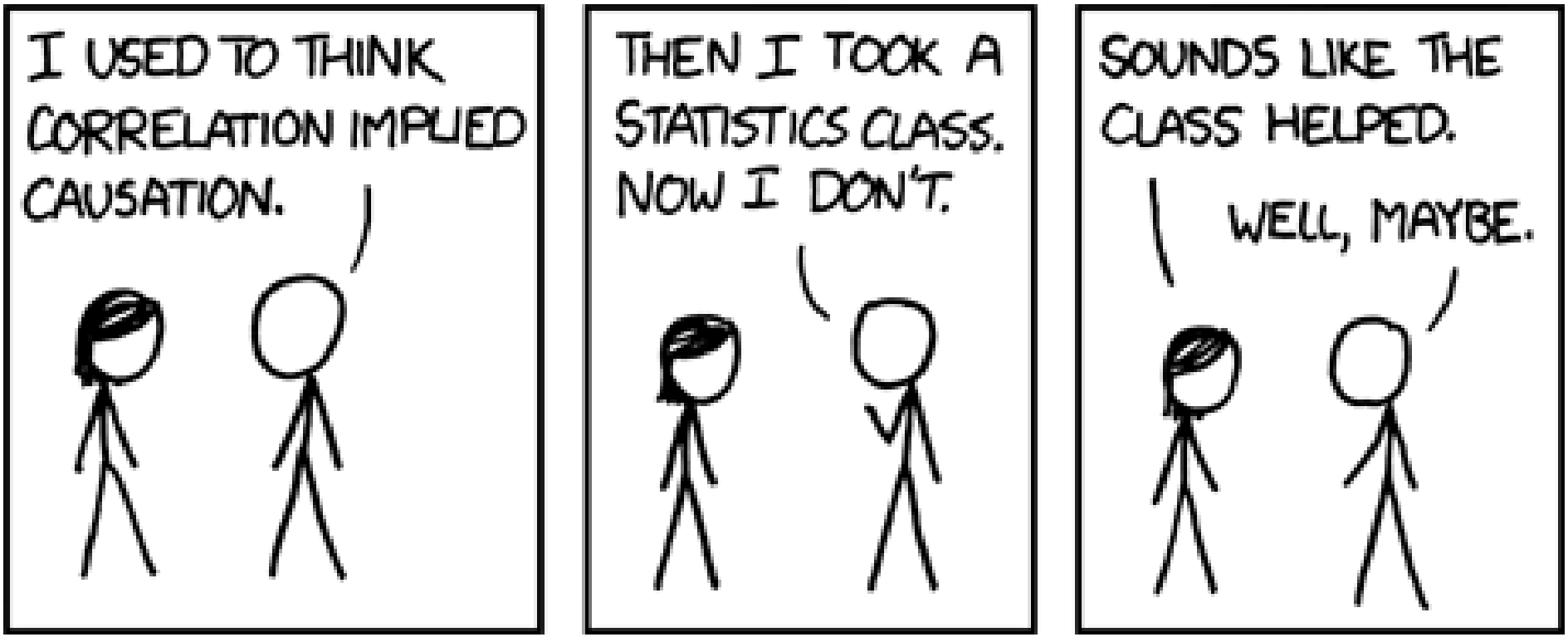
Mínimos Quadrados Ordinários



Mínimos Quadrados Ordinários

- b nos diz apenas a variação esperada em y dada uma variação em x
- b não nos permite dizer que x causa y

https://xkcd.com/552/



Mínimos Quadrados Ordinários

- E quando x não representa uma quantidade?
- Digamos, $x =$ choveu/não choveu.
- $x =$ homem/mulher
- $x =$ município de residência
- etc
- Nesses casos é preciso codificar x
- Ex.: $x = 0$ se não choveu, $x = 1$ se choveu
- Venda de sorvetes vs chuva: $\hat{y}_i = a + bx_i$
- Não choveu: $\hat{y}_i = a + b(0) = a + 0 = a$
- Choveu: $\hat{y}_i = a + b(1) = a + b$
- Nesses casos x é chamado de variável dummy.
- p/ n categorias, crie $n - 1$ dummies

Mínimos Quadrados Ordinários

- E quando y não representa uma quantidade?
- Digamos, $y =$ choveu/não choveu.
- Aí é um problema de classificação, não de regressão.

próxima aula

- Múltiplos xs: $\hat{y}_i = a + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i} + b_3 x_{3i} + ...$