ESTATÍSTICA APLICADA À ADMINISTRAÇÃO

Thiago Marzagão[1]

[1]marzagao.1@osu.edu

DISTRIBUIÇÕES DISCRETAS DE PROBABILIDADE

variáveis discretas vs variáveis contínuas

- Exemplos de variáveis discretas:
- ...quantidade de alunos na sala
- ...quantas vezes uma moeda cai "cara" em 10 lançamentos
- ...soma das faces de um dado em 10 lançamentos
- Exemplos de variáveis contínuas:
- ...tempo decorrido entre dois eventos
- ...peso
- ...inflação

variáveis discretas vs variáveis contínuas

- Variável discreta: pode assumir número finito de valores.
- Variável contínua: pode assumir número infinito de valores.

distribuições discretas de probabilidade

- Uma distribuição de probabilidade é uma função, $f(x)$, que nos diz qual a probabilidade de x.
- Exemplo: lançamento de uma moeda.
- $f(\text{cara}) = 1/2$
- $f(\text{coroa}) = 1/2$
- Exemplo: lançamento de um dado.
- $f(1) = 1/6$
- $f(2) = 1/6$
- $f(3) = 1/6$
- $f(4) = 1/6$
- $f(5) = 1/6$
- $f(6) = 1/6$

distribuições discretas de probabilidade

- Toda distribuição de probabilidade é uma função mas nem toda função é uma distribuição de probabilidade.
- Requisitos p/ $f(x)$ ser uma distribuição de probabilidade:
- $f(x) \geq 0$
- ... ou seja, a probabilidade de todo x é maior ou igual a zero
- $\sum f(x) = 1$
- ... ou seja, a soma de todas as probabilidades deve ser igual a um

a distribuição uniforme

- Distribuição uniforme: $f(x) = 1/n$
- É o caso mais simples.
- Mesma probabilidade p/ todo x.
- Satisfaz as duas condições:
- P/ todo x a probabilidade é maior ou igual a zero.
- Soma das probabilidades é igual a um.
- Exemplos de distribuições uniformes:
- ...lançamento de moeda: $f(x) = \frac{1}{2}$
- ...lançamento de dado: $f(x) = \frac{1}{6}$
- (desenhar gráficos no quadro)

a distribuição binomial

- Distribuição binomial: $f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$
- $\binom{n}{x} = \dfrac{n!}{x!(n-x)!}$
- O que caracteriza uma distribuição binomial?
- 1) experimento consiste em n ensaios idênticos
- 2) dois resultados são possíveis em cada ensaio
- 3) p é a mesma em todos os ensaios
- 4) os ensaios são independentes
- Exemplo: lançar moeda p/ cima 10 vezes.
- Qual a probabilidade de obter 5 caras?
- $f(5) = ?$
- Distribuição binomial: $f(5) = \binom{10}{5} 0.5^5 (1-0.5)^{10-5}$
- $= 252(0.5^5)(0.5)^{10-5} \approx 0,24$
- (fazer passo a passo no quadro)

a distribuição de Poisson

- Distribuição de Poisson: $f(x) = \dfrac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}$
- μ é a média, $e \approx 2,71828...$
- O que caracteriza uma distribuição de Poisson?
- 1) probabilidade de ocorrência do evento é a mesma p/ dois intervalos de igual comprimento
- 2) ocorrência ou não ocorrência do evento num intervalo independente da ocorrência ou não ocorrência em outro intervalo
- Obs.: intervalo no precisa ser temporal.
- Exemplo: probablidade de um dado call center receber 50 chamados na próxima hora, sabendo que a média de chamadas por hora é de 30.
- $f(50) = ?$
- Distribuição de Poisson: $f(50) = \dfrac{(30^{50})(2,71^{-30})}{50!} \approx 0,0002$

exercício 1

- Os dados a seguir foram coletados contando-se o número de salas de cirurgia em uso no Hospital Geral de Tampa em um período de 20 dias: em três dos dias somente uma sala de cirurgia foi usada; em cinco dos dias, duas foram usadas; em oito dos dias, três foram usadas; e, em quatro dias, todas as quatro salas de cirurgia do hospital foram usadas.
- (a) Use a abordagem de freqüencia relativa para construir a distribuição de probabilidade correspondente ao número de salas de cirurgia em uso em qualquer dia do período.
- (b) Desenhe um gráfico da distribuição de probabilidade.
- (c) Mostre que sua distribuição de probabilidade satisfaz as condições necessárias a uma distribuição discreta de probabilidade válida.
- (Anderson et al, p. 210)

exercício 1 - resolução

- (a) Use a abordagem de freqüencia relativa para construir a distribuição de probabilidade correspondente ao número de salas de cirurgia em uso em qualquer dia do período.
- $f(1) = 3/20$
- $f(2) = 5/20$
- $f(3) = 8/20$
- $f(4) = 4/20$
- (b) Desenhe um gráfico da distribuição de probabilidade.
- (Desenhar no quadro - x é no eixo x, f(x) no eixo y)
- (c) Mostre que sua distribuição de probabilidade satisfaz as condições necessárias a uma distribuição discreta de probabilidade válida.
- $f(1) \geq 0,\ f(2) \geq 0,\ f(3) \geq 0,\ f(4) \geq 0$
- $3/20 + 5/20 + 8/20 + 4/20 = 20/20 = 1$

exercício 2

- (Ex. 9 em Anderson et al, p. 210)

exercício 3

- (Ex. 10 em Anderson et al, pp. 210-211)

exercício 4

- (Ex. 11 em Anderson et al, p. 211)

exercício 5

- (Ex. 12 em Anderson et al, p. 211)

exercício 6

- (Ex. 12 em Anderson et al, p. 211)

exercício 7

- (Ex. 28 em Anderson et al, p. 226)

exercício 7 - resolução

- a)
- $\binom{6}{2}(0,23)^2(0,77)^4$
- $= \frac{6!}{2!(6-2)!}(0,23)^2(0,77)^4$
- $\approx 0,2789$
- b)
- $\binom{6}{2}(0,23)^2(0,77)^4$
- $+\binom{6}{3}(0,23)^3(0,77)^3$
- $+\binom{6}{4}(0,23)^4(0,77)^2$
- $+\binom{6}{5}(0,23)^5(0,77)^1$
- $+\binom{6}{6}(0,23)^6(0,77)^6$
- $\approx 0,4181$
- c)
- $\binom{10}{10}(0,23)^0(0,77)^{10} \approx 0,073$

exercício 8

- (Ex. 29 em Anderson et al, p. 226)

exercício 9

- (Ex. 33 - até c - em Anderson et al, p. 227)

exercício 10

- (Ex. 34 em Anderson et al, p. 227)

exercício 11

- (Ex. 35 em Anderson et al, p. 227)

exercício 12

- (Ex. 36 em Anderson et al, p. 227)

exercício 13

- (Ex. 40 - até b - em Anderson et al, p. 231)

exercício 13 - resolução

- a)
- 48 chamadas/hora = 4 chamadas/5 minutos
- $f(x) = \dfrac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}$
- $f(3) = \dfrac{(4)^3 (2,71)^{-4}}{3!}$
- $\approx 0,1953$
- b)
- 48 chamadas/hora = 12 chamadas/15 minutos
- $f(10) = \dfrac{(12)^1 0 (2,71)^{-12}}{10!}$
- $\approx 0,1048$

exercício 14

- (Ex. 42 em Anderson et al, p. 231)

exercício 14 - resolução

- a) $f(0) = \dfrac{(7)^0(2,71)^{-7}}{0!} \approx 0,0009$
- b) $1 - f(1) - f(0)$
- $f(1) = \dfrac{(7)^1(2,71)^{-7}}{1!} \approx 0,0063$
- $1 - f(1) - f(0) \approx 1 - 0,0009 - 0,0063 \approx 0,9927$
- c) 7 chamadas/minuto = 3,5 chamadas/30 segundos
- $1 - f(0) = 1 - \dfrac{(3,5)^0(2,71)^{-3,5}}{0!} \approx 0,9698$
- d) $1 - f(0) - f(1) - f(2) - f(3) - f(4)$
- $\approx 0,872$

exercício 15

- (Ex. 43 em Anderson et al, p. 231)

exercício 16

- (Ex. 44 em Anderson et al, p. 231)

exercício 17

- (Ex. 45 em Anderson et al, p. 231)