
Planche 1.

Question de cours. Si A est une matrice de rang r, alors est elle est équivalente à une matrice J_r.

Exercice 1. Déterminer un supplémentaire $vect(u, v, w)$ où $u = (-1, 1, 0)$, $v = (2, 0, 1)$ et $w = (1, 1, 1)$.

Exercice 2. Soit E un espace vectoriel de dimension finie et $f, g \in L(E)$ telles que $f + g$ soit bijective et $g \circ f = 0$. Montrer que $\mathsf{rg}(f) + \mathsf{rg}(g) = \dim(E)$.

Planche 2.

Question de cours. Si P annule u, alors $Sp(u) \subset Rac(P)$.

Exercice 1. Montrer que les polynômes $X^k(1-X)^{n-k}$ pour tout $0 \leq k \leq n$ forment une base de $\mathbb{R}_n[X]$.

Exercice 2. Soit A, B deux matrices telles que $AB - BA = A$. Calculer $\mathsf{tr}(A^p)$ pour tout p.

Planche 3.

Question de cours. Si $\lambda_1, \ldots, \lambda_p$ sont des valeurs propres de u, alors $E_{\lambda_1}(u), \ldots, E_{\lambda_p}(u)$ sont en somme directe.

Exercice 1. Déterminer la dimension de l'ensemble des suites complexes p périodiques.

Exercice 2. Calculer A^n pour

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Solutions - Planche 1.

Question de cours.

Exercice 1.

Exercice 2.

Solutions - Planche 2.

Question de cours.

Exercice 1.

Exercice 2.

Solutions - Planche 3.

Question de cours.

Exercice 1.

Exercice 2.