

**Planche 1.**

**Question de cours.** La convergence de  $\int_I |f|$  implique celle de  $\int_I f$ .

**Exercice 1.** On pose  $F(x) = \int_0^1 \frac{e^{-x^2(1+t^2)}}{1+t^2} dt$  sur  $\mathbb{R}$  et  $G(x) = (\int_0^x e^{-t^2} dt)^2$  sur  $\mathbb{R}$ . Montrer que  $F$  et  $G$  sont  $C^1$  sur  $\mathbb{R}$  et considérer  $F + G$  pour calculer  $\int_0^{+\infty} e^{-t^2} dt$ .

---

**Planche 2.**

**Question de cours.** Montrer que  $\sin(t)/t$  n'est pas intégrable sur  $]0, +\infty[$  mais que l'intégrale converge.

**Exercice 1.** Soient  $n > 0$  et  $x \in ]0, +\infty[$ . On pose

$$I_n(x) = \int_0^{+\infty} \frac{1}{(t^2 + x^2)^n} dt$$

Trouver une relation de récurrence.

---

**Planche 3.**

**Question de cours.** Dérivée de la fonction  $\Gamma$ .

**Exercice 1.** Soit  $f$  continue  $[0, 1]$ . Calculer la limite de  $\int_0^1 f(t^n) dt$  en  $+\infty$ .

**Solutions - Planche 1.**

**Question de cours.**

**Exercice 1.**

**Exercice 2.**

**Solutions - Planche 2.**

**Question de cours.**

**Exercice 1.**

**Exercice 2.**

## **Solutions - Planche 3.**

**Question de cours.**

**Exercice 1.**

## Exercise 2.