Colle 17  $\sim$  8 mars 2016  $\sim$  Colleur : Isenmann  $\sim$  MPSI  $\sim$  Trinôme :

#### Planche 1.

Exercice 1. Montrer que  $\frac{2n-1}{n+1}\sin(n^2) = O(1)$ .

**Exercice 2.** Soit  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  décroissante telle que  $f(x) + f(x+1) \sim \frac{1}{x}$  en  $+\infty$ . Trouver un équivalent en  $+\infty$ .

#### Planche 2.

**Exercice 1.** Soit  $(u_n)$  une suite convergente. Montrer que  $u_n = O(1)$ . Est-ce que  $u_n = o(1/n)$ ?

**Exercice 2.** On pose  $u_n = 0! + 1! + \cdots + n! = \sum_{k=0}^n k!$ . Montrer que  $u_n \sim n!$  en  $+\infty$ .

#### Planche 3.

**Exercice 1.** Trouver  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  telle que  $e^x = o(f(x))$  et  $f(x) = o(e^{x^2})$ .

**Exercice 2.** On pose  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ . Montrer que  $\ln(1+t) \le t$  et  $\ln(1+t) \ge \frac{t}{t+1}$ . En déduire que  $\ln(n+1) \le S_n \le \ln(n) + 1$ . Trouver un équivalent de  $S_n$ .

# Solutions - Planche 1.

Question de cours.

Exercice 1.

Exercice 2.

# Solutions - Planche 2.

Question de cours.

Exercice 1.

Exercice 2.

Solutions - Planche 3.

Question de cours.

Exercice 1.

# Exercice 2.