

Transformações Geométricas

Computação Gráfica

Professora: Lis Custódio

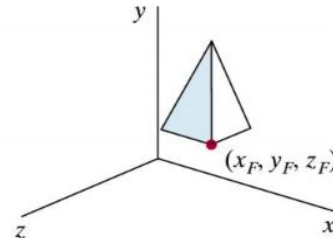
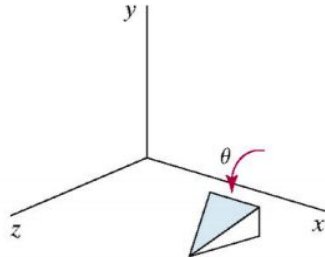
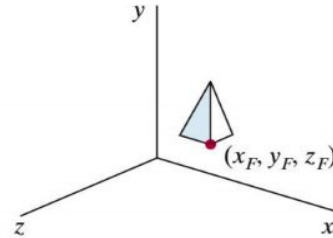
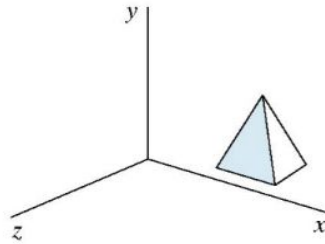
Tópicos da aula de hoje

- Por que transformações?
- Classificação das transformações
- Transformações
 - Translação
 - Escala
 - Rotação
- Coordenadas Homogêneas
- Combinando transformações

Por que transformações?

Por que transformações?

Em CG, uma vez tendo um objeto definido, “transformações” são utilizadas para mover este objeto, mudar seu tamanho (escala) ou rotacioná-lo.



Por que transformações?

Podemos utilizar uma matriz 2x2 para modificar os pontos de um objeto, conseqüentemente, para modificar a posição e estrutura desse objeto.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}x + a_{12}y \\ a_{21}x + a_{22}y \end{bmatrix}$$

A tipo de operação, que pega um ponto em duas dimensões e leva em outro ponto, através de uma simples multiplicação de matrizes, chamamos **transformação linear**.

Classificação de transformações

Transformações Rígidas

Transformações Não-Rígidas

Classificação de transformações

Transformações Rígidas

São transformações geométricas que preservam a forma, o tamanho e os ângulos dos objetos. Elas são:

Transformações Não-Rígidas

Classificação de transformações

Transformações Rígidas

São transformações geométricas que preservam a forma, o tamanho e os ângulos dos objetos. Elas são:

- Rotação
- Translação
- Reflexão

Transformações Não-Rígidas

Classificação de transformações

Transformações Rígidas

São transformações geométricas que preservam a forma, o tamanho e os ângulos dos objetos. Elas são:

- Rotação
- Translação
- Reflexão

Transformações Não-Rígidas

São transformações geométricas que preservam o paralelismo entre as linhas mas não seus comprimentos e ângulos.

Classificação de transformações

Transformações Rígidas

São transformações geométricas que preservam a forma, o tamanho e os ângulos dos objetos. Elas são:

- Rotação
- Translação
- Reflexão

Transformações Não-Rígidas

São transformações geométricas que preservam o paralelismo entre as linhas mas não seus comprimentos e ângulos. Exemplo de transformações Não-Rígidas:

- Escala
- Cisalhamento

Classificação de transformações

Transformações Afins

- Basicamente as transformações afins são:

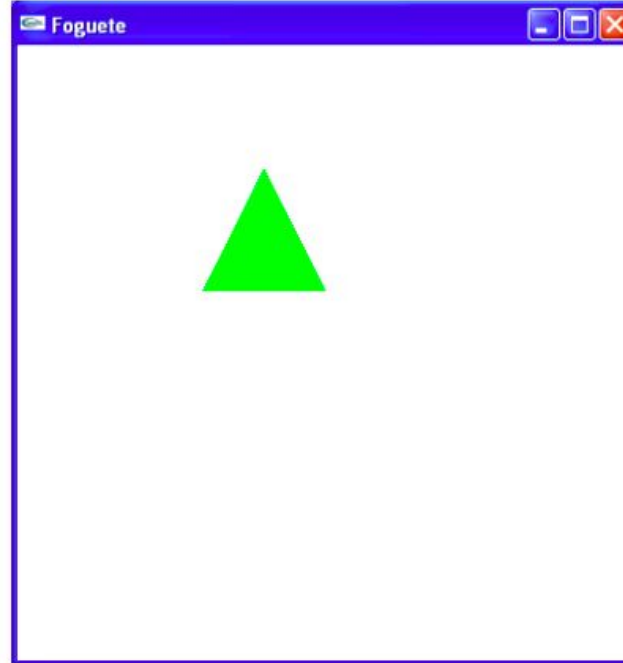
Transformações Lineares + Translações

- Desta forma, podemos afirmar que toda transformação linear é também afim, mas o contrário não é verdade

Desenhando um foquete

Bico

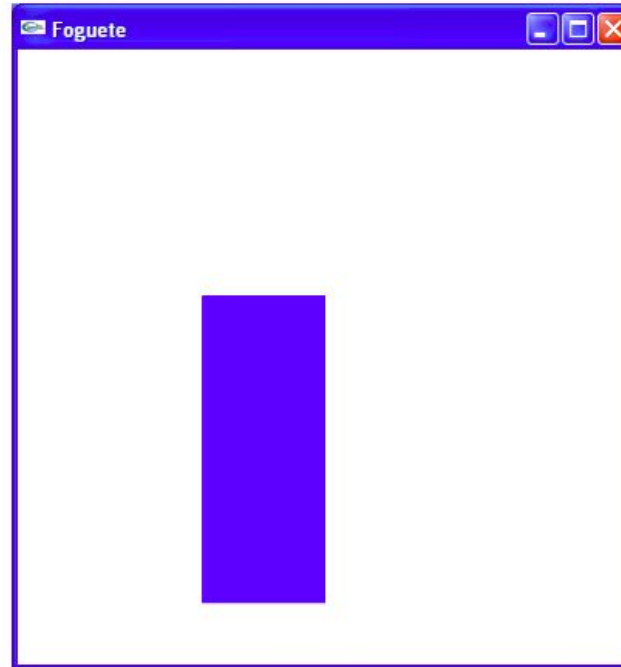
```
void Bico()
{
    glBegin(GL_TRIANGLES);
    glColor3f(0,1,0);
    glVertex3f(3.0,6.0,0);
    glVertex3f(4.0, 8.0,0);
    glVertex3f(5.0,6.0,0);
    glEnd();
}
```



Desenhando um foquete

Corpo

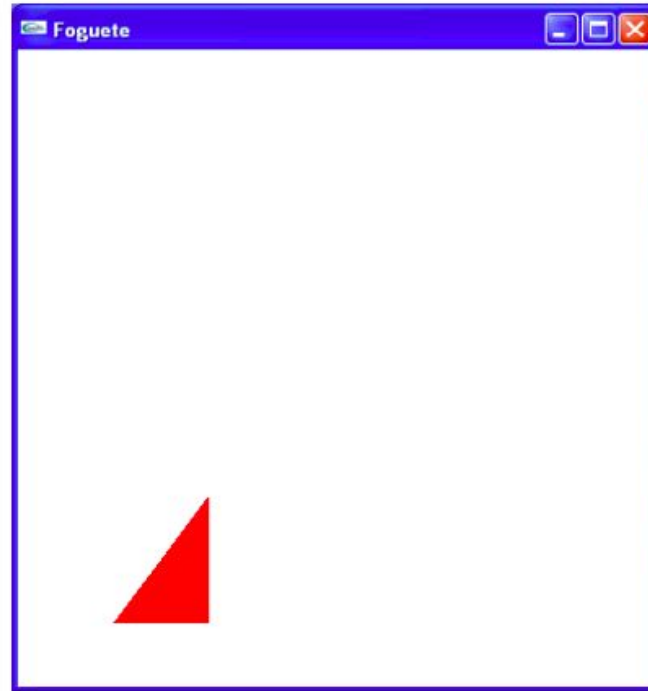
```
void Corpo()
{
    glBegin(GL_QUADS);
    glColor3f(0,0,1);
    glVertex3f(3.0,1.0,0);
    glVertex3f(5.0, 1.0,0);
    glVertex3f(5.0,6.0,0);
    glVertex3f(3.0,6.0,0);
    glEnd();
}
```



Desenhando um foquete

Asa Esquerda

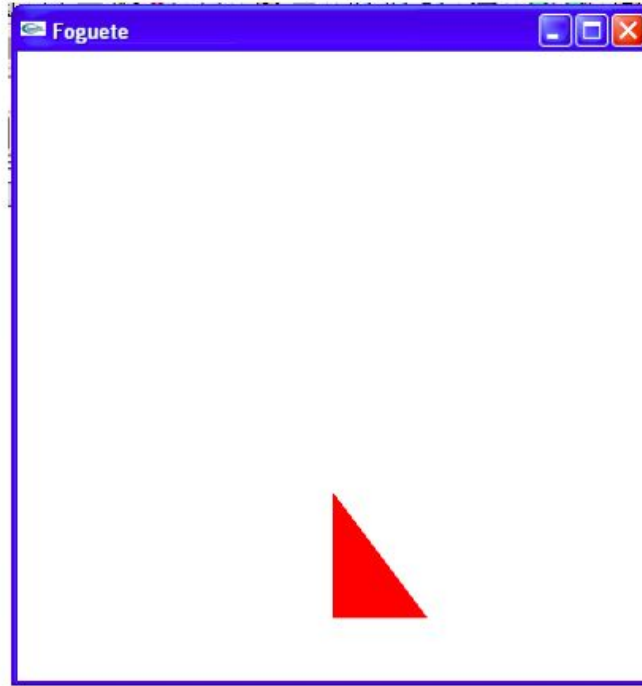
```
void AsaEsquerda()
{
    glBegin(GL_TRIANGLES);
    glColor3f(1,0,0);
    glVertex3f(1.5,1.0,0);
    glVertex3f(3.0, 1.0,0);
    glVertex3f(3.0,3.0,0);
    glEnd();
}
```



Desenhando um foquete

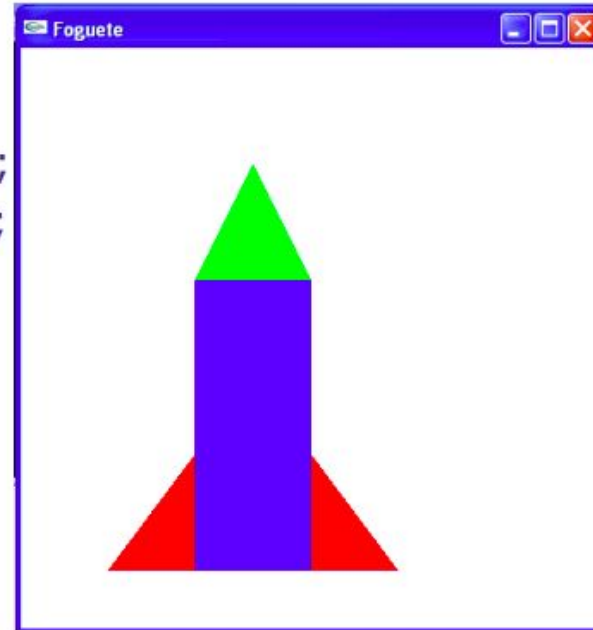
Asa Direita

```
void AsaDireita()
{
    glBegin(GL_TRIANGLES);
    glColor3f(1,0,0);
    glVertex3f(5.0,1.0,0);
    glVertex3f(6.5, 1.0,0);
    glVertex3f(5.0,3.0,0);
    glEnd();
}
```



Desenhando um foguete

```
void DesenhaFoguete(void)
{
    glClearColor(1.0f, 1.0f, 1.0f, 1.0f);
    glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT);
    Bico();
    Corpo();
    AsaEsquerda();
    AsaDireita();
    glFlush();
}
```



Escala

- Escalas multiplicam todas as coordenadas
- **Atenção:** Objetos podem mudar de lugar ao aplicarmos operações de escala

$$\text{scale}(s_x, s_y) = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix}$$

Escala

- Escalas multiplicam todas as coordenadas
- **Atenção:** Objetos podem mudar de lugar ao aplicarmos operações de escala.

$$\text{scale}(s_x, s_y) = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix}$$

Dado um ponto (x,y), uma escala de parâmetros S_x e S_y , será da forma:

$$\begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x x \\ s_y y \end{bmatrix}$$

Escala

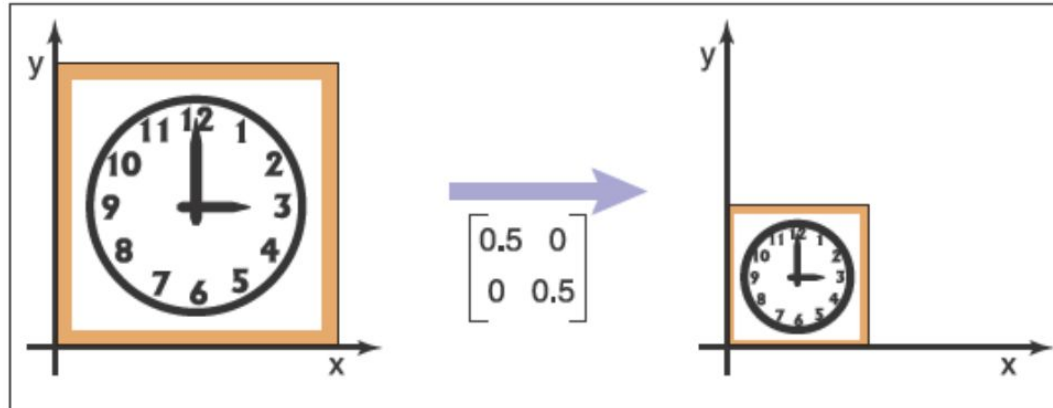
Exemplo:

$$\text{scale}(0.5, 0.5) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Escala

Exemplo:

$$\text{scale}(0.5, 0.5) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$



Escala

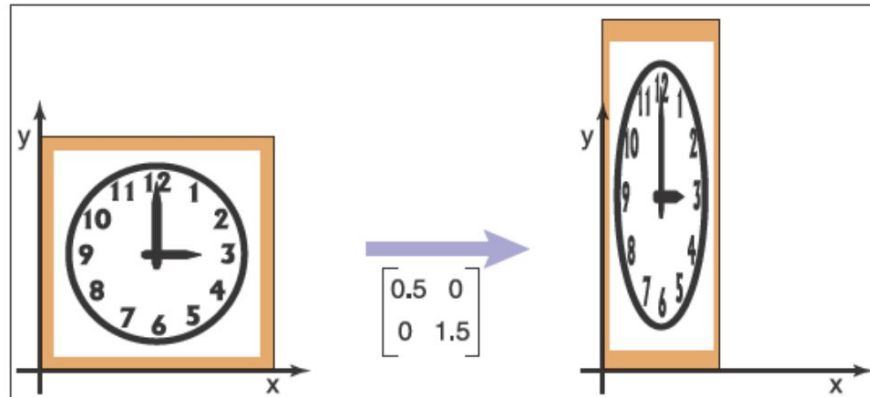
Exemplo:

$$\text{scale}(0.5, 1.5) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix}$$

Escala

Exemplo:

$$\text{scale}(0.5, 1.5) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix}$$



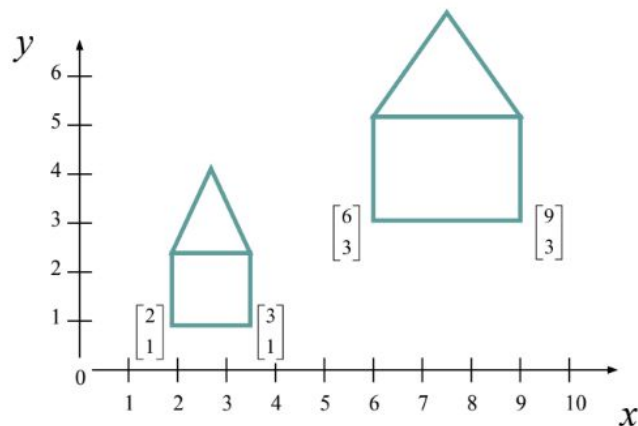
Escala

- Escalas multiplicam todas as coordenadas

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}' = \mathbf{S} \cdot \mathbf{P}$$

$$x' = x \cdot s_x, \quad y' = y \cdot s_y$$



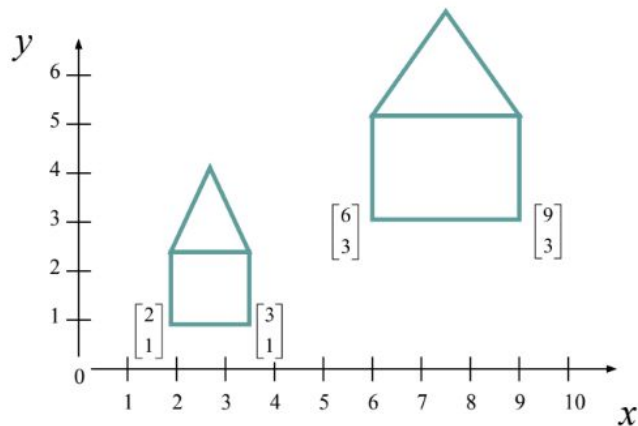
Escala

- Escalas multiplicam todas as coordenadas
- **Atenção:** Objetos podem mudar de lugar ao aplicarmos operações de escala

$$x' = x \cdot s_x, \quad y' = y \cdot s_y$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}' = \mathbf{S} \cdot \mathbf{P}$$



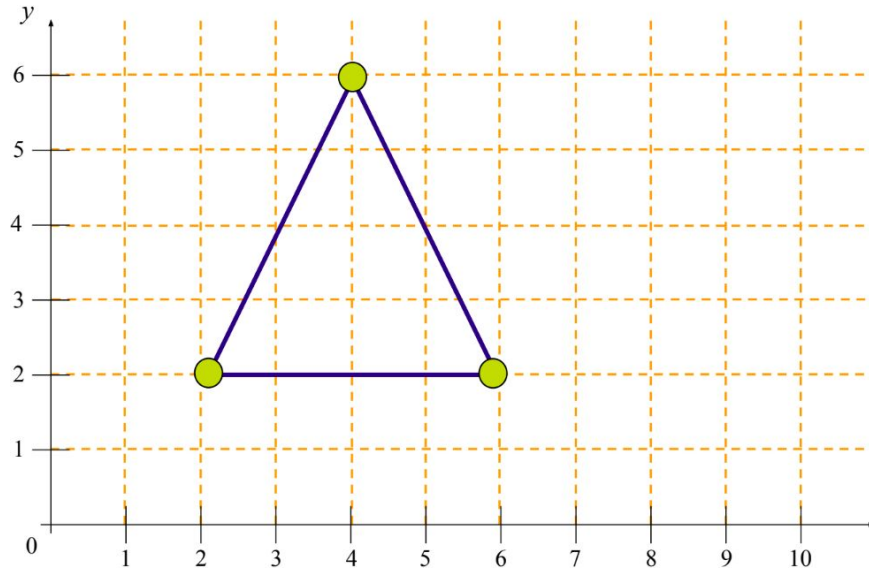
Escala

Exemplo: O que acontecerá ao objeto se aplicarmos uma escala com $s_x = 2$ e $s_y = 2$.



Escala

Exemplo: O que acontecerá ao objeto se aplicarmos uma escala com $s_x = 2$ e $s_y = 2$.

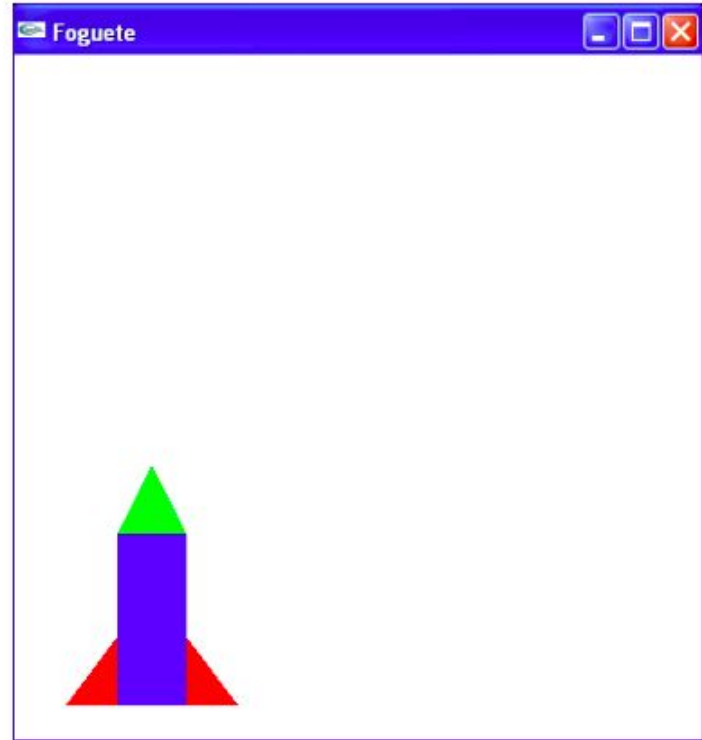


Escala

```
void DesenhaFoguete(void)
{
    glClearColor(1.0f, 1.0f, 1.0f, 1.0f);
    glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT);
    glScalef(0.5f, 0.5f, 1.0f);
    Bico();
    Corpo();
    AsaEsquerda();
    AsaDireita();
    glFlush();
}
```

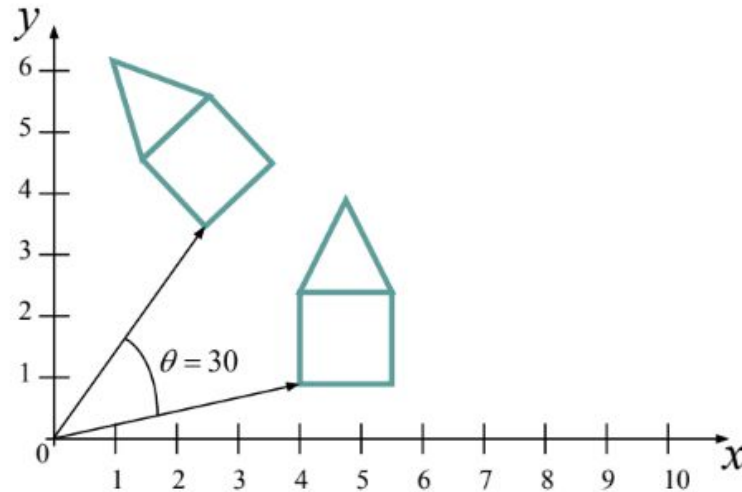
Escala

```
void DesenhaFoguete(void)
{
    glClearColor(1.0f, 1.0f, 1.0f, 1.0f);
    glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT);
    glColor(0.5f, 0.5f, 1.0f);
    Bico();
    Corpo();
    AsaEsquerda();
    AsaDireita();
    glFlush();
}
```



Rotação

- Rotaciona todas as coordenadas por um ângulo específico
- Pontos sempre serão rotacionados em relação à origem



Rotação

- A rotação de um ponto em relação a origem teria a seguinte expressão:

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \times x - \sin \theta \times y \\ \sin \theta \times x + \cos \theta \times y \end{bmatrix}$$

Rotação

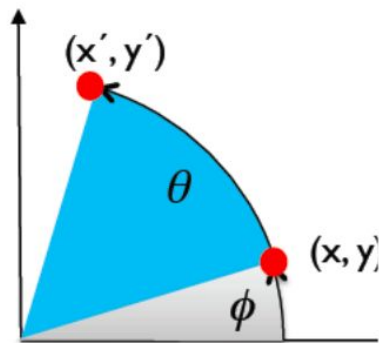
$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \times x - \sin \theta \times y \\ \sin \theta \times x + \cos \theta \times y \end{bmatrix}$$

Lembra como chegamos a essa fórmula?

$$\begin{cases} x = r \cos \phi \\ y = r \sin \phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' = r \cos(\phi + \theta) \\ y' = r \sin(\phi + \theta) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' = r \cos \phi \cos \theta - r \sin \phi \sin \theta \\ y' = r \cos \phi \sin \theta + r \sin \phi \cos \theta \end{cases}$$



Substituindo $r \cos(\phi)$ e $r \sin(\phi)$ por x e y nas equações anteriores tem-se:

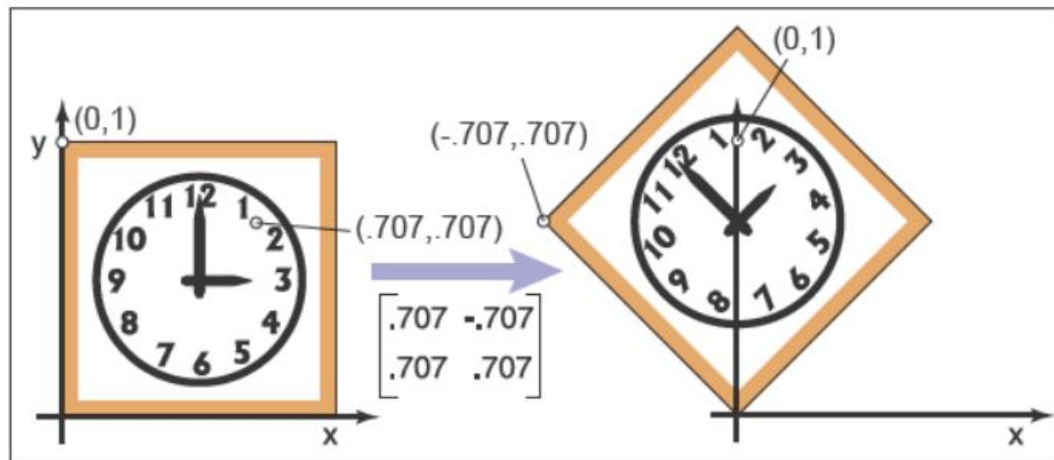
$$\begin{cases} x' = x \cos \theta - y \sin \theta \\ y' = x \sin \theta + y \cos \theta \end{cases}$$

Rotação

$$\text{rotate}(\phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{4} & -\sin \frac{\pi}{4} \\ \sin \frac{\pi}{4} & \cos \frac{\pi}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.707 & -0.707 \\ 0.707 & 0.707 \end{bmatrix}$$

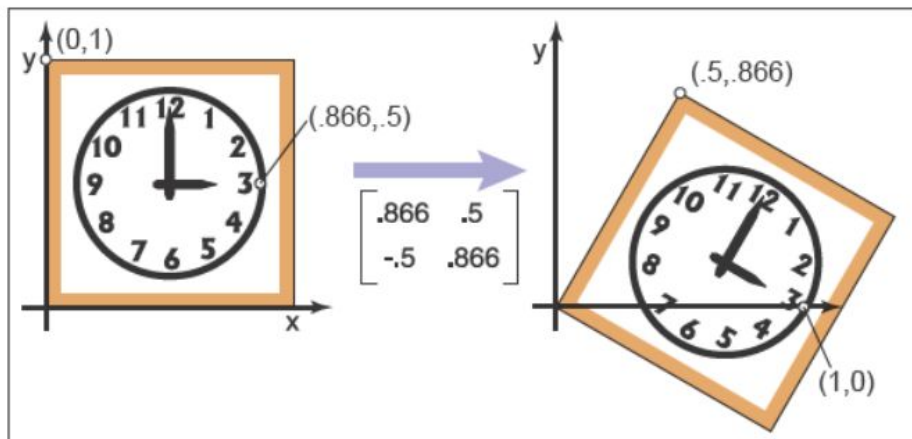


Rotação

$$\text{rotate}(\phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} \cos \frac{-\pi}{6} & -\sin \frac{-\pi}{6} \\ \sin \frac{-\pi}{6} & \cos \frac{-\pi}{6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.866 & 0.5 \\ -0.5 & 0.866 \end{bmatrix}$$



Rotação

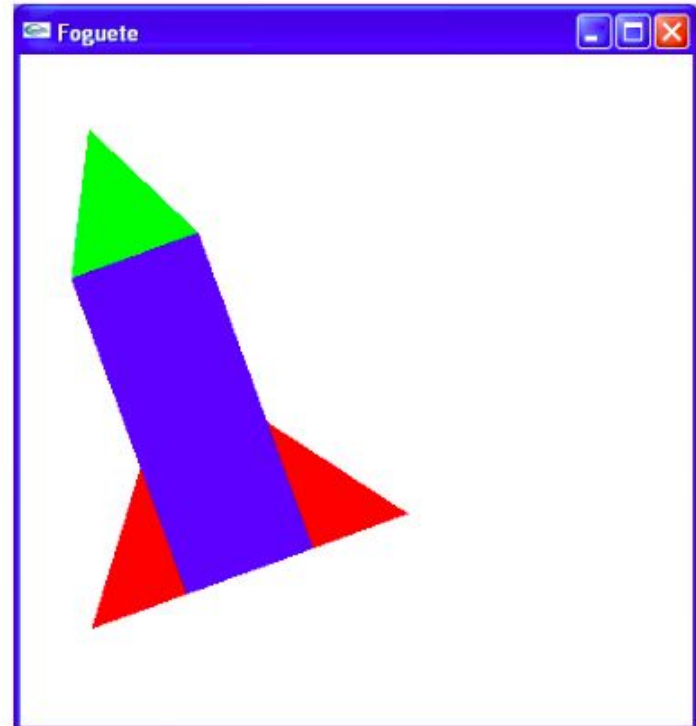
- Atenção! Muitas linguagens (como C e C++) já possuem funções trigonométricas implementadas. Nestas funções, normalmente, o ângulo a ser passado como parâmetro deve estar em radianos e não em graus. Se necessário, para converter de graus (g) para radianos (r), utilize a seguinte fórmula:

$$r = \frac{g \times \pi}{180}$$

- Em OpenGL as funções de rotação utilizam graus. Neste caso, não é necessário converter.

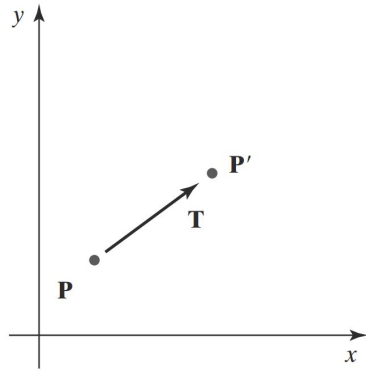
Rotação

```
void DesenhaFoguete(void)
{
    glClearColor(1.0f, 1.0f, 1.0f, 1.0f);
    glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT);
    glColor(1.0f, 0.0f, 0.0f);
    glRotatef(20, 0.0f, 0.0f, 1.0f);
    Bico();
    Corpo();
    AsaEsquerda();
    AsaDireita();
    glFlush();
}
```



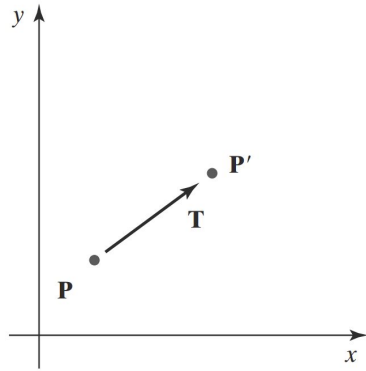
Translação

- Move um ponto de uma posição para outra.



Translação

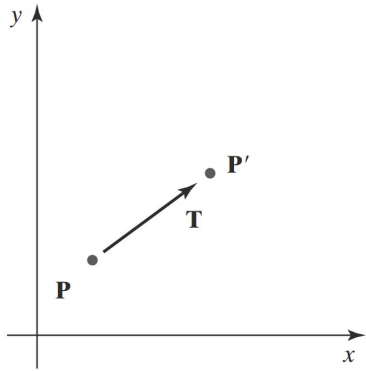
- Move um ponto de uma posição para outra.



$$x' = x + t_x, \quad y' = y + t_y$$

Translação

- Move um ponto de uma posição para outra.



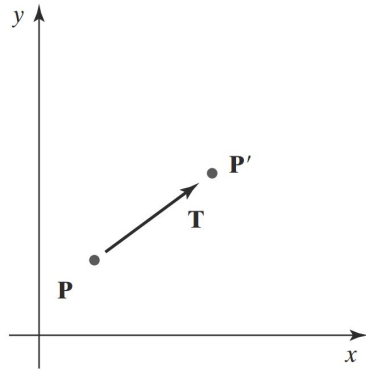
$$x' = x + t_x, \quad y' = y + t_y$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P} + \mathbf{T}$$

Translação

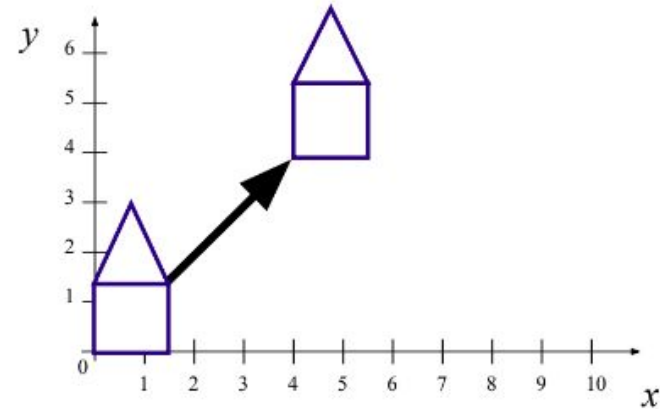
- Move um ponto de uma posição para outra.



$$x' = x + t_x, \quad y' = y + t_y$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P} + \mathbf{T}$$



Translação

Exemplo: O que acontecerá ao objeto se aplicarmos uma translação com $t_x = 5$ e $t_y = 3$?



Translação

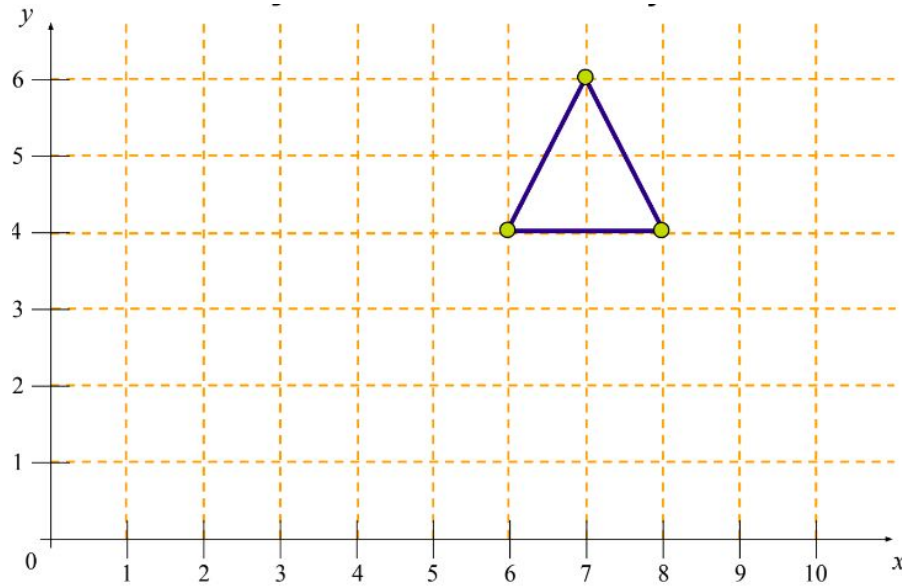
Exemplo: O que acontecerá ao objeto se aplicarmos uma translação com $t_x = 5$ e $t_y = 3$?



$$x' = x + t_x, \quad y' = y + t_y$$

Translação

Exemplo: O que acontecerá ao objeto se aplicarmos uma translação com $t_x = 5$ e $t_y = 3$?



$$x' = x + t_x, \quad y' = y + t_y$$

Translação

- Encontre uma matriz 2x2 com a qual seja possível representar a operação de translação

$$\begin{bmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + dx \\ y + dy \end{bmatrix}$$

Translação

- Encontre uma matriz 2x2 com a qual seja possível representar a operação de translação

$$\begin{bmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + dx \\ y + dy \end{bmatrix}$$

Não é possível representar matrizes 2 x 2 para resolver esse problema.

Translação

- Encontre uma matriz 2x2 com a qual seja possível representar a operação de translação

$$\begin{bmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + dx \\ y + dy \end{bmatrix}$$

Não é possível representar matrizes 2 x 2 para resolver esse problema.

Solução: Coordenadas Homogêneas

Coordenadas Homogeneas

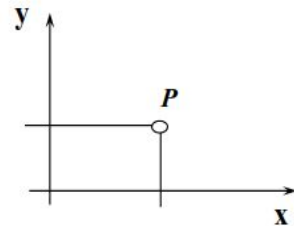
- Um ponto (x, y) pode ser reescrito em coordenadas homogêneas como (x_h, y_h, w)
- O parâmetro w é um valor diferente de zero tal que:

$$x = x_h / w$$

$$y = y_h / w$$

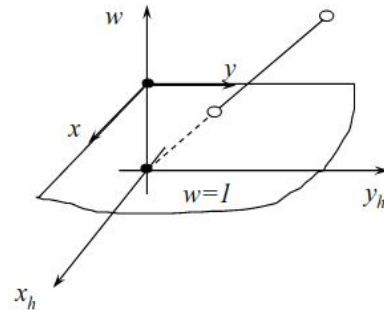
$$w > 0$$

- Deste modo, o ponto cartesiano (x, y) corresponde à uma infinidade de triplas (x_h, y_h, w) , incluindo o caso particular de $(x, y, 1)$



$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} wx \\ wy \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_h \\ y_h \\ w \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} x = x_h / w \\ y = y_h / w \end{matrix} \quad w > 0$$



Ex.:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Representando transformações

- Podemos representar as transformações através de matrizes.
- Esta forma de representação tem como vantagem básica permitir que em uma única matriz represente a combinação de várias transformações.

Transformações Geométricas - Coordenadas Homogeneas

Escala

$$\begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x \times x \\ s_y \times y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Translação

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & dx \\ 0 & 1 & dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + dx \\ y + dy \\ 1 \end{bmatrix}$$

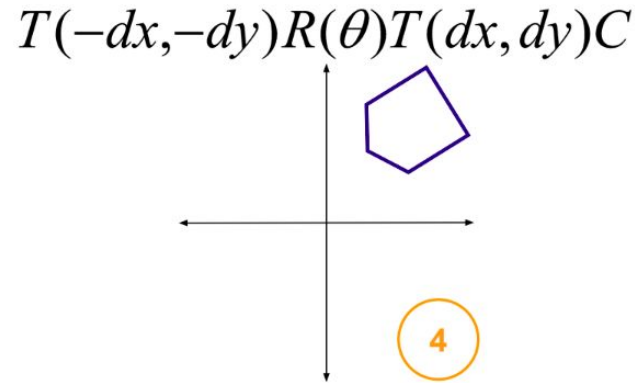
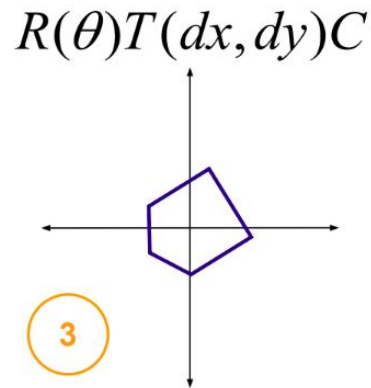
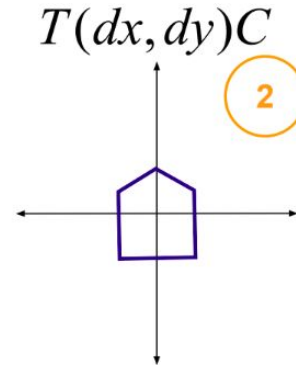
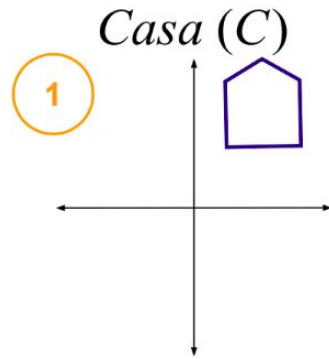
Rotação

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \times x - \sin \theta \times y \\ \sin \theta \times x + \cos \theta \times y \\ 1 \end{bmatrix}$$

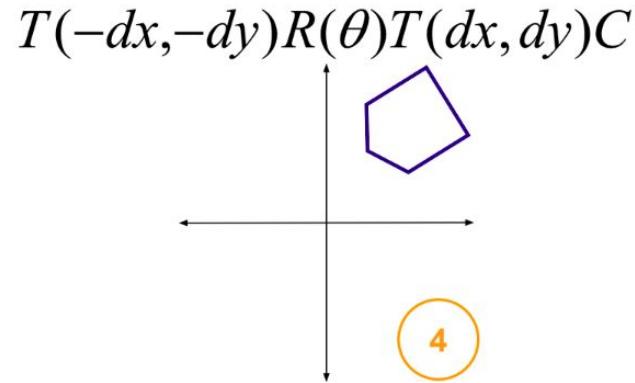
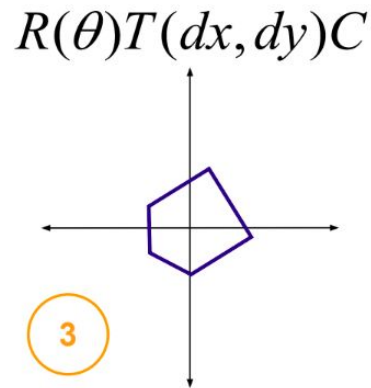
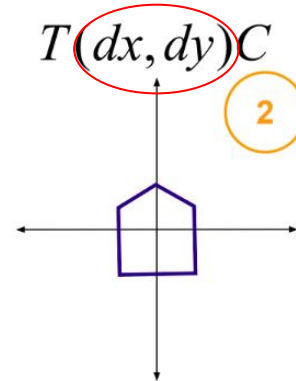
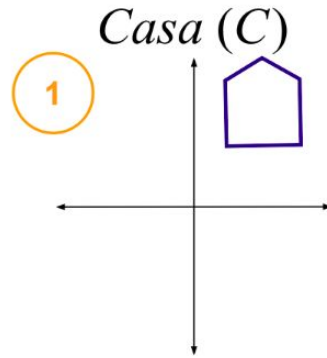
Combinando Transformações

- Rotacionar um polígono em volta de um ponto que não seja a origem:
 - Translade o centro do polígono para a origem
 - Rotacione normalmente em relação à origem
 - Faça a translação inversa

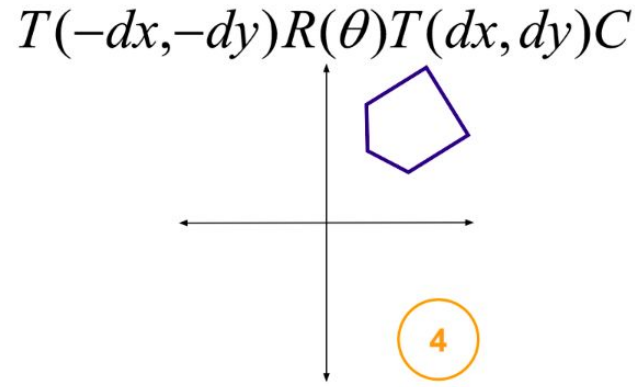
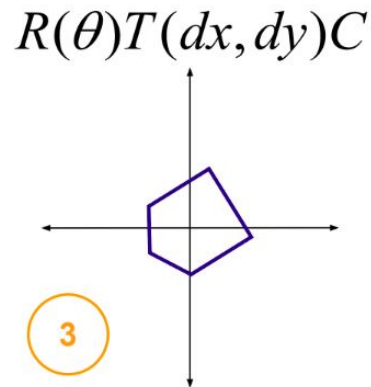
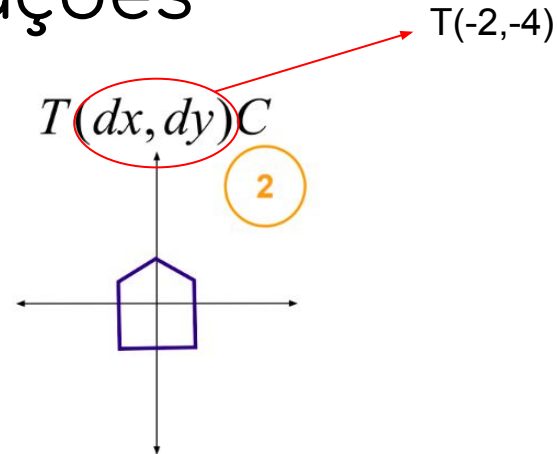
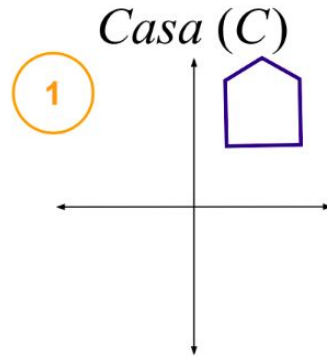
Combinando Transformações



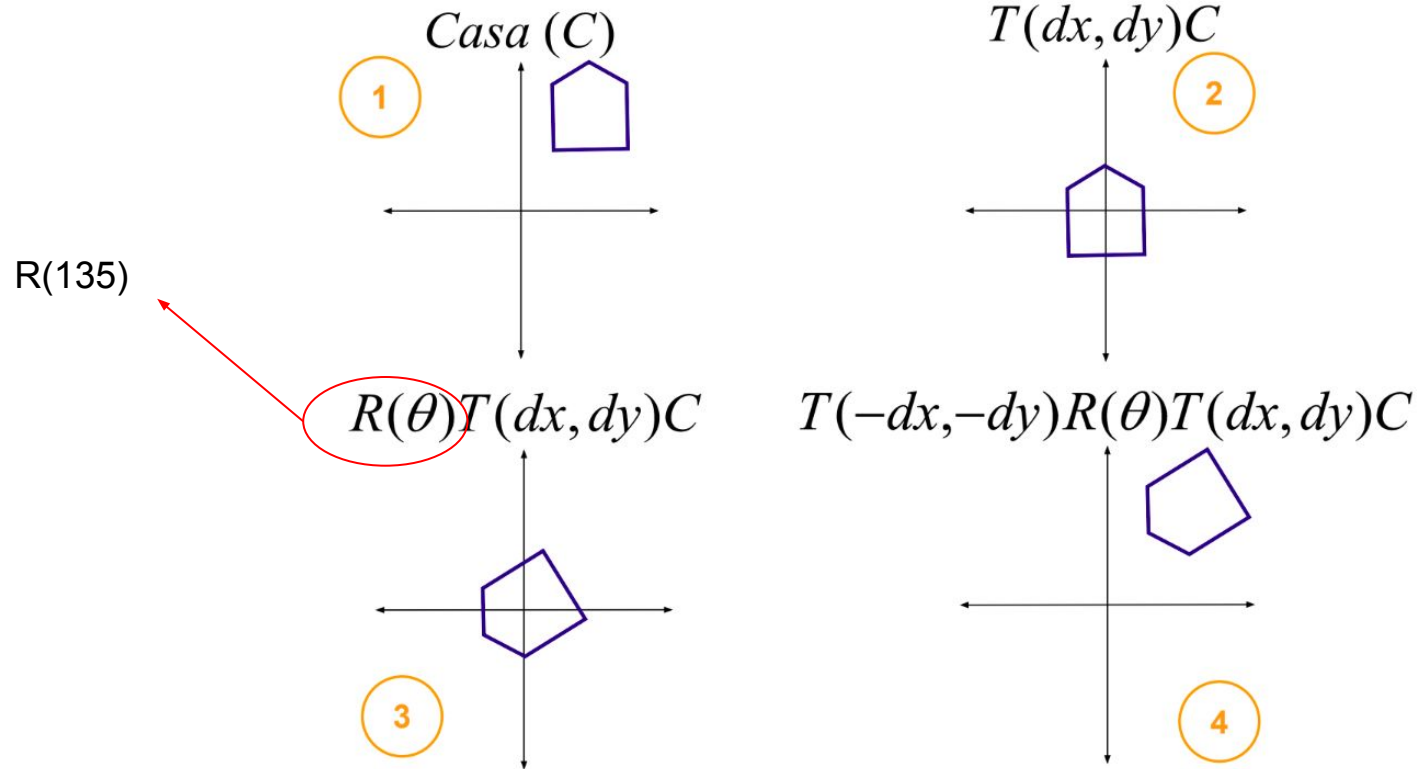
Combinando Transformações



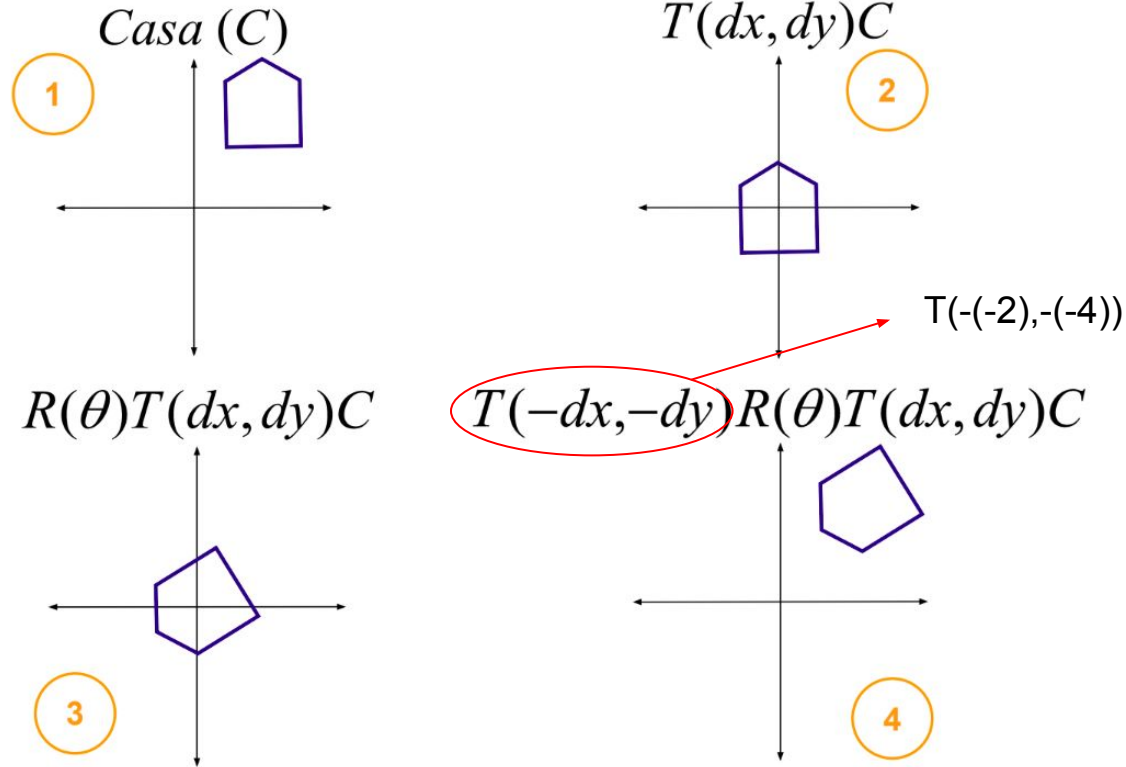
Combinando Transformações



Combinando Transformações



Combinando Transformações



Combinando Transformações

As três transformações seriam combinadas da seguinte forma

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -dx \\ 0 & 1 & -dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & dx \\ 0 & 1 & dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$v' = T(-dx, -dy)R(\theta)T(dx, dy)v$$

Transformações Geométricas com OpenGL

Os principais comandos em OpenGL para realizar as transformações geométricas são:

```
glTranslatef(dx, dy, dz);
```

```
glScalef(sx, sy, sz);
```

```
glRotatef(ângulo, x, y, z);
```


Transformações Geométricas com OpenGL

Os principais comandos em OpenGL para realizar as transformações geométricas são:

```
glTranslatef(dx, dy, dz);
```

```
glScalef(sx, sy, sz);
```

```
glRotatef(ângulo, x, y, z);
```

- Todas as operações da OpenGL são 3D, sendo o 2D um caso particular delas. Por exemplo, para as transformações os valores referentes à coordenada z devem ser considerados como listado abaixo.

```
1 glTranslated(tx, ty, 0);  
2 glRotated(theta, 0.0, 0.0, 1.0);  
3 glScaled(sx, sy, 1.0);
```

Transformações Geométricas com OpenGL

- Todas as transformações da OpenGL consideram a origem como referência. Antes de fazer rotação ou escala é necessário transladar para a origem, efetuar as transformações e transladar de volta para a posição inicial.

```
1  ...  
2  glMatrixMode(GL_MODELVIEW);  
3  ...  
4  glTranslated(tx, ty, 0);  
5  glRotated(theta, 0.0, 0.0, 1.0);  
6  glTranslated(-tx, -ty, 0);  
7  ...
```

Transformações Geométricas com OpenGL

Matrizes no OpenGL

Escala

$$\begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x \times x \\ s_y \times y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Translação

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & dx \\ 0 & 1 & dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + dx \\ y + dy \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotação

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \times x - \sin \theta \times y \\ \sin \theta \times x + \cos \theta \times y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Transformações Geométricas com OpenGL

Matrizes do OpenGL

- Todos os comandos de transformação são compostos em uma matriz de transformação.

Transformações Geométricas com OpenGL

Matrizes do OpenGL

- Todos os comandos de transformação são compostos em uma matriz de transformação. A OpenGL possui 3 tipos de matrizes GL_MODELVIEW, GL_PROJECTION, GL_TEXTURE.

Transformações Geométricas com OpenGL

Matrizes do OpenGL

- Todos os comandos de transformação são compostos em uma matriz de transformação. A OpenGL possui 3 tipos de matrizes **GL_MODELVIEW**, GL_PROJECTION, GL_TEXTURE.

A matriz modelview controla as transformações dos vértices dos objetos da cena.

Transformações Geométricas com OpenGL

Matrizes do OpenGL

- Todos os comandos de transformação são compostos em uma matriz de transformação. A OpenGL possui 3 tipos de matrizes GL_MODELVIEW, **GL_PROJECTION**, GL_TEXTURE.

A matriz de projeção controla como a cena 3-D é projetada em 2-D.

Transformações Geométricas com OpenGL

Matrizes do OpenGL

- Todos os comandos de transformação são compostos em uma matriz de transformação. A OpenGL possui 3 tipos de matrizes GL_MODELVIEW, GL_PROJECTION, **GL_TEXTURE**.

A matriz de texturas transforma as coordenadas da textura para obter efeitos como projetar e deslocar texturas.

Transformações Geométricas com OpenGL

Matrizes do OpenGL

- Todos os comandos de transformação são compostos em uma matriz de transformação. A OpenGL possui 3 tipos de matrizes `GL_MODELVIEW`, `GL_PROJECTION`, `GL_TEXTURE`.
- O modo de matriz atual é alterado através do comando `glMatrixMode`. Cada novo comando é acumulado, alterando a configuração da matriz atual.

Transformações Geométricas com OpenGL

Matrizes do OpenGL

- Todos os comandos de transformação são compostos em uma matriz de transformação. A OpenGL possui 3 tipos de matrizes GL_MODELVIEW, GL_PROJECTION, GL_TEXTURE.
- O modo de matriz atual é alterado através do comando **glMatrixMode**. Cada novo comando é acumulado, alterando a configuração da matriz atual.

```
1  ...
2  glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
3  ...
4  glTranslated(tx, ty, 0);
5  glRotated(theta, 0.0, 0.0, 1.0);
6  glTranslated(-tx, -ty, 0);
7  ...
```

Transformações Geométricas com OpenGL

Matrizes do OpenGL

- Todos os comandos de transformação são compostos em uma matriz de transformação. A OpenGL possui 3 tipos de matrizes GL_MODELVIEW, GL_PROJECTION, GL_TEXTURE.
- O modo de matriz atual é alterado através do comando `glMatrixMode`. Cada novo comando é acumulado, alterando a configuração da matriz atual.

```
1 ...  
2 glMatrixMode(GL_MODELVIEW);  
3 ...  
4 glTranslated(tx, ty, 0);  
5 glRotated(theta, 0.0, 0.0, 1.0);  
6 glTranslated(-tx, -ty, 0);  
7 ...
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -dx \\ 0 & 1 & -dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & dx \\ 0 & 1 & dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$v' = T(-dx, -dy)R(\theta)T(dx, dy)v$$

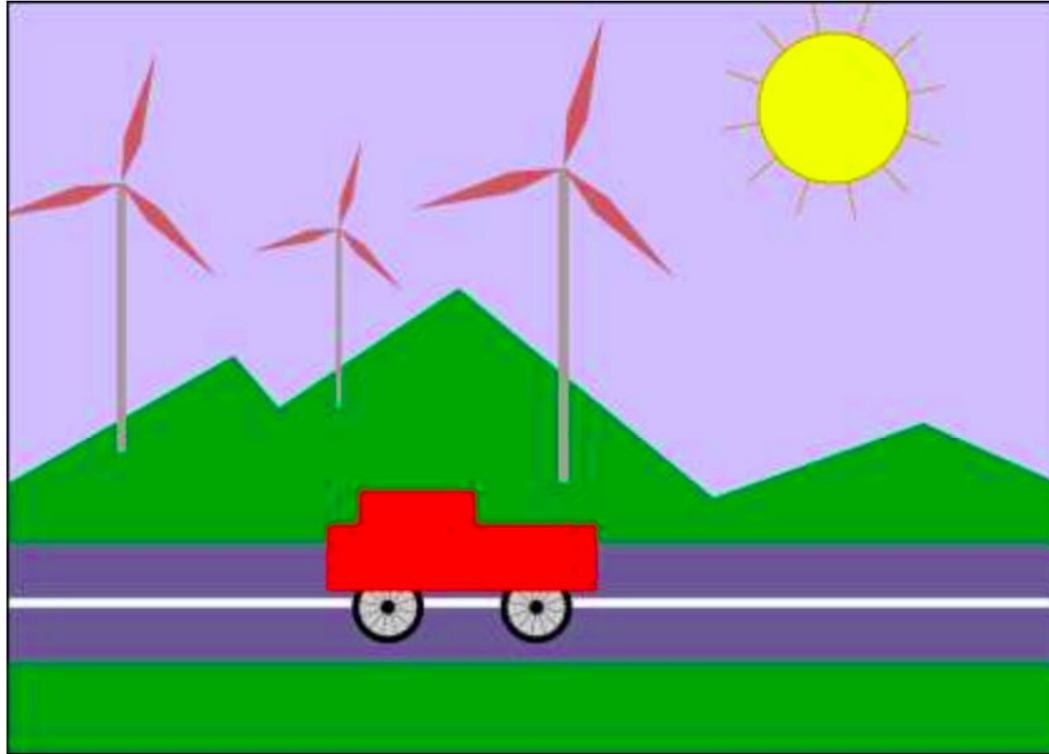
Transformações Geométricas com OpenGL

Matrizes do OpenGL

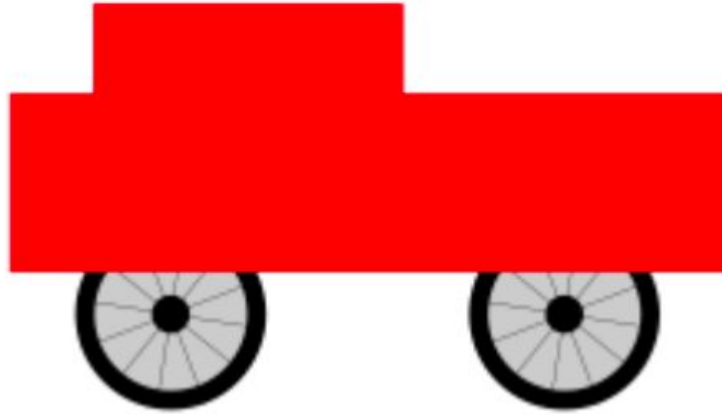
- Todos os comandos de transformação são compostos em uma matriz de transformação. A OpenGL possui 3 tipos de matrizes `GL_MODELVIEW`, `GL_PROJECTION`, `GL_TEXTURE`.
- O modo de matriz atual é alterado através do comando `glMatrixMode`. Cada novo comando é acumulado, alterando a configuração da matriz atual.
- Ao especificar um novo vértice, a sua posição é calculada aplicando-se a matriz de transformação corrente às suas coordenadas.

Modelagem Hierárquicas

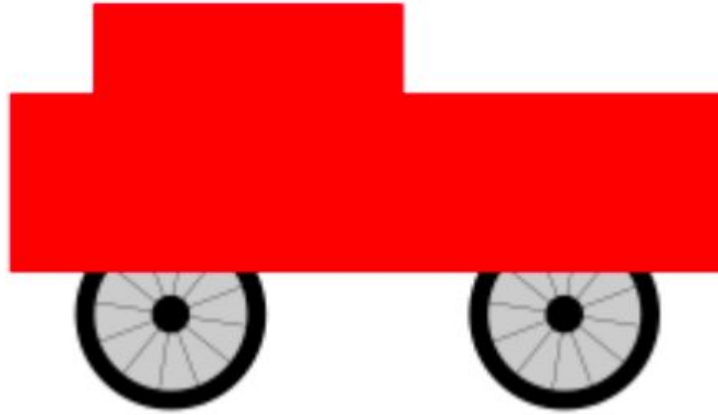
Modelagem Hierárquicas



Modelagem Hierárquicas

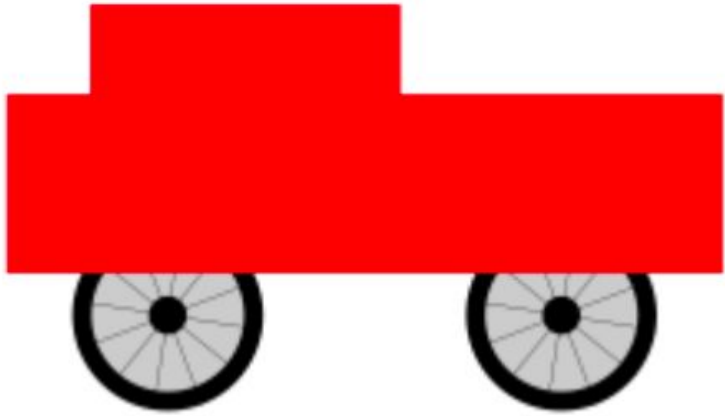


Modelagem Hierárquicas

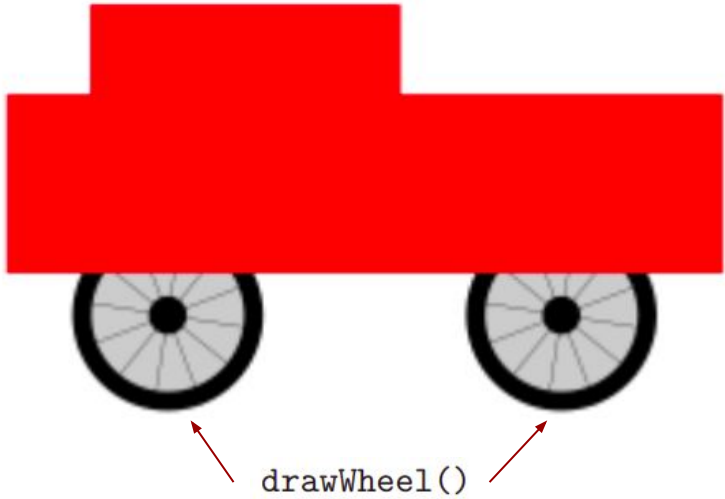


```
saveTransform()
translate(dx,dy) // move object into position
rotate(r)        // set the orientation of the object
scale(sx,sy)     // set the size of the object
.
. // draw the object, using its natural coordinates
.
restoreTransform()
```

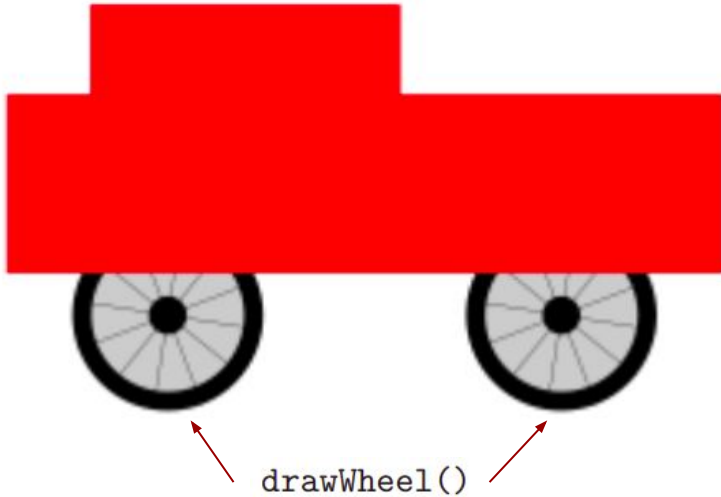

Modelagem Hierárquicas



Modelagem Hierárquicas



Modelagem Hierárquicas



```
subroutine drawCart() :  
    saveTransform()           // save the current transform  
    translate(-1.65,-0.1)     // center of first wheel will be at (-1.65,-0.1)  
    scale(0.8,0.8)            // scale to reduce radius from 1 to 0.8  
    drawWheel()               // draw the first wheel  
    restoreTransform()        // restore the saved transform  
    saveTransform()           // save it again  
    translate(1.5,-0.1)       // center of second wheel will be at (1.5,-0.1)  
    scale(0.8,0.8)            // scale to reduce radius from 1 to 0.8  
    drawWheel                 // draw the second wheel  
    restoreTransform()        // restore the transform  
    setDrawingColor(RED)      // use red color to draw the rectangles  
    fillRectangle(-3, 0, 6, 2) // draw the body of the cart  
    fillRectangle(-2.3, 1, 2.6, 1) // draw the top of the cart
```

Transformações Geométricas com OpenGL

Pilhas de Transformações

- Cada modo definido por `glMatrixMode` possui uma pilha de matrizes. A matriz corrente de cada modo é a matriz do topo da sua respectiva pilha.
- A função `glPushMatrix` duplica a matriz do topo da pilha e essa cópia se torna o novo topo da pilha
- A função `glPopMatrix` desempilha a matriz atual do respectivo modo ativo.
- A função `glLoadIdentity` atribui o valor da matriz identidade à matriz corrente.

```
1  //Empilha uma copia da matriz atual  
2  void glPushMatrix();  
3  //Desempilha a matriz atual  
4  void glPopMatrix();  
5  //Carrega valores da matriz identidade  
6  void glLoadIdentity();
```

Transformações Geométricas com OpenGL

Pilhas de Transformações

```
1  ...
2  glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
3  ...
4  glPushMatrix();
5  glTranslated(tx, ty, 0);
6  glRotated(theta, 0.0, 0.0, 1.0);
7  glScale(sx, sy, 1.0);
8  ...
9  //DESENHA ALGUMA COISA
10 ...
11 glPopMatrix();
12 ...
13 //DESENHA OUTRA COISA SEM CONSIDERAR AS
14 //TRANSFORMACOES ANTERIORES
15 ...
```

