Lista de exercícios de GA na reta e no plano

Período de 2016.2 - Prof. Fernando Carneiro
Rio de Janeiro, Janeiro de 2017

1 Retas no plano

1.1) Determine os dois pontos, que chamaremos de A e B, que estão na reta

$$r : 3x + 4y = 12,$$

e nos eixos Ox e Oy respectivamente. Determine as três alturas do triângulo OAB, onde O é a origem. Determine sua área.

1.2) Determine as equações das retas que dividem o ângulo entre as retas r_1 e r_2 em dois ângulos iguais, sendo

$$r_1 : 3x + 4y = 7, r_2 : 4x - 3y = 1.$$

1.3) Sejam os pontos $A(1, 1)$, $B(3, 2)$ e $C(2, 3)$. Determine se são colineares ou se formam um triângulo. Determine a projeção do vetor $\vec{AB}$ na direção do vetor $\vec{AC}$. Determine o ponto D que é o extremo final do representante de $proj_{\vec{AC}}\vec{AB}$ que começa em A. Determine a proporção entre a área de ABD e ABC. Determine a área de ABD.

1.4) Determine a posição relativa entre as retas

$$r_1 : 2x + y = 7, r_2 : -x + 2y = -1.$$

1.5) Determine a interseção entre r_1 e r_2, r_1 e r_3, r_2 e r_3,

$$r_1 : 2x + y = 1, r_2 : 4x + 2y = 3, r_3 : -4x - 2y = -2.$$

Se forem paralelas, determine a distância.

1.6) Na reta

$$r : 3x + 4y = 7,$$

quais são as coordenadas x e y do ponto de coordenada 10 da reta r vista como eixo cuja origem é o ponto $(1,1)$ e a orientação é a do vetor $(-4,3)$. E o ponto de coordenada -4?

1.7) Qual é o ponto da reta

$$r : 3x + 4y = 25,$$

que está mais próximo da origem do plano? Qual é a distância dessa reta à origem?

1.8) Determine a área do triângulo ABC, sendo A a interseção entre as retas

$$r_1 : 2x + y = 7, r_2 : -x + 2y = -1,$$

B a interseção entre r_1 e o eixo Ox, C interseção entre r_2 e o eixo Ox.

1.9) Dados $A(1,1)$ e $B(3,5)$, determine a equação da mediatriz do segmento AB.

2 Cônicas

Primeiro: exercícios $4, 5, 31$ a 39 da lista 7.

2.0) Determine a equação da cônica dada pela igualdade

$$d(P,F) = ed(P,r),$$

sendo e um número real, $F(d,0)$, e r a reta do eixo Oy. Determine a excentricidade e mostre que F é um dos focos. Qual é o outro foco?

2.1) Determine a equação dos pontos do plano que satisfazem $d(P,F) = d(P,r)$, sendo $F(0,2)$ e $r : y = 0$. Determine a reta focal. O ponto $A(1,0)$ pertence a esta cônica?

2.2) Determine o foco da parábola de vértice $V(1,2)$ e diretriz $r : x + 2y = 0$. Determine se $B(3,6)$ pertence a essa parábola.

2.3) Determine o centro da cônica

$$x^2 + 2y^2 + 2x + 4y = 5.$$

Determine sua excentricidade.

2.4) Determine a equação da hipérbole que tem focos nos pontos A e B e vértices nos pontos C e D, sendo

$$A(5,0), B(-5,0), C(-3,0), D(3,0).$$

Determine seu centro. O ponto $E(3\sqrt{2},4)$ pertence a esta hipérbole?

2.5) Determine a equação dos pontos do plano que satisfazem

$$2d(P,F) = d(P,r),$$

sendo $F(4,0)$ e $r : x = -2$. Determine se $O(0,0)$ pertence a esta cônica.

2.6) Determine o foco da parábola de vértice $V(2,-1)$ e diretriz $r : 2x - y = 0$. Determine se o ponto $A(6,-3)$ está na parábola.

2.7) Determine o centro da cônica

$$x^2 - 2y^2 + 2x + 4y + 5 = 0.$$

Determine sua excentricidade. Determine se o ponto $B(3,3)$ pertence a esta cônica.

2.8) Determine a equação da elipse que tem os vértices do eixo maior em

$$A(-5,0), B(5,0)$$

e excentricidade $0,6$. Determine seu centro.

2.9) Determine a parte quadrática da equação da hipérbole cujas assíntotas são

$$r_1 : x + y = 2, r_2 : x - y = 1.$$

2.10) Determine o foco da parábola de vértice $V(-1,3)$ e diretriz $r : 2x - y = 0$. Determine a equação dessa parábola.

2.11) Determine a equação dos pontos do plano que satisfazem $d(P,F) = 2d(P,r)$, sendo $F(1,1)$ e $r : x + y = 0$. Qual é a cônica?

2.12) Determine a equação da hipérbole que tem focos nos pontos A e B e vértices nos pontos C e D, sendo

$$A(0,0), B(4,-4), C(1,-1), D(3,-3).$$

Determine seu centro e sua excentricidade.

2.13) Calcule o ângulo entre as assíntotas da hipérbole

$$x^2 + 4xy + y^2 + 4x + 4y = 0.$$