Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Instituto de Matemática e Estatística
Professora: Rosiane Soares Cesar

2ª Lista de Exercícios - Álgebra

(1) Indique se as seguintes proposições são verdeiras os falsas, justificando suas respostas:

(a) $\{a\} \subset \{a, \{a\}\}$
(b) $b \in \{a, \{a, b\}\}$
(c) $\emptyset \in P(A)$
(d) $\{\emptyset\} \subset \{\{\emptyset\}\}$
(e) $\{a\} \in \{a, \{a\}\}$
(f) $\{\{a\}\} \in P(P(\{a\}))$
(g) $\emptyset \subset P(A)$
(h) $P(\emptyset) = \emptyset$.

(2) Mostre que $A \subset B$ nos seguintes casos:

(a) $A = \{x \in \mathbb{R};\quad x^2 + x - 1 = 0\}$ $\quad B = \{x \in \mathbb{R};\quad x^3 + 3x^2 + x - 2 = 0\}$
(b) $A = \{x \in \mathbb{R};\quad x \leq 0\}$ $\quad B = \{x \in \mathbb{R};\quad x^2 - 5x + 6 \geq 0\}$
(c) $A = \left\{0, \frac{1}{2}, 1\right\}$ $\quad B = \left\{x \in \mathbb{R};\quad \exists a \in \mathbb{R} \text{ tal que } x = \frac{3a}{(a^2+1)}\right\}$

(3) Sejam $A = \{x \in \mathbb{R};\quad x^2 - 8x + 12 < 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R};\quad |x - 3| < 2\}$. Determine

(a) $A - B$
(b) $B - A$
(c) $A \cap B$
(d) $A \cup B$
(e) $A^c \cap B^c$
(f) $A^c \cup B^c$

(4) Prove as proposições abaixo, onde A, B e C estão contidos em U, U conjunto universo

(a) $A - B = A \cap B^c$.
(b) $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A \subset B^c$
(c) $A \cup B = U \Rightarrow A^c \subset B$
(d) $A = (A - B) \cup (A \cap B)$
(e) $A \cup (A^c \cap B) = A \cup B$

(5) Sejam A, B e C conjuntos contidos em U, U conjunto universo. Determine se as proposições seguintes são verdadeiras os falsas, provando suas afirmações:

(a) $A - B \subset A^c$
(b) $A \cup B = A \cup C \Rightarrow B = C$
(c) $A - B \subset A \cup B$.
(d) $A^c \cap A = \emptyset$.

(6) Sejam A um conjunto com 8 elementos e B um conjunto tal que $A \cup B$ contenha 12 elementos. Determine o número de elementos de $P(B - A)$.

(7) Prove que:

(a) Se $A \subset A'$, $B \subset B'$, então $A \times B \subset A' \times B'$.

(b) Se $A \subset B$ então $P(A) \subset P(B)$

(c) $(A \cap B)^c = A^c \cap B^c$

(8) (Fuvest-1994) Sendo $A = \{2, 3, 5, 6, 9, 13\}$ e $B = \{a^b; a \in A,\ b \in A\, e\, a \neq b\}$. O número de elementos de B que são números pares é:

a) 5 b) 8 c) 10 d) 12 e) 13

(9) (Vunesp-2000 - adaptada) Um estudo de grupos sanguíneos humanos realizado com 1000 pessoas (sendo 600 homens e 400 mulheres) constatou que 470 pessoas tinham o antígeno A, 230 pessoas tinham o antígeno B e 450 pessoas não tinham nenhum dos dois. Determine o número de pessoas que têm os antígenos A e B simultaneamente.

(10) (CPCAR-2003) Numa turma de 31 alunos da EPCAR, foi aplicada uma Prova de Matemática valendo 10 pontos no dia em que 2 alunos estavam ausentes. Na prova, constavam questões subjetivas: a primeira, sobre conjuntos; a segunda, sobre funções e a terceira, sobre geometria plana. Sabe-se que dos alunos presentes

- nenhum tirou zero;
- 11 acertaram a segunda e a terceira questões;
- 15 acertaram a questão sobre conjuntos;
- 1 aluno acertou somente a parte de geometria plana,
- e 7 alunos acertaram apenas a questão sobre funções.

É correto afirmar que o número de alunos com grau máximo igual a 10 foi

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7

(11) (UFRJ-1999) Uma amostra de 100 caixas de pílulas anticoncepcionais fabricadas pela Nascebem S.A. foi enviada para a fiscalização sanitária.

No teste de qualidade, 60 foram aprovadas e 40 reprovadas, por conterem pílulas de farinha. No teste de quantidade, 74 foram aprovadas e 26 reprovadas, por conterem um número menor de pílulas que o especificado.

O resultado dos dois testes mostrou que 14 caixas foram reprovadas em ambos os testes. Quantas caixas foram aprovadas em ambos os testes?

GABARITO

(1)

(a) V

(b) F

(c) V

(d) F

(e) V

(f) V

(g) V

(h) F

(2) Demonstração

(3)

(a) $[5, 6)$

(b) $(1, 2]$

(c) $(2, 5)$

(d) $(1, 6)$

(e) $(-\infty, 1] \cup [6, +\infty)$

(f) $(-\infty, 2] \cup [5, +\infty)$

(4) Demonstração

(5) Demonstração

(6) 16

(7) Demonstração

(8) (c)

(9) 150

(10) (b)

(11) 48