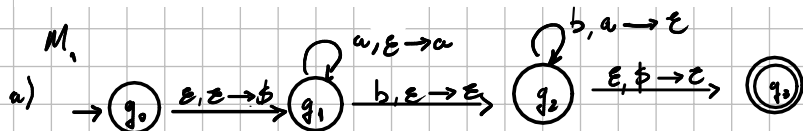


Gabaris - Prova A

Questão 1

Projete um autômato de pilha não determinístico (construa o diagrama de estados e apresente a definição formal) que aceita as linguagens:

- $L = \{a^n b^{n+1} : n \geq 0\}$;
- $L = \{a^n b^m : m, n \geq 0 \text{ e } n = 3m\}$;



Definição formal:

$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$, onde

1. $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$

2. $\Sigma = \{a, b\}$

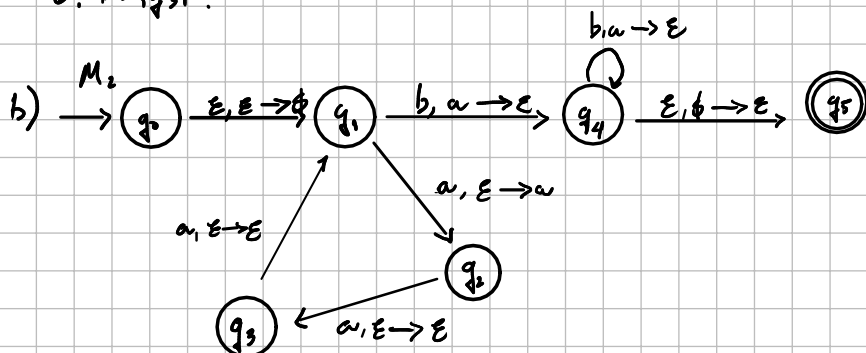
3. $\Gamma = \{a, b, \phi\}$

4. δ :

ESTADO	ENTRADA	TUPO DA PILHA	TRANSIÇÕES
q_0	ϵ	ϵ	(q_1, ϕ)
q_1	a	ϵ	(q_1, a)
	b	ϵ	(q_2, ϵ)
q_2	b	a	(q_2, ϵ)
	ϵ	ϕ	(q_3, ϵ)

5. q_0 é o estado inicial

6. $F = \{q_3\}$.



Definição formal:

$M_2 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$, onde

1. $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$

2. $\Sigma = \{a, b\}$

3. $\Gamma = \{a, b, \phi\}$

5. q_0 é o estado inicial

6. $F = \{q_5\}$

4. δ :

ESTADO	ENTRADA	TUPO DA PILHA	TRANSIÇÕES
q_0	ϵ	ϵ	(q_1, ϕ)
q_1	a	ϵ	(q_2, a)
	b	a	(q_4, ϵ)
q_2	a	ϵ	(q_3, ϵ)
q_3	a	ϵ	(q_1, ϵ)
q_4	b	a	(q_4, ϵ)
	ϵ	ϕ	(q_5, ϵ)

Questão 2

Mostre que a linguagem $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$ não é livre de contexto.

Suponha por absurdo que L é uma linguagem livre de contexto.

Então, pelo Lema do Bombeamento, temos que

$\exists p > 0$ tal que $\forall s \in L, |s| \geq p$ existem uma divisão $s = uvxyz$ satisfazendo:

i) $\forall i \geq 0, u v^i x y^i z \in L$;

ii) $|vy| > 0$;

iii) $|vxy| \leq p$.

Tomemos $s = a^p b^p c^p$, $s \in L$ e $|s| = 3p > p$.

Pela condição (ii) ($|vy| > 0$) sabemos que existem apenas as possibilidades a seguir para as cadeias v e y :

1. v e y são formados pelo mesmo número de símbolos;
2. v e y são formados por símbolos únicos, mas não o mesmo para ambos;
3. v é formado por um único símbolo e y por dois símbolos diferentes;
4. y é " e v por " .

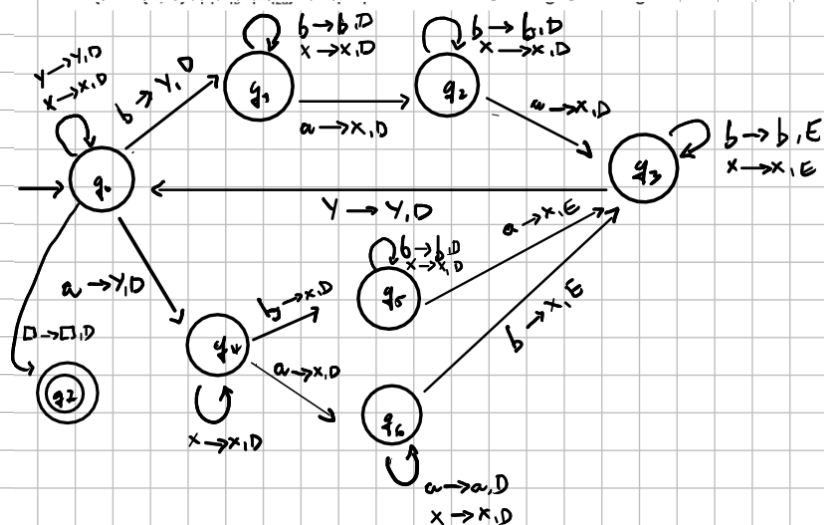
Observe que em todas as situações listadas, $\forall i \geq 0$ a cadeia $u v^i x y^i z \notin L$ pois não terá o padrão que descreve a linguagem.

Chegamos então em uma contradição, causada ao afirmarmos que L é livre de contexto.

Dessa forma concluímos que L não é livre de contexto.

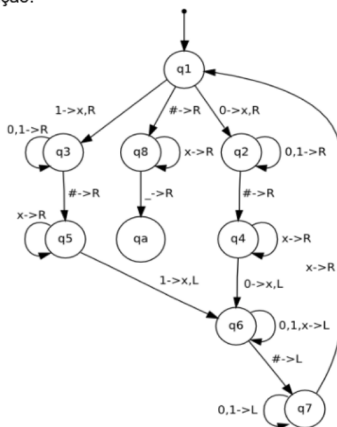
Questão 3

Projete uma máquina de Turing determinísticas que reconheça a linguagem $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_{ab}\}$ e explique sucintamente o algoritmo seguido.



Questão 4

Considere a máquina de Turing M a seguir. Todas as transições não mostradas no diagrama conduzem ao estado de rejeição.



- Escreva a definição formal de M como uma 7-upla.
- Descreva a operação de M sobre a entrada 00#00, como uma sequência de configurações. Para cada configuração, indique o conteúdo da fita, a posição da cabeça leitora, e o estado de M.
- Qual a linguagem reconhecida por M?

b)

q_1 00#00□	q_2 x0#x0□	q_6 xx#xx□
q_2 x0#00□	q_1 x0#x0□	q_2 xx#xx□
q_2 x0#00□	q_2 xx#x0□	q_1 xx#xx□
q_4 x0#00□	q_4 xx#x0□	q_6 xx#xx□
q_6 x0#x0□	q_4 xx#x0□	q_6 xx#xx□
q_4 x0#x0□	q_6 xx#xx□	q_6 xx#xx□
		q_a xx#xx□

a) $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_r, q_a)$, onde

1. $Q = \{q_1, \dots, q_8, q_a\}$

2. $\Sigma = \{0, 1, \#\}$

3. $\Gamma = \{0, 1, \#, x, \sqcup\}$

4. δ : descrita no diagrama

5. $q_0 = q_1$

6. q_a é o estado de aceitação.

7. q_r está implícito em todos pontos da máquina que não possuem transição para algum símbolo da gramática.

c) $L = \{w\#w \mid w \in \{0,1\}^*\}$

Questão 5

Qual a diferença fundamental entre as classes das linguagens Turing reconhecíveis e das linguagens Turing decidíveis? Qual a importância de se distinguir estas duas classes?

As linguagens Turing reconhecíveis são as linguagens para as quais é possível construir uma máquina de Turing capaz de reconhecer as cadeias que possuem o padrão definido pela linguagem, mas entram em loop e não são capazes de emitir uma resposta se recebem como entradas cadeias que não possuem o padrão da linguagem.

Já para as linguagens Turing decidíveis, existem máquinas de determinar se uma cadeia possui ou não o padrão da linguagem.

Distinguir estas duas classes de linguagens é importante, pois equivale a distinguir o classe de problemas para os quais existe uma solução algorítmica dos problemas para os quais não existem soluções algorítmicas.