

# UNIVERSIDADE DO ESTADO DE RIO DE JANEIRO

PROVA FINAL DE ÁLGEBRA – 18 de janeiro de 2016

NOME DO ALUNO :
TURMA :

## INSTRUÇÕES

1. Preencha o cabeçalho acima.
2. A prova deve ser feita sem consulta a apontamentos, cadernos, livros ou colegas.

**DURAÇÃO DA PROVA: 1 hora e 30 minutos**

**B O A P R O V A**

1. (valor 2 pontos) Calcule o resto da divisão de  $3^{19!}$  por 307. Dica:  $19! = 1.2.3 \dots 19$
2. (valor 2 pontos) Determine todos os primos positivos  $p$  para os quais a equação

$$2x + x^p + x^{p!} = 1 \pmod{p},$$

tem solução  $x \not\equiv 0 \pmod{p}$ . Dica: Aplique o Teorema de Fermat.

3. (valor 2 pontos) Calcule o resto da divisão de  $2^{77}$  por 2465.
4. (valor 2 pontos) Calcule a ordem de cada elemento invertível de  $\mathbb{Z}_{20}$  e responda se  $\mathbb{Z}_{20}^*$  é abeliano ou não. Justifique.
5. (valor 2 pontos) A função  $f : \mathbb{Z}_{19} \rightarrow \mathbb{Z}_{19}$ ,  $x \mapsto 3x$  é injetora? é sobrejetora? Justifique.