



Matemática Discreta

Lista 5

Prof. Americo Barbosa da Cunha Junior

americo@ime.uerj.br

ATENÇÃO: A solução de cada questão deve ser desenvolvida de maneira clara e objetiva. Não basta fazer contas, o raciocínio deve ser explicado através de um texto coerente. Em outras palavras, mais importante que encontrar a resposta correta é explicar como você chegou nessa resposta.

Exercício 1

Numa classe de 30 alunos, 14 falam inglês, 5 falam alemão e 7 falam francês. Sabendo-se que 3 falam inglês e alemão, 2 falam inglês e francês, 2 falam alemão e francês e que 1 fala as três línguas, determinar o número dos que falam pelo menos uma destas 3 línguas.

Exercício 2

Quantas são as permutações das letras da palavra BRASIL em que o B ocupa o primeiro lugar, ou o R o segundo lugar, ou o L o sexto lugar?

Exercício 3

Numa cidade em que são publicados os jornais A, B e C, foram obtidos os seguintes resultados numa pesquisa: 20% da população lê o jornal A, 16% o jornal B, 14% o jornal C; 8% lê A e B, 5% A e C e 4% B e C. Somente 2% da população lê os três jornais. Qual a porcentagem da população que não lê nenhum destes três jornais?

Exercício 4

Dentre os inteiros de 1 a 1000000, inclusive, quantos, não são quadrados perfeitos, cubos perfeitos e nem quartas potências perfeitas?

Exercício 5

Encontrar o número de soluções, em inteiros positivos de $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 22$, em que $x_1 \leq 7$, $x_2 \leq 6$, $x_3 \leq 9$ e $x_4 \leq 8$.

Exercício 6

De quantas maneiras podemos permutar 3 a's, 3 b's e 3 c's de tal modo que 3 letras iguais nunca sejam adjacentes?

Exercício 7

Encontrar o número de soluções de $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$, em inteiros entre -3 e 3 inclusive.

Todos os exercícios do Capítulo 3 da Referência [1].

Gabarito da Lista 5

ATENÇÃO: As repostas e soluções apresentadas a seguir são para auxiliar na resolução desta lista, mas não estão isentas de possíveis erros de digitação ou mesmo de desenvolvimento. Use o gabarito com cautela, exercitando sempre o seu senso crítico. Se encontrar algum erro, por favor, reporte ao professor.

Resposta do Exercício 1

Seja A o conjunto dos alunos da classe que falam inglês, B o conjuntos dos que falam alemão e C o conjuntos dos que falam francês. Temos que $\#(A \cup B \cup C) = 20$.

Resposta do Exercício 2

Seja A_1 o conjunto das permutações tendo o B em primeiro lugar, A_2 o conjunto das permutações tendo o R em segundo lugar e A_3 o conjunto das permutações tendo o L em sexto lugar. Temos que $\#(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = 294$.

Resposta do Exercício 3

O percentual da população que não lê nenhum dos três jornais é 65%.

Resposta do Exercício 4

Seja $A = 1, 2, 3, \dots, 1000000$, $A_1 = \{x \in A \mid x \text{ é quadrado perfeito}\}$, $A_2 = \{x \in A \mid x \text{ é cubo perfeito}\}$, $A_3 = \{x \in A \mid x \text{ é quarta potência perfeita}\}$. Existem $\#A - \#(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = 998910$ números entre 1 e 1000000 que não são quadrados perfeitos, cubos perfeitos e nem quartas potências perfeitas.

Resposta do Exercício 5

Seja A o conjunto de soluções inteiras positivas da equação $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 22$. Seja A_1 o conjunto de soluções onde $x_1 > 7$, A_2 o conjunto de soluções onde $x_2 > 6$, A_3 o conjunto de soluções onde $x_3 > 9$ e A_4 o conjunto de soluções onde $x_4 > 8$. O número de soluções em inteiros positivos é dado por $\#A - \#(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4) = C_{21}^3 - C_{14}^3 - C_{12}^3 - C_{13}^3 + C_8^3 + C_5^3 + C_6^3 + C_7^3 + C_4^3$.

Resposta do Exercício 6

Seja A o conjunto de permutações distintas, A_1 o conjunto de permutações nas quais 3 a's são adjacentes, A_2 o conjunto de permutações nas quais 3 b's são adjacentes, e A_3 o conjunto de permutações nas quais 3 c's são adjacentes. É possível permutar 3 a's, 3 b's e 3 c's, de tal modo que 3 letras iguais nunca sejam adjacentes, de $\#A - \#(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = 1314$ maneiras.

Resposta do Exercício 7

O número de soluções é igual a $C_{16}^3 - 4C_9^3$.

Repostas dos Exercícios do Capítulo 3 da Referência [1]:

Disponíveis nos capítulos 7 e 8 de [1].

Créditos pelos Exercícios: Os exercícios 1 até 7 foram adaptados das listas do Prof. Augusto Cesar de Castro Barbosa (UERJ). Os demais exercícios indicados são da referência [1].

Referências

- [1] A. C. Morgado, J. B. Pitombeira de Carvalho, P. C. P. Carvalho e P. Fernandez, **Análise Combinatória e Probabilidade**, SBM, 10^a edição, 2016