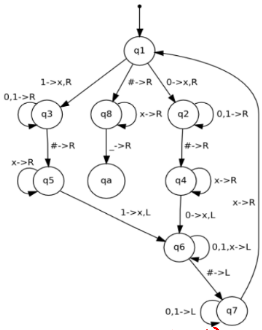
QUESTÃO 1 (VALOR: 2,0)

Considere a máquina de Turing M a seguir. Todas as transições não mostradas no diagrama conduzem ao estado de rejeição.



a) Escreva a definição formal de M como uma 7-upla. (0.5)
b) Descreva a operação de M sobre a entrada 00#00, como uma sequência de configurações. Para cada configuração, indique o conteúdo da fita, a posição da cabeça leitora, e o estado de M. (1.0)
c) Qual a linguagem reconhecida por M? (0.5)

b) computação de M sobre a entrada 00#00

$\overset{q_1}{0}0\#00 \Rightarrow x\overset{q_2}{0}\#00 \Rightarrow x0\overset{q_2}{\#}00$

$\Rightarrow x0\#\overset{q_4}{0}0 \Rightarrow x0\overset{q_6}{\#}x0 \Rightarrow x\overset{q_7}{0}\#x0$

$\Rightarrow \overset{q_2}{x}0\#x0 \Rightarrow x\overset{q_1}{0}\#x0 \Rightarrow xx\overset{q_2}{\#}x0$

$\Rightarrow xx\#\overset{q_4}{x}0 \Rightarrow xx\#x\overset{q_4}{0} \Rightarrow xx\#\overset{q_6}{x}x$

$\Rightarrow xx\overset{q_6}{\#}xx \Rightarrow x\overset{q_7}{x}\#xx \Rightarrow xx\overset{q_1}{\#}xx$

$\Rightarrow xx\#\overset{q_8}{x}x \Rightarrow xx\#x\overset{q_8}{x} \Rightarrow xx\#xx\overset{q_8}{\sqcup}$

$\Rightarrow xx\#xx\sqcup\overset{q_a}{\sqcup}$

a) Definição formal

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_A, q_R)$, onde

- $Q = (q_1, q_2, q_3, \dots, q_8, q_a)$
- $\Sigma = \{0, 1, \#\}$
- $\Gamma = \{0, 1, \#, x, \sqcup\}$
- δ está descrita no diagrama
- $q_0 = q_1$
- $q_A = q_a$
- q_R presente em toda transição não definida para um símbolo do alfabeto nos estados da máquina M.

c) Linguagem reconhecida por M

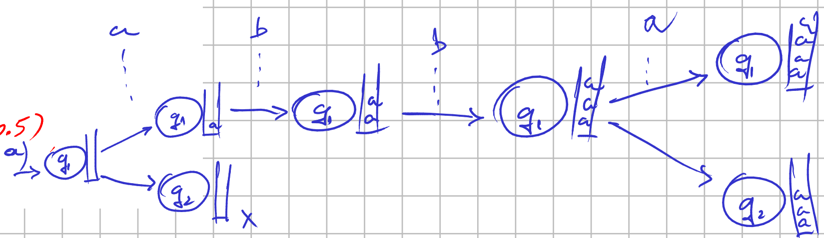
$L = \{ w\#w \mid w \in \{0,1\}^* \}$

QUESTÃO 2 (VALOR: 2.0)

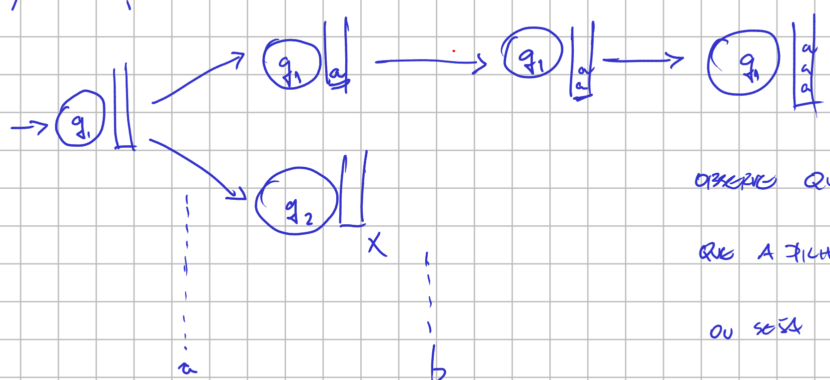
Considere o autômato de pilha não determinístico M com alfabetos $\Sigma = \{a, b\}$ e $\Gamma = \{a\}$, estados q_1 e q_2, estado inicial q_1 e estado de aceitação q_2 e transições dadas pela tabela:

estado	entrada	topo da pilha	transições
q_1	a	ϵ	(q_1, a) (q_2, ϵ)
q_1	b	ϵ	(q_1, a)
q_2	a	a	(q_2, ϵ)
q_2	b	a	(q_2, ϵ)

a. Descreva todos os possíveis ramos de computação de M para a entrada abba (0.5)
b. Mostre que abb não pertence a L(M) e que bab pertence a L(M). (0.75)
c. Descreva a linguagem aceita por M em português. (0.75)



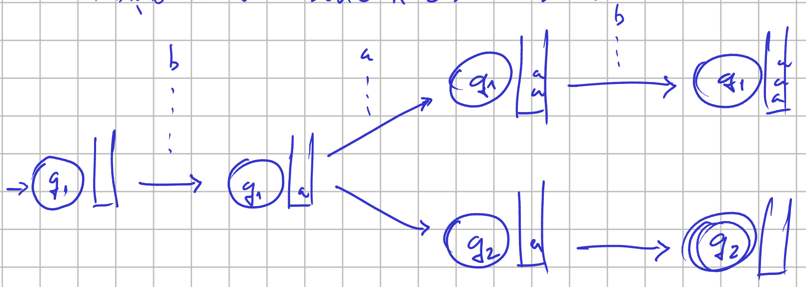
b) computação de M sobre a cadeia abb



observe que q_1 não é um estado de aceitação e que a pilha não está vazia.

ou seja M não reconhece a cadeia abb.

COMPUTAÇÃO DE M SOBRE A CADEIA bab



M RECONHECE A CADEIA bab

c) $L(M) = \{ w_1 a w_2 \mid w_1 \in \{a,b\}^*, w_2 \in \{a,b\}^* \}$

QUESTÃO 3 (VALOR: 1.0)

Use o teorema do bombeamento para mostrar que a linguagens abaixo não é livre de contexto.
L={w| w ∈ {a, b, c}* , e w tem o mesmo número de a's, b's e c's};

SUPONHA POR ABSURDO QUE L É UMA LINGUAGEM LIVRE DE CONTEXTO.

ENTÃO, PELO LEMA DO BOMBEAMENTO

$\exists p \in \mathbb{N}, p > 0$ TAL QUE $\forall s \in L, |s| \geq p$, EXISTE A DIVISÃO $s = uvxyz$, SATISFAZENDO

(I) $\forall i \geq 0, \; uv^ixy^iz \in L$;

(II) $|vy| > 0$

(III) $|vxy| \leq p$

TOMEMOS $s = a^p b^p c^p$, $s \in L$, $|s| = 3p > p$. PELA CONDIÇÃO (III) TEMOS $|vxy| \leq p$, O QUE IMPLICA QUE:

(1) u E v SERÃO FORMADOS POR APENAS UM SÍMBOLO;

(2) u E v SERÃO FORMADOS POR SÍMBOLOS DIFERENTES.

OBSERVE QUE, EM AMBOS OS CASOS, $\forall i \neq 1$, A CADEIA $uv^ixy^iz \notin L$.

CHEGAMOS ENTÃO A UMA CONTRADIÇÃO.

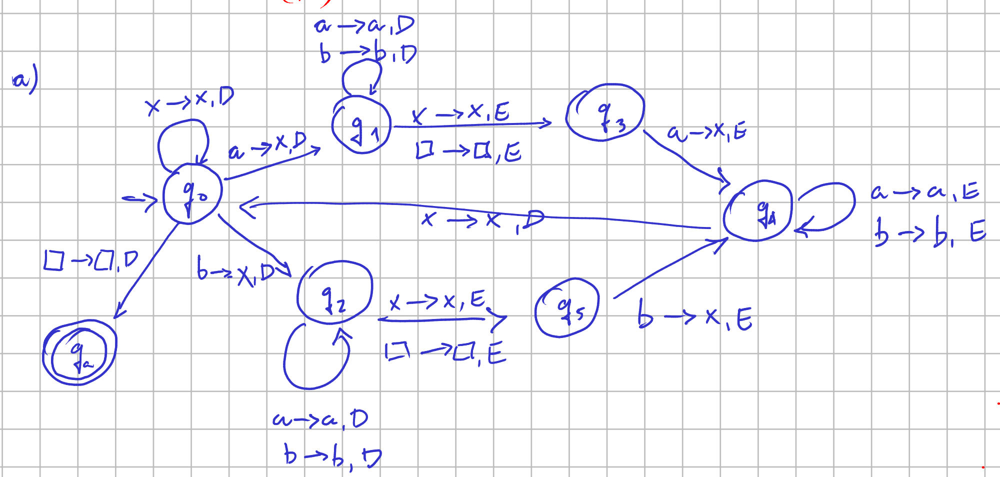
QUESTÃO 4 (VALOR: 1,5)

Para cada uma das linguagens a seguir, projete uma máquina de Turing determinísticas que reconheça a linguagem e explique sucintamente o algoritmo seguido.

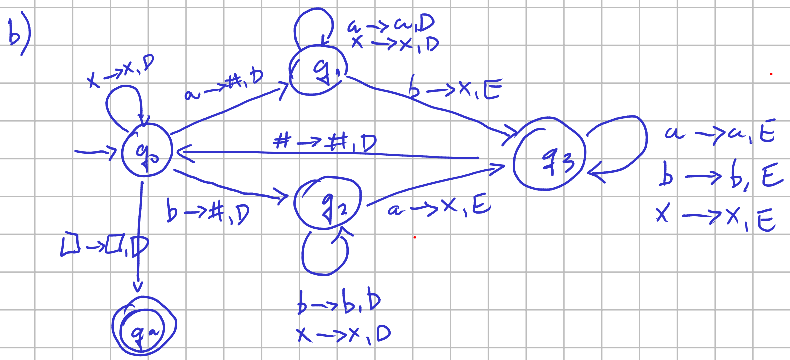
a) $\{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$ (0,75)

b) $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$ (0,75)

a)



b)



QUESTÃO 5 (VALOR: 1,5)

a. Qual a diferença fundamental entre as Classes das Linguagens turing reconhecíveis e das Linguagens turing decidíveis? Qual a importância de se distinguir estas duas classes? (0.75)

b. Considere L uma linguagem Turing-decidível. A linguagem L', a linguagem complementar de L, é decidível? Justifique a sua resposta, provando a decidibilidade ou indecidibilidade L'. (0.25)

a) A DIFERENÇA FUNDAMENTAL ESTÁ NA NATUREZA DAS MÁQUINAS DE TURING QUE SÃO POSSÍVEIS DE SE REM CONSTRUÍDAS PARA CADA UMA DESSAS CLASSES DE LINGUAGEM, CONSEQUENTEMENTE NA NATUREZA DOS ALGORITMOS EXISTENTES PARA A SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS ASSOCIADOS A ESSAS LINGUAGENS. PARA A CLASSE DE LINGUAGENS TURING DECIDÍVEIS É POSSÍVEL CONSTRUIR MÁQUINAS DE TURING CAPAZES DE DECIDIR SE UMA DADA CADEIA PERTENCE OU NÃO À LINGUAGEM. JÁ PARA LINGUAGEM TURING RECONHECÍVEIS, EXISTEM APENAS MÁQUINAS CAPAZES DE RECONHECER O PADRÃO DESCRITO PELA LINGUAGEM. NO ENTANTO, SE UMA CADEIA NÃO POSSUI TAL PADRÃO, A MÁQUINA NÃO É CAPAZ DE RETORNAR UMA RESPOSTA NEGATIVA.

DISTINGUIR ESTAS DUAS CLASSES É IMPORTANTE PARA SABERMOS COM QUAL TIPO DE PROBLEMA ESTAMOS LIDANDO E ASSIM EVITAR, POR EXEMPLO, ESFORÇOS DESNECESSÁRIO NA BUSCA DE UMA SOLUÇÃO ALGORITMICA PARA UM PROBLEMA ASSOCIADO A UMA LINGUAGEM TURING RECONHECÍVEL.

b) SIM. SE L É TURING DECIDÍVEL, EXISTE UMA MÁQUINA M QUE DECIDE L. OU SEJA, DADA UMA CADEIA w, M É CAPAZ DE DIZER SE w PERTENCE OU NÃO A L.

OBSERVE QUE, w NÃO PERTENCER A L, SIGNIFICA QUE $w \in L'$. DESSA FORMA, PODEMOS UTILIZAR A MÁQUINA M PARA DECIDIR SE w PERTENCE OU NÃO A L'. SEGUE ENTÃO, QUE L' É DECIDÍVEL.

QUESTÃO 6 (VALOR: 2.0)

Um *estado inútil* em um autômato finito é um estado que nunca é atingido qualquer que seja a cadeia de entrada. Considere o problema de testar se um autômato finito tem quaisquer estados inúteis. Formule este problema como linguagem e mostre que ele é decidível.

$L = \{ \langle A \rangle \mid A$ é um AF que possui um estado inútil $\}$

M = " Sobre $\langle A \rangle$, uma codificação de um AF.

1. Marque o estado inicial de A.

2. Repita até que nenhum novo estado seja marcado.

   Para todo estado q_i, tal que exista uma transição $\delta(q_j, \alpha) = q_i$, $\alpha \in \Sigma$ e q_j um estado marcado, marque o estado q_i

3. Verifique se restam estados de A que não foram marcados.

4. Se sim, aceite, caso contrário, rejeite.