Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Instituto de Matemática e Estatística
Disciplina: Álgebra Linear III
Professora: Rosiane Soares Cesar

6 ª Lista de Exercícios - Álgebra Linear

(1) Verifique que a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ é raiz do polinômio $f(t) = t^2 - 3t - 4$

(2) Determine o polinômio característico das matrizes

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & -2 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -3 & -7 \end{bmatrix}$

(3) Os vetores $(1,1)$ e $(2,-1)$ são autovetores de um operador $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ cujos autovalores associados são 5 e -1, respectivamente. Determine $T(4,1)$

(4) Determinar o operador linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ cujos autovalores são 1 e 3 associados aos autoespaços $E_1 = \{(-y, y) \,; y \in \mathbb{R}\}$ e $E_3 = \{(0, y) \,; y \in \mathbb{R}\}$

(5) Considere o operador $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $T(x, y, z) = (2x + y - 2z, 2x + 3y - 4z, x + y - z)$

(a) Determine os autovalores de T.

(b) Encontre uma base para cada auto-espaço de T.

(c) T é diagonalizável? Em caso afirmativo, determine uma base que diagonaliza T e a matriz que representa o operador T nesta base.

(6) Considere o operador $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $T(x, y, z) = (3x - y + z, 7x - 5y + z, 6x - 6y + 2z)$

(a) Determine os autovalores de T.

(b) Encontre uma base para cada auto-espaço de T.

(c) T é diagonalizável? Em caso afirmativo, determine uma base que diagonaliza T e a matriz que representa o operador T nesta base.

(7) Considere o operador $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $T(x, y, z) = (4x + y - z, 2x + 5y - 2z, x + y + 2z)$

(a) Determine os autovalores de T.

(b) Encontre uma base para cada auto-espaço de T.

(c) T é diagonalizável? Em caso afirmativo, determine uma base que diagonaliza T e a matriz que representa o operador T nesta base.

RESPOSTAS

(1)

(2) (a) $-t^3 + t^2 - 2t - 28$

(b) $t^2 + 3t - 13$

(3) $(8, 11)$

(4) $T(x, y) = (x, 2x + 3y)$

(5) (a) 1 e 2.

(b) base de E_1: $\{(-1, 1, 0), (2, 0, 1)\}$; base de E_2: $\{(1, 2, 1)\}$

(c) Sim. Base que diagonaliza T:$\alpha = \{(-1, 1, 0), (2, 0, 1), (1, 2, 1)\}$ e $[T]_\alpha^\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

(6) (a) 2 e -4.

(b) base de E_2: $\{(1, 1, 0)\}$; base de E_{-4}: $\{(0, 1, 1)\}$

(c) Não.

(7) (a) 3 e 5.

(b) base de E_3: $\{(-1, 1, 0), (1, 0, 1)\}$; base de E_5: $\{(1, 2, 1)\}$

(c) Sim. Base que diagonaliza T:$\alpha = \{(-1, 1, 0), (1, 0, 1), (1, 2, 1)\}$ e $[T]_\alpha^\alpha = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$