

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE RIO DE JANEIRO

LISTA DE EXERCÍCIOS DE ÁLGEBRA (Conjuntos)

1. Calcular os elementos dos seguintes conjuntos:

- (a) $A = \{x \mid \sqrt{x} + 2 = x\}$.
- (b) $A = \{x \mid \sqrt{x} + 3 = x\}$.
- (c) Seja $m > 0$ um inteiro, $A = \{x \mid \sqrt{x} + m = x\}$.
- (d) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \text{existem } m, n \text{ inteiros tais que } x = 12m + 30n\}$.
- (e) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 = -1\}$.
- (f) $A = \{n \in \mathbb{Z} \mid n^2 > n\}$.
- (g) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1 \text{ ou } x^2 < 1\}$.
- (h) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid \text{existe } n \in \mathbb{N} \text{ tal que } n > x\}$.

2. Verifique que:

- (a) Se $A \subset B$ e $A' \subset B'$, então $A \cap A' \subset B \cap B'$.
- (b) $A \cap B = A$ se e somente se $A \subset B$.

3. Dados A, B e C conjuntos, temos que

- (a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$,
- (b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

4. Verifique que se $B \subset A$, então

- (a) $B \cup (A \setminus B) = A$.
- (b) $B \cap (A \setminus B) = \emptyset$.

5. Suponha que B e B' são subconjuntos de A , então

- (a) $A \setminus (A \setminus B) = B$.
- (b) Se $A \setminus B' \subset A \setminus B$, então $B \subset B'$.
- (c) $A \setminus (B \cap B') = (A \setminus B) \cup (A \setminus B')$.

6. Para quaisquer conjuntos A, B e C , vale:

- (a) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.
- (b) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.
- (c) $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C$.
- (d) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$.

7. Suponha que $A \cap B = \emptyset$. Verificar que

- (a) $A \cap (B \cup C) = A \cap C$.
- (b) $A \setminus B = A$.
- (c) $A = (A \cup B) \setminus B$.