

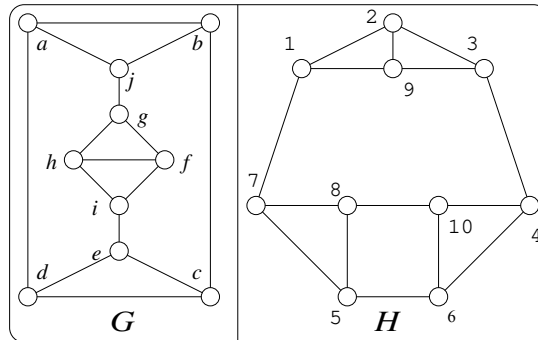
**Instituto de Matemática  
e Estatística - UERJ**

Prova de Reposição de Teoria dos Grafos

Professor: Luerbio Faria

Data: **20/09/2021**

1. [2.0] Considere a relação de amizade reflexiva. Mostre que em uma reunião com 2 ou mais pessoas existem pelo menos duas com o mesmo número de amigos na mesma reunião.
2. [2.0] Desenhe todos os grafos não isomorfos com 5 vértices e 7 arestas (conexos ou não). Explique porque eles não são isomorfos 2-à-2.
3. Dada a Figura a seguir.
  - (a) [1.2] Verifique se o par de grafos  $G$  e  $H$  são isomorfos:
  - (b) [0.4] Para o grafo  $G$ , determine um conjunto independente máximo  $S \subset V(G)$ . E prove porque  $S$  é máximo.
  - (c) [0.4] Para o grafo  $H$ , determine um conjunto dominante mínimo  $R \subset V(H)$ . E prove porque  $R$  é mínimo.
  - (d) [0.4] Para o grafo  $H$ , determine uma cobertura por vértices mínima  $M \subset V(H)$ . E prove porque  $M$  é mínima.



4. [2.0] Encontre o grafo  $G = (V, E)$  com menor número de vértices tal que  $2 = cv(G)$ ,  $3 = ce(G)$ , e  $\delta = 4$ .
5. [2.0] Responda com as contas - Quantos vértices possui um grafo:
  - (a) com menor número de vértices e 120 arestas.
  - (b) conexo com maior número de vértices e 80 arestas.
  - (c) árvore com diâmetro menor ou igual a 3, e 93 folhas.
  - (d) 9-regular com 243 arestas.