



Matemática Discreta

Lista 7

Prof. Americo Barbosa da Cunha Junior

americo@ime.uerj.br

ATENÇÃO: A solução de cada questão deve ser desenvolvida de maneira clara e objetiva. Não basta fazer contas, o raciocínio deve ser explicado através de um texto coerente. Em outras palavras, mais importante que encontrar a resposta correta é explicar como você chegou nessa resposta.

Exercício 1

Resolva as equações de diferenças (recorrências) a seguir. Encontre, se possível, uma fórmula fechada.

1. $x_{n+1} - (n+1)x_n = 0, x_0 = 2$
2. $x_{n+1} - 3^n x_n = 0, x_0 = 1$
3. $x_{n+1} - nx_n = 0, x_0 = 1$
4. $x_{n+1} = x_n + e^n, x_0 = 2$
5. $x_{n+1} - (n+1)x_n = 2n(n+1)!, x_0 = 1$

Exercício 2

Encontre a solução geral da equação

$$x_{n+1} = (n+1)x_n + (n+1)!.$$

Exercício 3

Assuma que a sequência $x_n = n2^n$ é solução da equação de diferenças

$$x_{n+1} = ax_n + h_n,$$

onde a é uma constante não nula.

1. Determine o termo não homogêneo h_n .
2. Encontre a solução geral da equação de diferenças determinada pelo item anterior.
3. Levando em conta o item anterior, encontre a solução para a qual $x_1 = 1$.

Todos os exercícios do Capítulo 1 da Referência [1].

Todos os exercícios do Capítulo 3 da Referência [2].

Gabarito da Lista 7

ATENÇÃO: As repostas e soluções apresentadas a seguir são para auxiliar na resolução desta lista, mas não estão isentas de possíveis erros de digitação ou mesmo de desenvolvimento. Use o gabarito com cautela, exercitando sempre o seu senso crítico. Se encontrar algum erro, por favor, reporte ao professor.

Resposta do Exercício 1

As soluções das equações de diferenças são:

1. $x_n = 2n!$
2. $x_n = 3^{n(n-1)/2}$
3. $x_0 = 1$ e $x_n = 0$ para $n > 0$
4. $x_n = 2 + \frac{e^n - 1}{e - 1}$
5. $x_n = 2^n n!$

Repostas dos Exercícios do Capítulo 1 da Referência [1]:

Estão disponíveis no apêndice A de [1].

Repostas dos Exercícios do Capítulo 3 da Referência [2]:

Disponíveis na referência [3].

Créditos pelos Exercícios: Os exercícios 1 até 3 foram adaptados das listas do Prof. George Svetlichny (PUC-Rio). Os demais exercícios indicados são das referências [1], e [2].

Referências

- [1] R. L. Graham, D. E. Knuth e O. Patashnik, **Matemática Concreta, Fundamentos para Ciência da Computação**, LTC, 2ª edição, 1995
- [2] E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado, **A Matemática do Ensino Médio, Volume 2**, SBM, 7ª edição, 2016
- [3] E. L. Lima, P. C. P. Carvalho, E. Wagner e A. C. Morgado, **A Matemática do Ensino Médio, Volume 4**, SBM, 2ª edição, 2016