

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE RIO DE JANEIRO

PROVA FINAL DE ÁLGEBRA I– 15 de dezembro de 2016

NOME DO ALUNO :
TURMA :

INSTRUÇÕES

1. Preencha o cabeçalho acima.
2. A prova deve ser feita sem consulta a apontamentos, cadernos, livros ou colegas.
3. Esta prova tem 6 perguntas, fazer só 5 delas.

DURAÇÃO DA PROVA: 2 horas

B O A P R O V A

1. (valor 2 pontos) Verifique por indução:
 - (a) $2n + 1 \leq 2^n$, para todo $n \geq 3$.
 - (b) $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
2. (valor 2 pontos) Prove usando lógica quando é verdadeira e dê um contra-exemplo quando é falsa. Para A, B, C conjuntos.
 - (a) $A \cup B = A \cup C \Rightarrow B = C$.
 - (b) $A \cap B = A \cap C \Rightarrow B = C$.
 - (c) $A \cup B = A \cup C$ e $A \cap B = A \cap C \Rightarrow B = C$.
3. (valor 2 pontos) Seja $f : [0, 1] \rightarrow [3, 5]$, $f(x) = x^2 + x + 3$. A função f é sobrejetora? é injetora? No caso que f seja bijetora, calcular a inversa.
4. (valor 2 pontos) Um baralho comum possui 52 cartas, 13 de cada naipe-ouro, paus, espadas e copas-, e cada naipe contém 13 cartas-ás (A), 2, ..., 10, valete (J), dama (Q) e rei (K). Sorteadas simultaneamente quatro cartas, determine:
 - (a) o número de maneiras distintas de ocorrer o resultado do sorteio;
 - (b) o número de maneiras distintas de o resultado do sorteio conter uma carta de cada naipe;
 - (c) de quantas formas distintas é possível escolher as quatro cartas de copas.
5. (valor 2 pontos) Uma equipe de futebol disputou oito jogos em um torneio. venceu quatro, perdeu dois e empatou dois.
 - (a) De quantos modos distintos pode ter ocorrido a sequência de resultados?
 - (b) Supondo que a equipe estreou no torneio com a vitória e o encerrou também com vitória, de quantos modos distintos pode ter ocorrido a sequência dos outros resultados?
6. (valor 2 pontos) Esboce o gráfico da função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dado por $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{se } x \geq 1, \\ x + 1, & \text{se } x < 1. \end{cases}$
E diga se é injetora, sobrejetora ou bijetora.