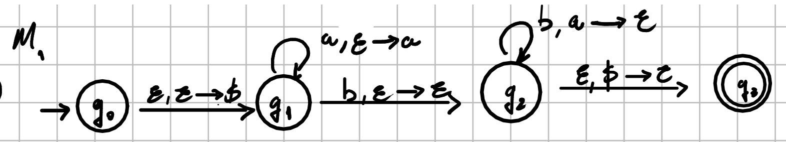
Gabarito - Prova de Reposição

Questão 1

Projete um autômato de pilha não determinístico (construa o diagrama de estados e apresente a definição formal) que aceita as linguagens:

a. $L = \{a^n b^{n+1} : n \geq 0\}$;
b. $L = \{a^n b^m : m, n \geq 0 \text{ e } n = 3m\}$;

a)



Definição formal:

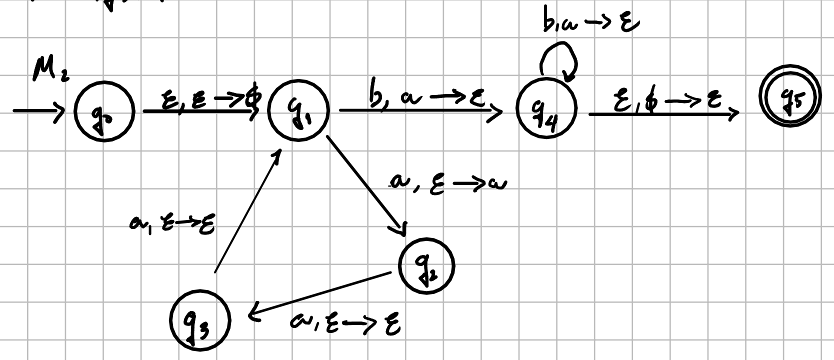
$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$, onde

1. $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$
2. $\Sigma = \{a, b\}$
3. $\Sigma = \{a, b, \$\}$
4. δ:

ESTADO	ENTRADA	TOPO DA PILHA	TRANSIÇÕES
q_0	ε	ε	$(q_1, \$)$
q_1	a	ε	(q_1, a)
	b	ε	(q_2, ε)
q_2	b	a	(q_2, ε)
	ε	$\$$	(q_3, ε)

5. q_0 é o estado inicial
6. $F = \{q_3\}$.

b)



Definição formal:

$M_2 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$, onde

1. $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$
2. $\Sigma = \{a, b\}$
3. $\Gamma = \{a, b, \$\}$
4. δ:

ESTADO	ENTRADA	TOPO DA PILHA	TRANSIÇÕES
q_0	ε	ε	$(q_1, \$)$
q_1	a	ε	(q_2, a)
	b	a	(q_4, ε)
q_2	a	ε	(q_3, ε)
q_3	a	ε	(q_1, ε)
q_4	b	a	(q_4, ε)
	ε	$\$$	(q_5, ε)

5. q_0 é o estado inicial
6. $F = \{q_5\}$

Questão 2

Mostre que a linguagem $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$ não é livre de contexto.

Suponha por absurdo que L é uma linguagem livre de contexto.

Então, pelo Lema do Bombeamento, temos que

$\exists p > 0$ tal que $\forall s \in L$, $|s| \geq p$ existe uma divisão $s = uvxyz$ satisfazendo:

i) $\forall i \geq 0$, $uv^ixy^iz \in L$;

ii) $|vy| > 0$;

iii) $|vxy| \leq p$.

Tomemos $s = a^p b^p c^p$, $s \in L$ e $|s| = 3p > p$.

Pela condição (III) ($|vxy| \leq p$) sabemos que existem apenas as possibilidades a seguir para as cadeias v e y:

1. v e y são formados pelo mesmo único símbolo;
2. v e y são formados por símbolos únicos, mas não o mesmo para ambos;
3. v é formado por um único símbolo e y por dois símbolos diferentes;
4. y é " e v por " .

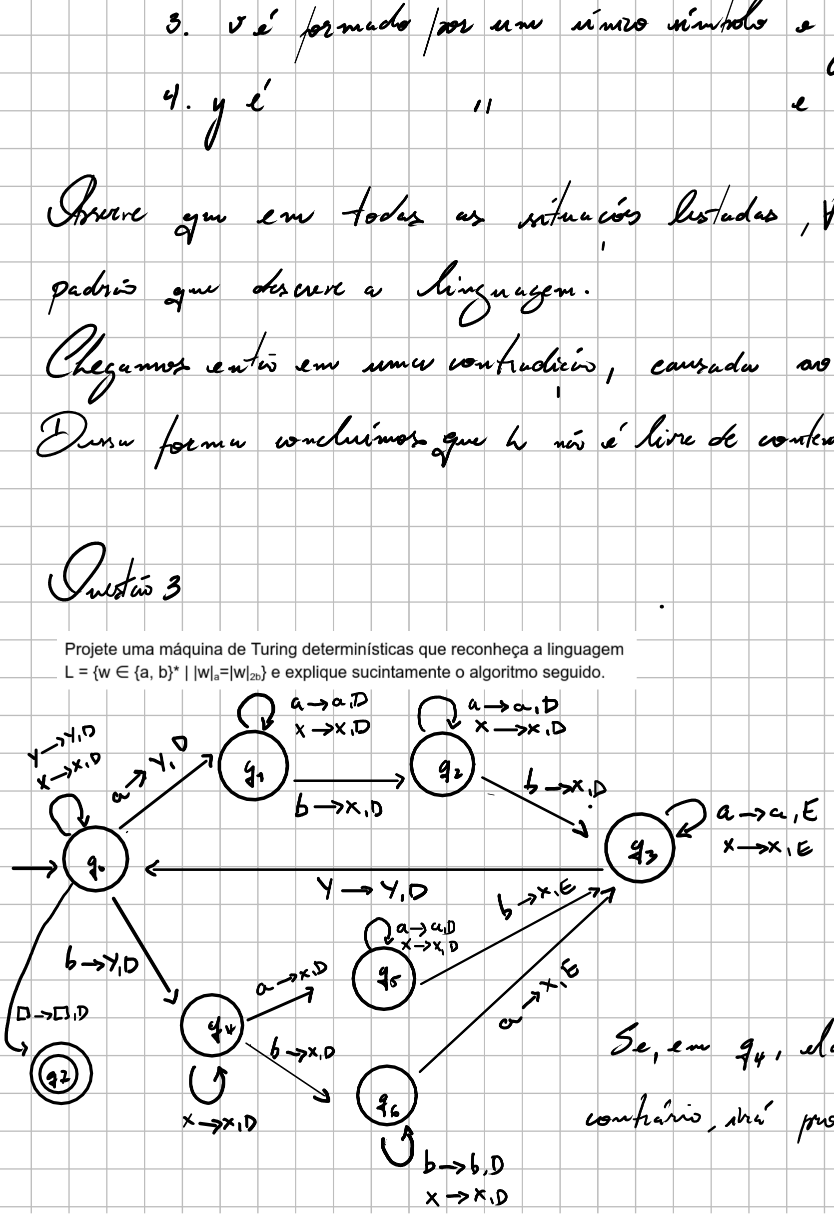
Observe que em todas as situações listadas, $\forall i \geq 0$ a cadeia $uv^ixy^iz \notin L$ pois não terá o padrão que descreve a linguagem.

Chegamos então em uma contradição, causada ao afirmarmos que L é livre de contexto.

Dessa forma concluímos que L não é livre de contexto.

Questão 3

Projete uma máquina de Turing determinísticas que reconheça a linguagem $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_{2b}\}$ e explique sucintamente o algoritmo seguido.



Em q_1, se a máquina encontra a na fita, varre a fita a procura de 2 b's. Se encontra b vai para q_4 onde realiza diferentes ações, de acordo com o próximo símbolo encontrado.

Se, em q_4, ela encontra a, procura por um símbolo b. Caso contrário, irá procurar por um a.

Questão 4

Responda cada item para a seguinte gramática livre-do-contexto :

$$E \to T \mid E+T$$
$$T \to F \mid T\times F$$
$$F \to V \mid (E)$$
$$V \to a \mid b \mid c$$

a. Quais são as variáveis e símbolos terminais da gramática? Qual é o símbolo inicial?
b. Dê três exemplos de cadeias em L(G).
c. Dê três exemplos de cadeias que não estão em L(G).
d. Dê as derivações mais à esquerda para as cadeias:
   i. a x b + c;
   ii. (c) x (b + a).
e. Dê a árvore de derivação das cadeias do item (d).

a) Variáveis: E, T, F, V

Símbolos terminais: +, x, (,), a, b, c

Variável inicial: E

b) $a+a$, $a\times c$, $a+b\times c$

c) $+a$, bx, x

d) i)

$E \Rightarrow E+T \Rightarrow T+T \Rightarrow T\times F+T \Rightarrow F\times F+T \Rightarrow V\times F+T \Rightarrow a\times F+T \Rightarrow a\times V+T \Rightarrow a\times b+T$
$\Rightarrow a\times b+F \Rightarrow a\times b+V$
$\Rightarrow a\times b+c$

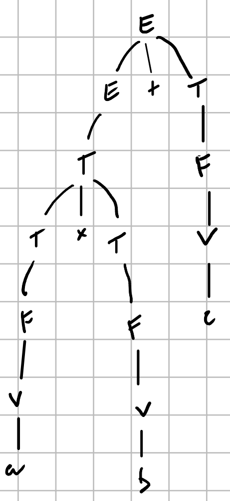
ii)

$E \Rightarrow T \Rightarrow T\times F \Rightarrow F\times F \Rightarrow (E)\times F \Rightarrow (T)\times F \Rightarrow (F)\times F \Rightarrow (V)\times F \Rightarrow (c)\times F \Rightarrow (c)\times(E)$

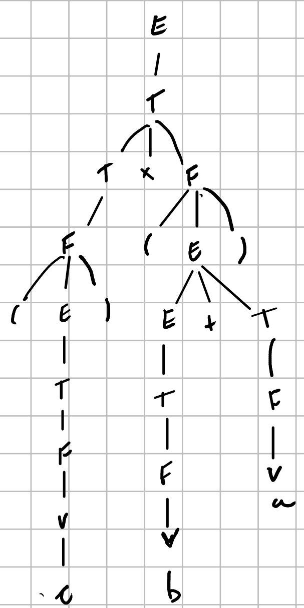
$\Rightarrow (c)\times(E+T) \Rightarrow (c)\times(T+T) \Rightarrow (c)\times(F+T) \Rightarrow (c)\times(V+T) \Rightarrow (c)\times(b+T) \Rightarrow (c)\times(b+F)$

$\Rightarrow (c)\times(b+V) \Rightarrow (c)\times(b+a)$

e) i)



ii)

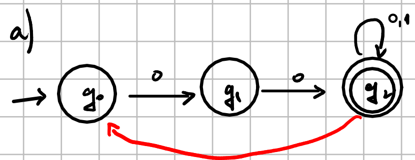


Questão 5

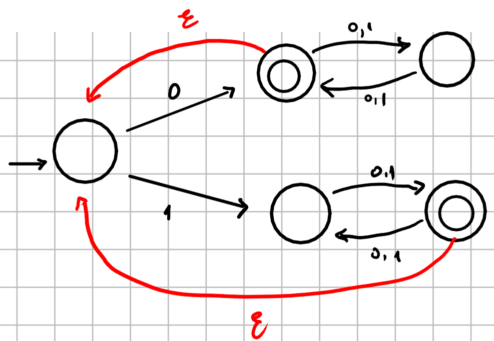
Dê diagramas de estados de AFD's que reconhecem as linguagens a seguir. Em todos os casos o alfabeto é {0,1}.

a. O conjunto de todas as cadeias que começam com 00.
b. O conjunto das cadeias que começam por 0 e tem comprimento ímpar, ou começa por 1 e tem comprimento par.
c. Use os algoritmos dados em aula para construir um autômato finito não determinístico que aceite a operação estrela das linguagens descritas nos itens (a) e (b).

a)



b)



c) autômatos finitos não determinísticos que aceitam a operação estrela das linguagens.