

Lógica Computacional 1

Exercícios – Semântica

UnB/IE/CIC

Turma 01 - 2024/2

1. Dê três exemplos de fórmulas satisfatíveis. Justifique sua resposta.
2. Dê três exemplos de formulas insatisfatíveis. Justifique sua resposta.
3. Dê três exemplos de fórmulas tautológicas. Justifique sua resposta.
4. Dê três exemplos de fórmulas contingentes. Justifique sua resposta.
5. Verifique os status semântico (tautologia, contradição, contingência) das seguintes fórmulas:

- (a) $(p \rightarrow q) \rightarrow p$
- (b) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$
- (c) $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge \neg q)$

6. Verifique se os seguintes conjuntos são consistentes ou não:

- (a) $\{p, q, p \rightarrow q\}$
- (b) $\{p \rightarrow q, p, \neg q\}$

7. Mostrar que as seguintes fórmulas são semanticamente equivalentes:

- (a) $p \rightarrow q$
- (b) $\neg q \rightarrow \neg p$

8. Mostre que q é consequência lógica de $\{p \rightarrow q, p\}$.

9. Demonstrar as seguintes equivalências semânticas (onde φ, ψ e $\chi \in \text{FBF}_{\mathcal{L}_p}$):

- (a) $(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi \models_{\mathcal{L}_p} \varphi \wedge (\psi \wedge \chi)$
- (b) $(\varphi \vee \psi) \vee \chi \models_{\mathcal{L}_p} \varphi \vee (\psi \vee \chi)$
- (c) $\neg(\varphi \wedge \psi) \models_{\mathcal{L}_p} (\neg\varphi \vee \neg\psi)$
- (d) $\neg(\varphi \vee \psi) \models_{\mathcal{L}_p} (\neg\varphi \wedge \neg\psi)$
- (e) $(\varphi \rightarrow \psi) \models_{\mathcal{L}_p} (\neg\varphi \vee \psi)$
- (f) $(\varphi \leftrightarrow \psi) \models_{\mathcal{L}_p} ((\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \varphi))$
- (g) $\neg(\varphi \rightarrow \psi) \models_{\mathcal{L}_p} (\varphi \wedge \neg\psi)$
- (h) $\neg(\varphi \leftrightarrow \psi) \models_{\mathcal{L}_p} (\varphi \wedge \neg\psi) \vee (\neg\psi \wedge \psi)$
- (i) $\neg\neg\psi \models_{\mathcal{L}_p} \psi$
- (j) $\varphi \wedge (\psi \vee \chi) \models_{\mathcal{L}_p} (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)$
- (k) $\varphi \vee (\psi \wedge \chi) \models_{\mathcal{L}_p} (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \chi)$

10. Encontrar fórmulas bem-formadas que sejam semanticamente equivalentes às abaixo, utilizando somente os operadores “ \neg ” e “ \rightarrow ” e de modo que a negação seja aplicada apenas ao símbolos metalinguísticos (φ e/ou ψ) e que o operador principal seja “ \rightarrow ”. Além dos símbolos metalinguísticos, a fórmula pode conter as seguintes constantes: “ \perp ” e “ \top ”, onde $v(\perp) = F$ e $v(\top) = V$, para toda valoração booleana $v : \text{FBF}_{\mathcal{L}_p} \rightarrow \mathcal{V}$.

Exemplo 1 $\varphi \models_{\mathcal{L}_p} \top \rightarrow \varphi$

Exemplo 2 $\neg \varphi \models_{\mathcal{L}_p} \varphi \rightarrow \perp$

Exemplo 3 $\varphi \vee \psi \models_{\mathcal{L}_p} \neg \varphi \rightarrow \psi$

- (a) $\varphi \wedge \psi$
- (b) $\varphi \wedge \psi$
- (c) $\varphi \leftrightarrow \psi$
- (d) $\neg(\varphi \wedge \psi)$
- (e) $\neg(\varphi \vee \psi)$
- (f) $\neg(\varphi \rightarrow \psi)$
- (g) $\neg(\varphi \rightarrow \psi)$

11. Mostrar que os seguintes argumentos são corretos:

(a) *Modus Ponens*

Se chove, então a rua está molhada.	
Chove.	
A rua está molhada.	

(b) *Modus Tollens*

Se chove, então a rua está molhada.	
A rua não está molhada.	
Não chove.	

(c) Eliminação da conjunção

A maçã é azul e o céu é vermelho.	
O céu é vermelho.	

(d) Resolução

Pedro comprou um livro de física ou um de matemática.	
Pedro não comprou um livro de matemática ou foi ao cinema.	
Pedro comprou um livro de física ou foi ao cinema.	

(e) Caso especial de Resolução

Pedro comprou um livro de física ou um de matemática.	
Pedro não comprou um livro de matemática.	
Pedro comprou um livro de física.	