

# Lógica Computacional 1

## Exercícios – Linguagem Proposicional – Sintaxe

UnB/IE/CIC

Turma 01 - 2024/2

1. O que é uma fórmula bem-formada? Quais são as fórmulas bem-formadas da linguagem proposicional?
2. Explique o que é e dê a definição formal de fórmula atômica na linguagem proposicional.
3. Explique o que é e dê a definição formal de fórmula molecular na linguagem proposicional.
4. Dê a definição da função para a obtenção de todas as subfórmulas de uma dada fórmula proposicional.
5. As fórmulas proposicionais abaixo assumem implicitamente a seguinte prioridade entre os operadores:  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\rightarrow$  e  $\leftrightarrow$ . Com essa convenção, é possível suprimir os parênteses, sem que haja ambiguidade na leitura<sup>1</sup>. Reescreva as fórmulas proposicionais reintroduzindo os parênteses nos lugares adequados:
  - (a)  $\neg p \wedge q \rightarrow r$
  - (b)  $(p \rightarrow q) \wedge \neg(r \vee p \rightarrow q)$
  - (c)  $(p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s \vee t)$
  - (d)  $p \vee q \leftrightarrow \neg p \wedge r$
6. Quais das seguintes fórmulas não pertencem à linguagem da Lógica Proposicional? Justifique suas respostas de acordo com a definição de fórmula bem-formada.
  - (a)  $((\neg p \wedge q) \rightarrow r)$
  - (b)  $(p \leftrightarrow ((p \leftrightarrow q)))$
  - (c)  $p \rightarrow \neg q \wedge r$
  - (d)  $(\neg(\neg p \wedge \neg q))$
  - (e)  $(\neg s \rightarrow (\neg t \leftrightarrow (u \wedge (v \vee w))))$
7. Levando em consideração a ordem de precedência dada no Exercício 5 e a convenção para eliminação de parênteses, para cada uma das fórmulas bem-formadas abaixo, liste todas as suas subfórmulas:
  - (a)  $p$
  - (b)  $p \wedge q$
  - (c)  $p \wedge \neg q \rightarrow \neg p$
  - (d)  $p \wedge (\neg q \rightarrow \neg p)$
  - (e)  $p \rightarrow (\neg q \vee (q \rightarrow p))$
  - (f)  $\neg((\neg q \wedge (p \rightarrow r)) \wedge (r \rightarrow q))$
  - (g)  $\neg p \vee (p \rightarrow q)$
  - (h)  $(p \wedge q) \rightarrow (\neg r \vee (q \rightarrow r))$

---

<sup>1</sup>A precedência ocorre de forma análoga ao que acontece com os operadores da aritmética:  $-$  (sinal),  $+$  (adição) e  $\times$  (multiplicação). Por exemplo, podemos escrever  $1 + 3 \times 4$  ao invés de  $(1 + (3 \times 4))$

- (i)  $((s \vee \neg p) \rightarrow \neg p)$
- (j)  $(s \vee (\neg p \rightarrow \neg p))$
- (k)  $((((s \rightarrow (r \vee t)) \vee (\neg q \wedge r)) \rightarrow ((\neg(p \rightarrow s)) \rightarrow r))$
- (l)  $(p \rightarrow q) \wedge (\neg r \rightarrow (q \vee (\neg p \wedge r)))$
- (m)  $p \rightarrow (\neg p \vee (\neg \neg q \rightarrow (p \wedge q)))$
- (n)  $(s \rightarrow r \vee t) \vee (\neg q \wedge r) \rightarrow (\neg(p \rightarrow s) \rightarrow r)$
- (o)  $(p \rightarrow q) \wedge (\neg r \rightarrow (q \vee (\neg p \wedge r)))$

8. Defina formalmente o conceito de operador principal de uma fórmula bem-formada na linguagem proposicional.

9. Utilize sua função para obter o operador principal de cada uma das fórmulas bem-formadas abaixo:

- (a)  $p$
- (b)  $p \wedge q$
- (c)  $p \wedge \neg q \rightarrow \neg p$
- (d)  $p \wedge (\neg q \rightarrow \neg p)$
- (e)  $p \rightarrow (\neg q \vee (q \rightarrow p))$
- (f)  $\neg((\neg q \wedge (p \rightarrow r)) \wedge (r \rightarrow q))$
- (g)  $\neg p \vee (p \rightarrow q)$
- (h)  $(p \wedge q) \rightarrow (\neg r \vee (q \rightarrow r))$
- (i)  $((s \vee \neg p) \rightarrow \neg p)$
- (j)  $(s \vee (\neg p \rightarrow \neg p))$
- (k)  $((((s \rightarrow (r \vee t)) \vee (\neg q \wedge r)) \rightarrow ((\neg(p \rightarrow s)) \rightarrow r))$
- (l)  $(p \rightarrow q) \wedge (\neg r \rightarrow (q \vee (\neg p \wedge r)))$

10. Defina formalmente o conceito de subfórmula imediata de uma fórmula bem-formada na linguagem proposicional.

11. Utilizando a definição dada por você acima, obtenha a(s) sufórmula(s) imediata(s) de cada uma das fórmulas bem-formadas abaixo:

- (a)  $p$
- (b)  $p \wedge q$
- (c)  $p \wedge \neg q \rightarrow \neg p$
- (d)  $p \wedge (\neg q \rightarrow \neg p)$
- (e)  $p \rightarrow (\neg q \vee (q \rightarrow p))$
- (f)  $\neg((\neg q \wedge (p \rightarrow r)) \wedge (r \rightarrow q))$
- (g)  $\neg p \vee (p \rightarrow q)$
- (h)  $(p \wedge q) \rightarrow (\neg r \vee (q \rightarrow r))$
- (i)  $((s \vee \neg p) \rightarrow \neg p)$
- (j)  $(s \vee (\neg p \rightarrow \neg p))$
- (k)  $((((s \rightarrow (r \vee t)) \vee (\neg q \wedge r)) \rightarrow ((\neg(p \rightarrow s)) \rightarrow r))$
- (l)  $(p \rightarrow q) \wedge (\neg r \rightarrow (q \vee (\neg p \wedge r)))$

12. Dadas as seguintes fórmulas bem-formadas, desenhe as respectivas árvores sintáticas:

- (a)  $p$
- (b)  $p \wedge q$

- (c)  $p \wedge \neg q \rightarrow \neg p$
- (d)  $p \wedge (\neg q \rightarrow \neg p)$
- (e)  $p \rightarrow (\neg q \vee (q \rightarrow p))$
- (f)  $\neg((\neg q \wedge (p \rightarrow r)) \wedge (r \rightarrow q))$
- (g)  $\neg p \vee (p \rightarrow q)$
- (h)  $(p \wedge q) \rightarrow (\neg r \vee (q \rightarrow r))$
- (i)  $((s \vee \neg p) \rightarrow \neg p)$
- (j)  $(s \vee (\neg p \rightarrow \neg p))$
- (k)  $((s \rightarrow (r \vee t)) \vee (\neg q \wedge r)) \rightarrow ((\neg(p \rightarrow s)) \rightarrow r)$
- (l)  $(p \rightarrow q) \wedge (\neg r \rightarrow (q \vee (\neg p \wedge r)))$

13. Desenhe a árvore sintática de uma fórmula bem-formada da lógica proposicional  $\varphi$  que seja:

- (a) uma negação de uma implicação
- (b) uma disjunção cujos termos são conjunções
- (c) uma conjunção de conjunções

14. Encontre a fórmula bem-formada que é representada pela árvore sintática abaixo:

