

FUNDAMENTOS DE COMPUTACIÓN
TRABAJO ENTREGABLE 2
ABRIL 2022

Este trabajo tiene un puntaje de 5 puntos, y debe ser realizado en forma **INDIVIDUAL**. Se debe subir a Aulas antes del 10/4/22 a las 21hs.

El conector implica tiene la siguiente tabla de verdad:

b1	b2	b1 >> b2
False	False	True
False	True	True
True	False	False
True	True	True

y se define en Haskell como la siguiente función:

```
(>>) :: Bool -> Bool -> Bool
(>>) = \b1 b2 -> case b1 of {False -> True ; True -> b2}
```

SE PIDE:

- 1) Demuestre que $(\forall x :: \text{Bool}) (\forall y :: \text{Bool}) (\forall z :: \text{Bool}) \ x \gg (y \gg z) = (x \&\& y) \gg z$, donde $(\&\&) :: \text{Bool} \rightarrow \text{Bool} \rightarrow \text{Bool}$ se define como:
 $(\&\&) = \backslash b1 \rightarrow \backslash b2 \rightarrow \text{case } b1 \text{ of } \{ \text{False} \rightarrow \text{False} ; \text{True} \rightarrow b2 \}$.

Solución:

$$(\forall x :: \text{Bool}) (\forall y :: \text{Bool}) (\forall z :: \text{Bool}) \ x \gg (y \gg z) = (x \&\& y) \gg z.$$

Dem. Por casos en $x :: \text{Bool}$

Caso $x = \text{False}$: $(\forall y :: \text{Bool}) (\forall z :: \text{Bool}) \ \text{False} \gg (y \gg z) = (\text{False} \&\& y) \gg z$
Sean $y, z :: \text{Bool}$ cualesquiera, reducimos ambos lados de la igualdad:

False >> (y >> z)	(False && y) >> z
= (def. (>>), $\beta \times 2$, case)	= (def. (&&), $\beta \times 2$, case)
True	False >> z
	= (def. (>>), $\beta \times 2$, case)
	True

Ambas expresiones son iguales por reducir a la misma expresión.

Caso $x = \text{True}$: $(\forall y :: \text{Bool}) (\forall z :: \text{Bool}) \text{True} \gg (y \gg z) = (\text{True} \&\& y) \gg z$
Sean $y, z :: \text{Bool}$ cualesquiera, reducimos ambos lados de la igualdad:

$$\begin{array}{l|l} \text{True} \gg (y \gg z) & (\text{True} \&\& y) \gg z \\ = (\text{def. } (\gg), \beta \times 2, \text{case}) & = (\text{def. } (\&\&), \beta \times 2, \text{case}) \\ y \gg z & y \gg z \end{array}$$

Ambas expresiones son iguales por reducir a la misma expresión.

- 2) Defina en Haskell, sin usar funciones auxiliares, la negación del implica como la función $(*) :: \text{Bool} \rightarrow \text{Bool} \rightarrow \text{Bool}$, que tiene la siguiente tabla de verdad:

b1	b2	b1 * b2
True	True	False
True	False	True
False	True	False
False	False	False

Solución:

```
(*) :: Bool -> Bool -> Bool
(*) = \b1 b2 -> case b1 of {False -> False ;
                             True -> case b2 of {False -> True ;
                                                    True -> False } }
```

- 3) Demuestre que $(\forall x :: \text{Bool}) (\forall y :: \text{Bool}) x * y = \text{not } (x \gg y)$, donde:
 $\text{not} :: \text{Bool} \rightarrow \text{Bool}$ se define como:
 $\text{not} = \backslash b \rightarrow \text{case } b \text{ of } \{\text{False} \rightarrow \text{True} ; \text{True} \rightarrow \text{False}\}.$

Solución:

$(\forall x :: \text{Bool}) (\forall y :: \text{Bool}) x * y = \text{not } (x \gg y).$

Dem. Por casos en $x :: \text{Bool}$

Caso $x = \text{False}$: $(\forall y :: \text{Bool}) \text{False} * y = \text{not } (\text{False} \gg y)$
Sea $y :: \text{Bool}$ cualquiera, reducimos ambos lados de la igualdad:

$$\begin{array}{l|l} \text{False} * y & \text{not}(\text{False} \gg y) \\ = (\text{def. } (*), \beta \times 2, \text{case}) & = (\text{def. } (\gg), \beta \times 2, \text{case}) \\ \text{False} & \text{not True} \\ & = (\text{def. not}, \beta, \text{case}) \\ & \text{False} \end{array}$$

Ambas expresiones son iguales por reducir a la misma expresión.

Caso $x = \text{True}$: $(\forall y :: \text{Bool}) \text{True} * y = \text{not} (\text{True} \gg y)$
Por casos en $y :: \text{Bool}$

Caso $y = \text{False}$: $\text{True} * \text{False} = \text{not} (\text{True} \gg \text{False})$

Reducimos ambos lados de la igualdad:

$\text{True} * \text{False}$	$\text{not}(\text{True} \gg \text{False})$
$= (\text{def. } (*), \beta \times 2, \text{case} \times 2)$	$= (\text{def. } (\gg), \beta \times 2, \text{case})$
True	not False
	$= (\text{def. not}, \beta, \text{case})$
	True

Ambas expresiones son iguales por reducir a la misma expresión.

Caso $y = \text{True}$: $\text{True} * \text{True} = \text{not} (\text{True} \gg \text{True})$

Reducimos ambos lados de la igualdad:

$\text{True} * \text{True}$	$\text{not}(\text{True} \gg \text{True})$
$= (\text{def. } (*), \beta \times 2, \text{case} \times 2)$	$= (\text{def. } (\gg), \beta \times 2, \text{case})$
False	not True
	$= (\text{def. not}, \beta, \text{case})$
	False

Ambas expresiones son iguales por reducir a la misma expresión.

ENTREGA:

Se deberá subir un único archivo a Aulas, que puede ser escrito en máquina o en papel y escaneado.

En caso de que sea lo segundo, pedimos que el documento sea *legible*. Si utilizan fotos, se recomienda utilizar alguna aplicación para escanearlas y generar archivos pdf.