

FUNDAMENTOS DE COMPUTACIÓN
TRABAJO ENTREGABLE 4
MAYO 2022

Este trabajo tiene un puntaje de 6 puntos y debe ser realizado en forma **INDIVIDUAL**. Se debe subir a Aulas antes del día 15/5/2021 a las 21:00 hs.

(1) Considere la suma, producto y potencia de naturales, definidas como:

$(+) :: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

$(+) = \lambda m n \rightarrow \text{case } m \text{ of } \{0 \rightarrow n ; S x \rightarrow S (x + n)\}$

$(*) :: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

$(*) = \lambda m n \rightarrow \text{case } m \text{ of } \{0 \rightarrow 0 ; S x \rightarrow n + (x * n)\}$

$(^{\wedge}) :: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

$(^{\wedge}) = \lambda m n \rightarrow \text{case } n \text{ of } \{0 \rightarrow S 0 ; S x \rightarrow m * (m ^{\wedge} x)\}$

Demuestre que $(\forall m :: \mathbb{N}, \forall n :: \mathbb{N}, \forall k :: \mathbb{N}) \ m ^{\wedge} (n + k) = m ^{\wedge} n * m ^{\wedge} k$.

Puede utilizar, sin necesidad de demostrarlas, la asociatividad y conmutatividad de la suma y el producto de naturales.

(2) Defina, sin utilizar funciones auxiliares, las siguientes funciones:

a) $\min :: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ que calcula el mínimo de dos números naturales.

b) $\max :: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ que calcula el máximo de dos números naturales.

(3) Demuestre que $(\forall m :: \mathbb{N}, \forall n :: \mathbb{N}) \ \min m n + \max m n = m + n$, utilizando las propiedades de $(+)$ enunciadas en el ejercicio (1).