

Teoría del Diseño Relacional

Parte II: Algoritmos

Alberto Fasce, Mariano Beiró

Dpto. de Computación - Facultad de Ingeniería (UBA)

Topics

- 1 Objetivo
- 2 Inferencia de dependencias funcionales
- 3 Clausuras de conjuntos de df's y atributos
- 4 Algoritmo de cubrimiento minimal
- 5 Algoritmo de descomposición a 3FN
- 6 Proyección de dependencias funcionales
- 7 Algoritmo de búsqueda de claves candidatas
- 8 Algoritmo de descomposición a FNBC
- 9 Algoritmo de verificación de junta sin pérdidas
- 10 Bibliografía

1 Objetivo

- 2 Inferencia de dependencias funcionales
- 3 Clausuras de conjuntos de df's y atributos
- 4 Algoritmo de cubrimiento minimal
- 5 Algoritmo de descomposición a 3FN
- 6 Proyección de dependencias funcionales
- 7 Algoritmo de búsqueda de claves candidatas
- 8 Algoritmo de descomposición a FNBC
- 9 Algoritmo de verificación de junta sin pérdidas
- 10 Bibliografía

Algoritmos de normalización

- Supongamos que el **diseñador de la base de datos** definió un conjunto de dependencias funcionales F a partir de la semántica.
- A partir de dichas dependencias, nos interesa generar una descomposición lo menos redundante posible, preservando la información y las dependencias funcionales.
- A continuación describiremos una serie de algoritmos para convertir un esquema de base de datos a 3FN y a FNBC.
- Para ello será necesario introducir algunas definiciones previas relacionadas con los conjuntos de dependencias funcionales.

- 1 Objetivo
- 2 Inferencia de dependencias funcionales
- 3 Clausuras de conjuntos de df's y atributos
- 4 Algoritmo de cubrimiento minimal
- 5 Algoritmo de descomposición a 3FN
- 6 Proyección de dependencias funcionales
- 7 Algoritmo de búsqueda de claves candidatas
- 8 Algoritmo de descomposición a FNBC
- 9 Algoritmo de verificación de junta sin pérdidas
- 10 Bibliografía

Inferencia de dependencias funcionales

Axiomas de Armstrong

- W.W. Armstrong propuso en 1974 tres reglas para inferir dependencias funcionales a partir de otras:
 - **Axioma de reflexividad:** $Y \subset X \Rightarrow X \rightarrow Y$
 - **Axioma de aumento:** $\forall W : X \rightarrow Y \Rightarrow XW \rightarrow YW$
 - **Axioma de transitividad:** $X \rightarrow Y \wedge Y \rightarrow Z \Rightarrow X \rightarrow Z$
- Estos axiomas pueden ser probados a partir de la definición de dependencia funcional (i.e., no son axiomas en *stricto sensu*).
- Los tres axiomas en conjunto son **completos**: Toda dependencia funcional que se puede inferir de F se puede inferir a través de los axiomas de Armstrong.
- La notación $F \models X \rightarrow Y$ indica que la dependencia funcional $X \rightarrow Y$ puede inferirse a partir del conjunto de dependencias funcionales F .

Inferencia de dependencias funcionales

Axiomas de Armstrong

Exceso de notación

Cuando trabajemos con nombres de atributos abstractos como A, B, C, D o A_1, A_2, \dots y escribamos un conjunto de atributos (por ejemplo, $\{B, C, D\}$), dentro de una dependencia funcional, omitiremos las llaves y las comas. En dicho ejemplo, lo denotaremos directamente BCD.

Ejercicio

Muestre que dado el conjunto de dependencias funcionales $F = \{A \rightarrow C, BC \rightarrow E, D \rightarrow B\}$ es posible inferir que $AD \rightarrow E$.

Inferencia de dependencias funcionales

Reglas de inferencia adicionales

- Las siguientes tres reglas se deducen de los axiomas de Armstrong:

- **Regla de unión:** $X \rightarrow Y \wedge X \rightarrow Z \Rightarrow X \rightarrow YZ$
- **Regla de pseudotransitividad:** $\forall W : X \rightarrow Y \wedge YW \rightarrow Z \Rightarrow XW \rightarrow Z$
- **Regla de descomposición:** $X \rightarrow YZ \Rightarrow X \rightarrow Y \wedge X \rightarrow Z$

- 1 Objetivo
- 2 Inferencia de dependencias funcionales
- 3 Clausuras de conjuntos de df's y atributos**
- 4 Algoritmo de cubrimiento minimal
- 5 Algoritmo de descomposición a 3FN
- 6 Proyección de dependencias funcionales
- 7 Algoritmo de búsqueda de claves candidatas
- 8 Algoritmo de descomposición a FNBC
- 9 Algoritmo de verificación de junta sin pérdidas
- 10 Bibliografía

Clausura de conjuntos de dependencias funcionales y de atributos

- Partimos de una relación $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$.
- Dado un conjunto de dependencias funcionales F , la **clausura de F** (F^+) es el conjunto de todas las dependencias funcionales que pueden inferirse de F . Esto es:

$$F^+ = \{(X \rightarrow Y) | F \models (X \rightarrow Y)\}.$$

- Dado un conjunto de atributos X y un conjunto de dependencias F , la **clausura de X con respecto a F** (X_F^+) es el conjunto de todos los atributos A_i tales que la dependencia funcional $X \rightarrow A_i$ se infiere del conjunto de dependencias F . Esto es:

$$X_F^+ = \{A_i | F \models (X \rightarrow A_i)\}$$

Clausuras de conjuntos de dependencias funcionales y de atributos

Definiciones

- Las clausuras de conjuntos de atributos, X_F^+ , son una forma ordenada de construir F^+ .
- Esta clausura nos permite dar otra definición de clave candidata: Dado un esquema de relación $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ y un conjunto de dependencias funcionales F , CK es clave candidata de R si y sólo si $CK_F^+ = A_1 A_2 \dots A_n$ y ningún subconjunto propio cumple con esa propiedad.

Clausuras de conjuntos de df's y de atributos

Algoritmo 1: Clausura de un conjunto de atributos X con respecto a F

Algoritmo 1: Clausura de un conjunto de atributos X con respecto a F

Input : Un conjunto de dependencias funcionales F de una relación universal R , un conjunto de atributos X .

Output: La clausura de X con respecto a F , X_F^+ .

```

1 begin
2    $X_F^+ \leftarrow X$ ;
3   repeat
4      $oldX^+ \leftarrow X_F^+$ ;
5     foreach  $(Y \rightarrow Z) \in F$  do
6       if  $Y \subset X_F^+$  then
7          $X_F^+ \leftarrow X_F^+ \cup Z$ ;
8       end
9     end
10  until  $oldX^+ = X_F^+$  ;
11 end
```

- 1 Objetivo
- 2 Inferencia de dependencias funcionales
- 3 Clausuras de conjuntos de df's y atributos
- 4 Algoritmo de cubrimiento minimal**
- 5 Algoritmo de descomposición a 3FN
- 6 Proyección de dependencias funcionales
- 7 Algoritmo de búsqueda de claves candidatas
- 8 Algoritmo de descomposición a FNBC
- 9 Algoritmo de verificación de junta sin pérdidas
- 10 Bibliografía

Cobertura y equivalencia

Definiciones

- Dados dos conjuntos de dependencias funcionales F y G , decimos que el conjunto F **cubre** a G cuando toda dependencia funcional $X \rightarrow Y \in G$ puede ser inferida a partir de F . Es decir:

$$\forall (X \rightarrow Y) \in G : F \models X \rightarrow Y.$$

- Dos conjuntos de dependencias funcionales F y G son **equivalentes** cuando cada uno de ellos es cubierto por el otro. En otras palabras, F y G son equivalentes cuando sus clausuras coinciden: $F^+ = G^+$. Lo simbolizaremos $F \equiv G$.

Ejercicio

Muestre que los conjuntos de dependencias funcionales

$F_1 = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow A\}$ y $F_2 = \{A \rightarrow C, C \rightarrow B, B \rightarrow A\}$ son equivalentes.

Cubrimiento minimal de un conjunto de dependencias

Definición

- Dado un conjunto de dependencias F , nos interesará encontrar un conjunto equivalente G que cumpla ciertas propiedades de minimalidad. En particular, nos interesa que:

- No haya atributos innecesarios del lado izquierdo:

$$\forall (X \rightarrow Y) \in G : \nexists (Z \rightarrow Y) \in G, Z \subset X, Z \neq X.$$

- No haya dependencias redundantes:

$$\nexists (X \rightarrow Y) \in G : G - \{X \rightarrow Y\} \equiv G.$$

- A todo conjunto de dependencias funcionales G que es equivalente a F y cumple estas dos propiedades lo denominamos **cubrimiento minimal de F** .

Cubrimiento minimal de un conjunto de dependencias

Algoritmo

- El algoritmo de cubrimiento minimal tiene 3 grandes pasos:
 - 1 Pasar las dependencias funcionales a forma canónica (descomponer cada dependencia funcional $X \rightarrow Y$ en df's $X \rightarrow A_i$ con $A_i \in Y$).
 - 2 Eliminar los atributos innecesarios del lado izquierdo de cada dependencia funcional $X \rightarrow A_i$.
 - 3 Eliminar las dependencias funcionales redundantes.

Algoritmo 2: Cubrimiento minimal de un conjunto de df's F **Input** : Un conjunto de dependencias funcionales F .**Output** : Un cubrimiento minimal de F , F_{min} .

```

1 begin
2    $F_{min} \leftarrow F$ ;
3   foreach  $(X \rightarrow Y) \in F_{min}$  do
4      $F_{min} = F_{min} - \{X \rightarrow Y\}$ ;
5     foreach  $A_i \in Y$  do
6        $F_{min} = F_{min} \cup \{X \rightarrow A_i\}$ ; #Pasamos a forma canónica
7     end
8   end
9   foreach  $(X \rightarrow A) \in F_{min}$  do
10    foreach  $B \in X$  do
11      if  $\{F_{min} - \{X \rightarrow A\}\} \cup \{(X - \{B\}) \rightarrow A\} \equiv F_{min}$  then
12         $F_{min} = \{F_{min} - \{X \rightarrow A\}\} \cup \{(X - \{B\}) \rightarrow A\}$ ; #Eliminamos
          atributos innecesarios del lado izquierdo
13      end
14    end
15  end
16  foreach  $(X \rightarrow A) \in F_{min}$  do
17    if  $F_{min} - \{X \rightarrow A\} \equiv F_{min}$  then
18       $F_{min} = F_{min} - \{X \rightarrow A\}$ ; #Eliminamos las df's redundantes
19    end
20  end
21 end

```

Cubrimiento minimal de un conjunto de dependencias

Ejemplo

Ejemplo

Para la relación universal $R(A, B, C, D, E, F, G)$ y el conjunto de dependencias funcionales $F = \{AB \rightarrow C, C \rightarrow A, BC \rightarrow D, ACD \rightarrow B, D \rightarrow E, D \rightarrow G, BE \rightarrow C, CG \rightarrow B, CG \rightarrow D, CE \rightarrow A, CE \rightarrow G\}$, encuentre un cubrimiento minimal.

Soluciones posibles

1- $F_{min}^1 = \{AB \rightarrow C, C \rightarrow A, BC \rightarrow D, CD \rightarrow B, D \rightarrow E, D \rightarrow G, BE \rightarrow C, CG \rightarrow D, CE \rightarrow G\}$

2- $F_{min}^2 = \{AB \rightarrow C, C \rightarrow A, BC \rightarrow D, D \rightarrow E, D \rightarrow G, BE \rightarrow C, CG \rightarrow B, CE \rightarrow G\}$

- 1 Objetivo
- 2 Inferencia de dependencias funcionales
- 3 Clausuras de conjuntos de df's y atributos
- 4 Algoritmo de cubrimiento minimal
- 5 Algoritmo de descomposición a 3FN**
- 6 Proyección de dependencias funcionales
- 7 Algoritmo de búsqueda de claves candidatas
- 8 Algoritmo de descomposición a FNBC
- 9 Algoritmo de verificación de junta sin pérdidas
- 10 Bibliografía

Descomposición a 3FN

Algoritmo 3: Descomposición a 3FN (Elmasri, Navathe, 2016)

Input : Una relación universal R y un conjunto de dependencias funcionales F .

Output : Una descomposición de R , $D = (R_1, R_2, \dots, R_n)$ que preserve la información y las dependencias funcionales, y está en 3FN.

```

1 begin
2    $D = \emptyset$ ;
3   Encontrar un cubrimiento minimal  $F_{min}$  para  $F$ ;
4   foreach  $(X | (\exists A)((X \rightarrow A) \in F_{min}))$  do
5     #(Para cada conjunto X del lado izquierdo)
6     Crear un esquema de relación  $R_X(X, A_1, A_2, \dots, A_k)$  en donde  $X \rightarrow A_i$  son las
       únicas df's en  $F_{min}$  con el conjunto  $X$  en el lado izquierdo;
7      $D = D \cup R_X$ ;
8   end
9   Hallar todas las claves candidatas de  $R$ ;
10  if ningún esquema contiene una clave candidata de  $R$  then
11    Tomar una de las claves candidatas  $CK$  de  $R$ ;
12     $D = D \cup R_{CK}(CK)$ ;
13  end
14  do
15    if los atributos de una relación  $R_i \in D$  están incluidos en los de otra relación
       $R_j$  ( $R_i$  es redundante) then
16       $D = D - R_i$ ;
17    end
18  while haya relaciones redundantes en  $D$ ;
19 end

```

- 1 Objetivo
- 2 Inferencia de dependencias funcionales
- 3 Clausuras de conjuntos de df's y atributos
- 4 Algoritmo de cubrimiento minimal
- 5 Algoritmo de descomposición a 3FN
- 6 Proyección de dependencias funcionales**
- 7 Algoritmo de búsqueda de claves candidatas
- 8 Algoritmo de descomposición a FNBC
- 9 Algoritmo de verificación de junta sin pérdidas
- 10 Bibliografía

Proyección de dependencias funcionales

- Al descomponer una relación R con un conjunto de dependencias funcionales F en $D = (R_1(Z_1), R_2(Z_2), \dots, R_n(Z_n))$, es necesario saber qué dependencias funcionales se preservan.
- En la descomposición a 3FN que presentamos está garantizada la preservación de todas las dependencias funcionales. Pero en la descomposición a FNBC ésto no está garantizado.
- Las dependencias que se preservan son las que surgen de la proyección de F sobre los atributos Z_i de cada una de las $R_i(Z_i)$.
- La **proyección de un conjunto de dependencias funcionales F sobre un conjunto de atributos Z** , F_Z , se define como:

$$F_Z^+ = \{X \rightarrow Y \in F^+ | X \cup Y \subset Z\}$$

- Las dependencias funcionales preservadas en la descomposición son entonces:

$$F_D^+ = (F_{Z_1} \cup F_{Z_2} \cup \dots \cup F_{Z_n})^+$$

- 1 Objetivo
- 2 Inferencia de dependencias funcionales
- 3 Clausuras de conjuntos de df's y atributos
- 4 Algoritmo de cubrimiento minimal
- 5 Algoritmo de descomposición a 3FN
- 6 Proyección de dependencias funcionales
- 7 Algoritmo de búsqueda de claves candidatas**
- 8 Algoritmo de descomposición a FNBC
- 9 Algoritmo de verificación de junta sin pérdidas
- 10 Bibliografía

Algoritmo de búsqueda de claves candidatas

- Daremos una descripción de muy alto nivel de un algoritmo¹ para encontrar todas las claves candidatas en una relación $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$, a partir de un conjunto de dependencias funcionales F .
 - 1 Calcular un cubrimiento minimal del conjunto de dependencias funcionales F . Inicializar el **conjunto de atributos de cálculo** $C_a = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$.
 - 2 Hallar los **atributos independientes del cálculo**, A_{indep} , que son aquellos que no están presentes en ninguna dependencia funcional. Eliminarlos del conjunto de atributos de cálculo: $C_a = C_a - A_{indep}$.
 - 3 Hallar los **conjuntos de términos equivalentes**, A_{equiv} , que son aquellos pares (X, Y) de términos que cumplen que $X \rightarrow Y$ y $Y \rightarrow X$ (con $X \cap Y = \emptyset$). De cada conjunto de términos equivalentes dejar sólo uno, y eliminar los restantes de C_a . Calcular la proyección de F_{min} en C_a , F_C .

¹Extraído del libro “Tecnología y diseño de bases de datos” de Piattini *et al*.

Algoritmo de búsqueda de claves candidatas

- 4 Construir una clave tentativa K_{tent} con todos los elementos que sean sólo implicantes en F_C (es decir, estén sólo en la parte izquierda). Si $K_{tent}^+ = C_a$ entonces K_{tent} es clave.
- 5 Si K_{tent} no resultó clave, entonces se comienzan a agregar otros atributos que sean implicantes pero que puedan ser implicados también. Se agregan alternativamente a K_{tent} todos los posibles subconjuntos de 1 atributo, luego aquellos de 2 atributos, etc, del conjunto $C_a - K_{tent}^+$. Con cada uno de ellos se verifica si K_{tent} es clave de C_a calculando la clausura. Al hacer crecer los subconjuntos se deben obviar aquellos que resultaron ser clave de C_a , ya que no van a ser minimales.
- 6 Por cada K_{tent} encontrado como clave de C_a se unen los atributos independientes, A_{indep} para obtener K , y se agrega K al resultado, CKs .
- 7 Se calculan otras claves K con otros de los términos equivalentes encontrados en el paso 3, y se agregan todas al resultado, CKs .

Algoritmo de búsqueda de claves candidatas

Ejemplo I

Ejemplo I

Para la relación universal $R(A, B, C, D, E, F, G, H, I, J)$ y el conjunto de dependencias funcionales

$F = \{AB \rightarrow C, A \rightarrow DE, B \rightarrow F, F \rightarrow GH, D \rightarrow IJ, B \rightarrow A, H \rightarrow G\}$,
calcule todas las claves candidatas existentes.

Solución

1- $F_{min} = \{AB \rightarrow C, A \rightarrow D, A \rightarrow E, B \rightarrow F, F \rightarrow H, D \rightarrow I, D \rightarrow J, B \rightarrow A, H \rightarrow G\}$

2- $A_{indep} = \emptyset$

3- $A_{equiv} = \emptyset$

4- **CK = {B}**

Observamos que $B^+ = \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J\}$

No hay otras claves candidatas.

Algoritmo de búsqueda de claves candidatas

Ejemplo II

Ejemplo II

Para la relación universal $R(A, B, C, D, E, F, G)$ y el conjunto de dependencias funcionales

$F = \{AB \rightarrow F, D \rightarrow A, E \rightarrow D, D \rightarrow E, CF \rightarrow B, B \rightarrow C\}$, calcule todas las claves candidatas existentes.

Solución

1- $F_{min} = \{AB \rightarrow F, D \rightarrow A, E \rightarrow D, D \rightarrow E, CF \rightarrow B, B \rightarrow C\}$

2- $A_{indep} = \{G\}; C_a = \{A, B, C, D, E, F\}$

3- $A_{equiv} = \{E, D\}$

eliminamos $D \rightarrow C_a = \{A, B, C, E, F\}$

$\rightarrow F_C = \{AB \rightarrow F, E \rightarrow A, CF \rightarrow B, B \rightarrow C\}$

4- $K = \{E\}$, pero $E^+ = \{A, E\} \rightarrow E$ no es clave.

Algoritmo de búsqueda de claves candidatas

Ejemplo II

Ejemplo II

Para la relación universal $R(A, B, C, D, E, F, G)$ y el conjunto de dependencias funcionales

$F = \{AB \rightarrow F, D \rightarrow A, E \rightarrow D, D \rightarrow E, CF \rightarrow B, B \rightarrow C\}$, calcule todas las claves candidatas existentes.

Solución

5- Agregamos a K otros atributos implicantes, primero de a uno:

- $(EA)^+ = \{A, E\} \neq C_a \rightarrow$ no es clave
- $(EB)^+ = \{A, B, C, E, F\} = C_a \rightarrow$ es clave
- $(EC)^+ = \{A, C, E\} \neq C_a \rightarrow$ no es clave
- $(EF)^+ = \{A, E, F\} \neq C_a \rightarrow$ no es clave

Algoritmo de búsqueda de claves candidatas

Ejemplo II

Ejemplo II

Para la relación universal $R(A, B, C, D, E, F, G)$ y el conjunto de dependencias funcionales

$F = \{AB \rightarrow F, D \rightarrow A, E \rightarrow D, D \rightarrow E, CF \rightarrow B, B \rightarrow C\}$, calcule todas las claves candidatas existentes.

Solución

5- Agregamos de a dos, evitando partir de EB:

- $(EAC)^+ = \{A, C, E\} \neq C_a \rightarrow$ no es clave
- $(EAF)^+ = \{A, E, F\} \neq C_a \rightarrow$ no es clave
- $(ECF)^+ = \{A, B, C, E, F\} = C_a \rightarrow$ es clave

No hay grupos de tres a agregar, que no incluyan claves ya encontradas.

\rightarrow Hemos encontrado $\{E, B\}$ y $\{E, C, F\}$

Algoritmo de búsqueda de claves candidatas

Ejemplo II

Ejemplo II

Para la relación universal $R(A, B, C, D, E, F, G)$ y el conjunto de dependencias funcionales

$F = \{AB \rightarrow F, D \rightarrow A, E \rightarrow D, D \rightarrow E, CF \rightarrow B, B \rightarrow C\}$, calcule todas las claves candidatas existentes.

Solución

6- Agregamos los atributos independientes, A_{indep} :

$\rightarrow \{E, B, G\}$ y $\{E, C, F, G\}$

7- Agregamos las del término equivalente D :

$\rightarrow \mathbf{CKs = \{\{E,B,G\}, \{E,C,F,G\}, \{D,B,G\}, \{D,C,F,G\}\}}$

Algoritmo de búsqueda de claves candidatas

Ejercicio

Ejercicio

Para la relación universal $R(A, B, C, D, E, F, G, H, I, J)$ y el conjunto de dependencias funcionales

$F = \{AB \rightarrow C, BD \rightarrow EF, AD \rightarrow GH, A \rightarrow I, H \rightarrow J\}$, calcule todas las claves candidatas existentes.

Solución

Hay una única clave candidata $CK = \{ABD\}$.

- 1 Objetivo
- 2 Inferencia de dependencias funcionales
- 3 Clausuras de conjuntos de df's y atributos
- 4 Algoritmo de cubrimiento minimal
- 5 Algoritmo de descomposición a 3FN
- 6 Proyección de dependencias funcionales
- 7 Algoritmo de búsqueda de claves candidatas
- 8 Algoritmo de descomposición a FNBC**
- 9 Algoritmo de verificación de junta sin pérdidas
- 10 Bibliografía

Descomposición a FNBC

Algoritmo 4: Descomposición a FNBC (García-Molina, 2009)

Input : Una relación universal R y un conjunto de dependencias funcionales F .

Output : Una descomposición de R , $D = (R_1, R_2, \dots, R_n)$ que preserve la información y está en FNBC.

```

1 begin
2    $D = \{R\};$ 
3   while  $(\exists R_i(Z) \in D \text{ tal que } R_i(Z) \text{ no está en FNBC})$  do
4     Encontrar una dependencia funcional  $X \rightarrow Y$  contenida en  $R_i$  que viole la
      FNBC;
5     Calcular  $X^+$ ;
6      $D = D - \{R_i(Z)\};$  #Eliminamos la relación que viola la FNBC
7      $D = D \cup \{R_{i1}(X^+)\};$  #Agregamos una relación para representar
      la dependencia funcional y otros atributos implicados por
      X
8      $D = D \cup \{R_{i2}(Z - (X^+ - X))\};$  #Agregamos una relación sin los
      atributos implicados por X
9   end
10 end

```

- 1 Objetivo
- 2 Inferencia de dependencias funcionales
- 3 Clausuras de conjuntos de df's y atributos
- 4 Algoritmo de cubrimiento minimal
- 5 Algoritmo de descomposición a 3FN
- 6 Proyección de dependencias funcionales
- 7 Algoritmo de búsqueda de claves candidatas
- 8 Algoritmo de descomposición a FNBC
- 9 Algoritmo de verificación de junta sin pérdidas
- 10 Bibliografía

Algoritmo Chase

- Hemos presentado algoritmos de descomposición a 3FN y FNBC que preservan la información.
- La preservación de información implica que dada una relación R y una descomposición de R en $D = (R_1(Z_1), R_2(Z_2), \dots, R_n(Z_n))$, toda instancia r de R puede recuperarse como:

$$r = \pi_{Z_1}(r) * \pi_{Z_2}(r) * \dots * \pi_{Z_n}(r)$$

- El **algoritmo de Chase** nos permite verificar la preservación de información de una descomposición aún sin saber cómo la misma se obtuvo.
- Fue propuesto en 1979 por D. Maier, A. Mendelzon y Y. Sagiv, en simultáneo con A. Aho, C. Beeri y J. Ullman.

Algoritmo Chase

Principio de funcionamiento

- Analicemos la siguiente descomposición de la relación $R(ABCD)$ con el conjunto de df's $F = \{A \rightarrow C, B \rightarrow D, AB \rightarrow CD\}$:
 - $R_1(AC)$
 - $R_2(BD)$
 - $R_3(AB)$
- ¿Será que estamos preservando toda la información?
- El algoritmo chase utiliza una tabla denominada *tableau*, con tantas filas como relaciones y tantas columnas como atributos:

	A	B	C	D
R_1				
R_2				
R_3				

Algoritmo Chase

Principio de funcionamiento

- $R(ABCD), F = \{A \rightarrow C, B \rightarrow D, AB \rightarrow CD\}$:
 - $R_1(AC)$
 - $R_2(BD)$
 - $R_3(AB)$
- El algoritmo parte de una hipotética tupla (a_1, a_2, a_3, a_4) de la junta $r_1 \bowtie r_2 \bowtie r_3$ que se proyecta a cada una de las r_i : si una relación r_i contiene un atributo A_j , entonces en la posición (i, j) de la tabla escribimos el valor abstracto a_j .

	A	B	C	D
R ₁	a_1		a_3	
R ₂		a_2		a_4
R ₃	a_1	a_2		

Algoritmo Chase

Principio de funcionamiento

- $R(ABCD), F = \{A \rightarrow C, B \rightarrow D, AB \rightarrow CD\}$:

- $R_1(AC)$
- $R_2(BD)$
- $R_3(AB)$

- Ahora rellenamos las demás posiciones con valores b_{ij} .

	A	B	C	D
R_1	a_1	b_{12}	a_3	b_{14}
R_2	b_{21}	a_2	b_{23}	a_4
R_3	a_1	a_2	b_{33}	b_{34}

Algoritmo Chase

Principio de funcionamiento

- $R(ABCD), F = \{A \rightarrow C, B \rightarrow D, AB \rightarrow CD\}$:
 - $R_1(AC)$
 - $R_2(BD)$
 - $R_3(AB)$
- La dependencia funcional $A \rightarrow C$ está reflejada en la primera fila. Como en la tercera fila también tenemos A , reemplazamos b_{33} por a_3 para no violar la dependencia funcional.

	A	B	C	D
R₁	a_1	b_{12}	a_3	b_{14}
R₂	b_{21}	a_2	b_{23}	a_4
R₃	a_1	a_2	a_3	b_{34}

Algoritmo Chase

Principio de funcionamiento

- $R(ABCD), F = \{A \rightarrow C, B \rightarrow D, AB \rightarrow CD\}$:
 - $R_1(AC)$
 - $R_2(BD)$
 - $R_3(AB)$
- La dependencia funcional $B \rightarrow D$ está reflejada en la segunda fila. En la tercera, reemplazamos b_{34} por a_4 para no violar la dependencia funcional.

	A	B	C	D
R₁	a_1	b_{12}	a_3	b_{14}
R₂	b_{21}	a_2	b_{23}	a_4
R₃	a_1	a_2	a_3	a_4

Algoritmo Chase

Principio de funcionamiento

- $R(ABCD), F = \{A \rightarrow C, B \rightarrow D, AB \rightarrow CD\}$:
 - $R_1(AC)$
 - $R_2(BD)$
 - $R_3(AB)$
- Observamos que $AB \rightarrow CD$ sólo se encuentra en la tercera fila.

	A	B	C	D
R₁	a_1	b_{12}	a_3	b_{14}
R₂	b_{21}	a_2	b_{23}	a_4
R₃	a_1	a_2	a_3	a_4

- La tercera línea del *tableau* indica que $(a_1, a_2, a_3, a_4) \in r$, y que por lo tanto podemos reconstruir r sin pérdida de información.

Algoritmo Chase

Principio de funcionamiento

	A	B	C	D
R_1	a_1	b_{12}	a_3	b_{14}
R_2	b_{21}	a_2	b_{23}	a_4
R_3	a_1	a_2	a_3	a_4

■ Observaciones:

- El *tableau* representa una instancia r de la relación universal R que se construye a partir de instancias de las relaciones R_i .
- Si logramos construir una tupla completa de r (la fila verde), entonces no hemos perdido información en la descomposición.
- Si no hubiéramos incluido R_3 en la descomposición, aún preservándose todas las dependencias funcionales no se hubiera preservado la información.

Algoritmo Chase

Principio de funcionamiento

- Veamos otro ejemplo: $R(ABCDE)$ con un conjunto de dependencias funcionales $F = \{B \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow A, B \rightarrow E\}$ es descompuesta en:
 - $R_1(AB)$
 - $R_2(BCD)$
 - $R_3(DE)$
- El *tableau* inicial tendrá el siguiente aspecto:

	A	B	C	D	E
R₁	a_1	a_2	b_{13}	b_{14}	b_{15}
R₂	b_{21}	a_2	a_3	a_4	b_{25}
R₃	b_{31}	b_{32}	b_{33}	a_4	a_5

Algoritmo Chase

Principio de funcionamiento

- $R(ABCDE)$, $F = \{B \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow A, B \rightarrow E\}$:
 - $R_1(AB)$
 - $R_2(BCD)$
 - $R_3(DE)$
- Procesando la dependencia $B \rightarrow C$ observamos que:
 - B aparece en dos relaciones.
 - En una de ellas C no aparece. Reemplazamos allí el b_{13} por a_3 .

	A	B	C	D	E
R₁	a_1	a_2	a_3	b_{14}	b_{15}
R₂	b_{21}	a_2	a_3	a_4	b_{25}
R₃	b_{31}	b_{32}	b_{33}	a_4	a_5

Algoritmo Chase

Principio de funcionamiento

- $R(ABCDE)$, $F = \{B \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow A, B \rightarrow E\}$:
 - $R_1(AB)$
 - $R_2(BCD)$
 - $R_3(DE)$
- Luego, al procesar $C \rightarrow D$ tenemos que:
 - C aparece en dos relaciones.
 - En una de ellas D no aparece. Reemplazamos allí el b_{14} por a_4 .

	A	B	C	D	E
R₁	a_1	a_2	a_3	a_4	b_{15}
R₂	b_{21}	a_2	a_3	a_4	b_{25}
R₃	b_{31}	b_{32}	b_{33}	a_4	a_5

Algoritmo Chase

Principio de funcionamiento

- $R(ABCDE)$, $F = \{B \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow A, B \rightarrow E\}$:

- $R_1(AB)$
- $R_2(BCD)$
- $R_3(DE)$

- Ahora procesamos $D \rightarrow A$:

	A	B	C	D	E
R₁	a_1	a_2	a_3	a_4	b_{15}
R₂	a_1	a_2	a_3	a_4	b_{25}
R₃	a_1	b_{32}	b_{33}	a_4	a_5

Algoritmo Chase

Principio de funcionamiento

- $R(ABCDE)$, $F = \{B \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow A, B \rightarrow E\}$:
 - $R_1(AB)$
 - $R_2(BCD)$
 - $R_3(DE)$
- Y por último, $B \rightarrow E$:

	A	B	C	D	E
R₁	a_1	a_2	a_3	a_4	b_{15}
R₂	a_1	a_2	a_3	a_4	b_{15}
R₃	a_1	b_{32}	b_{33}	a_4	a_5

Algoritmo Chase

Principio de funcionamiento

- $R(ABCDE), F = \{B \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow A, B \rightarrow E\}$:
 - $R_1(AB)$
 - $R_2(BCD)$
 - $R_3(DE)$

	A	B	C	D	E
R₁	a_1	a_2	a_3	a_4	b_{15}
R₂	a_1	a_2	a_3	a_4	b_{15}
R₃	a_1	b_{32}	b_{33}	a_4	a_5

- Observamos que ninguna fila nos quedó llena de elementos a_i .
- La descomposición por lo tanto no preserva la información.

Algoritmo Chase

Principio de funcionamiento

	A	B	C	D	E
R₁	a_1	a_2	a_3	a_4	b_{15}
R₂	a_1	a_2	a_3	a_4	b_{15}
R₃	a_1	b_{32}	b_{33}	a_4	a_5

- El mismo *tableau* sirve como contraejemplo de una instancia de R que al ser descompuesta en instancias de $R_1(Z_1), R_2(Z_2), \dots, R_n(Z_n)$ pierde información.
- Es decir que, llamando r a la instancia de R determinada por el *tableau*:

$$\pi_{Z_1}(r) * \pi_{Z_2}(r) * \dots * \pi_{Z_n}(r) \neq r$$

Algoritmo Chase

Ejercicio

Ejercicio

Dada la relación universal $R(ABCDE)$ con el siguiente conjunto de dependencias funcionales

$F = \{A \rightarrow C, B \rightarrow C, C \rightarrow D, DE \rightarrow C, CE \rightarrow A\}$, descompuesta en:

- $R_1(AD)$
- $R_2(AB)$
- $R_3(BE)$
- $R_4(CDE)$
- $R_5(AE)$

Determine si la misma es con o sin pérdidas.

Algoritmo Chase

Ejercicio

- El *tableau* inicial tendrá el siguiente aspecto:

	A	B	C	D	E
R₁	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
R₂	a_1	a_2	b_{23}	b_{24}	b_{25}
R₃	b_{31}	a_2	b_{33}	b_{34}	a_5
R₄	b_{41}	b_{42}	a_3	a_4	a_5
R₅	a_1	b_{52}	b_{53}	b_{54}	a_5

Algoritmo Chase

Ejercicio

- Después de aplicar $A \rightarrow C$:

	A	B	C	D	E
R₁	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
R₂	a_1	a_2	b_{13}	b_{24}	b_{25}
R₃	b_{31}	a_2	b_{33}	b_{34}	a_5
R₄	b_{41}	b_{42}	a_3	a_4	a_5
R₅	a_1	b_{52}	b_{13}	b_{54}	a_5

Algoritmo Chase

Ejercicio

■ Después de aplicar $B \rightarrow C$:

	A	B	C	D	E
R₁	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
R₂	a_1	a_2	b_{13}	b_{24}	b_{25}
R₃	b_{31}	a_2	b_{13}	b_{34}	a_5
R₄	b_{41}	b_{42}	a_3	a_4	a_5
R₅	a_1	b_{52}	b_{13}	b_{54}	a_5

Algoritmo Chase

Ejercicio

■ Después de aplicar $C \rightarrow D$:

	A	B	C	D	E
R₁	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
R₂	a_1	a_2	b_{13}	a_4	b_{25}
R₃	b_{31}	a_2	b_{13}	a_4	a_5
R₄	b_{41}	b_{42}	a_3	a_4	a_5
R₅	a_1	b_{52}	b_{13}	a_4	a_5

Algoritmo Chase

Ejercicio

■ Después de aplicar $DE \rightarrow C$:

	A	B	C	D	E
R₁	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
R₂	a_1	a_2	b_{13}	a_4	b_{25}
R₃	b_{31}	a_2	a_3	a_4	a_5
R₄	b_{41}	b_{42}	a_3	a_4	a_5
R₅	a_1	b_{52}	a_3	a_4	a_5

Algoritmo Chase

Ejercicio

- Por último, aplicando $CE \rightarrow A$:

	A	B	C	D	E
R₁	a_1	b_{12}	b_{13}	a_4	b_{15}
R₂	a_1	a_2	b_{13}	a_4	b_{25}
R₃	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
R₄	a_1	b_{42}	a_3	a_4	a_5
R₅	a_1	b_{52}	a_3	a_4	a_5

- \Rightarrow **La descomposición es sin pérdidas.**

- 1 Objetivo
- 2 Inferencia de dependencias funcionales
- 3 Clausuras de conjuntos de df's y atributos
- 4 Algoritmo de cubrimiento minimal
- 5 Algoritmo de descomposición a 3FN
- 6 Proyección de dependencias funcionales
- 7 Algoritmo de búsqueda de claves candidatas
- 8 Algoritmo de descomposición a FNBC
- 9 Algoritmo de verificación de junta sin pérdidas
- 10 Bibliografía**

Bibliografía

[ELM16] Fundamentals of Database Systems, 7th Edition.

R. Elmasri, S. Navathe, 2016.

Capítulo 15 (Algoritmo de descomposición a 3FN)

[PIAT06] Tecnología y diseño de bases de datos.

M. Piattini, E. Marcos, C. Calero, B. Vela, 2006.

Capítulo 12 (Algoritmo de extracción de claves candidatas)

[GM09] Database Systems, The Complete Book, 2nd Edition.

H. García-Molina, J. Ullman, J. Widom, 2009.

Capítulo 3 (Algoritmo de descomposición a FNBC)