

A presente lista de exercícios não precisa ser entregue, além disso, diversos exercícios foram extraídos da bibliografia recomendada e/ou de material disponível online.

Onde for pertinente, calcule a função e a ordem de complexidade das funções. Ademais, onde for necessário, defina a equação de recorrência e sua forma fechada.

### Questão 1

Organizar as seguintes expressões por taxa de crescimento do mais lento para o mais rápido.

$$4n^2 \quad \log_3 n \quad n! \quad 3^n \quad 20n \quad 2 \quad \log_2 n \quad n^{\frac{2}{3}}$$

### Questão 2

Usando as definições de  $O$  (big-Oh) e  $\Omega$ , encontre os limites superior e inferior para as seguintes expressões. Não se esqueça de indicar valores apropriados para  $c$  e  $m$ .  $c_i$  é o valor de uma constante qualquer.

- a.  $5n$
- b.  $3n^3 + 1$
- c.  $10n \log n + 11n$
- d.  $2^n + 5n^6$

### Questão 3

Responda se é verdade ou falso. Justifique.

- a.  $2n = \Theta(3n)?$
- b.  $2^n = \Theta(3^n)?$

### Questão 4

Para cada um dos seguintes pares de funções, ou  $f(n)$  é  $O(g(n))$ ,  $f(n)$  é  $\Omega(g(n))$ , ou  $f(n) = \Theta(g(n))$ . Para cada par, determinar qual é a relação correta. Justifique a sua resposta.

- a.  $f(n) = \log n^2; \quad g(n) = \log n + 5$
- b.  $f(n) = \sqrt{n}; \quad g(n) = \log n^2$
- c.  $f(n) = \log^2 n; \quad g(n) = \log n$
- d.  $f(n) = n; \quad g(n) = \log^2 n$
- e.  $f(n) = n \log n + n; \quad g(n) = \log n$
- f.  $f(n) = \log n^2; \quad g(n) = (\log n)^2$

g.  $f(n) = 10$ ;  $g(n) = \log 10$

h.  $f(n) = 2^n$ ;  $g(n) = 10n^2$

i.  $f(n) = 2^n$ ;  $g(n) = n \log n$

j.  $f(n) = 2^n$ ;  $g(n) = 3^n$

k.  $f(n) = 2^n$ ;  $g(n) = n^n$

### Questão 5

Determinar  $\Theta$  para os seguintes fragmentos de código no caso médio. Assumir que todas as variáveis são do tipo **int**.

(a) `a = b + c;`  
`d = a + e;`

(b) `sum = 0;`  
`for (i=0; i<3; i++)`  
 `for (j=0; j<n; j++)`  
 `sum++;`

(c) `sum=0;`  
`for (i=0; i<n*n; i++)`  
 `sum++;`

(d) `for (i=0; i < n-1; i++)`  
 `for (j=i+1; j < n; j++) {`  
 `tmp = A[i][j];`  
 `A[i][j] = A[j][i];`  
 `A[j][i] = tmp;`  
 }

(e) `sum = 0;`  
`for (i=1; i<=n; i++)`  
 `for (j=1; j<=n; j*=2)`  
 `sum++;`

(f) `sum = 0;`  
`for (i=1; i<=n; i*=2)`  
 `for (j=1; j<=n; j++)`  
 `sum++;`

(g) Assume that array **A** contains  $n$  values, **Random** takes constant time, and **sort** takes  $n \log n$  steps.

```
for (i=0; i<n; i++) {  
    for (j=0; j<n; j++)  
        A[i] = Random(n);  
    sort(A, n);  
}
```

### Questão 6

A empresa LLED fez uma pesquisa entre seus habitantes, coletando dados sobre o salário e número de filhos. A empresa deseja saber:

- a) A média do salário da população;

- b) A média do número de filhos;
- c) O maior salário;
- d) A moda dos salários.
- e) O percentual de pessoas com salário até R\$1350,00.

Use um TAD para representar uma pessoa. O final da leitura de dados deve acontecer quando for digitado um salário negativo.

### Questão 7

A prefeitura da cidade Preto Ouro fez uma pesquisa de mercado para saber se as pessoas gostaram ou não de uma nova praça construída. Para isso, forneceu o sexo do entrevistado e sua resposta (sim ou não).

Sabendo-se que foram entrevistadas 5.000 pessoas, elabore um algoritmo que calcule e imprima:

- a) Quantidade de pessoas que responderam sim;
- a) Quantidade de pessoas que responderam não;
- a) A porcentagem de pessoas do sexo masculino que responderam sim;
- a) A porcentagem de pessoas do sexo feminino que responderam não.

Use um TAD para representar uma pessoa.

### Questão 8

O time de futebol WIN FC está fazendo uma peneira de jogadores. Sabe-se que participaram 1.121 crianças e que cada uma delas foi descrita contendo um *overall* (quão bom a criança é - varia entre 0 e 100), idade e se era destro/canhoto.

- a) Quantidade de crianças abaixo de 10 anos.
- a) Quantidade de crianças destrás entre 5 e 16.
- a) Quantidade de crianças com *overall* acima de 80 e idade inferior a 15.
- a) A porcentagem crianças canhotas.

Use um TAD para representar uma criança.

### Questão 9

Escrever um programa que leia as informações de alunos (nome e nota). Primeiro deve ser lido a quantidade  $n$  de alunos e após isso, ler os  $n$  alunos. O seu programa deve buscar e imprimir o nome dos alunos, e a respectiva nota, considerando somente os alunos com notas maiores ou iguais a seis.

Caso nenhum aluno atenda a esse critério, o usuário deve ser notificado através de uma mensagem.

### Questão 10

Suponha que para cada aluno de sua sala exista uma ficha contendo a matrícula e a idade do aluno. Além disso, supondo que exista 50 alunos, faça uma algoritmo que determine quantos desses alunos tem idade maior que 20. Use um TAD para representar um aluno.

### Questão 11

Elabore um algoritmo que leia o nome, matrícula e o salário atual de  $n$  funcionários de uma firma e calcule e imprima o novo salário com percentual de reajuste dependendo do salário atual conforme a [Tabela 1](#). Imprima também o nome e a matrícula do funcionário. Use um TAD para representar um funcionário.

Salário atual	Reajuste
menor que 1000,00	15%
maior ou igual a 1000,00 e menor 2000,00	10%
maior ou igual a 2000,00	5%

Tabela 1: Tabela de reajustes

### Questão 12

Uma certa firma fez uma pesquisa de mercado para saber se as pessoas gostaram ou não de um novo produto lançado por eles. Para isso, forneceu o sexo do entrevistado e sua resposta (sim ou não). Sabendo-se que foram entrevistadas 2.000 pessoas, elabore um algoritmo que calcule e imprima:

- a. O número de pessoas que responderam sim;
- b. O número de pessoas que responderam não;
- c. A porcentagem de pessoas do sexo feminino que responderam sim;
- d. A porcentagem de pessoas do sexo masculino que responderam não.

Use um TAD para representar as respostas de uma entrevista.

### Questão 13

A prefeitura de uma cidade fez uma pesquisa entre seus habitantes, coletando dados sobre o salário e número de filhos. A prefeitura deseja saber:

- a. A média do salário da população;
- b. A média do número de filhos;
- c. O maior salário;
- d. O percentual de pessoas com salário até R\$1080,00.

O final da leitura de dados deve acontecer quando for digitado um salário negativo. Use um TAD para representar um habitante.

### Questão 14

Numa certa loja de eletrodomésticos, o comerciário encarregado da seção de televisores recebe, mensalmente, um salário fixo mais comissão. O valor da comissão varia de acordo com os estoques e metas mensais de vendas. Para o mês é calculada em relação ao tipo e ao número de televisores vendidos por mês, obedecendo à [Tabela 2](#).

Tipo	Número de TVs vendidas	Comissão
LCD	maior ou igual a 10	R\$ 50,00 por TV vendida
	menor do que 10	R\$ 40,00 por TV vendida
LED	maior ou igual a 20	R\$ 30,00 por TV vendida
	menor do que 20	R\$ 15,00 por TV vendida

Tabela 2: TVs vendidas e a respectiva comissão.

Sabe-se ainda que ele tem um desconto de 8% sobre seu salário fixo para o INSS. Se o seu salário (fixo + comissões – INSS) for maior ou igual a R\$ 1315,00, ele ainda terá um desconto de 5%, sobre esse salário total, relativo ao imposto de renda retido na fonte. Sabendo-se que existem 35 empregados nesta seção, faça um algoritmo que leia o valor do salário fixo e para cada comerciário, o número de sua inscrição, o número de televisores LCD e o número de televisores LED vendidos. Calcule e escreva o salário bruto e o salário líquido de cada empregado. Use um TAD para representar uma TV.

### **Questão 15**

Um professor possui  $t$  turmas, e cada turma possui  $n$  alunos. Construa um algoritmo que leia a nota dos alunos de cada uma das turmas e exiba a média das notas por turma. Use um TAD para representar uma turma e outro para representar um aluno.

### **Questão 16**

Uma floricultura conhecida de sua clientela gostaria de fazer um programa que pudesse controlar sempre um estoque mínimo de determinadas plantas, pois todo dia, pela manhã, o dono faz novas aquisições. Criar um programa que deixe cadastrar  $n$  tipos de plantas e nunca deixar o estoque ficar abaixo do ideal. Para cada planta, o dono gostaria de cadastrar o nome, o estoque ideal e a quantidade em estoque. Você deve representar a planta por meio de um TAD. Dessa forma o algoritmo pode calcular a quantidade que o dono da loja precisa comprar no próximo dia. Essa quantidade a ser comprada deve ser impressa (quando maior que zero) como uma lista para o dono da floricultura.

### **Questão 17**

Criar um programa que carregue uma matriz  $n \times m$  com os valores das vendas de uma loja, em que cada linha represente um mês do ano, e cada coluna, uma semana do mês. Para fins de simplificação considere que cada mês possui somente 4 semanas. Calcule recursivamente e imprima:

- Total vendido em cada mês do ano;
- Total vendido em cada semana durante todo o ano;
- Total vendido no ano.

### **Questão 18**

Elabore um algoritmo que leia o nome, a matrícula e a nota de  $n$  alunos de uma turma. Represente as informações utilizando um TAD aluno. O algoritmo deverá calcular e imprimir a média geral da turma e o nome e nota daqueles que apresentarem nota menor que a média.

### **Questão 19**

Uma empresa de pesquisa distribuiu um questionário solicitando as seguintes informações dos entrevistados: Sexo, nível de escolaridade (1- Analfabeto, 2- Primário, 3- Ensino Médio, 4- Nível superior), salário. Represente as informações utilizando um TAD resposta. Calcule recursivamente e imprima:

- Quantas pessoas do sexo feminino têm nível superior;
- Quantas pessoas analfabetas ganham menos de R\$600,00;
- Quantas mulheres e quantos homens ganham acima de R\$1500,00;
- Quantos entrevistados recebem menos do que a média salarial.

### **Questão 20**

Uma empresa tem, para cada funcionário, uma ficha contendo a matrícula, número de horas trabalhadas e o número de dependentes deste funcionário. Considerando que:

- A empresa paga 12 reais por hora e 40 reais por dependente.
- Sobre o salário são feitos descontos de 8,5% para o INSS e 5% para IR.

Represente as informações de um funcionário utilizando um TAD. Além disso, faça uma função que deve calcular o salário líquido (com os descontos) de cada funcionário e imprimir o nome do funcionário, juntamente com o seu salário.

## Questão 21

O código de César é uma das mais simples e conhecidas técnicas de criptografia. É um tipo de substituição na qual cada letra do texto é substituída por outra, que se apresenta um número fixo de vezes, a frente no alfabeto. Por exemplo, com uma chave igual a três é feita uma troca de três posições, A seria substituído por D, B se tornaria E, e assim por diante. Implemente uma função recursiva que faça uso desse Código de César e um deslocamento  $n$ , entre com uma frase e retorne a frase codificada.

Exemplo para chave de criptografia igual a 3:

1	Frase Digitada: a ligeira raposa marrom saltou sobre o cachorro cansado
2	Frase Codificada: D OLJHLUD UDSRVD PDUURP VDOWRX VREUH R FDFKRUUR FDQVDGR

O valor da chave deve ser lido. Considere o alfabeto circular, ou seja, se a última letra for atingida, inicia-se novamente o alfabeto.

## Questão 22

Desenvolva um programa que realize a leitura dos seguintes dados relativos a um conjunto de alunos: Matrícula, Nome, Código da Disciplina, Nota1 e Nota2. Considere uma turma de no máximo 50 alunos. Represente as informações com um TAD aluno. Após ler todos os dados digitados, e depois de armazená-los em vetores, exibir na tela a listagem final dos alunos com as suas respectivas médias finais de forma recursiva. Use uma média ponderada: Nota1 com peso = 4,0 e Nota2 com peso = 6,0. Dica: use múltiplos vetores, um para os dados, com o mesmo índice para os dados de um mesmo aluno.

## Questão 23

Dado um inteiro  $n$  e um vetor  $v$ , calcule recursivamente a soma do vetor.

## Questão 24

Dado um inteiro  $n$  e um vetor  $v$ , calcule recursivamente o produto do vetor.

## Questão 25

Dado um inteiro  $n$  e um vetor  $v$ , imprima recursivamente o vetor do início para o fim. Não deve receber nenhum argumento a mais.

## Questão 26

Dado um inteiro  $n$  e um vetor  $v$ , imprima recursivamente o vetor do fim para o início. Não deve receber nenhum argumento a mais.

## Questão 27

Dada uma matriz  $m$  e um inteiro  $n$  que representa o número de linhas e colunas de uma matriz quadrada, calcule recursivamente a soma de seus elementos.

## Questão 28

Dado um inteiro  $n$ , calcule recursivamente o resultado da seguinte sequência:

$$H = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}.$$

## Questão 29

Dado um inteiro  $n$ , calcule recursivamente o resultado da seguinte sequência:

$$H = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \cdots.$$

### Questão 30

Dado um inteiro  $n$ , calcule recursivamente o resultado da seguinte sequência:

$$S = \frac{1}{n} + \frac{2}{n-1} + \frac{3}{n-2} + \cdots + \frac{n-1}{2} + n.$$

### Questão 31

Faça uma função recursiva para tabular a função:

$$f(x, y) = \frac{x^4 + 3xy + y^3}{2xy + 3x + 4y + 2},$$

para  $x = 2, 4, 6, 8$  e  $y = 1, 3, 5, 7, 9$ , para cada valor de  $x$ . Devem ser impressos os valores de  $x$ , de  $y$  e de  $f(x, y)$ .

### Questão 32

Dado o vetor `vet`, definido por `int vet [100]`; escreva código recursivo para:

- Inicializá-lo somente com o valor inteiro 30 em todas as posições;
- Inicializá-lo com os números inteiros 1, 2, 3, 4, 5, ..., 100.

### Questão 33

Construa uma função recursiva para ler um vetor de  $n$  posições de inteiros e depois outra função recursiva para determinar qual o maior e o menor valor existente neste vetor.

### Questão 34

Construa uma função recursiva que leia dois vetores de mesmo tamanho  $A$  e  $B$  e gere um terceiro vetor  $C$ , formado pela soma dos dois outros ( $A$  e  $B$ ).

### Questão 35

As temperaturas no campus da UFOP foram anotadas diariamente durante um determinado ano. Após a leitura das 365 temperaturas, crie uma função recursiva que determine qual a temperatura média registrada por meio de uma função recursiva. Faça outra função recursiva que deverá imprimir o valor das temperaturas abaixo da média. Utilizar vetor na implementação do algoritmo.

### Questão 36

Escreva uma função recursiva que inverte os elementos de um vetor. O programa imprime o vetor original e o vetor invertido e os mostre em ordem inversa.

### Questão 37

Elabore uma função recursiva que divide os números de um vetor em outros dois vetores, um de números pares e outro de números ímpares. Terminada a entrada dos números escrever o conteúdo dos dois vetores.

### Questão 38

Escrever um programa que leia um conjunto de  $n$  notas. Para isso, o programa lê a dimensão do vetor e as notas, uma a uma.

Após a leitura das notas, o programa calcula recursivamente e imprime a média geométrica das notas armazenadas no vetor. A média geométrica pode ser calculada da seguinte forma:

$$md = \left( \prod_{i=1}^n a_i \right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_n}.$$

### Questão 39

Refaça o programa anterior calculando recursivamente a norma do vetor lido. A norma de um vetor pode ser calculado com a seguinte fórmula:

$$\text{norma} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2}.$$

### Questão 40

Escrever um programa que leia a dimensão e os elementos de um vetor, um de cada vez. O programa calcula recursivamente a média aritmética dos elementos do vetor e determina quais elementos do vetor são menores que a média. O programa deve imprimir recursivamente os elementos menores e suas posições. Caso não seja encontrado nenhum elemento menor que a média, o usuário deve ser notificado através de uma mensagem.

### Questão 41

Escrever um programa que leia um vetor do TAD aluno. Para isso o programa lê a dimensão do vetor e seus elementos, uma a um. O TAD aluno tem as informações do nome e as notas de uma prova dos mesmos.

O programa busca e imprime recursivamente o nome dos alunos, e a respectiva nota, considerando que a notas desses alunos é maior ou igual a seis.

Caso nenhum aluno atenda a esse critério, o usuário deve ser notificado através de uma mensagem.

### Questão 42

Escrever um programa que leia dois vetores de mesma dimensão ( $n$ ). Para isso o programa lê a dimensão dos vetores e seus elementos, uma a um. O programa gera um terceiro vetor de dimensão  $2n$ , cujos elementos são resultantes da intercalação dos vetores originais de forma recursiva. O programa também imprime recursivamente todos os vetores. Por exemplo, considerando  $V1$  e  $V2$ , obtemos  $V3$ :

1	$V1 = 0 \ 2 \ 4 \ 6 \ 8$
2	$V2 = 1 \ 3 \ 5 \ 7 \ 9$
3	$V3 = 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9$

### Questão 43

Crie uma função recursiva que dado um vetor  $v$  e o seu tamanho  $n$ , determine quantos elementos são positivos, nulos e negativos, e imprime essas informações. Para os elementos positivos, é calculado o valor da função  $f(x) = 2x - \cos(x)$  para esses elementos. Deve ser impresso o valor do elemento positivo e o valor da função.

### Questão 44

Dado uma matriz de ordem  $n \times n$  de inteiros, faça uma função recursiva que:

- Calcule a soma dos elementos da primeira coluna;
- Calcule o produto dos elementos da primeira linha;
- Calcule a soma de todos os elementos da matriz;

### Questão 45

Construa uma função recursiva que calcula o produto de todos os elementos diferentes de zero que compõem a diagonal principal de uma matriz quadrada ( $m \times m$ ).

### **Questão 46**

Faça uma função recursiva que calcula a soma dos elementos da diagonal secundária de uma matriz  $n \times n$  de reais.

### **Questão 47**

Faça uma função que calcula a soma das linhas pares de uma matriz  $n \times m$  de inteiros.

### **Questão 48**

Construa uma função recursiva que substitui todos os elementos negativos de uma matriz  $n \times m$  de números inteiros por zero. Você deve imprimir recursivamente a matriz original e a modificada.

### **Questão 49**

Elabore uma função recursiva que retorna a soma dos elementos abaixo da diagonal principal de uma matriz  $N \times N$ , onde  $N$  é um número que representa a dimensão da matriz.

### **Questão 50**

Crie um programa que possua duas funções recursivas, uma que transforma todos os caracteres de uma cadeia de caracteres em maiúsculos e outra que transforma todos os caracteres em minúsculos. A cadeia de caracteres deve ser lida e passada como parâmetro para função.

### **Questão 51**

Crie um programa que possua uma função recursiva que recebe uma string e um caractere, e retorne o número de vezes que esse caractere aparece na string.

### **Questão 52**

Crie um programa que possua uma função recursiva que recebe uma string e um caractere, e apague todas as ocorrências desses caracteres na string.

### **Questão 53**

Crie um programa que possua uma função recursiva que retira todas os caracteres repetidos de uma string dada.

### **Questão 54**

Faça um programa que receba uma palavra e a imprima recursivamente de trás-para-frente.

## Somatórios úteis:

$$\sum_{i=m}^n 1 = n + 1 - m$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{i=0}^k 2^i = 2^{k+1} - 1$$

$$\sum_{i=0}^k \frac{1}{2^i} = 2 - \frac{1}{2^k}$$

$$\sum_{i=1}^k a^i = \frac{a^{k+1} - 1}{a - 1}$$

## Somatório de uma PG finita

$$a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

Lembre-se que  $\text{for}(i = 1; i <= n; i++) = \sum_{i=1}^n = (n + 1 - 1) = n.$

Se  $\text{for}(i = 0; i < n; i++)$ , então o somatório vai até  $n - 1$ , ou seja,  $\sum_{i=0}^{n-1} = ((n - 1) + 1 - 0) = n.$

## Respostas

[1]  $2 \prec \log_3 n \prec \log_2 n \prec n^{\frac{2}{3}} \prec 20n \prec 4n^2 \prec 3^n \prec n!$

[2] Os valores de  $c$ ,  $m$  e as funções utilizadas não representam necessariamente um limite assintótico firme.

- (a)  $O(n)$  com  $c \geq 5$  e  $m \geq 1$   
 $\Omega(n)$  com  $c \leq 1$  e  $m \geq 1$
- (b)  $O(n^3)$  com  $c \geq 4$  e  $m \geq 1$   
 $\Omega(n^3)$  com  $c \leq 3$  e  $m \geq 1$
- (c)  $O(n^2)$  com  $c \geq 10$  e  $m \geq 2$   
 $\Omega(n)$  com  $c = 1$  e  $m \geq 1$
- (d)  $O(n!)$  com  $c > \geq 1$  e  $m \geq 10$   
 $\Omega(n)$  com  $c = 1$  e  $m \geq 1$

[3] Respostas:

- (a) Verdadeiro
- (b) Falso

[4] Respostas:

- (a)  $f(n) = \Theta(g(n))$  ( $f(n) \approx g(n)$ )
- (b)  $f(n) = \Omega(g(n))$  ( $f(n) > g(n)$ )
- (c)  $f(n) = \Omega(g(n))$  ( $f(n) > g(n)$ )
- (d)  $f(n) = \Omega(g(n))$  ( $f(n) > g(n)$ )
- (e)  $f(n) = \Omega(g(n))$  ( $f(n) > g(n)$ )
- (f)  $f(n) = O(g(n))$  ( $f(n) < g(n)$ )
- (g)  $f(n) = \Theta(g(n))$  ( $f(n) \approx g(n)$  - Ambos são constantes)
- (h)  $f(n) = \Omega(g(n))$  ( $f(n) > g(n)$ )
- (i)  $f(n) = \Omega(g(n))$  ( $f(n) > g(n)$ )
- (j)  $f(n) = O(g(n))$  ( $f(n) < g(n)$ )
- (k)  $f(n) = O(g(n))$  ( $f(n) < g(n)$ )

[5] Respostas:

- (a)  $\Theta(1)$
- (b)  $\Theta(n)$
- (c)  $\Theta(n^2)$
- (d)  $\Theta(n^2)$
- (e)  $\Theta(n \log n)$
- (f)  $\Theta(n \log n)$
- (g)  $\Theta(n^2 \log n)$