

Lista de Exercícios 2

Universidade Federal do Ceará - Campus Quixadá
Projeto e Análise de Algoritmo — QXD0041 – 2023.2
Prof. Fabio Dias

Notação Assintótica

- Para cada uma das afirmações abaixo, justifique formalmente (usando definições, manipulações algébricas e implicações) se for verdade ou dê um contraexemplo se for falso.
 - $3n = O(n)$
 - $2n^2 - n = O(n^2)$
 - $\log 8n = O(\log 2n)$
 - $2^{n+1} = O(2^n)$
 - $2^n = O(2^{n/2})$
 - $n^2 - 200n - 300 = O(n)$
 - Se $f(n) = 17$, então $f(n) = O(1)$
 - Se $f(n) = 3n^2 - n + 4$, então $f(n) = \Theta(n^2)$
- Suponha $f(n) = \lceil n/2 \rceil + 10$ e $g(n) = n$. Mostre que $f(n) = \Theta(g(n))$.
- Suponha $f(n) = 5n \lg n + 8 \lg^2 n - 11$ e $g(n) = n \lg n$. Mostre que $f(n) = O(g(n))$. Não precisa ser assintoticamente justo.
- Em cada uma das situações abaixo, indique se $f = O(g)$, ou se $f = \Omega(g)$, ou ambos (quando $f = \Theta(g)$). [Dica: para (q), suponha que k é constante e compare o quanto cada função cresce para de n para $n + 1$.]

| | $f(n)$ | $g(n)$ |
|-----|---------------------|--------------------|
| (a) | $n - 100$ | $n - 200$ |
| (b) | $n^{1/2}$ | $n^{2/3}$ |
| (c) | $100n + \log n$ | $n + (\log n)^2$ |
| (d) | $n \log n$ | $10n \log 10n$ |
| (e) | $\log 2n$ | $\log 3n$ |
| (f) | $10 \log n$ | $\log(n^2)$ |
| (g) | $n^{1.01}$ | $n \log^2 n$ |
| (h) | $n^2 / \log n$ | $n(\log n)^2$ |
| (i) | $n^{0.1}$ | $(\log n)^{10}$ |
| (j) | $(\log n)^{\log n}$ | $n / \log n$ |
| (k) | \sqrt{n} | $(\log n)^3$ |
| (l) | $n^{1/2}$ | $5^{\log_2 n}$ |
| (m) | $n2^n$ | 3^n |
| (n) | 2^n | 2^{n+1} |
| (o) | $n!$ | 2^n |
| (p) | $(\log n)^{\log n}$ | $2^{(\log_2 n)^2}$ |
| (q) | $\sum_{i=1}^n i^k$ | n^{k+1} |

-
5. Sejam $f(n)$ e $g(n)$ funções assintoticamente não negativas. Usando a definição da notação Θ , prove que:
1. $\max\{f(n), g(n)\} = \Theta(f(n) + g(n))$.
 2. $\min\{f(n), g(n)\} \notin \Theta(f(n) + g(n))$.
6. Mostre que, para quaisquer constantes reais a e b , onde $b > 0$, $(n + a)^b = \Theta(n^b)$.
7. É verdade que $2^{n+1} = O(2^n)$? E $2^{2n} = O(2^n)$?